

آموزش ریاضه

دوره ی بیست و هشتم / شماره ی ۲ / زمستان ۱۳۸۹

فصل نامه ی آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

سخن سردیبر	۲	زهرا گویا
مسئله ی پولیا	۴	جعفر اسدی گرمارودی
چشم اندازهای فلسفی در آموزش ریاضی و تأثیر آن بر یادگیری ریاضی	۸	محسن یزدان فر و محمدرضا فدائی
تحقیق عمل: جمع آوری داده ها و اعتبار بخشی به آن ها (بخش سوم)	۱۳	سپیده چمن آرا
داستان جبر: منافع و دام های شیء نگاری (قسمت سوم)	۱۷	آنا اسفارد و لُیرا لینچوسکی
ریاضیات در مدرسه و خیابان	۲۷	ترجمه: زهرا کامیاب، امیرحسین اصغری
روایت معلمان: طراحی دو فعالیت برای آموزش مساحت و محیط دایره	۳۶	ترزینا نونز کاراھر، ترجمه ی نرگس عقیلی
وسيله ای ساده برای تدریس مثلثات	۳۹	نغمه حاجی صادقی
معرفی وب گاه: طرح غنی سازی- دانشگاه کمبریج	۴۳	مرتضی بیات، زهرا خاتمی و هوشنگ اوصانلو
بازتابی بر یک مشاهده ی کلاس درس	۴۴	بهزاد اسلامی مسلم
معرفی کتاب: کاکل طاووس- ریشه های غیر اروپایی ریاضیات	۴۵	نسرين رضایی
یازدهمین کنفرانس در پانزدهمین سال	۴۶	امیرحسین اصغری
پنجاه و یکمین المپیاد جهانی ریاضی	۵۱	مانی رضائی
مدرسه ی تابستانی علوم ریاضی	۵۳	سپیده چمن آرا
تورنمنت ریاضی بین المللی شهرها	۵۴	نازنین حسن نیا
دیدگاه: شرط لازم؟ یا کافی؟ (نویسنده و باقی، ۱۳۸۸)!	۵۷	یونس کریمی فردین پور
چکیده های پایان نامه های کارشناسی ارشد آموزش ریاضی	۵۹	بهناز ساویزی
سیاه چاله هایی در ریاضیات جادویی	۶۲	مانی رضائی
گاردنر، اسطوره ی ریاضیات جادویی	۶۳	مانی رضائی

مجله ی رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه ی مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقابله و ترجمه ی آرایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- بی نوشته ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره ی صفحه ی مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از اثر و مقاله ی ارسال شده در حداکثر 250 کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود.
- هم چنین:
- مجله در پذیرش، رد و برایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبنی نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

- نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
- تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹ (داخلی ۷۲۲)
- نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
- وب گاه: www.roshdmag.ir
- رایانامه: riazi@roshdmag.ir
- تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
- کد مدیرمسئول: ۱۰۲
- کد دفتر مجله: ۱۱۳
- کد امور مشترکین: ۱۱۴
- نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۷۳۳۶۶۵۵
- چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
- شمارگان: ۱۴۰۰۰



ریاضیات نهفته در آلیسی در سرزمین عجایب

(برگرفته از کتاب **ریاضی یک تلاش انسانی** (چاپ دوم). نوشته‌ی
اچ. ژاکوب، ۱۹۸۲، ص ۳۹۴- مقدمه‌ی بخش مربوط به جایگشت‌ها و
ترکیبات).

لویی کارول که نام واقعی او چارلز داگسون است، استاد ریاضی
دانشگاه آکسفورد بود و به یک ریاضی‌دان سنتی و محافظه‌کار معروف بود
که به گفته‌ی دولین^۱ (۲۰۱۰)، تغییراتی را که در دیسیپلین ریاضی در حال
وقوع بود، دوست نداشت و در توضیح این ادعا، بیان می‌کند که از نظر
کارول، «جبر فقط درباره‌ی اعداد بود»، درحالی‌که در قرن نوزدهم،
ریاضی‌دان‌ها مشغول تولید انواع جبرهای عجیب و غریبی بودند که در آن‌ها،
 X ضرب در Y ، مساوی X ضرب در Y نبود!

دولین شرح می‌دهد که کارول با بیان این‌که «کلاغ از یک میز تحریر
خوشش می‌آید»، می‌خواست نشان دهد که ریاضیات جدید معنایی برای وی
نداشت. برای کارول قابل درک نبود که چرا «بسیاری از چیزهایی را که هر
شخصی با عقل سلیم ممکن است بگوید با هم فرق دارند، در این ریاضیات
جدید مثل هم می‌شوند» و کارول، این نوع نگاه را هزل می‌کرد. بنابراین، در
پس‌جنون مهمانی چای سرزمین عجایب، ریاضیات جدیدی نهفته است، با
کمی خوراکی! آلیس چهار شخصیت را در این مهمانی چای پیدا کرد اما دولین
معتقد است که کارول، به‌طور تعمدی یکی از شخصیت‌ها را در آن مهمانی،
جا انداخت و آن **زمان** بود! دولین بیان می‌کند که چرا؟!

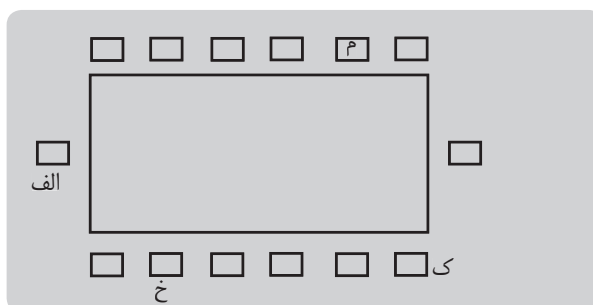
«یکی از کارهای ریاضی مورد توجه در آن زمان، کارهایی بود که توسط
ریاضی‌دان معروف ایرلندی- ویلیام هامیلتون- انجام شده بود و کارول از
علاقه‌مندان کارهای او نبود- حساب جدیدی که به آن کوانترینون^۲ (چهارگان‌ها)
می‌گفتند و این اعداد، برای شمارش نبودند بلکه برای درک دوران‌ها بودند.»
کارول تلاش می‌کرد تا این حساب جدید را به‌طور فیزیکی درک کند و مهمانی
چای، مصداقی برای آن است! از نظر کارول، یکی از چهارگان‌ها باید **زمان** باشد
و زمان به‌طور رموزی توسط سه عدد دیگر محصور شده است و بدین سبب، در
مهمانی چای، شخصیت زمان غایب است.

به گفته‌ی دولین، تصور کارول این بود که «آن‌چه هامیلتون گفت این
بود که اگر متغیر زمان را از چهارگان‌ها کنار بگذاریم، اعداد شروع به دوران
می‌کنند- آن‌ها جایی نمی‌روند!» درست مثل شخصیت‌هایی که دور میز
می‌چرخیدند و می‌چرخیدند و ژاکوب (۱۹۸۲) از آن‌ها با ظرافت و زیبایی، برای
معرفی یک مبحث جدی ریاضی یعنی شمارش، استفاده نموده است. درحقیقت،
وقتی که کلاه‌دوز و خرگوش فروردینی سعی کردند که موش زمستان‌خواب را
توی قوری فشار دهند، تلاش می‌کردند که به گونه‌ای، از این پیچیدگی فرار
کنند- یا اگر خواسته باشید، یکی دیگر از ضرایب را به‌دور اندازند تا زندگی به
حال طبیعی بازگردد (دولین، ۲۰۱۰). دولین باور دارد که پیام کارول این بود

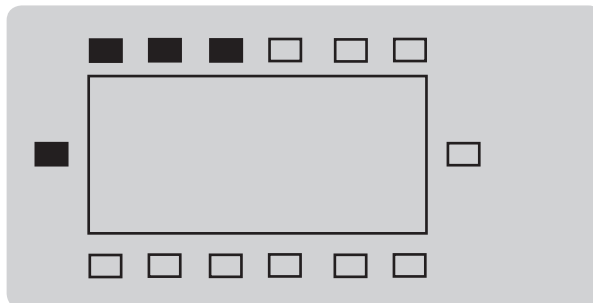
در مقابل خانه زیر یک درخت، میزی قرار داشت و دور آن، خرگوش
فروردینی^۱ و کلاه‌دوز^۲، مشغول نوشیدن چای بودند، درحالی‌که موش
زمستان‌خواب^۳ بین آن‌ها نشسته بود و عمیقاً خوابش برده بود. آن دو، از او
به‌عنوان بالش استفاده کرده بودند و درحالی‌که آرنج‌هایشان را روی او گذاشته
بودند، از بالای سرش با هم حرف می‌زدند....

آن میز، بزرگ بود ولی این سه، در یک قسمت آن نشسته بودند. وقتی که
دیدند آلیس دارد به سمت آن‌ها می‌آید، هر سه با هم فریاد زدند «جا نیست!
جا نیست!» آلیس با اوقات‌تلخی به آن‌ها گفت «خیلی هم جا هست» و روی
یک صندلی بزرگ دسته‌دار در بالای میز نشست.

۱. اگر دور میز ۱۲ صندلی بود، به چند راه مختلف، آلیس و خرگوش
فروردینی و کلاه‌دوز و موش زمستان‌خواب، می‌توانستند دور آن بنشینند؟
(یک راه آن در شکل زیر نشان داده شده است).



۲. دور میز، چندسری جای پشت‌سر هم برای چهار نفر وجود دارد؟ (یک
نمونه، شکل زیر است).



۳. به چند راه مختلف، آلیس و خرگوش فروردینی و کلاه‌دوز و موش
زمستان‌خواب، کنار هم بنشینند که بین آن‌ها، جای خالی نباشد؟

که «از دست این پیچیدگی خلاص می‌شویم! فقط بگذارید که به هندسه‌ی آشنای قدیمی که از زمان اقلیدس داشتیم، بازگردیم!»

ریاضیات افسانه‌ای

مارتین گاردنر که اخیراً با زندگی فانی وداع کرد، یکی از معروف‌ترین مروجان ریاضی در بین جوانان و مردم عادی و حرفه‌ای از تمام بخش‌های اجتماعی-فرهنگی بود. هنر گاردنر استفاده از بازی و افسانه و تخیل و معما در عمومی کردن ریاضی بود. گاردنر علاقه‌ی ویژه‌ای به افسانه‌ی **آلیس در سرزمین عجایب** داشت و سال‌ها در روزنامه‌های مختلف، ستون‌های ویژه‌ای را برای واکاوی این افسانه اختصاص داده بود. وی در سال ۱۹۶۰ کتاب **مشروح آلیس**^۶، در سال ۱۹۹۰ کتاب **مشروح‌تر آلیس**^۷ و بالاخره، **نسخه‌ی قطعی مشروح آلیس** را در سال ۲۰۰۰ میلادی منتشر کرد که درواقع هر سه کتاب، مجموع نوشته‌های گاردنر در روزنامه‌های پر مخاطب بود که درباره‌ی ریاضیات نهفته در افسانه‌ی آلیس نوشته بود.

ریاضیات نهفته در افسانه‌ی آلیس، ممکن است برای بسیاری شگفت‌انگیز باشد، اما از نظر ریاضی‌دان‌ها نیز «کارول واقعاً یک ریاضی‌دان بود» و حتی عده‌هایی را در افسانه‌های خود وارد کرده است. مثل عدد ۴۲ در فصل پایانی کتاب که مربوط به شهادت آلیس در دادگاه شاه است. برای ریاضی‌دان‌ها رمز و رازهای فراوان دارد که یکی از آن‌ها از نظر دِولین این است که عدد ۴۲ در مبنای دودویی ۱۰۱۰۱۰ است!

در سال ۲۰۰۹، ملانی بیلی^۸، از رساله‌ی دکتری خود در دانشگاه آکسفورد دفاع کرد که موضوع آن، تجزیه و تحلیل ریاضیات نهفته در دو افسانه‌ی مربوط به آلیس بود و تعدادی از کنایه‌ها و اشاره‌های مستتر در آن را شناسایی نمود.

کارول در افسانه‌ی **آلیس در آینه**^۹، صحنه‌ای را به تصویر می‌کشد که در آن، یک نقشه در آینه، آن‌قدر بزرگ شده که اندازه‌ی هر سرزمینی، به اندازه‌ی واقعی‌اش شده و درحقیقت، کارول تناظری یک‌به‌یک بین نقشه و هر سرزمین برقرار کرده و آن، یک تابع همسانی ساخته است، کاری که از نظر کارول، اگرچه در دنیای ریاضی کاملاً محتمل است، اما در دنیای فیزیکی غیرممکن است و....

در هر صورت، به دو مناسبت مشخص، علاقه‌مند شدم که با شما خوانندگان گرامی، بار دیگر یادی از دوران کودکی و کتاب **آلیس در سرزمین عجایب** کنیم و شاید عجیب‌ترین قسمت این افسانه این باشد که ریاضیات عمیق و بحث‌انگیزی در آن نهفته است که لوئیس کارول با هنرمندی تمام، کتاب را هم برای کودکان خواندنی و هیجان‌انگیز کرده است و هم بیش از صد سال است که ریاضی‌دان‌ها از اثر ماندگار وی الهام گرفته‌اند و در جست‌وجوی کشف کنایه‌ها و رمز و رازهای افسانه‌های آلیس هستند که یکی از شاخص‌ترین این علاقه‌مندان، مارتین گاردنر بود؛ کسی که با قلم و خلاقیت بی‌مانند خویش، افراد بسیاری را با جنبه‌های رسمی و غیررسمی ریاضیات مدرسه‌ای آشنا نمود و در آن‌ها، انگیزه‌ی یادگیری ریاضی ایجاد کرد.

برای آشنایی بیشتر با فعالیت‌های انجام‌شده‌ی ریاضی که تحت‌تأثیر کارول انجام شده، می‌توانید به انجمن لوئیس کارول در آمریکای شمالی از

طریق www.lewiscarroll.org مراجعه نمایید. هم‌چنین، اتحادیه‌ی ریاضی آمریکا (MAA) اطلاعات جالبی درباره‌ی کارول ارایه می‌دهد و در پایان، اگر فقط جست‌وجویی با کلیدواژه‌ی گاردنر و آلیس در سرزمین عجایب یا ریاضی و آلیس در سرزمین عجایب در هریک از موتورهای جست‌وجو انجام دهید، از بزرگی تعداد کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای و دانشگاهی و آموزشی معلمان که با الهام گرفتن از افسانه‌های آلیس نوشته شده‌اند یا مانند ژاکوب، به‌نوعی از استعاره‌های ریاضی کارول و ماجراهای آلیس استفاده کرده‌اند، شگفت‌زده می‌شوید!

مناسب بعدی هم، اکران برگردان جدیدی از داستان آلیس در سرزمین عجایب در سال ۲۰۱۰ است که توسط کمپانی دیزنی تهیه شده و امیدواریم که به‌زودی، بتوانیم نسخه‌ی فارسی آن را در سینماهای ایران ببینیم و این‌بار، با عینک کشف ریاضیات نهفته در آن، به تماشایش بنشینیم.

و بالاخره، دوست دارم که این نوشته را با نقل‌قولی از مترجم این کتاب، زویا پیرزاد به پایان برم:

«لوئیس کارول کاری کرد که هیچ‌کس موفق به انجامش نشده بود- به دنیای کودکی برگشت و از نو خلقش کرد. **ماجراهای آلیس در سرزمین عجایب** کتابی برای کودکان نیست، تنها کتابی است که در آن، همه‌ی ما می‌توانیم دوباره کودک شویم» (ص ۴).

پی‌نوشت

1. March Hare

2. Hatter

3. Doremouse

معادل‌های این سه واژه، از ترجمه‌ی خانم زویا پیرزاد، چاپ پنجم، ۱۳۸۹ اخذ شده است.

4. K. Devlin

5. Quaternions

6. The Annotated Alice

7. More Annotated Alice

8. The Annotated Alice: The Final Edition

9. Melanie Bayley

10. Alice and Looking Glass

منابع

کارول، لوئیس؛ **آلیس در سرزمین عجایب**. ترجمه‌ی زویا پیرزاد (چاپ پنجم، ۱۳۸۹). چاپ فرارنگ.

تقدیر و تشکر

از این شماره، سرکار خانم چمن‌آرا که از سال ۱۳۸۰ مسئولیت مدیریت داخلی مجله را به‌عهده داشتند، به دلیل این که دانشجوی تمام‌وقت دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی شده‌اند، از سمت خود استعفا دادند و جناب آقای مانی رضائی این مسئولیت را به‌عهده گرفتند. اینجانب به نمایندگی از طرف هیئت‌تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، ضمن تشکر از نقش ارزنده‌ی خانم چمن‌آرا در ارتقای مجلات ایفا نمود، از آقای رضائی به خاطر پذیرش این مسئولیت متشکرم و امیدوارم که هم‌چنان در هیئت تحریریه، از توانمندی‌های تخصصی هردو بزرگوار بهره‌مند شویم.

پولیا مسئله‌ی

جعفر اسدی گرمارودی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

مقاله‌ی حاضر براساس پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد نگارنده تنظیم شده است. نخستین و مهم‌ترین وظیفه‌ی ریاضیات دوره‌ی دبیرستانی، عبارت است از تأکید بر جنبه‌های منطقی و متکی بر چارچوب حل مسئله (پولیا، ۱۹۶۲). به مرور زمان، چرایی تأکید پولیا بر حل مسئله روشن شد و موجب تحقیقات وسیعی گردید. در این مقاله، ابتدا «مسئله‌ی پولیا» و رابطه‌ی آن با فراشناخت بیان می‌شود. در بخش بعد، به آموزش معلمان از نگاه پولیا پرداخته می‌شود چرا که با شواهدی که از تحقیقات کارآمدی مدارس به‌دست آمده، کلاس‌های درس بیش‌تر از مدارس در تعیین چگونگی عملکرد کودکان اهمیت دارند (رینولدز^۲ و مويس^۳، ۲۰۰۱) و به نظر می‌رسد کارآمدی کلاس نیز به‌وجود مدیر و رهبری به‌نام معلم بستگی داشته باشد. بخش مذکور، شامل ده دستورالعمل است که توسط پولیا ارائه شده است.

کلیدواژه‌ها: مسئله‌ی پولیا، حل مسئله، فراشناخت، معلم.

مقدمه: معرفی مسئله‌ی پولیا

مقاله‌ی حاضر براساس پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد نگارنده تنظیم شده است. هنگامی که به مقالات و کتاب‌ها در باب حل مسئله

رجوع می‌شود تقریباً متنی وجود ندارد که در آن به‌نام جورج پولیا اشاره نشده باشد. کتاب وی به‌نام «چگونه مسئله را حل کنیم» موجب تمایز دو دوره‌ی تاریخی در محدوده‌ی آموزش ریاضی و دنیای حل مسئله شد. حل مسئله پیش از پولیا و حل مسئله پس از او (شونفیلد، ۱۳۶۸). پولیا در سال ۱۹۴۵، کتاب «ریاضیات و استدلال موجه» و در سال ۱۹۶۲ و ۱۹۶۵ کتاب «خلاقیت ریاضی» را در دو جلد تألیف کرد. این کتاب‌ها نشان‌دهنده‌ی ادامه‌ی تفکر حل مسئله‌ی ریاضی پولیا پس از سال ۱۹۴۵ بود. از جنبه‌ی فلسفی، پولیا در حال تبیین دیدگاهی تجربه‌گرایانه از ریاضیات بود، دیدگاهی که ریاضیات را هم‌چون علوم طبیعی، یک رشته‌ی علمی متشکل از کشف‌ها تلقی می‌کند (شونفیلد، ۱۳۶۸). دیدگاه‌های پولیا هماهنگ با دیدگاه‌های علمی مصلحان تربیتی از قبیل ژان‌ژاک روسو (۱۷۶۲) بود که عقیده داشت به جای انباشتن ذهن‌ها، باید به تقویت و توسعه‌ی آن‌ها پرداخت.

دهه‌ی ۱۹۸۰ را می‌توان دهه‌ی نهضت حل مسئله براساس تحقیقات پولیا دانست؛ دهه‌ای که به نظر لستر^۴ (۱۹۹۴)، نقل شده در رودریگز و همکاران، (۲۰۰۸)، دامنه‌ی تحقیقات حل مسئله بر مبنای مفاهیم «فراشناخت»، «رابطه‌ی تأثیرات/ باورها با حل مسئله» و «آموزش فراشناخت» بوده است. به عقیده‌ی ایشان، مبنای ورود فراشناخت به پژوهش‌های آموزش ریاضی از آن‌چه که «مسئله‌ی

**تسلط در ریاضیات یعنی چه؟ یعنی توانایی
و مهارت در حل مسائل و نه صرفاً مسائل عادی،
بلکه مسائلی که نیازمند درجاتی از استقلال
اندیشه، عقل سلیم و ابتکارند**

۲- بدتر از حالت اول، ۱۷ نفر با استفاده از جای‌گذاری مثلثاتی
 $x = 3 \sin \theta$ به حل آن پرداختند که زمان مورد نیاز بین ۱۰
الی ۱۵ دقیقه بود.

شونفیلد بعدها توضیح داد که «مشکلی که دانشجویان با این
مسئله داشتند در پیدا کردن یک راهبرد یا پیاده کردن آن راهبرد
نبود، بلکه مشکل آن‌ها در انتخاب یک روش منطقی و مناسب رای
حل مسئله بود. جالب است بدانیم شاگردانی که مسئله را از راه‌های
دشواری حل کرده بودند، نشان دادند که نسبت به آن‌هایی که از
روش ساده‌تر استفاده کرده بودند، بیش تر می‌دانند یا دست کم مباحث
دشواری ریاضی را بلدند. اما این را هم نشان دادند که تنها آن‌چه که
می‌دانی مهم نیست، این‌که چگونه و چه موقع از معلومات استفاده
کنی هم اهمیت دارد. راه حلی که درست باشد مسلماً زیباست، اما راه
حلی که مناسب هم باشد، خیلی بهتر است» (شونفیلد، ۱۳۶۸).

فرانشاخت و مسئله‌ی پولیا

فرانشاخت به معنای شناخت فرد در مورد فرایندهای شناختی خود
می‌باشد. (فلاول^۸، ۱۹۷۹، نقل شده در شونفیلد، ۱۹۹۱). شونفیلد (۱۹۹۱)
سه جنبه‌ی مهم از فرانشاخت را مورد بررسی قرار داده است:

۱- **دانش فرانشاختی:** به داوری‌های فرد درباره ظرفیت‌های
ذهنی و رفتار خود مربوط می‌شود؛

۲- **کنترل یا خودنظمی:**^۹ به توانایی فرد در بازبینی، ارزیابی و (اگر
لازم باشد) اصلاح رفتار در حین انجام تکالیف پیچیده نظیر حل
مسئله‌ی ریاضی مربوط می‌شود. «این عامل به فرد امکان می‌دهد
تا مشخص کند که آیا راهبردهایی که به کار می‌برد مؤثر هستند یا
خیر و اگر لازم باشد، راهبردها را تغییر دهد» (شونفیلد، ۱۹۹۲)

۳- **نظام‌های باوری:** به مجموعه‌ای از فهمیدن‌ها اطلاق می‌شود
که افراد درباره‌ی خودشان، ریاضیات و ماهیت تفکر ریاضی
دارند.

فقدان دانش‌های فرانشاختی باعث می‌شود که فرد از راهبردهای
ناکارآمد (درست اما کند یا فاقد کارایی) حل مسئله استفاده کند.

پولیا^{۱۰} می‌نامند آغاز می‌شود. رودریگز و همکاران (۲۰۰۸)، مسئله‌ی
پولیا را چنین معرفی می‌کنند که «به محض این‌که دانش‌آموزان بر
پایه یا مبانی مقدماتی مسلط شدند و دانش لازمی ریاضی را کسب
کردند، چگونه می‌توانیم آن‌ها را وادار کنیم راهبردهای پیچیده‌ای
جهت حل مسائل ریاضی واقعی و ابتکاری بسازند؟»

پولیا (۱۹۶۲) خود چنین توضیح می‌دهد:

«در این مطلب تردید نکنید که دانستن چگونگی^۶ یک موضوع در
ریاضی، بسیار مهم‌تر از آشنا شدن با یک آگاهی دقیق / کامل نسبت
به آن موضوع است، چرا که این آگاهی را همیشه می‌توان به کمک
یک راهنمای مناسب به دست آورد. بنابراین، چه در دبیرستان و چه
در سایر مؤسسه‌های آموزشی، نه تنها باید دانش‌های معینی را به
اطلاع دانش‌آموزان برسانیم، بلکه ضمناً، این بسیار مهم‌تر است که به
آن‌ها یاد بدهیم که چگونه و تا چه اندازه لازم است بر موضوع درسی
مسلط شوند. تسلط در ریاضیات یعنی چه؟ یعنی توانایی و مهارت در
حل مسائل و نه صرفاً مسائل عادی، بلکه مسائلی که نیازمند درجاتی
از استقلال اندیشه، عقل سلیم^۷ و ابتکارند. بدین ترتیب، نخستین و
مهم‌ترین وظیفه‌ی ریاضیات دوره‌ی دبیرستانی، عبارت است از تأکید
بر جنبه‌های منطقی و متکی بر روش حل مسئله. این اعتقاد من است؛
ممکن است شما با تمامی آن موافق نباشید، ولی من فرض را بر این
می‌گذارم که شما هم دست کم، با این مطلب که جریان حل مسئله
در خور تأکید است موافق باشید و همین اندازه برای من کافی است»
(ص ۱۷).

مسئله‌ی پولیا در دهه‌ی ۱۹۸۰، به سبب گسترش نهضت حل
مسئله به اوج خود رسید. شونفیلد (۱۹۹۱) با اشاره به مسئله‌ی پولیا،
تطور مفهوم فرانشاخت را به‌طور هم‌زمان در دهه‌ی ۱۹۷۰ و در
سه حوزه‌ی علمی روان‌شناسی، هوش مصنوعی و آموزش می‌داند.
وی (۱۹۸۵) با توجه به پژوهش‌هایی که انجام داد، چارچوبی برای
بررسی فرآیند حل مسئله معرفی کرد که شامل چهار مؤلفه‌ی منابع،
راهبردهای رهیافتی، کنترل و نظام‌های باوری بود.

شونفیلد در پژوهش خود (۱۹۸۵)، در ارائه‌ی انتگرال
 $\int \frac{xdx}{x^2-9}$ به دانشجویان در آغاز آزمونی یک ساعتی با توجه به این‌که این
انتگرال با تغییر متغیر به سادگی و در مدت کوتاهی (۱ دقیقه) حل
می‌شود، موارد زیر را مشاهده کرد:

۱- چون عبارت $(x^2 - 9)$ در مخرج کسر قرار داشت، ۲۴ نفر از ۱۷۸
دانشجو با استفاده از تجزیه‌ی کسرها به حل آن پرداختند که به
۵ تا ۱۰ دقیقه وقت نیاز داشتند.

از جنبه‌های فلسفی، پولیا در حال تبیین دیدگاهی تجربه‌گرایانه از ریاضیات بود، دیدگاهی که ریاضیات را همچون علوم طبیعی، یک رشته‌ی علمی متشکل از کشف‌ها تلقی می‌کند

نخستین و مهم‌ترین وظیفه‌ی ریاضیات دوره‌ی دبیرستانی، عبارت است از تأکید بر جنبه‌های منطقی و متکی بر روش حل مسئله

تنها آن‌چه که می‌دانی مهم نیست، این‌که چگونه و چه موقع از معلومات استفاده کنی هم اهمیت دارد. راه حلی که درست باشد مسلماً زیباست، اما راه حلی که مناسب هم باشد، خیلی بهتر است

پیشنهاد شده است، اما با این حال نظریه‌ای برای مسئله‌ی پولیا ارائه نشده است.

رودریگز و همکاران (۲۰۰۸) در این زمینه، جمع‌بندی زیر را ارائه دادند:

الف) مسئله‌ی پولیا همچنان از سوی بسیاری از محققان آموزش ریاضی، به عنوان مسئله‌ای محوری تلقی می‌شود؛

ب) به نظر می‌رسد که استفاده از ظرفیت «فراشناخت»، مسئله را به شیوه‌ای رضایت‌بخش حل نکرده است. شواهد این نارسایی، چرخشی است که در تحقیقات حل مسئله از طریق فراشناخت دیده می‌شود که تمایل به بررسی آن براساس عوامل اجتماعی و زمینه-محور ایجاد شده است؛

پ) گسترش مبانی تجربی تحقیقات حل مسئله‌ی پولیا به منظور توجه بیش‌تر به بعد اجتماعی- فرهنگی شناخت و شیوه‌های آموزش ریاضی یک نیاز ضروری است.

توصیه‌های پولیا به معلمان

سؤالی که مطرح می‌شود این است که پولیا پیش از همه‌ی این تحقیقات و بحث‌ها برای مسئله‌ی مطرح شده توسط خود، چه اندیشیده است؟ در پاسخ می‌توان به توصیه‌های وی برای آموزش معلمان اشاره کرد که در آثار پولیا، مکرر به عنوان «شاگردی و معلمی» به آن اشاره شده است. از نظر پولیا (۱۹۶۲)، «معلمی که می‌خواهد به همه‌ی دانش‌آموزان خود، چه آن‌ها که در آینده به ریاضیات نیاز دارند و چه آن‌ها که از ریاضیات استفاده نخواهند کرد، سود برساند، باید جریان حل مسئله را طوری دنبال کند که یک سوم آن شامل ریاضیات و دو سوم بقیه شامل عقل سلیم باشد. . . البته این کار چندان ساده‌ای نیست، ولی اگر معلم ریاضیات در این امر موفق شود، توانسته است خدمت واقعی خود را به همه‌ی دانش‌آموزان، صرف‌نظر از حرفه و شیوه‌ی زندگی آینده‌ی آن‌ها انجام دهد. این خدمت، بیش‌تر از آن جهت ارزش دارد که توانسته است برای اکثریت دانش‌آموزان که در زندگی آینده‌ی خود نیازی به ریاضیات کار بسته ندارند، مفید واقع شود» (ص ۴۶۴). ایشان (۱۹۶۲) ده دستورالعمل برای معلمان ارائه داد که در این‌جا به اختصار، به هر یک از آن‌ها، اشاره‌ای می‌شود.

۱- به موضوع درسی خود علاقه‌مند باشید.

۲- بر ماده‌ی درسی خود مسلط باشید.

علاقه در جای نخست به این دلیل می‌باشد که تجربه‌ی معلمی

بنابراین، لازم است که برای یادگیری مؤثرتر، فرآیندهای فراشناختی به‌صورت شفاف‌تری تبیین شوند و خود نظمی، به فرآیندی هوشیار تبدیل گردد (رینولدز و مويس، ۲۰۰۱).

شونفیلد (۱۹۸۷) برای آموزش راهبردهای فراشناختی به دانش‌آموزان، تکنیک‌های زیر را پیشنهاد می‌کند:

۱- رشد آگاهی از فرآیندهای تفکر در بین دانش‌آموزان؛

۲- حل مسئله روی تابلو با نشان دادن راه حل کامل مسئله و نه جواب مختصر؛

۳- کار در کلاس به‌عنوان یک کل برای کار روی مسئله و توجه به نقش معلم به‌عنوان میانجی در بحث دانش‌آموزان.

در دهه‌ی ۱۹۹۰، این مفاهیم [فراشناخت، رابطه‌ی تأثیرات/باورها با حل مسئله و آموزش فراشناخت] جای خود را به واژه‌های دیگری سپردند که بیش‌تر به عوامل اجتماعی- فرهنگی^{۱۰} و زمینه-محور^{۱۱} از قبیل «تأثیرات اجتماعی^{۱۲}» و «حل مسئله در زمینه^{۱۳}» یا «حل مسئله موقعیتی^{۱۴}» مربوطند. (لستر، ۱۹۹۴، نقل شده در رودریگز و همکاران، ۲۰۰۸). آن‌ها همچنین، به نقل از شونفیلد (۲۰۰۷)، بر این مطلب تأکید می‌کنند که از جنبه‌ی نظری، هنوز یک مطلب حل شده باقی مانده است و آن این‌که اگرچه چارچوبی برای توصیف حل مسئله

● به محض این که دانش‌آموزان بر پایه
یا مبانی مقدماتی مسلط شدند و دانش
لازمه‌ی ریاضی را کسب کردند، چگونه
می‌توانیم آن‌ها را وادار کنیم راهبردهای
پیچیده‌ای جهت حل مسائل ریاضی واقعی
و ابتکاری بسازند؟

می‌دانست؛ چیزی که روسو نیز خیلی پیش از او، بر آن تأکید داشت و معتقد بود که بخش عملی دانش می‌تواند آن‌را از حالت نظری خارج کند و در دسترس یادگیرندگان قرار دهد.

۶- بکوشید تا حدس زدن و پیش‌بینی کردن را به آنان بیاموزید. حدس و آزمایش سنگ بنای همه‌ی راهبردها در آموزش، به‌خصوص در آموزش حل مسئله‌ی ریاضی است. حدس زدن «عقلانی»، «معنی‌دار» و «هدایت آن در جهت درست» در هر کار علمی، نقش عمده‌ای را ایفا می‌کند.

۷- سعی کنید اثبات کردن را به دانش‌آموزان یاد دهید. پولیا (۱۹۶۲) این دستورالعمل را جمع‌بندی و نتیجه‌گیری‌های دستورالعمل قبلی می‌داند. حدس زدن عقلانی بر پایه‌ی استفاده از قیاس و شباهت، داورهای استدلالی را موجب می‌شود. ریاضیات زمینه‌ی مناسبی برای قیاس و استدلال می‌باشد.

۸- در مسئله‌ای که طرح شده است، چیزی را جست‌وجو کنید که برای حل مسئله‌های دیگر مفید است. از موقعیتی که مسئله‌ی مشخص مفروض دارد، روش کلی را کشف کنید.

پولیا (۱۹۶۲) مهارت را بخش مهم و با ارزش‌تر فرهنگ ریاضی می‌داند. وی اعتقاد داشت هنگام حل مسئله، با منتزع کردن جنبه‌های آموزنده، می‌توان آن‌را برای حل مسئله‌های مشابه به دانش‌آموزان آموخت.

۹- راز خود را بلافاصله فاش نکنید. اجازه دهید دانش‌آموزان تا آن‌جا که می‌توانند تلاش خود را برای حل یا حدس راه حل به کار برند. به دانش‌آموزان امکان دهید هر چه بیش‌تر خودشان کشف کنند.

برونر^{۱۹} نیز که چهره‌ی مشهوری در روان‌شناسی شناختی است، بر آموزش اکتشافی و اکتشاف توسط دانش‌آموزان تأکید داشت و معتقد بود معلم نباید همه‌ی اطلاعات را به دانش‌آموزان بدهد بلکه باید به او امکان دهد «فراسوی اطلاعات داده شده برود» (کریمی، ۱۳۸۲).

نویسنده نشان می‌دهد که وجود علاقه، دانش لازم را موجب می‌شود. ۳- بدانید از چه راهی می‌توانید آن‌چه در نظر دارید، یاد بدهید؟ بهترین روش یاد دادن را خودتان پیدا کنید.

پولیا (۱۹۶۲)، معلمی را به خصلت‌ها و ویژگی‌های فرد مرتبط می‌داند و معتقد است به همان تعداد که معلم خوب وجود دارد، روش تدریس خوب هم پیدا می‌شود. با این حال، وی تأکید فراوانی به روش‌شناسی در آموزش معلمان داشت.

۴- به چهره‌ی شاگردان خود نگاه کنید تا متوجه انتظارهای آن‌ها بشوید. دشواری‌های آن‌ها را کشف کنید؛ توانایی این را داشته باشید که بتوانید خودتان را به جای آنان بگذارید.

کارل راجرز^{۱۵} که تأثیر غیرقابل انکاری در آموزش و پرورش انسان‌گرایانه داشته است، سه مفهوم «همدلی»، «اصالت»^{۱۶} و «احترام»^{۱۷} را ارائه داده است. در کنار تعریف اصالت و احترام، همدلی را توانایی معلم در فهم ادراکات دانش‌آموزان و انتقال این درک و فهم می‌داند. این مفهوم به معنای تلاش برای قرار گرفتن در موقعیت دانش‌آموز است. اگر معلم از دیدگاه دانش‌آموز آگاه نباشد، رشد دانش‌آموز به خطر می‌افتد (نقل شده در میلر^{۱۸}، ۱۹۸۳).

۵- به آگاهی خشک و عریان قناعت نکنید. بکوشید مهارت را که لازمه‌ی عقل و اندیشه است و عادت به کار منظم را در دانش‌آموزان تقویت و تکامل بخشید.

ژان ژاک روسو (۱۷۶۲) معتقد بود «با جوانان خشک و خالی حرف نزنید، دلیل و برهان برای آن‌ها نتراشید. اگر می‌خواهید آن‌ها را تحت تأثیر قرار دهید، دلیل و برهان خود را به‌صورت اعمال نشان دهید. دلیل و برهان خشک و خالی می‌تواند عقاید را نشان دهد، اما در عمل ما تأثیر ندارد، ممکن است نگرشی را برملا سازد اما آن‌چه را می‌خواهد بکند، تغییر نمی‌دهد» (ص ۴۵۳). روسو در ادامه اظهار می‌دارد که «مسائل عقلی را در قالب اندرزهای مشکل‌تعلیم می‌دهیم در حالی که تمام آن حرف است و با عمل توأم نیست. مسائل عقلی خالص، عملی را انجام نمی‌دهد بلکه قوه‌ی تفکر را باز می‌دارد و به‌ندرت می‌تواند کسی را تحریک کند و هرگز کار بزرگی انجام نداده است» (ص ۴۵۱). وی همچنین تأکید می‌کند درسی که باعث ناراحتی شود، مفید واقع نخواهد شد.

پولیا (۱۹۶۲) دانش را شامل دو بخش می‌داند، یکی بخش آگاهی (شامل دانش خالص و نظری) و دیگری مهارت‌ها و توانایی به کار گرفتن دانش نظری. وی مهارت در ریاضیات را توانایی حل مسئله

3. Muijs
4. Lester
5. Relation of Affects/ Beliefs to Problem Solving
6. Know- How

۷. برای اطلاع بیش‌تر درباره‌ی عقل سلیم می‌توانید به مقاله‌ی «ریاضیات و عقل سلیم» نوشته‌ی جفری هاوسون، ترجمه‌ی زهرا گویا، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۵۸، مراجعه کنید.

8. Flavell
9. Self- regulation
10. Socio-Cultural
11. Context- based
12. Social Influences
13. Problem Solving in Context
14. Situated Problem Solving
15. Carl Rogers
16. Genuineness
17. Regard
18. John P. Miller
19. Jerome Bruner
20. Scheffler
21. Action Research

منابع

۱. پولیا، ج. (۱۹۶۲). **خلاقیت ریاضی**. ترجمه‌ی پرویز شهریار (۱۳۸۲). تهران: انتشارات فاطمی، چاپ هفتم.
۲. رینولتز، د. و مویس، د. (؟؟) **آموزش مؤثر**. ترجمه‌ی محمدعلی بشارت و حمید شمسی‌پور، تهران: انتشارات رشد، چاپ اول.
۳. شونفیلد، اچ. (؟؟) پولیا، حل مسئله و آموزش. ترجمه‌ی سعید ذاکری، (۱۳۶۸). **مجله‌ی نشر ریاضی**، شماره‌ی ۲، صص ۱۵۰-۱۴۳.
۴. روسو، ژان ژاک. (؟؟) **امیل یا آموزش و پرورش**. ترجمه‌ی ع. صبحانی. (۱۳۴۸) تهران، فرخی، چاپ اول.
۵. شونفیلد، اچ. (۱۹۹۴). فراشناخت و ریاضیات، ترجمه‌ی فرهاد کریمی (۱۳۷۸). **مجله‌ی رشد آموزش ریاضی**. شماره‌ی ۵۵، بهار ۱۳۷۸، صص ۸-۴.
۶. میلر، جی. پی. **نظریه‌های برنامه‌ی درسی**. ترجمه‌ی محمود مهرمحمدی. (۱۳۸۶). تهران انتشارات سمت، چاپ چهارم.
۷. کریمی، یوسف. (۱۳۸۲). **روان‌شناسی تربیتی**. تهران، ارسباران، چاپ سوم.
8. Rodriguez, E. Bosch, M. and Gascon, J. A. (2008). Networking Method to Compare Theories Metacognition in Problem Solving Reformulated Within the Anthropological Theory of the Didactic, **ZDM Mathematicss Education**, 2008, 40, 287-301.
9. Shoenfeld, A.H. (1985). **Mathematical Problem Solving**. New York, Academic press.
10. Shoenfeld, A. H. (1987). What's All the Fuss About Metacognition?, In A. H. Schoenfeld (ed). **Cognitive Sience and Mathematics Education**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
11. Shoenfeld, A. H. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense Making in Mathematics, In D.A. Grouws (ed) **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan.

فقدان دانش‌های فراشناختی باعث می‌شود که فرد از راهبردهای ناکارآمد (درست اما کند یا فاقد کارایی) حل مسئله استفاده کند. بنابراین، لازم است که برای یادگیری مؤثرتر، فرآیندهای فراشناختی به صورت شفاف‌تری تبیین شوند و خودنظمی، به فرآیندی هوشیار تبدیل گردد

۱۰- با اشاره‌های خود، دانش‌آموزان را راهنمایی کنید ولی عقیده‌ی خود را به زور به آن‌ها تحمیل نکنید.

در دیدگاه اجتماعی آموزش و پرورش، نقش معلم انتقال ارزش‌های دموکراتیک است به گونه‌ای که موجب عقلانیت بیش‌تر در دانش‌آموزان شود (میلر، ۱۹۸۳). شفلر^{۲۰} (۱۹۶۰) بیان می‌کند که «آموزش واقعیت‌ها به دانش‌آموز فقط به این معنی نیست که او را وادار کنیم حرف ما را باور کند. .. تدریس اقتضا می‌کند که در جهت ایجاد باوری تلاش کنیم که متکی به دلایل مورد نظر، اما در چهارچوب فهم و ظرفیت دانش‌آموز است» (نقل شده در میلر، ۱۹۸۳).

در موارد توصیه شده توسط دیگران نیز رویکردهای جدید آموزش حل مسئله را که پولیا بر آن‌ها تأکید داشت، می‌توان مشاهده کرد. به‌طور مثال، موارد ۱، ۴ و ۱۰ به عوامل اجتماعی- فرهنگی و موارد ۶ و ۸ به عوامل زمینه- محور مرتبط‌اند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

پولیا ریاضی‌دانی بود که براساس تجارب شخصی و با نگاهی واقع‌گرایانه نسبت به آموزش ریاضیات گام برداشت و در این مسیر، خدمات مهمی عرضه کرد. ده دستورالعمل وی برای معلمان و دیگر آثار او نیز، این موضع را نشان می‌دهد و هر جا که لازم بوده است مثال‌های عینی ارائه داده است. با توجه به رویکردهای اجتماعی- فرهنگی به موضوع آموزش حل مسئله، به‌نظر می‌رسد توجه به تجارب معلمان در زمینه‌ها و فرهنگ‌های مختلف و نتایجی که از داخل کلاس‌های درس به دست می‌آورند، می‌تواند در حل مسئله مؤثر باشد. تجربه‌ی آموزشی و پژوهشی نویسنده نشان می‌دهد که توجه به تحقیق عمل^{۲۱} به‌عنوان بستری مناسب برای کسب نتایج عینی‌تر، ضروری می‌باشد.

پی‌نوشت

1. Polya's Problem
2. Reynolds

چشم‌اندازهای فلسفی در آموزش ریاضی و تأثیر آن بر یادگیری ریاضی

محسن یزدان‌فر، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و مدرس تاریخ و فلسفه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی شیراز
محمدرضا فدائی، استادیار آموزش ریاضی بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

در این مقاله، دو چشم‌انداز فلسفی عمده در آموزش ریاضی یعنی چشم‌اندازهای مطلق‌گرایی و جایز‌الخطاگرایی را معرفی کرده و به بیان دیدگاه‌های هر یک در مورد ماهیت دانش ریاضیات می‌پردازیم. در ادامه، نشان می‌دهیم که هر یک از فلسفه‌های ریاضی می‌تواند در درون یکی از این چشم‌اندازها قرار گیرد. همچنین به برداشت‌های این دو دیدگاه از آموزش ریاضیات مدرسه‌ای اشاره‌ای خواهیم داشت.

کلیدواژه‌ها: فلسفه، مطلق‌گرایی^۱، جایز‌الخطاگرایی^۲

را دشوار و مطلق تلقی می‌کنند و درست به همین دلیل به آن علاقه دارند و برخی هم به‌همین دلایل، از آن روی گردانند. به گفته‌ی غلام آزاد (۱۳۸۶)، مطالعات تاریخی نشان داده است که چگونگی در نظر گرفتن ریاضی توسط جامعه‌ی ریاضی، تأثیر عمیقی بر برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای داشته است و در نتیجه، بررسی چپستی ریاضی و تجزیه و تحلیل فلسفی آن را می‌توان به‌عنوان پیش نیاز طراحی یا توسعه‌ی برنامه‌ی درسی ریاضی در نظر گرفت. به‌همین دلیل، غلام آزاد (۱۳۸۶) «بررسی نقش/ تأثیر دیدگاه‌های فلسفی در تحقیقات آموزش ریاضی و برنامه درسی ریاضی» را یکی از موضوعات مطالعاتی در آموزش ریاضی ایران می‌داند (ص ۲۹). از نظر زیبا کلام (۱۳۷۹) هم «برای یک معلم، دانستن فلسفه‌ی آموزش و پرورش و شناخت مکاتب مختلف فلسفی، اصلی‌ترین کار است و تحقق آن در دوره‌ی تربیت معلم در کنار کسب دانش مربوط به تاریخ علم، عملی است» (ص ۳۲). همچنین، فدائی (۱۳۷۷) در بحثی پیرامون تألیف کتب درسی ریاضی، با بر شمردن ۱۳ نکته‌ی اساسی، بی‌آن‌که بر جامع و مانع بودن آن‌ها اصرار بورزد، بر این امر تأکید می‌کند که دیدگاه فلسفی یاددهی و یادگیری ریاضی، بر تمام عوامل مؤثر بر تألیف کتب درسی نیز ریاضی تأثیرگذار است. هیگنسون (۱۹۸۰: نقل شده از گویا، ۱۳۷۶) در معرفی مدلی

همواره در کلاس‌های ریاضی، با طرز تلقی‌های متفاوتی از ریاضی مواجه شده‌ایم که کم و بیش، به جامعه سرایت کرده است. بعضی‌ها از ریاضیات خاطره‌ی چندان خوشی ندارند و خود را در آن ناتوان می‌یابند. گروهی خود را از ریاضیات گریزان نشان می‌دهند و سعی می‌کنند سراغ رشته‌هایی بروند که کمتر با ریاضیات سر و کار داشته باشد. بسیاری از والدین برای موفقیت فرزندان خود در ریاضیات، اهمیت بیش‌تری نسبت به سایر دروس قائل می‌شوند و این را در صحبت‌ها و تشویق‌های خود نشان می‌دهند. بعضی، ریاضیات

برای تعیین آموزش ریاضی به نام MAPS، عنصر فلسفه را که با حرف A نمایش داده شده است، یکی از حوزه‌هایی می‌داند که در نظر گرفتن معرفت موجود در آن، یکی از شرایط لازم در به‌دست آوردن تصویری مناسب از آموزش ریاضی است. وجوه دیگر این مدل شامل ریاضی، روان‌شناسی و جامعه‌شناسی است. زیبا کلام (۱۳۷۹) هم در بحث خود از «دانش و برنامه‌ی درسی»، این سؤال را مطرح می‌کند که «ماهیت دانش چیست و براساس چه معیاری برنامه‌ریزان از خرمن دانش خوشه‌چینی می‌کنند؟» (ص ۳۰). وی در ادامه‌ی بحث خود، مشکل اساسی و عمیق گروه برنامه‌ریزان درسی

اهداف آموزش ریاضی، نقش معلم و دانش‌آموز و ریاضی در اجتماع و ارزش‌های مربوط به گروه‌های اجتماعی درگیر فعالیت‌های آموزش ریاضی، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی مورد بررسی قرار می‌گیرد

را فقدان فیلسوف آموزش و پرورش در این گروه‌ها می‌داند. او هدف از بحث خود را این نمی‌داند که طرح برنامه‌ی درسی فقط باید به فیلسوفان واگذار شود، بلکه از نظر وی، جامعه‌شناسان، روان‌شناسان و مورخان و متخصصان موضوعی نیز باید در طراحی برنامه‌های درسی موضوعی شرکت کنند.

مورتون، فلسفه را «همانا اندیشیدن درباره‌ی اندیشیدن» می‌داند. (ص ۲۴). این تعبیر، به درک ویتگنشتاین^۲ از فلسفه بسیار نزدیک است، چه از نظر او «هدف فلسفه، روشن‌سازی منطقی اندیشه‌هاست و گویی بدون فلسفه، اندیشه‌ها تار و نامتمایزند؛ و این فلسفه است که باید آن‌ها را روشن و متمایز سازد» ([۷]، ص ۴۹).

وظیفه‌ی اصلی فلسفه‌ی ریاضی نیز که یکی از شاخه‌های ریاضی است، روشن کردن ماهیت ریاضیات است. دیویس و هرش (۱۹۸۰) بیان می‌کنند «هرگاه کار روزانه‌ی شما ریاضی باشد، به نظراتان طبیعی‌ترین کار در دنیا را تجربه می‌کنید. اما اگر لحظه‌ای کارتان را متوقف کنید و ببینید که مشغول چه کاری بودید و این کارها چه معنایی داشت، ریاضیات را یکی از اسرارآمیزترین کارها خواهید یافت.» تجربه‌ی دیویس و هرش در تلفیق با تعبیر مورتون از فلسفه می‌تواند در روشن‌گری فلسفه‌ی ریاضیات مفید واقع شود. فلسفه‌های ریاضی از قبیل افلاطون‌گرایی^۴، منطق‌گرایی^۵، شهودگرایی^۶، صورت‌گرایی^۷، و غیره و به‌طور کلی، بحث درباره‌ی

ماهیت اشیای ریاضی، از موضوعات مطرح در فلسفه‌ی ریاضیات است که تأثیر جدی بر آموزش آن می‌گذارد.

در واقع، آموزش ریاضی نیز مبانی فلسفی دارد که متوجه اهداف و عقلانیت نهفته در فعالیت‌های آموزش ریاضی است. به اعتقاد ارنست (۲۰۰۴)، با در نظر گرفتن این معنا، اهداف آموزش ریاضی، نقش معلم و دانش‌آموز و ریاضی در اجتماع و ارزش‌های مربوط به گروه‌های اجتماعی درگیر فعالیت‌های آموزش ریاضی، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

آنچه که اخیراً در ایالات متحده آن را «جنگ‌های علمی»^۸ می‌خوانند درباره دیدگاه‌های فلسفی علم و ریاضیات به‌وجود آمده است. در حالی که درگیری‌های اولیه بین واقع‌گرایان^۹ و ساخت و سازگرایان اجتماعی^{۱۰} به‌منظور توجیه ماهیت علم ایجاد شده بود و بعد، بحث‌هایشان به دامنه‌ی ریاضیات نیز کشیده شد. از یک طرف بنیادگرایان^{۱۱} و مطلق‌گرایان ادعا می‌کنند که ریاضیات قطعی و فزاینده است و به‌وسیله‌ی مطلوبیت‌های اجتماعی و الگوهای معمولی رشد تاریخی لمس نمی‌شود و از طرف دیگر، جایز‌الخطاگراها، انسان‌گراها^{۱۲}، نسبی‌گراها^{۱۳} و ساخت و سازگرایان اجتماعی ادعا می‌کنند که ریاضیات از هر حیث اجتماعی و تاریخی است و محدودیت‌های فرهنگی در مورد ادعاهای قطعیت، جهان شمول بودن و مطلق بودن آن وجود دارد (ارنست، ۱۹۸۹). به‌طور کلی طرز تلقی‌ها از ریاضیات در دو چشم‌انداز عمده قرار می‌گیرند که هر یک را به‌طور مختصر توضیح می‌دهیم.

چشم‌انداز مطلق‌گرایی: به گفته‌ی ارنست (۲۰۰۴)، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی، چشم‌اندازی وجود دارد که مطلق‌گرایی نامیده می‌شود. مطلق‌گراها، ریاضیات را به صورت یک بدنه‌ی خارجی مطلق، یقینی و اصلاح‌ناپذیر یا غیر قابل تغییر از دانش می‌بینند که بر پایه‌ی استوار منطق استنتاجی^{۱۴} قرار گرفته است. وی در ادامه، توضیح می‌دهد که در بین نظریه‌های قرن بیستمی فلسفه‌ی ریاضیات، فلسفه‌های منطق‌گرایی، صورت‌گرایی و تا حدودی شهودگرایی در زمره‌ی مطلق‌گرایی قرار می‌گیرند. فلسفه‌های مطلق‌گرایی ریاضیات، فلسفه‌ها توصیفی نیستند و با یک معرفت‌شناسی نظام‌های سخت‌گیر در ارتباطند تا به‌طور مطلق، دانش ریاضی را تجویز کنند. براساس مطلق‌گرایی، دانش ریاضی بدون زمان است، هر چند ممکن است که نظریه‌ها و حقایق جدیدی پیدا شوند و ریاضیات را توسعه دهند. در این چشم‌انداز، ریاضی یک دانش منحصر به فرد است که به دلیل اعتبار جهانی‌اش، مفید است

و وابسته به ارزش‌ها و فرهنگ نیست. ارنست (۲۰۰۴) معتقد است که مطلق‌گرایی تصویری سخت، ثابت، منطقی، سرد، بی‌عاطفه، هدفمند، خالص، انتزاعی و فرااندیشه‌ای از ریاضیات پیشنهاد می‌کند. در نتیجه، جای شگفتی نیست که این تصویر به اجتماع و مدرسه هم راه یابد که اگر چنین باشد، فلسفه‌ی ریاضی حداقل به دلیل این تصویر منفی از ریاضی، شایسته‌ی سرزنش است. مثلاً، یک دیدگاه مطلق‌گرایانه در مدرسه ممکن است به این صورت شکل گیرد که مسئله‌های نامربوطی که شامل کاربرد روش‌های آموزش داده شده هستند به دانش‌آموز داده و به او تحمیل کنند که هر مسئله دارای یک پاسخ منحصر به فرد، ثابت و کاملاً درست است و در این فرآیند چنانچه دانش‌آموز به آن پاسخ منحصر به فرد نرسد، سرزنش شود. این همان برداشت مطلق‌گرایانه از ریاضیات می‌باشد ([۱۵]).

چشم‌انداز جایز الخطاگرایی: از نظر مورتون، جایز الخطاگرایی به‌طور کلی دیدگاهی است که در آن، تعبیرهای مختلف فلسفی ممکن است و حتی اگر بهترین دلایل را برای درستی دیدگاهی ابراز کنیم، امکان دارد که بعدها، به نادرست بودن یا ناقص بودن آن پی ببریم (ص ۵۸۰). چشم‌انداز جایز الخطاگرایی، ریاضیات را به‌صورت برآیندی از فرآیندهای اجتماعی می‌بیند و اصلاحات درون ریاضی را چه در مفاهیم و چه در اثبات، بدون پایان می‌داند. این دیدگاه، تاریخ ریاضی و کاربردها و موقعیتهای ریاضی را در فرهنگ انسانی که شامل موارد ارزشی و آموزشی نیز هست، دربرمی‌گیرد. از دیدگاه ارنست (۲۰۰۴)، چشم‌انداز جایز الخطاگرایی منکر نقش منطق و ساختار در ریاضیات نیست، بلکه منکر وجود سلسله مراتب محکم، دائمی، ثابت و منحصر به فرد در ریاضیات است. و در عوض، فلسفه‌ی جایز الخطاگرایی این دیدگاه را می‌پذیرد که ریاضیات از ساختارهای هم‌پوشان بسیاری ساخته شده است که مانند درختان یک جنگل رشد نموده‌اند، در هم تنیده‌اند و دوباره از نو رویده‌اند. جایز الخطاگرایی، ریاضیات را مطلق، انتزاعی و فرااندیشه‌ای ندانسته و آن‌را زائیده‌ی فعالیت‌های اجتماع، وقایع تاریخی و کاربردهای ریاضیات متقدم در مسائل متأخر می‌داند.

مطلق‌گرایی، جایز الخطاگرایی و تجربه‌ی ریاضی

یکی از بحث‌های مهم در فلسفه‌ی آموزش ریاضی، ارتباط بین فلسفه‌های ریاضی و تجربیات ریاضی است، یعنی رابطه‌ای قوی و گاهی پیچیده بین فلسفه و پداگوژی وجود دارد. اشتاینر (۱۹۸۷) بیان می‌کند که

معرفت‌شناسی‌ها، روش‌شناسی‌ها و فلسفه‌های ریاضی، به‌طور غیرصریح دربردارنده‌ی ایده‌ها، اصول و نظریه‌های مربوط به آموزش و یادگیری ریاضی است. وی بیان می‌کند که روش‌های تدریس ریاضی با فرضیات

● چشم‌انداز جایز الخطاگرایی منکر نقش منطق و ساختار در ریاضیات نیست، بلکه منکر وجود سلسله مراتب محکم، دائمی، ثابت و منحصر به فرد در ریاضیات است. و در عوض، فلسفه‌ی جایز الخطاگرایی این دیدگاه را می‌پذیرد که ریاضیات از ساختارهای هم‌پوشان بسیاری ساخته شده است که مانند درختان یک جنگل رشد نموده‌اند، در هم تنیده‌اند و دوباره از نو رویده‌اند

● فلسفه‌های مطلق‌گرایی ریاضیات، فلسفه‌ها توصیفی نیستند و با یک معرفت‌شناسی نظام‌های سخت‌گیر در ارتباطند تا به‌طور مطلق، دانش ریاضی را تجویز کنند. براساس مطلق‌گرایی، دانش ریاضی بدون زمان است، هر چند ممکن است که نظریه‌ها و حقایق جدیدی پیدا شوند و ریاضیات را توسعه دهند

درباره‌ی ماهیت ریاضیات همراه است. بدین سبب، بین دیدگاه فلسفی یک معلم در مورد ریاضیات و روش تدریس ریاضی او در کلاس درس، ارتباط معناداری وجود دارد. ارنست (۱۹۸۹) در بحث خود در این زمینه، برنامه‌های درس ریاضی را - چه از لحاظ روش تدریس و چه از لحاظ محتوای ریاضی- تحت تأثیر برداشت معلم یا برنامه‌ریز درسی از ماهیت ریاضیات می‌داند.

جمع‌بندی

دو چشم‌انداز فلسفی در مورد ریاضیات مدرسه شرح داده شدند، که هر یک از آن‌ها، تصویری از ریاضی مدرسه‌ای را منعکس می‌کند. تجربه‌های بعضی از دانش‌آموزان از سال‌های درس خواندن، تصویر مطلق‌گرایان را درباره‌ی ریاضی که در آن ریاضی سرد، مطلق و غیرعاطفی است تصدیق می‌کند و چنین تصویری می‌تواند با ترس یا اضطراب از ریاضی همراه باشد. اما اگر تاریخ و فلسفه‌ی ریاضی به محتوای ریاضی افزوده شود، می‌تواند به درک بهتر و کامل‌تری

5. Logicism
6. Intuitionism
7. Formalism
8. Science Wars
9. Realist
10. Social Constructivist
11. Foundationalists
12. Humanists
13. Relativists
14. Deductive Logic
15. Robitaille & Dirks

منابع

۱. برگرن، جی. ال. گوشه‌هایی از ریاضیات دوره اسلامی. ترجمه‌ی محمدقاسم وحیدی و علی‌رضا جمالی (۱۳۹۱). موسسه‌ی انتشارات فاطمی. چاپ دوم.
۲. زیبا کلام مفرد، ف. (۱۳۹۱). مبانی فلسفی آموزش و پرورش در ایران. انتشارات حقیقت، چاپ اول.
۳. غلام آزاد، س (۱۳۸۱). موضوعات مطالعاتی در آموزش ریاضی ایران. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره ۹۸. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۸۲ تا ۳۳.
۴. فدائی، م. (۱۳۹۱). نکاتی آشنا ولی قابل ذکر پیرامون کتب درسی ریاضی. گزارش کنفرانس آموزش ریاضی ایران. کرمان، اداره کل آموزش و پرورش استان کرمان. صص ۲۴۱-۵۳۱.
۵. فن، ک. ت، مفهوم فلسفه نزد ویتگنشتاین، ترجمه‌ی کامران قره‌گزلی، نشر مرکز، چاپ اول، ۱۳۹۱.
۶. گویا، ز (۱۳۹۱). آموزش ریاضی چیست؟، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره ۷۴. صص ۷-۴، دفتر برنامه‌ریزی و تالیف کتب درسی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۷. مورتون، آ. (؟) فلسفه در عمل. ترجمه‌ی فریبرز مجیدی (۱۳۸۱). انتشارات مازیار، چاپ دوم.
8. Davis, P. J. and Hersh, R. (1980). **The Mathematical Experience**. Boston, Birikhauser.
9. Ernest, P. (1989). The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. In Ernest, paul (Ed). **Mathematics Teaching: The State of the Art**, London, Falmer Press 249-254.
10. Ernest, P. (2004). What is the Philosophy of Mathematics Education? **Philosophy of Mathematics Education Journal**. 18. 1-15.
11. Steiner, H. G., Philosophical and Epistemological Aspect of Mathematics and Their Interaction with theroy and Practice in Mathematics Education: **For The Learning of Mathematics**. Vol. 7, No. 1 (1987), 7-13.

از آن کمک کند و به بسیاری از چراهای فلسفی و تاریخی شکل گرفته در ذهن دانش‌آموزان پاسخ دهد. مثلاً، دانش‌آموز امروزی ممکن است با مطالعه‌ی مبحث اعداد صحیح، به این برداشت نادرست از اعداد منفی برسد که اعداد مزبور، همیشه و هم‌زمان با اعداد مثبت وجود داشته‌اند؛ در حالی که تاریخ خلاف آن را نشان می‌دهد. برگرن بیان می‌کند که «شاید دانش‌آموزانی که با قانون علامت‌ها دست و پنجه نرم می‌کنند، وقتی بدانند که در دورانی از گذشته کشف این قوانین به بهای نبوغ بهترین ریاضی‌دانان تمام شده است، آرامش پیدا کنند» (ص ۱۲۹). این مثال مانند آن است که از دانش‌آموز خواسته شود تا معادله‌ای مانند $11 = 2x - 1$ را حل کند و او به دلیل منفی بودن جواب، تصور می‌کند آن را اشتباه

هرگاه کار روزانه‌ی شما ریاضی باشد، به نظرتان طبیعی‌ترین کار در دنیا را تجربه می‌کنید. اما اگر لحظه‌ای کارتان را متوقف کنید و ببیندیشید که مشغول چه کاری بودید و این کارها چه معنایی داشت، ریاضیات را یکی از اسرارآمیزترین کارها خواهید یافت

حل کرده است؛ بدون این که به او این آگاهی تاریخی داده شود که ریاضی‌دانان، قرن‌های متمادی جواب معادله‌ها را در اعداد مثبت جستجو می‌کردند و اعداد منفی از نظر آنان پنهان بودند. در نتیجه، حضور فیلسوف و تاریخ‌شناس ریاضی در تدوین برنامه‌های درسی ریاضی توجیه‌پذیر است. علاوه بر این، ریاضی‌دان سلسله مراتب معرفی مباحث ریاضی را می‌داند، روان‌شناس آموزش ریاضی نظر می‌دهد که آیا دانش‌آموز ظرفیت ادراکی برای فهم آن مباحث را دارد یا خیر و بالاخره آموزشگر ریاضی بحث می‌کند که با چه دیدگاهی و با چه هدفی برنامه‌ی درسی طراحی شود.

پی‌نوشت

1. Absolutism
2. Fallibilism
3. Wittgenstein
4. Platonism

تحقیق عمل

جمع‌آوری داده‌ها و اعتبار بخشی به آن‌ها (سلسله مقالاتی درباره‌ی تحقیق عمل)

● سپیده چمن آرا، معلم ریاضی راهنمایی، منطقه‌ی ۲ تهران
دانشجوی دکترای ریاضی با گرایش آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و تحلیل آن‌ها در تحقیق عمل

در بخش نخست اشاره شد که داده‌های یک تحقیق عمل، هم می‌تواند داده‌های کیفی باشد و هم داده‌های کمی. از این‌رو برای جمع‌آوری داده‌های مورد نظر در تحقیق عمل، روش‌های متنوعی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: مشاهده، مصاحبه، شواهد اسنادی، پرسش‌نامه، گروه‌سنجی، روایت‌نویسی^۱ و دفترچه‌ی یادداشت روزانه (که به ژورنال^۲ نویسی نیز شهرت دارد). پیش از این گفتیم که بازتاب، مهم‌ترین مرحله در تحقیق عمل و وجه تمایز آن با سایر تحقیق‌های علمی است. به اعتقاد هابسون (نقل شده در گال، بورگ و گال، ص ۱۲۸۰)؛ قلب بازتاب، روایت‌نویسی است و یکی از مهم‌ترین ابزارهای روایت‌نویسی، دفترچه‌ی یادداشت روزانه‌ی معلم است که مشاهدات خود را در آن ثبت و ضبط می‌کند.

هابسون در این خصوص می‌گوید: «حکایت‌های ما شامل بصیرت‌هایمان، جستجوهایمان که برای دریافت معنا انجام می‌دهیم و ارتباط‌هایی است که در دنیا می‌بینیم. نگاه به شرح‌حال‌هایی که از خودمان نوشته‌ایم و مرور تجاربمان درباره‌ی باعدالتی، قدرت و اقتدار در مدارس، این فرصت را به ما می‌دهد که بر آگاهی خود

چکیده

مقاله‌ی حاضر، سومین بخش از سلسله مقالاتی است که جهت آشنایی خوانندگان با اصول و مبانی تحقیق عمل، نوشته شده است. در دو بخش پیشین، تحقیق عمل را در مقایسه با سایر روش‌های تحقیق معرفی کردیم و دلایل و ضرورت‌های پیدایش آن را شرح دادیم. علاوه بر آن، با ویژگی‌ها و الزامات آن آشنا شدیم و مراحل چرخه‌ی تحقیق عمل را بررسی کردیم و نظرات صاحب نظران را در مورد اهداف و کاربردهای آن مرور کرده و با هم مقایسه نمودیم. در این بخش، وارد موضوعات عملی شده و ضمن معرفی روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و تحلیل آن‌ها در تحقیق عمل، به مهم‌ترین دغدغه‌ی محققان این نوع تحقیق، یعنی اعتبار بخشی به داده‌ها و در نهایت اعتبار بخشی به نتایج حاصل از این نوع تحقیق خواهیم پرداخت.

کلیدواژه‌ها: پژوهش (تحقیق)، تحقیق عمل (اقدام پژوهی، تحقیق در عمل)، معلم - محقق (معلم پژوهنده).

بیفزاییم و گامی فراتر نهیم تا موقعیت‌هایی را که دانش‌آموزان امروز در آن شاهد بی‌عدالتی هستند، تغییر دهیم.»

به اعتقاد گال، بورگ و گال؛ «تأمل و تعمق [بازتاب]‌هایی که در خلال روایت‌نویسی و تهیه‌ی دفترچه‌ی یادداشت روزانه رخ

هدف از بحث درباره‌ی کیفیت و روایی اقدام پژوهی، به‌دست آوردن یک معیار «کامل‌درست» نیست، بلکه گسترش یک گفتگوی سازنده درباره‌ی «روش مناسب انجام دادن» یک کار با ارزش است. زیرا هیچ طرح اقدام پژوهی در پاسخ به همه‌ی سؤالات نمی‌تواند «به‌طور کامل» موفق باشد

می‌دهد، در سراسر فرآیند پژوهش به اقدام پژوهان کمک می‌کند تا مشکلات مربوط به عملکردی را که شایسته‌ی توجه نظام‌مند از طریق اقدام پژوهی است، تعیین کنند. علاوه بر آن، کمک می‌کند تا مسائل یا تصورات [مفروضات] موجود در عقایدشان درباره‌ی تدریس و یادگیری را برجسته سازند و تفسیرهای شخصی مناسب درباره‌ی داده‌هایی که گردآوری می‌کنند، ارائه دهند.» ([۱]، صص ۱۲۸۰ و ۱۲۸۱)^۳

با توجه به ماهیت چرخه‌ای بودن تحقیق و تکرار مراحل آن در زمان‌های متفاوت، داده‌های تحقیق عمل درواقع دو نوع هستند:

۱- داده‌هایی که از وضع موجود جمع‌آوری می‌شوند؛

۲- داده‌هایی که پس از اصلاحات جمع‌آوری می‌شوند.

به گفته‌ی کبیری (۱۳۸۳)، «زمانی که صحبت از تحلیل داده‌ها به میان می‌آید، فهرست بزرگی از انواع تحلیل‌های آماری به ذهن می‌رسد. ولی طبیعت روش‌های کیفی به‌طور کلی و اقدام پژوهی به‌طور خاص، باعث می‌شود که تحلیل‌های پیشرفته در این روش به‌کار نیاید.» وی، برای استفاده نکردن از روش‌های پیشرفته‌ی آماری در تحلیل داده‌های تحقیق کیفی، دو دلیل برمی‌شمارد: «اول به لحاظ آن‌که در اقدام پژوهی، از روش‌های کیفی مانند مشاهده و مصاحبه برای گردآوری داده‌ها استفاده می‌شود، طبیعت داده‌های جمع‌آوری شده اقتضا می‌کند که تحلیل داده‌ها در حد شمارش فراوانی باقی بماند. لذا معمول‌ترین شیوه برای تحلیل این‌گونه داده‌ها، استفاده از فراوانی و درصد است. به‌عبارت دیگر، ماهیت داده‌ها، مانع استفاده

از روش‌های پیشرفته‌ی آماری می‌شود. دوم آن‌که اساساً در اقدام پژوهی، به‌خاطر ویژگی‌های خاص آن در زمینه‌ی عدم تعمیم‌پذیری اطلاعات، روش‌های تحلیلی استنباطی، غیرقابل استفاده هستند» ([۲]، ص ۲۱۹). بنابراین در تحلیل داده‌های تحقیق عمل، استفاده از روش‌های آماری توصیفی و روش‌های نمایشی مانند نمودارها، مفیدتر است.

اعتبار بخشی به داده‌های جمع‌آوری شده

یکی از موضوعات مهم در تحقیق عمل، اعتبار بخشی داده‌هایی است که از طرق مختلف جمع‌آوری شده‌اند و نتایجی که از تحلیل آن‌ها به‌دست آمده است. کبیری (۱۳۸۳)؛ به نقل از کوال، ۱۹۸۸ نقل شده در پاورتون (۱۹۸۲) چهار راهبرد زیر را برای اعتبار بخشی نتایج پیشنهاد می‌کند:

۱- **توضیحات متناقض^۴**: در این روش، محقق روش‌های متناظر دیگری را برای تحلیل داده‌ها دنبال می‌کند که احتمال می‌دهد به نتایج متفاوتی بینجامد. اگر با سازمان دادن روش‌های دیگر به این نتیجه رسید که تحلیل اولیه بهترین تحلیل است، می‌توان به‌درستی آن اطمینان حاصل کرد.

۲- **مثث سازی^۵ با تطبیق داده‌های کمی و کیفی؛**

۳- **مثث سازی با مقایسه‌ی منابع چندگانه داده‌ها؛**

۴- **مثث سازی دیدگاه‌های چندگانه از مشاهده‌گران-** به‌منظور کم کردن سوگیری داده‌ها- ([۲]، صص ۲۲۰ و ۲۲۱). مثث سازی از لحاظ مفهومی به معنای استفاده از چند منبع داده‌ها (حداقل سه منبع) به‌منظور حصول نتیجه‌ای دقیق‌تر و معتبرتر است و درواقع کوال آن‌را در **روش‌های تحلیل، انواع داده‌ها، منابع داده‌ها و نوع دیدگاه‌ها** توصیه می‌کند که تا حد امکان، سوگیری در جمع‌آوری یا تحلیل داده‌ها یا خود داده‌ها کم‌تر شود.

دغدغه‌ی اعتبار و روایی تحقیق عمل

یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های افرادی که با روش‌های کیفی تحقیق می‌کنند، به ویژه کسانی که تحقیق عمل انجام می‌دهند، مشروعیت تحقیق آن‌ها و پاسخ به این سؤال است که «آیا کار آن‌ها به‌خوبی انجام شده است یا خیر؟»

به گفته‌ی نویدی (۱۳۸۳)، «برای پاسخ دادن به چنین سؤالی، لازم است پنج جنبه‌ی جهان‌بینی مشارکتی (یعنی برقراری و ارتقای روابط با دیگران، پیامدهای عملی، پذیرش و استفاده از کثرت‌گرایی برای کسب دانش، درگیر شدن در یک کار معنادار و پایداری

پیامدها) را با هم ترکیب کنیم» ([۲]، ص ۱۸۴).

وی، به نقل از ریزن و بردبوری (۲۰۰۱) یادآوری می‌کند که «حتی امکان داشتن استانداردها و معیارهای روایی در عصر بعد از پسامدرن^۶ که دوره‌ی کم رنگ شدن مشروعیت رویکرد اثبات‌گرایی^۷ است، مورد تردید قرار گرفته است.» او بلافاصله ابراز می‌دارد که «با وجود این، بحث درباره‌ی روایی از این نظر که به یک گفت‌وگو پیشرفته و معنادار دامن می‌زند، می‌تواند مفید واقع شود. . . هدف از بحث درباره‌ی کیفیت و روایی اقدام پژوهی، به‌دست آوردن یک معیار «کاملاً درست» نیست، بلکه گسترش یک گفت‌وگوی سازنده درباره‌ی «روش مناسب انجام دادن» یک کار با ارزش است. زیرا هیچ طرح اقدام پژوهی در پاسخ به همه‌ی سؤالات نمی‌تواند «به‌طور کامل» موفق باشد» (همان، ص ۱۸۵).

بسیاری از صاحب‌نظران مانند کوال (۱۹۸۹)، الکوت (۱۹۹۰) و شوانت (۱۹۹۶) (نقل شده در نویدی (۱۳۸۳) به نقل از ریزن و بردبوری (۲۰۰۰)، اعتقاد دارند بحث درباره‌ی روایی در فعالیتهای تحقیق عمل چندان ضروری نیست و حتی می‌تواند مشکل‌آفرین باشد، زیرا بیم آن می‌رود که اقدام پژوهان را در چنگ معیارهای خشک اثبات‌گرایی گرفتار سازد (همان، ص ۱۸۵).

بنابراین، بررسی مشروعیت یک تحقیق عمل و اعتبار آن، باید در فضای فکری و براساس همان فلسفه‌ای باشد که تحقیق عمل بر آن استوار شده است؛ در غیر این صورت، این تحقیق را از هدف‌های اصلی و ویژگی‌های آن دور خواهد کرد.

گال، بورگ و گال نیز در این خصوص ابراز می‌دارند که «در راستای معرفت‌شناسی تفسیری^۸ که زیر بنای بیش‌تر پژوهش‌های اقدام پژوهی است. مفهوم اعتبار^۹ در ارتباط با اقدام پژوهی، با مقبولیت^{۱۰} و قابل اعتماد بودن^{۱۱} مطابقت خواهد داشت. این نگاه به اعتبار، خصیصه‌های بسیاری از سنت‌های پژوهش کیفی است.» پس از آن، ایشان پنج معیار برای اعتبار را که توسط گری اندرسن و کاترین هر ارائه شده است و می‌تواند برای ارزیابی میزان مقبولیت و قابل اعتماد بودن پژوهش‌های تحقیق عمل، مورد استفاده قرار گیرد، معرفی می‌کنند:

- ۱- اعتبار بازده: نشان می‌دهد اقدام انجام شده تا چه اندازه مسئله‌ای را که موجب تحقیق عمل شده، حل کرده است؛
- ۲- اعتبار فرآیند: شامل بررسی کفایت فرآیندهایی است که در مراحل مختلف پروژه‌ی تحقیق عمل مورد استفاده قرار می‌گیرند؛

- ۳- اعتبار دموکراتیک: اشاره می‌کند که پروژه‌های تحقیق عمل به چه میزان با مشارکت گروه‌هایی که در مسئله‌ی مورد تحقیق سهیم هستند، انجام می‌شود و دیدگاه‌های چندگانه و منافع مادی آن‌ها به چه میزان مورد توجه قرار گرفته است؛
 - ۴- اعتبار تسهیل‌کننده: متضمن این بررسی است که پروژه‌ی تحقیق عمل تا چه میزان بر مشارکت‌کنندگان تأکید می‌کند و جهت‌دهی آن‌ها را تغییر می‌دهد و آن‌ها را تقویت می‌کند تا آماده‌ی تغییر نگرش خود درخصوص عملکردشان باشند؛
 - ۵- اعتبار گفت‌وویی: نشان‌دهنده‌ی ارزش گفت‌وگو با همکاران درباره‌ی شکل‌دهی و بررسی یافته‌ها و تفسیرهای تحقیق عمل است.
- در واقع با پاسخ به پرسش‌های زیر می‌توان کیفیت تحقیق عمل

از آن‌جا که معلمان در هر نظام آموزشی، نقش اصلی را برعهده دارند، به‌عنوان پژوهش‌گران بالقوه برای مشخص کردن موقعیت‌های نامعین در رابطه با فعالیت‌هایشان می‌توانند روش علمی را به‌کار برده و با استفاده از تحقیق عمل، فعالیت‌های خود را بهبود بخشند. این امر کمک می‌کند تا معلمان نقش مؤثری در شناخت مسائل آموزشی به‌ویژه فرآیند یاددهی - یادگیری داشته باشند

را براساس اصول جهان‌بینی مشارکتی ارزیابی کرد:

- ۱- آیا تحقیق عمل در شکل‌گیری و توسعه‌ی روابط اجتماعی و مشارکت جمعی موفق بوده است؟ (اصل مشارکت)
- ۲- آیا برنامه‌ریزی و فرآیند تحقیق عمل، به‌وسیله‌ای علایق و دغدغه‌های مربوط، به وسیله‌ی علایق و دغدغه‌های مربوط به پیامدهای عملی مدیریت شده است؟ (اصل کاربردی بودن)
- ۳- آیا در تحقیق عمل، از همه‌ی راه‌های ممکن برای کسب دانش استفاده شده است؟ (اصل کثرت‌گرایی)
- ۴- آیا تحقیق عمل به انسجام فکری اعضای شرکت‌کننده منجر شده است؟
- ۵- آیا تحقیق عمل راه‌هایی فراتر از عقل نظری برای کسب دانش فراهم کرده است؟
- ۶- آیا تحقیق عمل از روی آگاهی به‌عنوان رویکردی مناسب برای

قلب بازتاب، روایت‌نویسی است و یکی از
مهم‌ترین ابزارهای روایت‌نویسی، دفترچه‌ی
یادداشت روزانه‌ی معلم است که مشاهدات خود را
در آن ثبت و ضبط می‌کند

سخن آخر

مطالب این بخش را با چند نقل قول که یادآور نقش تحقیق
عمل در تغییرات آموزشی و اهداف آن است، خاتمه می‌دهیم:
سرمد و همکاران (۱۳۷۸) (نقل شده در (۱۳۸۳)) معتقدند: «از
آن‌جا که معلمان در هر نظام آموزشی، نقش اصلی را برعهده دارند،
به‌عنوان پژوهش‌گران بالقوه برای مشخص کردن موقعیت‌های
نامعین در رابطه با فعالیت‌هایشان می‌توانند روش علمی را به کار برده
و با استفاده از تحقیق عمل، فعالیت‌های خود را بهبود بخشند. این
امر کمک می‌کند تا معلمان نقش مؤثری در شناخت مسائل آموزشی
به‌ویژه فرآیند یاددهی-یادگیری داشته باشند.» ([۲]، ص).

و بالاخره

«در نهایت این معلمان هستند که دنیای مدرسه را از طریق
شناختن آن، تغییر خواهند داد» (لورنس استن هاوس، به نقل از
بورلی (۱۹۹۳)، نقل شده در رضائی (۱۳۸۳)، ص ۷۵).

پی‌نوشت

1. Narrativ
2. Journal

۳. پیش از این نیز یادآور شدیم که ستون «روایت معلمان» در مجله‌ی رشد آموزش ریاضی،
با هدف انعکاس بازتاب‌های معلمان بر تجارب و اقداماتشان باز شده است و امید داریم
اینک که در این سلسله مقالات، نقش و اهمیت بازتاب در حل مسائل علمی تدریس و
نقش آن در تحقیق عمل، به طور مبسوط‌تری شرح داده شده است، این ستون شاهد مطالب
غنی‌تر از جانب خوانندگان علاقه‌مند باشد.

4. Rival Explanations
5. Triangulation
6. Post Modernism
7. Positivism
8. Hermeneutic
9. Validity
10. Credibility
11. Trustworthiness

منابع

۱. گال، مردیت؛ بورگ، والتر؛ گال، جویس (۱۳۸۶). **روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی** (جلد دوم)، ترجمه‌ی گروه مترجمان (به اهتمام دکتر احمدرضا نصر)، مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).
۲. گروه نویسندگان (۱۳۸۳) (برنامه‌ریزی، تدوین و تولید رضا ساکی). **اقدام پژوهی: راهنبردی برای بهبود آموزش و تدریس (اصول، نظریه‌ها و چارچوب عملی)**، چاپ سوم، انتشارات پژوهشکده‌ی تعلیم و تربیت، وزارت آموزش و پرورش.

انجام پژوهش مورد نظر انتخاب شده است؟

۷- آیا تحقیق عمل برای افراد شرکت‌کننده به‌عنوان یک کار
معنادار تلقی شده است؟

۸- آیا تحقیق عمل به پایدار و فراگیر شدن اصلاحات به‌وجود آمده
کمک کرده است؟

به گفته‌ی نویدی (۱۳۸۳)، در صورتی که پاسخ به پرسش‌های
فوق، مثبت باشد و در هر مورد شواهد کافی ارائه شود، می‌توان
نتیجه گرفت که تحقیق عمل موفقیت‌آمیز بوده است و دانش حاصل
از آن از اعتبار کافی برخوردار است. البته باید توجه داشت که
ارزیابی تحقیق عمل، به‌صورت جمعی، با مشارکت افراد یا گروه‌های
ذی‌ربط انجام می‌شود. اقدام پروژه باید شواهدی دال بر پیشرفت کار
ارائه کند. ولی تا وقتی دیگران با ادعای او موافق نباشند، نمی‌توان
پژوهش را معتبر دانست ([۲]، صص ۱۹۴، ۱۹۵).

مک نیف و همکاران (نقل شده در نویدی (۱۳۸۳)) گروه‌های
ارزیابی‌کننده‌ی تحقیق عمل را چنین معرفی می‌کنند:

۱- خود فرد محقق؛

۲- همکاران؛

۳- فرادستان؛

۴- مراجعان؛

۵- جامعه‌ی علمی؛

۶- عامه‌ی مردم ([۲]، صص ۱۹۶-۱۹۷)

هر یک از گروه‌های فوق می‌توانند در بین داوران ارزیابی‌کننده‌ی
تحقیق عمل باشند. گروه داوری یک تحقیق عمل باید متشکل از
کسانی باشد که ضمن موافقت با پژوهش و آگاهی از مبانی نظری
و فلسفی این نوع پژوهش و معیارهای ارزیابی چنین پژوهشی،
بازخوردی انتقادی ارائه دهند. درواقع، نمی‌توان انتظار داشت که
همگان با نظرات ما به عنوان یک محقق تحقیق عمل، صددرصد
موافق باشند، لیکن انتظار داریم که از ادعاهای مستند و یافته‌های
پژوهشی ما مورد تأیید دیگران قرار گیرد و برای آن‌ها قابل قبول و
قابل اعتماد باشد.

داستان جبر

منافع و دام‌های شیء‌انگاری

آنا اسفارد و لیرا لینچوسکی

ترجمه: زهرا کامیاب

امیرحسین اصغری، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

مفهوم را با دشواری کسب کرده و به کار می‌برند. هر چند همه‌ی این‌ها تا حدودی مرتبط با موضوعی است که در حال حاضر مورد توجه ماست، اما اطلاعات سرراستی که برای فهم مسائل خاص رویکرد تابعی مورد نیاز است، به‌دست نمی‌دهد. در میان موضوعاتی که می‌تواند مورد توجه قرار گیرد، می‌توان به این‌ها اشاره کرد: توانایی دانش‌آموز برای تفکر در مورد فرمول‌های جبری برحسب توابع و آمادگی او برای به کار بردن این دیدگاه در زمان مناسب (بنابراین یک بار دیگر مسئله‌ای که با آن مواجهیم تغییرپذیری و انطباق‌پذیری تفکر جبری فرد است).

به دلایل مختلف، مواجه شدن با موضوع فعلی دشوارتر از موضوع قبلی است. یکی از این دلایل این است که، اهمیت یا حتی وجود نقطه‌ی عطفی که الان در مورد آن صحبت می‌کنیم، مبهم‌تر از قبلی است. حتی اگر تشخیص داده شود، دور از دست‌رس است. با وجودی که کاملاً روشن است، انتقال از دید عملیاتی به دید فرآیند-نتیجه را کجا باید جست‌وجو کنیم (زیرا این بخشی از گذر از جبر حسابی به نمادین است!)، اما نمی‌توان به سادگی لحظه‌ای از یادگیری را مشخص کرد که رویکرد تابع لازم است. بنابراین، تشخیص دادن رویکرد تابعی در میان رویکردهای دیگر در راه حل‌های دانش‌آموزان در مسائل استاندارد مدرسه‌ای، یقیناً یک موضوع بدیهی نیست. برنامه‌های درسی جدید مدارس، غالباً از ابتدا رویکرد تابعی را معرفی می‌کنند. بنابراین، در ظاهر صحبت کردن در مورد انتقال به این رویکرد معنی نمی‌دهد. به عنوان مثال، تصویری بدون جزئیات از یک نوع روش تدریس جبر ارائه می‌کنیم. در این جا فرض می‌شود دید ساختاری پیشرفته تقریباً با معرفی نمادهای جبری هم زمان است.

مطلب حاضر، سومین بخش از مقاله‌ی «داستان جبر؛ منافع و دام‌های شیء‌انگاری» است. در دو بخش قبلی، پس از معرفی جبر از دیدگاه نظریه‌ی شیء‌انگاری مفاهیم و استفاده از آن برای تجزیه و تحلیل‌های منطقی، هستی‌شناسی و تاریخی توسعه‌ی جبر؛ رشد تفکر جبری از دیدگان روان‌شناسی و به عنوان دنباله‌ای از انتقال‌های همواره رو به پیشرفت، از نگاه عملیاتی جبر ساختاری مورد بررسی قرار گرفت. تا این بخش از مقاله، انتقال از جبر عملیاتی محض به جبر ساختاری از یک مجهول بررسی شده است و در ادامه، توسعه‌ی این انتقال به جبر تابعی (از یک متغیر) در این قسمت مطرح می‌شود. در خاتمه، دشواری‌هایی که یادگیرندگان در این نقاط اتصال تجربه می‌کنند، با استفاده از داده‌های تجربی به‌دست آمده از دامنه‌ی وسیعی از منابع، شرح داده می‌شود.

کلیدواژه‌ها: جبر مدرسه‌ای، شیء‌انگاری مفاهیم، تفکر جبری.

۲.۲.۳ گام دوم: به سمت جبر تابعی. در ادبیات موضوع، گذر از جبر مقدار ثابت (از یک مجهول) به جبر تابعی (از یک متغیر)، به خوبی انتقال از رویکرد عملیاتی محض به رویکرد دوگانه‌ی فرایند-نتیجه مستند نشده است. در حقیقت، بیش‌تر آن‌چه در مورد مفهوم تابع نوشته شد، در مورد روشی است که این مفهوم رشد می‌یابد و این که بیش‌تر افراد این

عبارات جبری پیش از این که به عنوان بخشی از معادله یا نامعادله باشند، معرفی می شوند. کودک ۱۳-۱۲ ساله آموزش جبر را با مدل سازی موقعیت های مختلف «زندگی واقعی» و بیان روابط عددی با استفاده از فرمول های نمادین آغاز می کند. در این مرحله، هنوز از او خواسته نمی شود که هیچ مقداری را محاسبه کند و این کار فقط برای توصیف وضعیتی است که همه ی اعداد داده شده است. بنابراین، از همان ابتدا حروف به عنوان متغیرها به کار می روند نه مجهول ها. سپس معادلات و نامعادلات به تدریج معرفی می شوند. آن ها به عنوان دو مثال مختلف اما بسیار مرتبط از یک مفهوم ریاضی منفرد: فرمول گزاره ای^۱ (که از این به بعد به اختصار

رویدادهایی که در این مقاله مورد بحث قرار گرفتند، این سوءظن را ایجاد می کنند که برای برخی دانش آموزان فرمول های جبری، چیزی بیش از رشته ای از نمادها نیستند که معمولاً رویه های تعریف شده ی معینی برای آن ها به کار می رود. از منظر این دانش آموزان تنها منبع معنی بخشی به ساخت های نمادین، دست ورزی های صوری است

آن را با PF نشان می دهیم) هستند. این ساخت عمومی به عنوان «ترکیبی از نمادها (نام های اعداد، حروف، عملگرها، گزاره نماها و پرانتزها) تعریف می شود و زمانی که نام های اعداد جایگزین حروف شوند، تبدیل به یک گزاره می شود». ایده ی PF به زودی در کلاس هفتم معرفی می شود و سپس به طور هم زمان روی معادلات و نامعادلات کار می شود. هر PF مجموعه ی جوابی^۲ (به اختصار TS) دارد. مجموعه ی جواب، مجموعه ی همه ی جایگزینی هایی است که PF را تبدیل به یک گزاره ی درست می کنند. دو PF درست با مجموعه جواب یکسان، هم ارز نامیده می شوند. حل کردن یک معادله یا نامعادله به معنای پیدا کردن مجموعه جواب آن است. به عنوان نتیجه ی این رویکرد، حتی رویه های حل، در اصطلاحات نظریه ی مجموعه ها توصیف شده است: برای حل معادله ای مانند E، فرد باید ساده ترین PF ممکن را که با E هم ارز است، بیابد. گام های اولیه ای که باید برای تبدیل یک معادله به یک PF هم ارز انجام شوند، عملیات مقدماتی (مجاز) نامیده می شوند (در زبان ما، این ها فرایندهای ثانویه در جبر مدرسه ای هستند).

هر چند مفهوم تابع به طور رسمی بعداً ارائه خواهد شد (سال هشتم، گاهی حتی سال نهم)، شیوه ی تدریس بالا حاوی مثال خوبی از رویکرد

ساختاری- تابعی است: حرف به عنوان یک متغیر و یک عبارت جبری به عنوان تابعی از یک متغیر ارائه می شود و فرمول های گزاره ای به عنوان مقایسه هایی بین توابع تفسیر می شوند. به طور قابل ملاحظه ای، تأکید بیش تری بر بازنمایی های نموداری مجموعه های جواب می شود که در مورد معادله ای با دو متغیر X و Y، غالباً نمودار تابع $f(X)$ است. این شیوه ی ساختاری غیرقابل انعطاف مواجهه با موضوع، به علت ظرافت، ثبات و عمومیت ریاضی آن بسیار جذاب است. اما این موضوع تا حدودی مغایر با ترتیب شناخت شناسانه و تاریخی است که مفاهیم جبری را با هم مرتبط می کند، پس نمی توان مطمئن بود رویکرد تابعی بهترین جهت گیری برای آغاز باشد.

در یکی از مصاحبه هایی که در گروه ۲ (۱۵-۱۴ ساله ها، سال نهم) و گروه ۳ (۱۶-۱۵ ساله ها، سال دهم) انجام شد، هدف ما ارزیابی آشنایی دانش آموزان با رویکرد تابعی و توانایی آن ها در به کار بردن این رویکرد در زمینه های مختلف بود. در مکالمات اولیه با مصاحبه شونده ها تلاش کردیم نشان دهیم آن ها از «انقطاع آموزشی» گذشته اند و رویکرد مقدار ثابت را یاد گرفته اند. در حقیقت، دریافته ایم آن ها می توانند از عهده ی بسیاری از انواع معادلات و نامعادلات برآیند و جابجایی های لازم را برحسب عملیات در دو طرف یک فرمول گزاره ای توضیح دهند (به عنوان مثال، «در این جا ۲X را به دو طرف اضافه کردیم... این عمل مجاز است زیرا زمانی که آن را در دو طرف انجام می دهیم، دو عمل معادل هستند و دو طرف یکسان باقی می ماند»).

تکلیف اول این بود، تصمیم بگیریم رویکرد تابعی در کدام نوع مسائل لازم و یا حداقل مفیدتر از هر دیدگاه دیگری است. کتاب های درسی مختلفی را مورد بررسی قرار دادیم و سه مثال به عنوان نمونه مشخص کردیم: یک نامعادله ی درجه ی ۲، یک دستگاه معادلات با مجموعه جواب نامتناهی (معادلات تکین) و یک دستگاه با معادلات پارامتری. در زیر توضیح داده شده که چرا برای عمل کردن روی هر کدام از این مسائل، رویکرد تابعی لازم است.

پیش از ارائه ی توضیحات و یافته هایمان، به یک ملاحظه ی روش شناسی اشاره می کنیم. زمانی که سه پرسش را برای مصاحبه شونده مطرح می کردیم، به خوبی آگاه بودیم که او هنوز از تکنیک های پاسخ دادن به بعضی مسائل آگاه نیست (به عنوان مثال نامعادلات درجه ی ۲). این موضوع بیش تر مفید بود تا مضر. از آن جایی که می خواستیم روش های دانش آموزان را برای تفسیر ساخت های جبری تشخیص دهیم، باید از پنهان شدن ادراک دانش آموز در پس رفتار الگوریتمی ماشینی او که

بالاخص در حل مسائل استاندارد نمایش داده می‌شد، ممانعت می‌کردیم. فرض بر این بود که حتی مصاحبه‌شونده‌های کوچک‌تر هم همه‌ی اطلاعات لازم را برای انجام دادن تکالیف، حتی آن تکالیف‌هایی که هنوز در مدرسه تمرین نشده‌اند، دارند. پرسش فریبنده این بود که آیا دانش جبری آن‌ها به اندازه‌ی کافی تغییرپذیر و انطباق‌پذیر بود تا حداقل بتوانند مسائل را درک کنند. در گزارش کوتاهی از مصاحبه‌های بالینی که در ادامه می‌آید، سعی نداریم هیچ آماری ارائه کنیم یا تعمیمی بدهیم. ما خودمان را محدود به سه مطالعه‌ی موردی می‌کنیم که روشن‌کننده و کاملاً نوعی هستند. این حقیقت که معلمان ریاضی مصاحبه‌شونده‌ها را افرادی حساس، باهوش و موفق می‌دانستند، این سه رویداد را خیلی بااهمیت می‌سازد.

مسئله‌ی ۱: نامعادله‌ی درجه‌ی ۲

حل کنید: $x^2 + x + 1 > 0$

نامعادله‌ها یک سال پیش از ملاقاتمان با آلن (۱۵ ساله) به او معرفی شده بودند. او قبل از انجام مصاحبه در حل نامعادله‌های خطی متبحر شده بود. بنابراین به دلایلی که در بالا توضیح دادیم، ارائه‌ی این مسائل اطلاعات زیادی برایمان تدارک نمی‌دید. فرض می‌شد برای آلن نیز مانند بسیاری از دانش‌آموزان، یک نامعادله فقط حالت خاصی از یک فرمول گزاره‌ای باشد و تفاوت زیادی با یک معادله نداشته باشد. با این وجود، برای ما نوع قبلی PF دشوارتر به نظر می‌رسید و به وضوح نیاز به نگاه ساختاری پیشرفته‌تری داشت. معادلات ممکن است براساس رویکرد مقدار ثابت فهمیده و حل شوند، یعنی؛ یک حرف به‌عنوان یک عدد مجهول معین و هر طرف یک معادله به‌عنوان یک نتیجه‌ی واقعی از عملیات‌ها روی این عدد تلقی شود. در حالیکه برای یک نامعادله باید مقادیر فرمول تشکیل‌دهنده، برای مقادیر مختلف حرف، مورد آزمون قرار گیرد و مقایسه شود. بنابراین در نامعادله، حرف، نقش متغیر و عبارات تشکیل‌دهنده نقش توابعی از این متغیر را ایفا می‌کنند (بدیهی است که رویکردهای مقدماتی عملیاتی در این جا قابل استفاده نیست: برخلاف علامت تساوی، نماد «» را نمی‌توان به‌عنوان علامت «انجام دادن چیزی» تفسیر کرد). شاید مؤثرترین شیوه‌ی حل نامعادلات درجه‌ی ۲ مانند نمونه‌ای که ما انتخاب کردیم، توجه کردن به نمودار تابع (در نمونه‌ی ما: $x^2 + x + 1$) و انتخاب بخش‌هایی از محور x ‌ها است که در زیر نمودار قرار دارد. هر چند همه‌ی دانش‌آموزانی که ما با آن‌ها صحبت کردیم تجاربی در رسم سهمی‌ها داشتند، انتظارات ما از عملکرد آن‌ها خیلی بالا نبود. مطالعه‌ای که ایون^۳ (۱۹۸۸) در مورد معلمان ریاضی آینده انجام داد، نشان داده

بود که «ارتباط دادن جواب‌های معادلات به مقادیر متناظر تابع در یک نمایش نموداری» تکلیف دشواری است که بسیاری از یادگیرندگان از عهده‌ی آن برنمی‌آیند.

در حقیقت، حتی یکی از مصاحبه‌شونده‌های ما، از کوچک‌ترها یا بزرگ‌ترها، از رسم نمودار کمک نگرفت. هم‌چنین، حتی یکی از آن‌ها نامعادله را حل نکرد. مکالمه زیر بین آلن و مصاحبه‌کننده، کاملاً نوعی است.

- (۱) م: [اشاره به نامعادله] این چیه؟ چیزی مثل این را چه می‌نامیم؟
 (۲) آ: معادله‌ی درجه‌ی ۲.
 (۳) م: معادله؟
 (۴) آ: نه، نامعادله.
 (۵) م: زمانی که آن را حل می‌کنیم، به دنبال چه می‌گردیم؟
 (۶) آ: سعی می‌کنیم بفهمیم، طرف چپ مساوی با چیست؟
 (۷) م: منظورت چیه؟
 (۸) آ: بررسی می‌کنیم، چقدر بزرگ‌تر از صفر است و آیا بزرگ‌تر از صفر است.
 (۹) م: می‌توانی دقیق‌تر بگویی؟ به دنبال چی هستی؟ می‌خواهی چه چیزی را به‌دست آوری و آن را در آخر بنویسی؟
 (۱۰) آ: که $x^2 + x + 1$... من می‌خواهم x^2 و x را به‌دست بیاورم. سپس می‌توانم جایگزین کنم و امتحان کنم، آیا این معادله ... این نامعادله درست است یا نه.
 (۱۱) م: دوباره بگو... می‌خواهی چه چیزی را پیدا کنی؟ صندلی‌ها، مدادها، میزها؟
 (۱۲) آ: یک عدد.
 (۱۳) م: یک عدد واقعی؟
 (۱۴) آ: بله، یک عدد.
 (۱۵) م: یک عدد خاص که... چه؟
 (۱۶) آ: که من می‌توانم جایگزین کنم و یک جواب پیدا کنم.
 (۱۷) م: منظورت از «پیدا کردن جواب» چیه؟
 (۱۸) آ: جواب، یعنی نامعادله درست باشد.

از آن چه آلن می‌گوید به‌نظر می‌رسد او در دیدگاه مقدار ثابت فرمول جبری «گیر افتاده است» در اظهارات ۹ و ۱۰ او اشاره می‌کند $x^2 + x + 1$ فقط یک مقدار تعریف شده دارد. علاوه بر این، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶ نشان

می‌دهد برای او حرف x ، فقط نوعی کد برای یک عدد واقعی معین است. نمی‌توان انتظار داشت آن با این رویکرد از عهده‌ی مسئله برآید. برای حل نامعادله او به برخی رویه‌های متداول قدیمی برگشت و به وضوح امیدوار بود که آن‌ها به او کمک کنند، حتی اگر نتواند دلیلش را بیان کند.

(۱۹) م: آیا می‌دانی چگونه باید چیزی را که می‌خواهی انجام بدهی؟

(۲۰) آ: شاید... [می‌نویسد]

$$[x_{1,2} = (-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times 1/2})]$$

در این جا ریشه‌ی دوم ۳- را داریم. جواب ندارد.

(۲۱) م: پس؟

(۲۲) آ: پس [به نامعادله اشاره می‌کند] درست نیست.

(۲۳) م: منظورت چیه؟

(۲۴) آ: این که هر چیزی را جایگزین کنم، نامعادله کوچک‌تر یا شاید مساوی صفر می‌شود، اما بزرگ‌تر از صفر نمی‌شود.

آلن نمی‌توانست رویکردی تابعی را به کار برد که او به او اجازه می‌داد نامعادله را به شیوه‌ی معناداری مورد بررسی قرار دهد. این ضعف موجب شد او رفتاری ماشینی انجام دهد. این رفتار براساس عادت‌هایی بود که او هرگز تلاش نکرد آن‌ها را اصلاح کند. ریشه‌ی دوم یک عدد منفی برای او نشانه‌ای بود که «هیچ جوابی» وجود ندارد (در حالی که در حقیقت، هر عددی در نامساوی صدق می‌کند!) او به‌طور غیرارادی پاسخ داد و هیچ تلاش نکرد تصمیمش را به تعویق بیندازد تا بررسی کند پاسخ چگونه به محتوای سؤالی که از او پرسیده شده ارتباط دارد.

مسئله‌ی ۲: دستگاه معادلات تکین

حل کنید:

$$\begin{cases} 2(x-3) = 1-y \\ 2x+y=7 \end{cases}$$

تکین‌ها و آن‌چه که در حاشیه‌ی تعاریف ریاضی اتفاق می‌افتد؛ غالباً حساس‌ترین ابزارهایی هستند که با آن‌ها، درک دانش‌آموزان از مفاهیم جدید، جست‌وجو و اندازه‌گیری می‌شود. این امر، برای دستگاه معادلات تکین نیز برقرار است.

بدون رویکرد تابعی به فرمول‌های جبری، فرد احتمالاً درک نمی‌کند که یک دستگاه معادلات خطی ممکن است بی‌نهایت جواب داشته باشد. اگر حروف در معادلات، مجهول را نشان دهند و مجهول‌ها اعداد معینی باشند، چگونه می‌توان انتظار داشت یک یا هر دوی این اعداد معین، «هر

عددی» باشند؟

علاوه بر این، در حالتی که دو معادله‌ی وابسته‌ی خطی داریم، در حقیقت، مجموعه‌ی جواب، یک تابع است: برای هر مقدار x ، یک مقدار متناظر برای y وجود دارد. برای آن که دانش‌آموز این آمادگی را داشته باشد، باید درک کند که هر کدام از معادلات تشکیل‌دهنده ممکن است برای نمایش یک تابع به کار روند و نمودارهای دو تابع می‌توانند در هر تعداد نقطه بر هم منطبق شوند. فقط با درک این موضوع است که او خواهد توانست تساوی واضحی مانند $0=0$ را به‌طور معناداری تفسیر کند. این تساوی معمولاً به‌عنوان نتیجه‌ی نهایی از رویه‌ی متداول حل دستگاه معادلات خطی وابسته به هم به‌دست می‌آید.

برخلاف معادلات درجه‌ی ۲، موضوع معادلات تکین باید برای همه‌ی دانش‌آموزان حتی کوچک‌ترین آن‌ها شناخته شده باشد. به‌طور معمول، تقریباً هم‌زمان با معرفی دستگاه معادلات (سال نهم) به این موضوع اشاره می‌شود. با این وجود، برخی از مصاحبه‌شونده‌ها به مسئله‌ی ۲ پاسخ‌هایی از این قبیل دادند: «مجموعه‌ی جواب تهی است» یا « x و y ممکن است هر عددی باشند» (هیچ ارتباط تابعی بین x و y مشخص نشد). در این جا به روش خاصی که کامیلیای ۱۵ ساله (دانش‌آموز سال نهم) با مسئله درگیر شد، نگاه دقیق‌تری داریم. کامیلیا بعد از تبدیل‌های متعدد به این جا رسید:

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ 2x+y=7 \end{cases}$$

(۱) ک: این یک معادله است. من باید حلش کنم؟ [شروع به زمزمه کرد]. فقط یک لحظه، $2x \dots 2x$ را از دو طرف کم می‌کنیم [می‌نویسد: $y = 7 - 2x$]. $2x - 2x$ را به جای y می‌گذاریم. [در معادله‌ی دوم جایگزین می‌کند؛ می‌نویسد: $2x + (7 - 2x) = 7$ ؛ ساده می‌کند و به $7=7$ می‌رسد].

(۲) م: پس؟

(۳) ک: پس x مساوی صفر است [می‌نویسد $x=0$]. y را هم می‌خواهید؟

(۴) م: من نمی‌دانم، خودت تصمیم بگیر. معمولاً تکلیفی مثل این را در کلاس چگونه حل می‌کنی؟ در آخر چه می‌نویسی؟

(۵) ک: جواب.

(۶) م: خوب، جواب را بنویس.

(۷) ک: اگر x صفر باشد y ، ۷ است. حالا آن را در معادله‌ی اول

می‌گذارم. . . نه، در دومی. بنابراین، دو برابر صفر می‌شود صفر. . . [به تساوی $7=7$ می‌رسد] بنابراین جوابم درست است: (۷ و ۰).

(۸) م: این تنها جواب است؟

(۹) ک: بله.

کامیلیا باید در جست‌وجوی میان‌برهای معنادار، دائماً مسئله را از دید بالاتری مورد بازبینی قرار می‌داد. اما او در عوض به سمت وضعیتی با دغدغه‌ی کمتر که از نظر اومپتمن‌تر و الگوریتمی بود، منحرف شد. در نقطه‌ای که دو معادله یکی شدند، حقیقتی که او به وضوح در (۱) بیان کرد، نتیجه‌ی ترکیب دید تابعی و دانش او از توابع خطی، می‌توانست فوراً او را به پاسخ برساند. اما کامیلیا، ناآگاه به این گزینه‌ی ساده، باقی ماند و در عوض روش جایگزینی متداول را به کار برد.

همانند الن، کامیلیا احتمالاً برحسب مقادیر ثابت فکر می‌کرد نه متغیرها و توابع. اعمال او را می‌توان با این فرض توضیح داد که برای او، X و Y ، اعداد خاصی را نمایش می‌دهند. به عبارت دیگر، او ممکن است بدون این که واقعاً در مورد معنای حروف هیچ تفکری کرده باشد، نمادها را فقط به روشی متداول مورد دست‌ورزی قرار داده باشد. انتظار او برای یافتن یک عبارت به شکل «عدد= X » در انتهای فرایند، به اندازه‌ی کافی قوی بود که موجب شد او اشتباه استدلال کند. (در (۳) از $7=7$ نتیجه گرفت $X=0$). عقیده‌ی او در مورد ماهیت کلی جواب موجب شد او نسبت به اشتباهش حساس نباشد. او حتی زمانی که مصاحبه‌کننده از علت تصمیمش پرسید، نظرش را عوض نکرد:

(۱۰) م: چگونه از $7=7$ نتیجه گرفتی $X=0$ ؟

(۱۱) ک: X حذف شد. پس من می‌توانم Y را حذف کنم و سپس

صفر برابر X ، مساوی ۰ است.

مسئله‌ی ۳: معادلات پارامتری

آیا دستگاه معادلات خطی زیر برای هر مقدار k یک جواب دارد؟

$$\begin{cases} k - y = 2 \\ x + y = k \end{cases}$$

آشنایی ما با متغیرها غالباً موجب عدم حساسیت ما نسبت به تفاوت ساده بین معادلات با ضرایب عادی و پارامترها می‌شود. برای افرادی که در به کار بردن تکنیک‌ها تبحر خوبی دارند، این سؤال که آیا آن‌ها

روی اعداد یا حروف عمل می‌کنند، ظاهراً بی‌معنی است. بنابراین، حتی برای معلمان تفاوت مفهومی زیادی بین معادلات معمولی و معادلات پارامتری روشن نیست. (ضمناً، هم‌چون بیش‌تر ریزه‌کاری‌های مفهومی دیگر، نگاهی به تاریخ می‌تواند چشم آن‌ها به این واقعیت را باز کند.)

در چنین مسائلی، اشیائی که انتظار می‌رود دانش‌آموز مورد توجه قرار دهد فقط اعداد نیستند، بلکه توابع هستند. برای فهمیدن سؤال، فرد باید درک کند که هر کدام از معادلات $k - y = 2$ و $x + y = k$ یک خانواده از توابع خطی را نمایش می‌دهد (یا به عبارت دیگر، بر خانواده‌ای از مجموعه‌های نامتناهی از زوج‌های مرتب از اعداد دلالت می‌کند) و این که برای مقادیر مختلف k ، زوج‌های مختلفی از این توابع به‌دست می‌آید. یکی از روش‌ها برای تفسیر حدسی که در مسئله‌ی ۳ ارائه شده این است که نشان دهیم برای هیچ زوجی از معادلات، نمودار دو تابع موازی نیستند. گام مفهومی بلندی برای رسیدن به این تفسیر باید برداشته شود و حتی برخی معلمان با تجربه هم نمی‌توانند به این تفسیر برسند.

در این مسئله‌ی خاص، اگر رویکرد تابعی به‌همراه دانش توابع خطی، نه تنها برای فهمیدن سؤال بلکه پاسخ دادن به آن به کار رود، فوراً استدلال مناسب بدون هیچ محاسبه‌ای پیدا خواهد شد. برای نشان دادن این که مجموعه‌ی جواب هیچ وقت تهی نیست، کافی است بفهمیم که نمودار معادله‌ی اول ($k - y = 2$) یک خط افقی مستقیم و نمودار معادله‌ی دوم ($x + y = k$) یک خط مایل است. چنین خطوط مستقیمی باید در یک نقطه بر هم منطبق شوند. راه حل جبری دیگر شامل به کار بردن تکنیک‌های متداول حل و پیدا کردن این حقیقت است که آیا عملیات‌ها هیچ محدودیتی روی مقدار k می‌گذارند یا نه (در این مورد هیچ محدودیتی وجود ندارد و این نشان می‌دهد چرا مجموعه‌ی جواب، هیچ وقت تهی نیست).

زمانی که مسئله را به مصاحبه‌شونده‌ها ارائه می‌کردیم به دلایل زیادی انتظار داشتیم همه‌ی آن‌ها و بالاخص بزرگ‌ترها، حداقل بتوانند پرسش را درک کنند. علاوه بر این، امیدوار بودیم که روش تابعی اثبات ادعا به‌طور خودبه‌خودی رخ دهد.

در واقع، به این دلیل که در مدرسه، از ابتدا برای فرمول‌های گزاره‌ای رویکرد تابعی ترغیب می‌شد، همه‌ی دانش‌آموزان با توابع خطی و خواص و بازنمایی‌های آن‌ها آشنا بودند. علاوه بر این، دانش‌آموزان بزرگ‌تر، دوره‌ای در هندسه‌ی تحلیلی گذرانده بودند و زمانی که ما با آن‌ها صحبت می‌کردیم، تقریباً یک سال بود که ریاضی عمومی را می‌گذراندند. برخلاف همه‌ی این‌ها، حتی یکی از آن‌ها دانش توابع خطی را برا اثبات این که

وجود جواب مستقل از مقدار k است، به کار نبرد. بعضی از آن‌ها (دو تا از هر گروه سنی) با به کار بردن دست‌ورزی‌های استاندارد جبری به سؤال پاسخ دادند. مسئله برای بقیه غیرقابل درک بود. مکالمه‌ی زیر با دینا (۱۶ ساله، سال دهم) معرف و معنادار است.

زمانی که دینا با مسئله مواجه شد، در حل آن ناتوان بود. او از مصاحبه‌کننده پرسید، انتظار می‌رود او چه کاری انجام دهد. مسئله به

دانش‌آموزان معمولاً روی معانی عمل می‌کنند و زمانی که برنامه‌های آموزشی برای رشد مناسب معانی موفق نباشند، دانش‌آموزان معانی خودشان را خلق می‌کنند. این معانی گاهی به هیچ وجه مناسب نیستند

هیچ‌عنوان برای او روشن نبود. بعد از یکی دو دقیقه نگاه کردن به مسئله، پرسید: «من دارم در تاریکی کورمال کورمال می‌روم؟» در این‌جا بخشی از مکالمه‌ی ما با او آمده است:

(۱) د: [سؤال را به آرامی می‌خواند] «... یک جواب دارد ...»

(۲) م: «یک جواب دارد» چه معنایی دارد؟

(۳) د: این که می‌توانیم یک عدد به جای k بگذاریم تا درست شود.

(۴) م: زمانی که می‌گویم دستگاه برای هر مقدار k جواب دارد «جواب» چه معنایی دارد؟ جواب یک عدد است یا چیست؟

(۵) د: بله، یک عدد است.

(۶) م: یک عدد؟

(۷) د: بله، عددی است که اگر به جای k بگذاریم، دستگاه درست می‌شود.

همان‌طوری که در این‌جا دیده شد، دینا به وضوح با درک معنای اصطلاح «جواب» مشکل داشت. یک تفسیر ممکن از اظهارات ۳ و ۷ این است که برای او، جمله‌ی «معادلات یک جواب دارند» هم‌ارز با این ادعا بود که «معادلات درست هستند» (گفته‌ی ۳) مثل این که همه‌ی مؤلفه‌های معادلات، مقادیر مشخص داشتند. احتمالاً براساس اشارات کلامی، او تصمیم گرفت که در این مسئله تمرکز بر k است تا بر X و Y . در مکالمه‌ی بعدی مصاحبه‌کننده بر ارائه‌ی توضیحات روشن‌تر اصرار کرد و به زودی مشخص شد که دینا بر موضع خودش ثابت نیست. بدون تردید و بدون هیچ توضیح، او تمرکز را از k به X و Y برد.

(۸) م: اصطلاح «جواب» در این‌جا به چه چیزی ارجاع می‌دهد؟

جواب چه چیزی؟

(۹) د: معادلات $k - y = 2$ و $x + y = k$.

(۱۰) م: جواب این معادلات چیست؟

(۱۱) د: وقتی که ما اعداد را جایگزین می‌کنیم...

(۱۲) م: جایگزین چه چیزی؟

(۱۳) د: جایگزین X و Y و k و درست می‌شود.

(۱۴) م: پس، یک‌بار دیگر، در این پرسش جواب‌هایی که درباره‌ی

آن‌ها صحبت می‌کنیم، چه هستند [اشاره به کلمات «یک جواب دارد»]؟

(۱۵) د: من فکر می‌کنم... من فکر می‌کنم ما سه عدد می‌خواهیم:

X و Y و k .

یک تفسیر ممکن این است که دینا مثل الن گرفتار رویکرد مقدار ثابت بود. او نمی‌خواست از دید بالاتری به موضوع نگاه کند؛ جایی که کمک می‌کرد بفهمد اشیایی که باید مورد توجه قرار دهد، توابع هستند نه اعداد. دیدن این موجودات مجرد از طریق نمادهای استاندارد به وضوح فراتر از توان او بود، چه برسد به این که بتواند براساس آن‌ها عمل کند. این محدودیت موجب شد او نتواند سؤال را به روش معنادار و سازگاری تفسیر کند. این باعث شد که او گیج و درمانده شود. بنابراین، زمانی که از او پرسیده شد قرار است به دنبال چه چیزی بگردد، او انتخابی نداشت و تلاش کرد با بخش‌هایی از عبارات استاندارد که در گذشته به کار آمده بودند، «به‌طور تصادفی کار کند». لازم به گفتن نیست روشی که دینا تلاش کرد مسئله را حل کند، سردرگم بودن او را نشان می‌دهد: او k را از معادله‌ی اول به دست آورد (نوشت $k = 2 + y$) و آن‌را در دومی جایگزین کرد ($x + y = 2 + y$). در این‌جا او متوقف شد و نتوانست کار بیش‌تری انجام دهد.

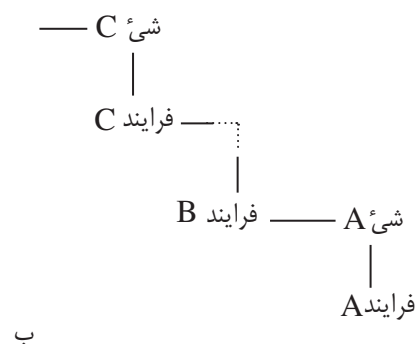
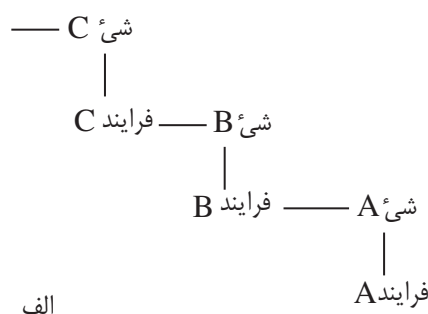
قبل از این که این بخش را پایان دهیم، باید متذکر شویم در این قسمت از مکالماتی که انتخاب کردیم، هر چند هیچ کدام از دانش‌آموزان نتوانستند رویکرد تابعی را نشان دهند، اما دو نفر از سه نفر مصاحبه‌شونده، در موقعیت‌های دیگر توانایی تفکر تابعی را نشان دادند. به‌عنوان مثال، دینا نامعادله‌ی درجه‌ی ۲ را به شیوه‌ی درستی تفسیر کرد: به‌عنوان مسئله‌ای که احتمالاً مجموعه‌ای نامتناهی از مقادیر برای متغیر دارد که مقدار عبارت درجه‌ی ۲ را مثبت می‌کند. الن مسئله‌ی ۳ را با دست‌ورزی روی معادلات حل کرد، اما ظاهراً درک کمی از مسئله داشت.

پيامی که از همه‌ی این‌ها به‌دست می‌آید این است که: دید ساختاری لزوماً فراتر از مجموعه‌ی رویکردهایی که دانش‌آموزان به‌طور بالقوه در اختیار داشتند، نبود. بلکه مسئله‌ی مهم، انطباق‌پذیری بود: رویکرد تابعی همیشه در دسترس نبود و حتی در صورت لزوم هم به‌طور غیرارادی مورد

استفاده قرار نمی‌گرفت.

۳.۳ زمانی که چیزی اشتباه است: رویکرد شبه ساختاری

با وجود این که رویکرد تابعی در مدارس ترغیب می‌شود و با وجود این واقعیت که دانش‌آموزانی که ما با آن‌ها صحبت کردیم، در عملکردشان در ریاضی نمرات خیلی بالایی داشتند، آن‌چه که از طریق مصاحبه‌ها به‌دست آمد، هشداردهنده بود. دانش‌آموزانی که معمولاً موفق بودند، زمانی که در مورد فرمول‌های گزاره‌ای برحسب اصطلاحات ساختار پیشرفته‌ی تابع و مجموعه جواب فکر می‌کردند، توانایی خیلی محدودی نشان می‌دادند. لازم است این واقعیت مورد توجه خاص قرار گیرد، زیرا هم‌چون خطری در کمین است. خطری که ما آن‌را در جایی دیگر، برداشت^۴ کم ارزش معنایی^۵ یا شبه ساختاری^۶ نامیدیم (اسفارد، ۱۹۹۱، ۱۹۹۲؛ لینچوسکی و اسفارد، ۱۹۹۱ را ببینید).



شکل ۱. رشد مفاهیم ریاضی به معنی انتقال از درک عملیاتی به ساختاری. الف) یک زنجیره رشد «سالم»؛ ب) یک زنجیره رشد شکسته شده: فرایند B تبدیل به شیء نشده است، بنابراین، ارتباطی بین B و C نیست.

در این‌جا این اصطلاحات را توضیح می‌دهم. همان‌طور که قبلاً شرح دادیم، اشیای مجردی مانند توابع و مجموعه‌ها، نقش رابط را بین دانش قدیم و جدید ایفا می‌کند (شکل ۱-الف را ببینید). توابع در جبر، فرایندهای حسابی (فرایندهای اولیه) و دست‌ورزی‌های صوری جبری (فرایندهای ثانویه) را به هم متصل می‌کنند. بنابراین، شی‌انگاری فرایندهای اولیه، یا در مورد جبر، به‌دست آوردن دیدگاه تابعی ساختاری، درک رابطه‌ای^۸ را تضمین می‌کند. با این وجود، داده‌هایی که تا این‌جا به‌دست آوردیم، شواهد کافی از این که شی‌انگاری ذاتاً خیلی دشوار است، در اختیار ما می‌گذارد. این که در یک سطح خاص و در زمینه‌های معین، رویکرد ساختاری عملاً در دسترس برخی از دانش‌آموزان نیست، دشواری‌های زیادی را به بار می‌آورد. زمانی که زنجیر رشد گسسته شد (شکل ۱-ب) فرایند یادگیری محکوم به فناست: بدون اشیای مجرد، فرایندهای ثانویه «در فضا معلق می‌مانند»- آن‌ها بالاجبار باید انجام شوند. . . اما روی هیچ چیز. از آن‌جا که دانش‌آموز نمی‌تواند تصویری از موجودات غیرعینی (توابع، مجموعه‌ها) که باید مورد دست‌ورزی قراردهد داشته باشد، تصاویر و نمادها را به‌عنوان جایگزین به کار می‌برد: نمودار یک تابع یا یک فرمول جبری، نام یک عدد، حروف 'Ø' و 'x' - هر کدام از این علائم به خودی خود تبدیل به یک شی می‌شود و بر چیز دیگری دلالت نمی‌کند (این که چنین مشخصه‌ای چقدر واقعی است را می‌توان از مطالعه‌ی واگنر^۹، ۱۹۸۱، به‌دست آورد. این مطالعه نشان می‌دهد برای اکثریت دانش‌آموزان دبیرستانی، از تغییر نام متغیرها یک معادله‌ی کاملاً جدید به‌دست می‌آید). در این حالت خواهیم گفت، یادگیرنده یک مفهوم شبه ساختار را رشد داده: او به اشتباه دلالت‌کننده^{۱۰} به کار می‌برد. زمانی که اشیای مجرد و تأثیر متحدکننده‌ی آن‌ها وجود ندارد، دانش جدید، از زیربناهای عملیاتی آن و سیستم رشد یافته‌ی مفاهیم قبلی جدا می‌ماند. در این شرایط فرایندهای ثانویه کاملاً دلخواه به‌نظر می‌رسند. حتی ممکن است دانش‌آموزان بتوانند این فرایندها را انجام دهند، اما درک آن‌ها ابزاری باقی می‌ماند.

در مکالمات ذکر شده در بخش آخر، رویدادهای نگران‌کننده‌ای وجود داشت. در این رویدادها علائمی وجود دارد که نشان می‌دهد مصاحبه‌شونده‌ها تمایل به رویکرد شبه ساختاری دارند. روشی که آن سعی کرد مسئله را حل کند یک مثال برجسته است (اظهارات ۲۴-۱۹). او به وضوح نسبت به تفاوت بین یک نامعادله‌ی درجه‌ی ۲ و یک معادله‌ی درجه‌ی ۲ بی‌توجه بود و فقط شکل طرف چپ، عبارت $x^2 + x + 1$ سرنخایی برای تصمیم‌های او فراهم کرد. او به‌طور ماشینی فرمول را

برای ریشه‌ها به کار برد و نتیجه را مانند زمانی که فرمول را برای حل معادلات به کار می‌برد، تفسیر کرد. دینا نتوانست دقیقاً به تفاوت بین نقش پارامتر k و متغیرهای X و Y اشاره کند و سردرگمی او در درک معنای «جواب» در زمینه‌ی خاص مسئله‌ی ۳، نمونه‌ی دیگری را نشان می‌دهد. هر دو دانش‌آموز طوری عمل کردند که انگار نمی‌دانستند رشته‌های نمادها را می‌توان با توجه به زمینه، به شیوه‌های مختلف تفسیر کرد. به نظر می‌رسید آن‌ها وجود اشیائی خارج از خود حروف را درک نمی‌کردند (شاید برخی اعداد مجهول استثنا باشند، اما به زودی ثابت شد این تفسیر ناکارآمد است).

درواقع به نظر می‌رسد هر دو مورد مثال‌های نوعی از تفکر شبه ساختاری باشند: هر دو دانش‌آموز به گونه‌ای عمل می‌کردند انگار آن‌ها نوعی شی را مورد بررسی قرار می‌دهند، اما تفکر آن‌ها به کلی انعطاف‌ناپذیر بود و نوع مناسبی از تفسیر ساختاری در دسترس نبود. مطالعه‌ی ما (اسفارد و لینچوسکی، ۱۹۹۳) به وضوح نشان داد این نوع مفاهیم کاملاً شایع هستند. در این مطالعه از ۲۸۰ دانش‌آموز دبیرستانی (۱۷-۱۵ ساله) مستقیماً سوالاتی در مورد معنای مفاهیم جبری مانند حل معادلات، عملیات‌های مجاز و هم‌ارزی معادلات پرسیده شد. اکثریت قریب به اتفاق دانش‌آموزان نمی‌توانستند توجیه معقولی در مورد عملیات‌های مجاز داشته باشند. واضح بود این عملیات برای آن‌ها چیزی بیش‌تر از «قوانین بازی» دلخواه نبود. دقیق‌تر بگوییم در نظر بسیاری از پاسخ‌دهندگان، حل کردن معادلات و نامعادلات معادل با انجام دادن یک الگوریتم معین بود. در این بازی، عبارت به شکل «عدد= X » یا «عدد= X » یک نشانه‌ی مکث بود.

ما قبلاً مشاهده کردیم بسیاری از دانش‌آموزان ظاهراً نمی‌توانند روی فرمول‌های گزاره‌ای تکین عمل کنند - یعنی معادلات و نامعادلاتی که در آن‌ها متغیر در یک مرحله‌ی معین از فرآیند حل، ناپدید می‌شود. این ادعا را با مورد کامیلیا نشان دادیم (مسئله‌ی ۲). اکنون یک دلیل احتمالی این دشواری آشکارتر می‌شود. اگر دانش‌آموز نتواند اشیای مجردی که در پس نمادهاست درک کند، او به صورت «برنامه‌ریزی شده» یک مسئله را زمانی حل شده فرض کند که عبارتی به شکل «عدد= X » یا «عدد= X » به دست آمده باشد. زمانی که چنین عبارتی ظاهر نشود او احساس سردرگمی و ناتوانی می‌کند. در ادامه، گزیده‌ای از مصاحبه‌ی ما با نیومی (۱۵ ساله) آمده است که حدسیات ما را باورپذیرتر می‌سازد. زمانی که نیومی مسئله‌ی ۲ را حل می‌کرد، به مرحله‌ای رسید که اولین معادله از دو معادله‌ی داده شده به $1=$ تبدیل شد.

- (۱) ن: یک مساوی یک است. درست است اما چیزی به ما نمی‌دهد. شاید من نباید پراتنز را [معادله‌ی اول] باز می‌کردم. .. نمی‌دانم. ..
(۲) م: در مورد جواب دستگاه معادلات چه می‌توانی بگویی؟
(۳) ن: این که یک جواب دارد.
(۴) م: آن جواب چیست؟
(۵) ن: یک. عدد ۱. درواقع. .. درواقع فکر نمی‌کنم این‌طور باشه.
(۶) م: پس؟
(۷) ن: هیچ جوابی ندارد. یک مجموعه‌ی تهی.

- (۸) م: چطوری به این نتیجه رسیدی؟
(۹) ن: زیرا همه‌ی این کارها را انجام دادیم. .. $2x$ را به دست آوردیم و ... تا مقدار y را به دست آوریم. ما این را جایگزین کردیم [در معادله‌ی اول $y - 7$ به جای $2x$ و x باقی‌نماند، فقط y داشتیم. پس از آن y هم نداشتیم. هدف ما پیدا کردن مقدار y بود و موفق نبودیم. بنابراین، من فکر می‌کنم در این‌جا یک مجموعه [جواب] تهی داریم.

نیومی در توضیح عدم موفقیتش (خط ۹) به وضوح به این واقعیت اشاره می‌کرد که او به عبارت مورد انتظاری به شکل «عدد= y » نرسید. از آنجایی که دیدگاه او به موقعیتی محدود بود که باید در آن چنین عبارتی در انتها ظاهر شود، «عدم موفقیت» در فرایند پیدا کردن جواب، به عنوان عدم وجود نتیجه برای حل تفسیر شد.

۴. سخن آخر: ما کجا هستیم و کجا باید باشیم؟

رویدادهایی که در این مقاله مورد بحث قرار گرفتند، این سوطن را ایجاد می‌کنند که برای برخی دانش‌آموزان فرمول‌های جبری، چیزی بیش از رشته‌ای از نمادها نیستند که معمولاً رویه‌های تعریف شده‌ی معینی برای آن‌ها به کار می‌رود. از منظر این دانش‌آموزان تنها منبع معنی بخشی به ساخت‌های نمادین، دست‌ورزی‌های صوری است. ظاهراً، این دیدگاه خیلی نزدیک به دیدگاهی است که توسط پیکاک^{۱۳} و همکارانش ارائه می‌شود. در حقیقت، تصویر دانش‌آموزان و نظر صورت‌گرایان را نمی‌توان یکی گرفت؛ تفاوت‌ها معنادارتر از شباهت‌هاست. باور در مورد ماهیت دست‌ورزی‌های نمادین، جایی است که صورت‌گرایان و دانش‌آموزان امروزی از یکدیگر جدا می‌شوند. صورت‌گرایان در هنگام کار کردن با نمادها بر ترکیب عملیات تمرکز می‌کنند (گریگوری^{۱۴}، ۱۸۴۰). عملیات‌هایی که فرض می‌شود دانش‌آموز دبیرستانی بر آن‌ها مسلط است، به عنوان مثال، آن‌هایی که به عنوان تعمیم

محاسبات حسابی تفسیر می‌شوند، برای صورت‌گرایان فقط یک نقطه‌ی حرکت هستند. این عملیات تنها ورودی‌های فرایندهایی هستند که آن‌ها واقعاً علاقه‌مند به بررسی آن می‌باشند. به عبارت دیگر، جبر صورت‌گرایان از آن‌جا شروع می‌شود که جبر مدرسه‌ای تمام می‌شود. علاوه بر این، هر چند ریاضی‌دان و دانش‌آموز عملیات‌های صوری را دلخواه در نظر می‌گیرند، برای صورت‌گرا چنین رویکردی، یک موضوع با انتخابی تعمدی است، در حالی که برای دانش‌آموز نتیجه‌ی غیرقابل اجتنابی از ناتوانی اساسی او برای ارتباط دادن قواعد جبری با قوانین حساب است.

زمانی که فرد روی ساخت‌های جبری عمل می‌کند دیدگاهی دارد، ما این مقاله را با فهرستی از دیدگاه‌های احتمالی آغاز کردیم. در سرتاسر بحث بر اهمیت تغییرپذیری و انطباق‌پذیری تفکر دانش‌آموز تأکید کردیم. نتایجی که به دست آوردیم خیلی امیدوارکننده نیست. به شیوه‌ای کاملاً سازگار، همه‌ی نتایج نشان داد که دانش‌آموزان غالباً نمی‌توانند روی مسائلی کار کنند که از الگوریتم‌های استاندارد پیروی نمی‌کنند. از آن‌جایی که آشکار شد رویکرد تابعی حتی برای دانش‌آموزان خوب هم قابل دسترس نیست، دشوار نیست بفهمیم چرا رویکرد ماشین و شبه ساختاری معمولاً بر تفکر دانش‌آموز غالب است و مانند یک علف هرز بیش از حد رشد یافته و هیچ جایی برای دیدگاه‌های معنادار دیگر باقی نمی‌گذارد.

همان‌گونه که بارها توضیح دادیم، «حس معنادار بودن با توانایی «دیدن» ایده‌های مجرد در پس نمادها همراه است. با این وجود، «اشیا و ساختارهای ریاضی که معلم می‌تواند «ببیند»، احتمالاً برای دانش‌آموز آشکار نیست» (کاب^۴، ۱۹۸۸). از طرف دیگر، این ادعا درست نیست که فعالیت‌ها و تصمیم‌های دانش‌آموز به‌طور کامل از یک منطق درونی تهی است. ما هم مانند دیویس (۱۹۸۸) خواهیم گفت «دانش‌آموزان معمولاً روی معانی عمل می‌کنند و زمانی که برنامه‌های آموزشی برای رشد مناسب معانی موفق نباشند، دانش‌آموزان معانی خودشان را خلق می‌کنند. این معانی گاهی به هیچ وجه مناسب نیستند» (ص ۹). این جبر خودجوش، سراسر است و تک بعدی است، اما خالی از سازگاری نیست. مسئله این است آن‌هایی که رویکرد شبه ساختاری را می‌پذیرند و اشیای مجرد قوی را با بازنمایی‌های آن‌ها اشتباه می‌گیرند، درک نمی‌کنند که نمادها به‌خودی خود نمی‌توانند معجزه‌ای را انجام دهند که مرجع نماد می‌تواند انجام دهد: آن‌ها نمی‌توانند بخش‌های پر جزئیات دانش را به هم بچسبانند تا یک کل قدرتمند به دست آورند. بنابراین، زمانی که راجع به دیدگاه ماشینی شبه ساختاری صحبت می‌شود، فرد قطعاً خواهد گفت «هر

چند این یک روش است، با این وجود، همراه با نادانی است.»
تقابل میان مدل رشدی که در این مقاله ارائه شد و شیوه‌ی ساختاری تدریس جبر، به دلیل احتمالی عدم رضایت از نتایج تدریس اشاره می‌کند. برنامه‌ی درسی تقریباً تربیتی را که مفاهیم جبری با هم مرتبط هستند و در طول قرن‌ها به این شکل رشد یافته‌اند، برعکس می‌کند. در ابتدا رویکرد ساختاری پیشرفته مورد نظر است اما به وضوح دانش‌آموز آماده‌ی درک ایده‌ی دوگانگی فرایند - شی نیست، دیدگاه تابعی که جای خود دارد. از ابتدا، فرض می‌شود حروف نقش متغیر را، و نه فقط مجهول را

حس معنادار بودن با توانایی «دیدن» ایده‌های مجرد در پس نمادها همراه است. با این وجود، اشیاء و ساختارهای ریاضی که معلم می‌تواند «ببیند»، احتمالاً برای دانش‌آموز آشکار نیست

ایفا می‌کنند، اما، ما مشاهده کردیم که اولی پیشرفته‌تر از دومی است. فرمول‌های جبری به‌طور مستقل و قبل از این که در یک معادله یا نامعادله وارد شود، معرفی می‌شوند. در حالی که فرمول جبری را تنها در زمینه‌ی معادلات «حسابی» ساده می‌توان به روش عملیاتی تفسیر کرد تا برای دانش‌آموز کوچک‌تر در دسترس باشد.

در نهایت، معادلات و نامعادلات به‌طور هم‌زمان تدریس می‌شوند، هر چند دومی بار سنگین‌تری بر درک دانش‌آموزان دارد. هرم مفهومی بر رأسش قرار گرفته است و طبیعی است که تمایل به افتادن دارد. تجدیدنظر درمورد ترتیبی که ایده‌های اساسی جبر برای دانش‌آموزان ارائه می‌شود، احتمالاً پیشرفت‌هایی را نتیجه می‌دهد. قابل توجه است که بر تمایل طبیعی دانش‌آموزان برای رویکرد عملیاتی سرمایه‌گذاری کنیم و به جای شروع کردن از اشیای جبری آماده با فرایندها آغاز کنیم. عطف به دومی، شواهدی وجود دارد که نشان می‌دهد کامپیوتر می‌تواند به ساخت آن‌ها در ذهن دانش‌آموز کمک کند. (دریفوس^{۱۵} و هالوی^{۱۶}، ۱۹۸۸؛ ویتس^{۱۷} و دمانا^{۱۸}، ۱۹۸۸؛ شوارتز^{۱۹} و همکاران، ۱۹۹۰؛ بریدنباخ^{۲۰} و همکاران، ۱۹۹۲). (البته این نشان نمی‌دهد که معرفی زود هنگام رویکرد تابعی تنها ایراد است یا آغاز کردن با آموزش جبر تابعی در هیچ شرایطی نمی‌تواند موفق باشد. به عنوان مثال، استفاده‌ی زیاد از نمودارهای کامپیوتری در آموزش تابع تا حدودی ممکن است ترتیب «طبیعی» یادگیری را چنان برعکس کند به طوری که حتی رویکرد ساختار نسبت به جبر برای کودکان نیز در دسترس باشد. بنابراین، فرد باید به یاد آورد

مسئله این است که دانش آموز برخلاف ریاضی دان، به سادگی به دست ورزی های نمادین ماشینی عادت می کند و اگر این روش به چالش کشیده نشود، او به زودی به نقطه ای می رسد که برگشتی ندارد و به جای آن که این روش به عنوان شیوه ای موقتی برای نگاه کردن به اشیاء باشد، به عنوان دیدگاهی پایدار باقی می ماند

که هیچ تغییری در سازمان دهی یا ارائه ی موضوع به تنهایی برای تسهیل یادگیری معنادار کافی نیست. یک تغییر واقعی برای بهبود به وجود نمی آید مگر آن که معلمان راه هایی بیابند تا رضایت دانش آموزان را از تلاش برای به دست آوردن معانی، بالا ببرند)

ما امیدواریم پتانسیل بیش تری در این ایده هایی آموزشی وجود داشته باشد و اکنون در یک تجربه ی تدریس این ایده ها را به طور نظام مندی مورد آزمایش قرار داده ایم، علی رغم باور ما که این روش مفید است، پرسشی وجود دارد که آزاردهنده است: حتی اگر دانش آموزان مان در به دست آوردن یک مجموعه ی تغییرپذیر و انعطاف پذیر از دیدگاه ها موفق شوند، دانش انعطاف پذیر آن ها در یک جریان طولانی چقدر پایدار و قوی خواهد بود؟ احتمالاً می توان تفکر شبه ساختاری را با بی سوادی ثانویه مقایسه کرد. زیرا شیوه ی ماشینی، تنبلی ذهنی زیادی را نتیجه می دهد: مسئله حل کن ها را از نیاز به هوشیاری دائمی و فشاری که به طور اجتنابناپذیری با برگشتن و پیش رفتن از یک دیدگاه به دیدگاه دیگر همراه است، معاف می کند. همان گونه که سوریا^{۲۱} تأیید می کند ریاضی دانان هم تسلیم افسون دست ورزی های مکانیزه ی نمادها می شوند:

[آیا متخصص جبر] [معنای اصلی نمادها] را در هر مرحله از عملیات هایی که انجام می دهد، دنبال می کند؟ بی تردید، خیر. او فوراً مشاهده ی آن ها را از دست می دهد. تنها دغدغه ی او مرتب کردن و ترکیب کردن علائمی که در پیش رو دارد براساس قواعد شناخته شده است. او با اطمینان نتایجی را که به این شیوه به دست آمده، می پذیرد. [نقل شده از هادامارد^{۲۲}، ۱۹۴۹، ص ۶۴].

مسئله این است که دانش آموز برخلاف ریاضی دان، به سادگی به دست ورزی های نمادین ماشینی عادت می کند و اگر این روش به چالش

کشیده نشود، او به زودی به نقطه ای می رسد که برگشتی ندارد و به جای آن که این روش به عنوان شیوه ای موقتی برای نگاه کردن به اشیاء باشد، به عنوان دیدگاهی پایدار باقی می ماند. زمانی که این اتفاق بیفتد، دیگر مجالی نیست که دانش آموز بتواند تصمیم هایش را توضیح دهد. اگر از او بخواهیم دلیل بیاورد، او گیج می شود، درست مانند هزارپایی که از او بپرسم پاهایش را چگونه حرکت می دهد. بنابراین، برای اصلاح روش تدریس، به شیوه های پیشنهاد شده در بالا، مقابله کردن با مفاهیم شبه ساختاری کافی نیست. بسیار مهم است سعی کنیم دانش آموزان ترغیب شوند در هر مرحله ی یادگیری، فعالانه برای کسب معانی تلاش کنند. دانش آموزان باید جست و جوگران معانی باشند. همان گونه که دیویس (۱۹۸۸، ص ۱۰) توضیح می دهد، آن ها باید «از روی عادت» موقعیت ها را **تفسیر** کنند، اعمالشان را **تفسیر** کنند و در مورد معانی نمادها، و **معانی** نمادها و عملیات ها بیندیشند.»

پی نوشت

1. Propositional Formula
2. Truth Set
3. Even
4. Singularities
5. Conception
6. Semantically Debased
7. Pseudo Structural
8. Relational Understanding
9. Wagner
10. Signifier
11. Signified
12. Peacock
13. Gregory
14. Cobb
15. Dreyfus
16. Halevi
17. Waits
18. Demana
19. Schwartz
20. Breidenbach
21. Souriau
22. Hadamard

منبع

Sfard, Anna: Lin chevski, Liiora. (1994). The Gains And The Pitfalls of Reification- The Case of Algebra, **Educational Studies in Mathematics**, 26:191-228.

ریاضیات در مدرسه و در خیابان

ترزینا نونز کارا هر

ترجمه: نرگس عقیلی، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه
تربیت دبیر شهید رجایی و دبیر ریاضی ناحیه ۲ قم

کلیدواژه‌ها: ریاضیات قومی، ریاضیات در زندگی روزمره.

پیشینه‌ی تحقیق

با انتشار این مقاله در سال ۱۹۸۵، عبارت «ریاضیات خیابانی» به‌طور وسیعی در بین آموزش‌گران ریاضی رواج یافت. این اصطلاح، مترادف با این پدیده است که افرادی که محاسبات ریاضی خود را در مسائل واقعی روزمره به درستی انجام می‌دادند، از انجام مسائل مشابه اما بدون بافت و زمینه^۱ و به وسیله‌ی کاغذ و مداد ناتوان بودند. این پدیده، این مدل سنتی آموزش را که معلمان باید ابتدا عملیات معمولی (روتین) محاسبات ریاضی را به کودکان بیاموزند و سپس از آن‌ها بخواهند که مسائل کاربردی را به کمک این محاسبات انجام دهند، زیر سوال برد.

مطالعات ریاضیات خیابانی هم‌زمان با مطالعات روان‌شناسان شناختی روی تأثیر طرح‌واره‌های ذهنی قبلی یادگیرندگان بر یادگیری مطالب جدید بود و درواقع به نوعی آن‌را تایید می‌کرد. این مطالعات نشان دادند که:

- ۱- وجود بافت و زمینه در مسائل ریاضی تا چه حد می‌تواند بر یادگیری ریاضیات در داخل و خارج کلاس تأثیرگذار باشد؛
- ۲- الگوریتم‌های مورد استفاده توسط دانش‌آموزان برای حل مسائل ریاضی در داخل و خارج از کلاس با یکدیگر تفاوت دارند.

ریاضیات در خیابان‌ها و در مدارس

دلایلی بر این تفکر وجود دارد که بین روش‌های حل مسائل ریاضی به کمک الگوریتم‌های آموخته شده در مدرسه روش حل



مسائلی مشابه آن‌ها در بیرون از مدرسه تفاوت وجود داشته باشد. رید و لیو^۲ (۱۹۸۱) نشان دادند که افرادی که آموزش مدرسه‌ای ندیده‌اند در مقایسه با افرادی که آموزش دیده‌اند چنین مسائلی را به روش‌های متفاوتی حل می‌کنند. به‌طور خاص آن‌ها اشاره می‌کنند که روش‌های غیررسمی برای انجام محاسبات ریاضی وجود دارد

که کمتر به کمک رویه‌های آموخته شده در مدارس می‌توان آن‌ها را انجام داد.

مطالعات رید و لیو بر روی بزرگسالان در کشور لیبریا نشان داد که بین کسانی که آموزش ندیده‌اند تفاوت‌هایی وجود دارد. البته این احتمال وجود دارد که بین روش‌های غیررسمی و رویه‌های مدرسه‌ای به کار گرفته شده توسط افرادی که در مدرسه آموزش دیده‌اند، همین تفاوت‌ها نیز وجود داشته باشد. به عبارت دیگر یک فرد آموزش دیده می‌تواند گاهی با استفاده از روش‌های غیررسمی، یک مسئله ریاضی را حل کند و یا گاهی به کمک الگوریتم‌های آموزش داده شده در مدرسه این کار را انجام دهد. این مسئله به خصوص در مورد کودکانی صدق می‌کند که مجبورند محاسبات ریاضی را در شرایطی خارج از مدرسه (در محل کسب و کار) انجام دهند به طوری که هم‌زمان الگوریتم‌های مربوط به این محاسبات را در مدرسه به طور ناقص می‌آموزند و به کارگیری آن‌ها در چنین شرایطی بیهوده است.

ما پیش از این نیز می‌دانستیم که کودکانی اغلب هنگام به کارگیری الگوریتم‌های مربوط به این گونه محاسبات که در مدرسه به طور ناقص یاد گرفته‌اند، به نتایج نامعقول و بی‌معنی دست می‌یابند، مثلاً در انجام یک تفریق مقدار باقی‌مانده را بزرگ‌تر از عدد اولیه در تفریق به دست می‌آورند (کاراھر و اشلیمن^۴، ۱۹۸۵). همچنین شواهدی وجود دارد که رویه‌های غیررسمی یاد گرفته شده در خارج از مدرسه اغلب بسیار مفید و مؤثر هستند. برای مثال، گی و کل^۵



(۱۹۷۶) نشان دادند که بازرگان کاپل^۶ که آموزش مدرسه‌ای ندیده بودند، بسیار بهتر از مدیران تحصیل کرده آمریکایی مقادیر مربوط برنج را تقریب می‌زدند. بنابراین، به نظر می‌رسد که کودکان معمولاً با رویه‌های یاد گرفته شده در مدرسه مشکل دارند در حالی که می‌توانند مسائل ریاضی را با همین روش‌های غیررسمی مؤثر، حل نمایند. این فرضیه را می‌توان به کمک مشاهده‌ی کودکانی که مجبورند محاسبات پیچیده و مکرر ریاضی را در بیرون از مدرسه انجام دهند، آزمود. کودکانی که در خیابان‌های برزیل مشغول دستفروشی هستند، در این گروه قرار می‌گیرند (کاراھر و همکاران، ۱۹۸۲).

زمینه‌ی فرهنگی

این مطالعه در شهر رسیف^۷ در قسمت شمال شرق سواحل برزیل، با حدود ۱/۵ میلیون جمعیت انجام شد. مانند چندین شهر بزرگ دیگر برزیل، این شهر نیز پذیرای تعداد زیادی از مهاجرانی که از روستاها به آن‌جا مهاجرت می‌کردند و مجبور بودند خود را با روش‌های جدید زندگی شهری وفق دهند. برلینک^۸ (۱۹۷۷)، در یک مطالعه‌ی قوم‌شناسی از کارگران مهاجر در ساوِلو^۹ و برزیل مشخص کرد که این افراد برای زندگی در این شهر، چهار نیاز اساسی داشتند: ۱- یافتن خانه، ۲- گرفتن جواز کار، ۳- پیدا کردن شغل و ۴- تدارک آب و غذا (با توجه به این‌که در محیط‌های روستایی افراد اغلب غذای مورد نیازشان را خود تولید می‌کنند). در ابتدا، آن‌ها مجبور بودند یا از طریق مواد غذایی که با خود از روستاها آورده بودند و یا از طریق گدایی کردن، امرار معاش کنند. آن‌ها بعد از مدتی تبدیل به کارگری معمولی می‌شدند و یا این‌که در بخش‌های خصوصی کار می‌کردند (اوالکانتی^{۱۰}، ۱۹۷۸). در این محیط‌های کار غیررسمی، کارفرمایان آن‌ها برخی از حق و حقوق آن‌ها مانند بیمه سلامت را زیر پا می‌گذاشتند و لذا، درآمد آن‌ها غیردائمی و متغیر بود. اغلب افرادی که در این گونه مشاغل بودند، در سطوح پایین تحصیلات و مهارت‌های شغلی قرار داشتند. در این شهر (رسیف) ۳۰ درصد افراد به عنوان ار اصلی و ۱۸ درصد افراد به عنوان یک شغل دوم در این محیط‌های غیررسمی مشغول بودند (کاوالکانتی، ۱۹۷۸).

چندین نوع از مشاغل و کارهای خانگی، داد و ستدهای خیابانی، تعمیر کفش و دیگر تعمیرات کوچک که بدون یک مکان تجاری ثابت انجام می‌شدند بخشی از اقتصاد غیررسمی یک کشور را تشکیل می‌دهند. شغل غیررسمی مورد نظر در این مطالعه، داد و

یک فرد آموزش دیده می‌تواند گاهی با استفاده از روش‌های غیررسمی، یک مسئله ریاضی را حل کند و یا گاهی به کمک الگوریتم‌های آموزش داده شده در مدرسه این کار را انجام دهد

وسایل تنها توسط دستفروش‌های بزرگسال که لیست‌های طولانی از فروش داشتند، مورد استفاده قرار می‌گرفت.

روش تحقیق آزمودنی‌ها

کودکان شرکت‌کننده در این تحقیق ۴ پسر و ۱ دختر از سن ۹ تا ۱۵ سال و با میانگین سنی ۱۱٫۲ و پایه تحصیلی اول تا هشتم بودند. یکی از آن‌ها تنها ۱ سال به مدرسه رفته بود، دو تا از آن‌ها ۳ سال و یکی ۴ سال و دیگری ۸ سال و همه‌ی آن‌ها از خانواده‌های خیلی فقیر بودند.

۴ تا از آزمودنی‌ها در هنگام این مطالعه به مدرسه می‌رفتند ولی یکی از آن‌ها ۲ سالی بود که دیگر به مدرسه نمی‌رفت. ۴ تا از آن‌ها آموزش‌های رسمی در زمینه‌ی انجام عملیات ریاضی و مسائل کلامی دیده بودند و یکی از این افراد که تا پایه اول تحصیل کرده بود و دیگر به مدرسه نمی‌رفت، طبیعی بود که عملیات ضرب و تقسیم را یاد نگرفته بود چرا که آموزش این عملیات از پایه‌ی دوم یا سوم در مدارس عمومی این شهر (رسیف) آغاز می‌شد.

روش نمونه‌گیری

این کودکان توسط مصاحبه‌گرها انتخاب شدند در حالی که به تنهایی یا به‌همراه والدینشان در گوشه و کنار خیابان‌ها مشغول دستفروشی بودند. مصاحبه‌گرها اطلاعاتی را در مورد سن و میزان تحصیلات و نیز ارزش کالاهایی که این کودکان می‌فروختند، جمع‌آوری کردند.

روش انجام پژوهش

در این پژوهش از دو نوع آزمون رسمی و غیررسمی برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز استفاده شده بود. مواد آزمون در این موقعیت غیررسمی، در یک بازار فروش عادی به آزمودنی‌ها ارائه شدند، در حالی که خود محقق در نقش خریدار با کودکان داد و ستد می‌کرد و برخی اوقات خرید نیز انجام می‌شد و در حالات دیگر، از فروشنده خواسته می‌شد تا محاسبات را انجام دهد. در پایان آزمون غیررسمی از کودکان خواسته شد تا در یک آزمون رسمی که در کمتر از یک هفته‌ی بعد و در یک محیط دیگر و با همان مصاحبه‌گرها انجام می‌شد، شرکت کنند. شرکت‌کنندگان در مجموع، به ۹۹ سؤال در آزمون رسمی و ۶۳ سؤال در آزمون غیررسمی پاسخ

سدهای خیابانی است که ۱۰ درصد درآمد اقتصادی خانواده‌ها را در سالوادور و فورتالزا تأمین می‌کند (کوالکانتی و دورت^{۱۱}، ۱۹۸۰). اگرچه چنین اطلاعات آماری در مورد شهر رسیف به‌دست نیامده است اما می‌توان گفت این شهر نیز وضعیتی مشابه با دو شهر مذکور دارند.

در برزیل، بسیاری از پسرها و دخترها برای کمک به والدین خود در تأمین نیازهای زندگی، مشغول به دستفروشی‌های خیابانی هستند. از حدود سن ۸ تا ۹ سالگی این کودکان اغلب برخی از محاسبات مربوط به کارهای والدین خود را انجام می‌دهند در حالی که خود نیز مشغول فروشنده‌گی هستند. برخی از نوجوانان نیز ممکن است به فروش غذاهای آماده مثل بادام زمینی یا ذرت بو داده، شیر نارگیل و . . . در خیابان‌ها بپردازند. طبق آمار به‌دست آمده از شهرهای سالوادور و فورتالزا^{۱۲}، ۲٫۲ درصد کودکان در فورتالزا و ۱٫۴ درصد کودکان در سالوادور که به مشاغل غیررسمی خیابانی مشغول هستند، در سن ۱۴ سالگی یا کمتر قرار دارند در حالی که در حدود ۸٫۲ درصد کودکان فورتالزا و ۷٫۵ درصد کودکان سالوادور در سن ۱۵ تا ۱۹ سالگی قرار دارند (کوالکانتی و دورت، ۱۹۸۰).

در چنین شرایطی این کودکان و نوجوانان، باید تعداد زیادی از مسائل ریاضی را معمولاً بدون استفاده از کاغذ و مداد حل می‌کردند. این مسائل ممکن بود شامل عملیات ضرب (مانند یک نارگیل x ، ۴ نارگیل $4x$)، جمع (۴ نارگیل و ۵ لیمو می‌شود $x + y$) و یا تفریق باشد. از عملیات تقسیم کمتر استفاده می‌شد البته در جاهایی که یک نسبت مشخص بین قیمت و وزن یک جنس وجود داشت و مشتری نیز نسبتی از این جنس را درخواست می‌کرد آن‌ها مجبور بودند که این تقسیمات را انجام دهند. البته برخی از فروشندگان لیست فروش برای خود تهیه کرده بودند (یک تخم‌مرغ ۱۲ کروزیروس^{۱۳} و دو تخم‌مرغ ۲۴ کروزیروس و . . .) اما این مورد بین کودکان شرکت‌کننده در این مطالعه دیده نشد و همچنین این کودکان از کاغذ و مداد نیز برای انجام محاسبات خود استفاده نمی‌کردند. این

دادند. از آن جایی که مواد آزمون رسمی بر پایه‌ی سؤالات غیررسمی بودند، لذا دستور انجام آزمون برای همه‌ی آزمودنی‌ها ثابت بود.

۱- آزمون غیررسمی

آزمون غیررسمی به زبان پرتغالی و در محیط کار طبیعی آزمودنی‌ها و در گوشه‌ی خیابان‌ها و یا در جلوی مغازه‌ها انجام شده بود. آزمون‌گرها سؤالات متوالی را در مورد خریدهای واقعی یا فرضی از کودکان می‌پرسیدند و پاسخ‌ها را به‌صورت شفاهی به‌دست می‌آوردند. این پاسخ‌ها توسط مشاهده‌کنندگان یا روی نوار ضبط می‌شد و یا روی کاغذ با کمی توضیحات، نوشته می‌شد. پس از به‌دست آوردن پاسخ هر سؤال، آزمون‌گرها از کودکان روش حل مسائل را سؤال می‌کردند.

روش پژوهش می‌تواند به‌عنوان یک ترکیبی از روش بالینی پیازه و مشاهده شرکت‌کنندگان توصیف شود. مصاحبه‌کننده تنها یک مصاحبه‌کننده نبود بلکه او نقش یک مشتری را نیز بازی می‌کرد. یک مشتری پرسشگر که از فروشنده می‌خواست تا نحوه‌ی انجام محاسباتشان را توضیح دهد.

یک مثال از سؤالات مطرح شده در آزمون غیررسمی با M در زیر آمده است. M یک فروشنده نارگیل بود که ۱۲ سال داشت و در پایه‌ی سوم تحصیل می‌کرد و مصاحبه‌کننده نیز به‌عنوان یک مشتری بود:

مشتری: قیمت یک نارگیل چقدر است؟

M: ۳۵

مشتری: ۱۰ تا نارگیل چقدر می‌شه؟

M: (مکث) ۳ تا می‌شه ۱۰۵. با ۳ تا دیگه می‌شه ۲۱۰. (مکث)

۴ تا دیگه هم دارم که میشه... ۳۱۵ و در نهایت فکر می‌کنم می‌شه ۳۵۰.

این مسئله به‌صورت ریاضی می‌تواند در چندین روش ارائه شود: 10×35 بهترین پاسخی بود که به سؤال مطرح شده می‌توان داد. پاسخ‌های آزمودنی که بهتر است به‌صورت $35 + 105 + 105 + 105$ و بر مبنای 10×35 ارائه شود، به‌وسیله‌ی آزمودنی به‌صورت $35 + (3 \times 35) + (3 \times 35) + (3 \times 35)$ حل شد. این آزمودنی می‌توانست موقعیت بالا را به‌صورت زیر مسئله‌های زیر توضیح دهد:

(a) 10×35 ؛

؛ (البته در جایی که از قبل می‌دانستیم) 3×35 (b)

؛ $105 + 105$ (c)

؛ $105 + 210$ (d)

؛ $35 + 315$ (e)

$1 + 3 + 3 + 3$ (f)

هنگامی که شخصی، یک مسئله حل شده توسط آزمودنی را با یک روش رسمی ریاضیات ارائه می‌کند، او درواقع سعی دارد تا مهارت ریاضی آزمودنی را نشان دهد. M مهارت خود را با فهمیدن این که چه‌طور 10×35 به‌دست می‌آید، نشان داد، با وجود این که او حتی از رویه‌هایی استفاده کرد که در پایه‌ی سوم آموزش داده نمی‌شد. چرا که در برزیل دانش‌آموزان پایه‌ی سوم حاصل‌ضرب هر عدد در ۱۰ را با قرار دادن یک صفر در جلوی آن عدد به‌دست می‌آوردند. بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که آزمودنی ضرب 10×35 و یک سری از زیرمسئله‌های (a تا f) را با موفقیت کامل انجام داده است. اگرچه در این آزمون، تنها یکی از مواد آزمون به‌صورت (10×35) ارائه شده بود که به‌طور صحیح حل شد.

۲- آزمون رسمی

پس از آن که آزمودنی‌ها در یک موقعیت طبیعی مورد مصاحبه قرار گرفتند، از آن‌ها خواسته شد تا در بخش رسمی مطالعه که در همان مکان و یا در خانه شرکت‌کنندگان طراحی شده بود، نیز شرکت کنند.

مواد آزمون تدارک دیده شده برای هر آزمودنی در آزمون رسمی بر پایه‌ی همان مسائلی بود که او قبلاً در طول آزمون غیررسمی حل کرده بود. درواقع هر مسئله‌ی حل شده توسط آزمودنی، به‌صورت ریاضیاتی و با توجه به رویه‌های حل مسئله‌ی او ارائه می‌شد.

از بین تمامی مسائلی که با موفقیت توسط هر آزمودنی حل شده بود (صرف‌نظر از این که آیا آن‌ها مواد آزمون را تشکیل می‌دادند یا نه) یک نمونه مسئله برای آزمون رسمی آزمودنی انتخاب می‌شد. این نمونه مسئله ارائه شده در آزمون رسمی یا به‌صورت یک عمل ریاضی (مثلاً $105 + 105$) و یا به‌صورت یک مسئله کلامی (مثلاً ماری X تا موز خرید که هر یک Y می‌ارزید. او وی هم چه مقدار باید بپردازد؟) به آزمودنی دیکته می‌شد. در هر یک از موارد، هر آزمودنی همان مسائل به‌کار رفته در آزمون غیررسمی را با همان اعداد حل می‌کرد. بنابراین مقادیر مورد استفاده برای هر آزمودنی با دیگری متفاوت بود.

با توجه به روش‌شناسی رید و لیو (۱۹۸۱)، آزمون رسمی دو اختلاف با آزمون غیررسمی داشت. اولاً، موارد ارائه شده در آزمون رسمی برعکس مسائل حل شده در آزمون غیررسمی بودند (مثلاً اگر در آزمون غیررسمی عملیات مسئله به‌صورت $385 - 500$ بود در آزمون رسمی به‌صورت $500 + 385$ ارائه می‌شد). ثانیاً، در

این نتایج هم‌چنین با این فرضیه آموزشی آموزش گران، که کودکان باید قبل از حل مسائل کاربردی و کلامی در زندگی واقعی، ابتدا شیوهی انجام عمل‌های ریاضی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) را بیاموزند، ناسازگار است. مسائل کلامی و در زندگی واقعی ممکن است تنها درک روزانه‌ی بشری را ارائه کنند

توسط کودکان به‌درستی پاسخ داده شدند. تعداد پاسخ‌های صحیح هر آزمودنی به‌صورت نمره‌های ۱ تا ۱۰ و درصد پاسخ‌های صحیح گزارش شد. تحلیل واریانس دو راهه‌ی فریدمن و یا مقایسه‌ی نمرات مرتب شده، امتیاز کسب شده توسط هر آزمودنی را در این سه نوع آزمون مقایسه می‌کرد. نمرات به‌طور معنادار در هر سه نوع آزمون متفاوت بودند ($p = ۰/۰۳۹$ و $u = ۴/۶$). از آزمون u -مان ویتنی نیز برای مقایسه‌ی سه نوع آزمون استفاده شد. آزمودنی‌ها به‌طور معنادار (قابل توجه)، در آزمون غیررسمی بهتر از مسائل بدون زمینه در آزمون رسمی عمل کردند ($p = ۰/۰۵$ و $u = ۰$). اما تفاوت بین مسائل آزمون غیررسمی و مسائل کلامی آزمون رسمی معنادار نبود ($p = ۰/۰۵$ و $u = ۶$).

البته جای بحث دارد که شاید خطاهای مشاهده شده در آزمون رسمی، از تفاوت در ساختار سؤالات این آزمون نسبت به سؤالات آزمون غیررسمی ناشی شده باشد. برای ارزیابی این فرضیه، سؤالات آزمون رسمی از یکدیگر تفکیک شدند، به این ترتیب که سؤالاتی

برخی از مواد مقدار اعداد مورد استفاده در آزمون غیررسمی، با آزمون رسمی متفاوت بود (مثلاً ممکن بود ۴۰ کروزیروس در آزمون غیررسمی به‌صورت ۴۰ سنتاوس^۳ در آزمون رسمی و یا ۳۵ به‌صورت ۳۵۰۰ نشان داده می‌شد. واحد پول رایج در برزیل کروزیروس می‌باشد و هر کروزیروس، ۱۰۰ سنتاوس می‌ارزد).

برای آن که موقعیت آزمون‌های رسمی شباهت بیشتری به کلاس‌های مدرسه داشته باشد، به هر آزمودنی یک کاغذ و مداد داده شده بود و آن‌ها را تشویق کرده بودند تا از این وسایل استفاده نمایند. با این وجود حتی هنگامی که مسائل بدون استفاده از این وسایل نوشتن حل می‌شد باز از آزمودنی‌ها خواسته می‌شد تا پاسخ‌های خود را ثبت کنند. تنها یکی از آزمودنی‌ها با این ادعا که طریقه نوشتن را نمی‌داند، از انجام این کار خودداری نمود. البته باید توجه نمود که موقعیت مدرسه فقط با استفاده از کاغذ و مداد، شبیه‌سازی نشده بود بلکه استفاده زیاد از مسائل ریاضی رسمی و مسائل کلامی با موقعیت‌های فرضی نیز خود یادآور شرایط حاکم بر مدارس بود. در مجموع، در آزمون رسمی، ۳۸ سؤال عملیاتی ریاضی و ۶۱ مسئله کلامی به کودکان داده شده بود. مسائل کلامی نسبتاً منسجم^۴ بودند و هر یک تنها شامل یک نوع از عملیات ریاضی بود.

بحث و نتیجه‌گیری

تحلیل نتایج حاصل از آزمون غیررسمی نیاز به یک تعریف اولیه برای مواد مورد آزمون داشت در حالی که در آزمون رسمی این مواد از قبل تعریف شده بودند. در آزمون غیررسمی، مسائل در موقعیت‌های طبیعی طراحی و مواد آزمون از قبل شناسایی شده بودند. برای جلوگیری از سودار بودن، تعداد مسئله‌های حل شده در آزمون غیررسمی، به‌وسیله‌ی آزمون‌گر (مشرقی) تعریف شده بود. این یک دیدگاه محافظه‌کارانه در آزمون غیررسمی بود چرا که آزمودنی‌ها اغلب تعدادی از گام‌های واسط را برای جستجوی پاسخ سؤالات مطرح شده، برمی‌داشتند. بنابراین یک تعریف معیار در هر دو آزمون به‌کار گرفته شد. در هر دو موقعیت، پاسخ‌های شفاهی آزمودنی‌ها توسط یک فرد ثبت می‌شد، حتی در آزمون رسمی که پاسخ‌های کتبی آزمودنی‌ها در دسترس بود.

مسائل وابسته به زمینه^۵ بسیار آسان‌تر از مسائل بدون زمینه حل می‌شدند. جدول ۱۴/۱ نشان می‌دهد که ۹۸/۲ درصد از ۶۳ مسئله مطرح شده در آزمون غیررسمی به‌طور صحیح حل شدند، در حالی که ۷۳/۷ درصد از ۶۱ مسئله کلامی و ۳۶/۸ درصد از ۳۸ مسئله عملیاتی ریاضی بدون زمینه که در آزمون رسمی پرسیده شده بودند،



که ساختار آن‌ها تغییر کرده بود (یا عملیات ریاضی آن‌ها برعکس شده بود و یا مقدار اعشاری آن‌ها تغییر کرده بود) در یک گروه و سؤالاتی که ساختار آن‌ها عیناً شبیه به سؤالات آزمون غیررسمی بود در گروه دیگری قرار گرفتند. نتایج نشان داد که درصد پاسخ‌های درست به این دو گروه از سؤالات، تفاوت معناداری با یکدیگر ندارند. درصد پاسخ‌های درست به سؤالات تغییر یافته کمی بیش‌تر از درصد پاسخ‌های درست به سؤالات مشابه با سؤالات آزمون غیررسمی بود. بنابراین، تغییر ساختار سؤالات آزمون رسمی نمی‌تواند توجیه‌کننده‌ی اختلاف ایجاد شده در انواع موقعیت‌ها باشد.

جدول ۱۴/۱ نتایج به‌دست از آزمون‌ها

آزمون غیررسمی					
مسائل کلامی		عملیات‌های ریاضی		آزمون رسمی	
تعداد آیت‌ها	نمره	تعداد آیت‌ها	نمره	تعداد آیت‌ها	نمره*
۱۱	۱۰	۸	۲/۵	۱۸	۰
۱۶	۶/۹	۸	۳/۷	۱۹	۸/۹
۱۱	۱۰	۶	۵	۱۲	۱۰
۱۲	۳/۳	۱۰	۱	۷	۱۰
۱۱	۷/۳	۶	۸/۳	۷	۱۰
۶۱		۳۸		۶۳	

* نمره هر آزمودنی درصد آیت‌های درست تقسیم بر عدد ۱۰ می‌باشد.

تفسیر دوم ممکن برای این نتایج، این است که کودکان مصاحبه شده در این آزمون در تفکر خود، منسجم^{۱۵} بودند و بنابراین، موقعیت‌های منسجم به آن‌ها در کشف راه حل سؤالات کمک می‌کرد. در موقعیت‌های طبیعی، آن‌ها مسائلی را حل می‌کردند که مربوط به فروش لیمو، نارگیل و یا ... بود، درواقع مواد مورد سؤال در مسئله به‌صورت فیزیکی قابل لمس بود. البته در صورتی وجود مثال‌های منسجم می‌تواند به‌عنوان یک عامل کمک‌کننده به مسئله حل کن دیده شود که این مثال‌ها به طریقی به مسئله حل کن اجازه دهند که این نمونه‌ها را به حالت‌های کلی‌تر تعمیم دهد. درواقع قیمت یک نارگیل یک ویژگی ذاتی آن نیست که همواره هر نارگیل ۳۵ کروزیوس ارزش داشته باشد و قیمت هر سه نارگیل ۱۰۵ کروزیوس شود. علاوه بر این محاسبات مربوط به موقعیت‌های طبیعی در آزمون غیررسمی در همه‌ی موارد به صورت ذهنی و بدون استفاده از هرگونه حافظه بیرونی و یا گام‌های میانجی انجام می‌شد. بنابراین می‌توان گفت که توانایی

انجام محاسبات ذهنی یک ویژگی متفکران منسجم می‌باشد. این نتایج هم‌چنین با این فرضیه آموزشی آموزش‌گران، که کودکان باید قبل از حل مسائل کاربردی و کلامی در زندگی واقعی، ابتدا شیوه‌ی انجام عمل‌های ریاضی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) را بیاموزند، ناسازگار است. مسائل کلامی و در زندگی واقعی ممکن است تنها درک روزانه‌ی بشری^{۱۶} را ارائه کنند (دونالد سون^{۱۷}، ۱۹۷۸). این مسائل، کودکان را هدایت می‌کنند تا پاسخ صحیح را به‌طور مستقیم و بدون نیاز به انجام یک گام اضافه بیابند، برای مثال مدل‌سازی مسائل کلامی در قالب عبارت‌های جبری. این تفسیر با اطلاعات به‌دست آمده از تحقیقات دیگران مانند واسون و شاپیرو^{۱۷} (۱۹۷۱)، جانسون لیرد و همکاران^{۱۸} (۱۹۷۲) و لانزر و همکاران^{۱۹} (۱۹۷۲) در حوزه‌ی منطق نیز سازگار است.

چگونه امکان دارد که کودکان قادر به حل یک مسئله‌ی محاسباتی در یک موقعیت طبیعی باشند ولی تلاش آن‌ها برای حل همین مسئله اما بدون زمینه به شکست منجر شود؟ در مطالعه‌ی حاضر، یک تحلیل کیفی از پروتکل‌ها نشان داد که ممکن است، رویه‌های حل مسئله مورد استفاده در دو موقعیت متفاوت باشند. در موقعیت‌های طبیعی، کودکان بیش‌تر تمایل دارند تا با روش‌هایی که روش مناسب (در دسترس)^{۱۹} نامیده می‌شود، استدلال کنند، در حالی که در آزمون رسمی رویه‌های آموزش داده شده در مدرسه بیش‌تر تکرار می‌شدند، اگرچه منحصراً مشاهده نشد. پنج مثال در ادامه آورده شده است که توانایی کودکان در برخورد با کمیت‌ها و کمبود مهارت آن‌ها را دست‌ورزی با نمادهای ریاضی نشان می‌دهند. این مثال‌ها برای اراده‌ی توضیحات آشکار از رویه‌های مورد استفاده هر دو موقعیت، انتخاب شده‌اند. در هر یک از پنج مثال زیر عملکرد کودکان در آزمون غیررسمی در مقایسه با عملکرد مشابه آن‌ها در آزمون رسمی در یک مسئله یکسان توصیف شده است.

مثال اول (M، ۱۲ ساله)

آزمون غیررسمی

مشتری: من ۴ تا نارگیل می‌خواهم. قیمت آن‌ها چقدر می‌شود؟

M: سه تا از آن‌ها، ۱۰۵ می‌شود به‌علاوه ۳۰ می‌شه ۱۳۵ و ... با یک ۵ ... می‌شود ۱۴۰!

آزمون رسمی

در این مرحله از دانش‌آموز M خواسته شد تا روش به‌دست

آوردن حاصل ضرب 4×35 را با صدای بلند توضیح دهد. (یک مسئله بدون یافت و زمینه). این دانش آموز روش حل خود را این طور توضیح داد که: ۴ برابر ۵ می شود ۲۰. رقم یکان را که صفر است می نویسیم و ۲ را که رقم دهگان است نگه داریم. حال ۲ به علاوه ۳ می شود ۵. و در ادامه ۴ برابر ۵ هم ۲۰ می شود و با در نظر گرفتن صفر قبلی، حاصل ضرب ۲۰۰ می شود.

مثال دوم (MD، ۹ ساله)

آزمون غیررسمی

مشتري: من ۳ تا نارگیل می خواهم که قیمت هر کدام ۴۰ کروز بیروس باشد. روی هم چقدر می شود؟

کودک: (بدون هیچ نوع ژست و ادا، با صدای بلند محاسبه می کند) ۴۰، ۸۰ و ۱۲۰.

آزمون رسمی

کودک ضرب 3×40 را حل کرده و پاسخ ۷۰ را به دست می آورد. او روش خود را این گونه توضیح می دهد: صفر را نگه می داریم، حال ۳ به علاوه ۴ می شود ۷ بنابراین پاسخ ۷۰ می شود.

مثال سوم (MD، ۹ ساله)

آزمون غیررسمی

مشتري: من ۱۲ تا لیمو می خواهم که قیمت هر کدام ۵ کروز بیروس است.

کودک: ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ (به طور جداگانه هر بار قیمت دو لیمو را حساب می کرد).

آزمون رسمی

این کودک این سؤال را نیز مانند ضرب 3×40 حل کرد. در 5×12 ، اقدامات او این طور بود که ابتدا ۲، سپس و در نهایت ۱ را به ترتیب پایین آورد و حاصل ۱۵۲ شد. او این رویه را برای آزمون گر (شگفت زده)، توضیح می دهد و حل خود را تمام می کند.

مثال چهارم (S، ۱۱ ساله)

آزمون غیررسمی

مشتري: من برای ۶ کیلو از این چقدر باید بپردازم؟ (هندوانه با قیمت هر کیلو ۵۰ کراز بیروس).

کودک: (بدون هیچ گونه مکث محسوس) ۳۰۰.

مشتري: اجازه بدهید. چه طور شما این طور سریع حساب کردید؟

کودک: یکی یکی حساب کردم. دو کیلم می شود ۱۰۰ و سپس ۲۰۰ و ۳۰۰.

آزمون رسمی

سؤال: یک ماهی گیر ۵۰ ماهی گرفت. نفر دوم ۵ برابر ماهی های نفر اول، ماهی گرفت. ماهی گیر خوش شانس چند ماهی گرفته است؟

کودک: (ضرب 6×50 و ۳۶۰ را به عنوان نتیجه می نویسد) سپس پاسخ می دهد، ۳۶.

آزمون گر مسئله را دوباره می خواند و بچه دوباره محاسبه می کند و ۸۶۰ را به عنوان نتیجه یادداشت کرده و به صورت شفاهی پاسخ می دهد ۸۶.

آزمون گر: شما چگونه آن را محاسبه کردید؟

کودک: من آن را به این صورت انجام دادم. ۶ برابر ۶ می شود ۳۶. پس من آن را این جا قرار دادم.

آزمون گر: کجا آن را گذاشتید؟ (کودک روند کار خود را جایی ثبت نکرده بود).

کودک: (به رقم های ۵ در ۵۰ اشاره می کند). آن ۸۶ می شود [ظاهراً ۳ و ۵ را با هم جمع کرده و حاصل را به عنوان نتیجه نوشته است*].

آزمون گر: ماهی گیر اول چه تعداد ماهی گرفت؟

کودک: ۵۰

*مثال پایانی که در ادامه می آید تفسیر احتمالی توضیحات داخل قلاب را بررسی می کند.

مثال پنجم (S، ۱۱ ساله)

آزمون غیررسمی

مشتري: من ۲ تا نارگیل می خواهم. (که هر یک ۴۰ کراز بیروس است و ۵۰۰ کراز بیروس می پردازد. من چقدر باید پس بگیرم؟).

کودک: (قبل از این که مشتري آن را حساب کند) ۸۰، ۹۰، ۱۰۰، ۴۲۰.

آزمون رسمی

سؤال: $80 + 420$

کودک این جمع را می نویسد و ادعا می کند که حاصل آن ۱۳۰

هدف ما از انجام این تحقیق زیر سؤال بردن آموزش ریاضیات مدرسه‌ای نیست بلکه ما به آموزشگران ریاضی این پیشنهاد را می‌کنیم که اجازه دهند تا دانش‌آموزان ابتدا به کمک مسائل زمینه‌مدار و نیز مسائل واقعی زندگی روزمره با محاسبات ریاضی آشنا شوند و سپس این الگوریتم‌های روتین مدرسه‌ای به آن‌ها آموزش داده شود

می‌شود. [رویه‌ی مورد استفاده توسط وی توضیح داده نشد اما به نظر می‌رسد که او یک مرحله از الگوریتم ضرب را برای این مسئله‌ی جمع به کار گرفته است. او ابتدا به درستی ۲ را با ۸ جمع کرده و پاسخ ۱۰ را به دست می‌آورد. ولی در ادامه صفر را کنار گذاشته و دوباره ۱ و ۴ و ۸ را با هم جمع می‌کند و حاصل را ۱۳ به دست می‌آورد و با آن صفر قبلی پاسخ ۱۳۰ می‌شود و این در حالی است که او صفرهای ۸۰ و ۴۲۰ را ننوشته است].

آزمون گر: شما در جمع ۴۲۰ و ۸۰ چگونه عمل کردید؟

کودک: جمع؟

آزمون گر: بله جمع با ۸۰.

کودک: ۱۰۰ و ۲۰۰.

آزمون گر: (پس از ۵ ثانیه مکث)، آهان، بسیار خوب.

کودک: چند دقیقه صبر کنید. آن اشتباه است. ۵۰۰ [کودک ظاهراً ۸۰ را با ۲۰ جمع کرده و حاصل ۱۰۰ را به دست آورده و سپس این ۱۰۰ را با هم جمع کرده است. آزمون گر پس از یک مکث کوتاه، ۲۰۰ را به عنوان پاسخ نهایی پیشنهاد کرد. اما کودک محاسبات خود را کامل کرد پاسخ صحیح را به دست آورد در حالی که سعی داشت این مسئله‌ی جمع را با دست‌ورزی‌های نمادین انجام دهد].

در آزمون غیررسمی، کودکان بر محاسبات ذهنی تکیه دارند که تقریباً مرتبط با کمیت‌هایی هستند که با آن‌ها برخورد می‌کنند. به نظر می‌رسد که راهبرد ترجیح داده شده برای مسائل ضرب، ترکیبی از جمع‌های متوالی است. در مثال اول وقتی که جمع، کمی مشکل می‌شود، آزمودنی یک کمیت را در قالب چند ۱۰ و واحد تجزیه می‌کند- در جمع ۳۵ با ۱۰۵، ابتدا ۳۰ را اضافه کرده و سپس ۵ را در نتیجه اعمال می‌کند.

در آزمون رسمی، جایی که در تمامی مثال‌های مذکور از کاغذ و مداد استفاده می‌شود، کودکان سعی می‌کنند تا بدون هیچ موفقیتی، الگوریتم‌های از پیش توصیف شده‌ی مدرسه‌ای را دنبال کنند.

خطاها اغلب در پی اشتباه گرفتن الگوریتم‌های مربوط به جمع با الگوریتم‌های ضرب اتفاق می‌افتد، این مورد در مثال‌های ۱ و ۵ به روشنی دیده می‌شود. علاوه بر این در همه‌ی موارد بالا هیچ شاهد و مدرکی در دست نیست که کودکان سعی داشته باشند درستی پاسخ‌های به دست آمده برای مسئله مرد نظر را با توجه به ظاهر مسئله، امتحان کنند.

در مجموع، ترکیب دو روش بالینی پیازه و روش مشاهده‌ی آزمودنی، در این پژوهش بسیار مفید بود به خصوص در جایی که پژوهشگر قصد اکتشاف نحوه‌ی تفکر ریاضی و نحوه‌ی تفکر در زندگی واقعی افراد آزمودنی را داشت. یافته‌های پژوهش حاضر، نظریه‌ی مطرح شده از طرف لوریا^{۲۰} (۱۹۷۶) و دونالدسون (۱۹۷۸) را که معتقدند تفکر تقویت شده به وسیله‌ی ادراک روزانه بشری^{۲۱} در سطح بالاتری از تفکر بدون زمینه قرار دارد را تایید می‌کند. آن‌ها همچنین تردیدها در مورد راهکار آموزشی تدریس عملیات‌های ریاضی در یک شکل جاسازی نشده^{۲۲} را قبل از به کارگیری آن‌ها در مسائل کلامی، از بین بردند.

این نتایج، با یافته‌های تحقیق لیو^{۲۳} (۱۹۸۴) که نشان داد حل مسئله در سوپرمارکت‌ها به صورت قابل توجهی برتر از حل مسئله به کمک کاغذ و مداد است، هماهنگ می‌باشد. به نظر می‌رسد که حل مسئله‌های روزانه به وسیله‌ی الگوریتم‌هایی متفاوت با الگوریتم‌های تدریس شده در مدرسه انجام می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر، حل مسئله روزانه اغلب به وسیله‌ی استراتژی‌های ذهنی و دست‌ورزی با کمیت‌ها انجام می‌شود، در حالی که در مدرسه این بار بیش‌تر برعهده‌ی دست‌ورزی‌های نمادین است، درواقع ساختن عملیات‌ها «در یک درک بسیار واقعی اما جدا از واقعیت». (مراجعه کنید به رید و لیو، ۱۹۸۱، ص ۴۴۲).

آیا می‌توان نتیجه گرفت که مدارس باید به کودکان اجازه دهند تا به سادگی رویه‌های محاسباتی خود را توسعه دهند نه این که سعی در تحمیل سیستم‌های محاسباتی توسعه یافته در فرهنگ آن‌ها داشته باشند؟ محاسبات ذهنی محدودیت‌هایی دارند که به وسیله‌ی محاسبات کتبی رفع می‌شوند. اصلی‌ترین محدودیت عملیات ضرب، استفاده از قطعه‌های متوالی جمع است که هنگامی که اعداد بزرگ می‌شوند این الگوریتم به طور عمده، غیرمؤثر می‌شود.

همان‌طور که برونر^{۲۴} (۱۹۷۲)، در زمینه‌های ریاضیات و منطق به آن اشاره کرده بود، نوع ریاضیات تدریس شده در مدارس یک عامل بالقوه برای تقویت فرایندهای تفکر به حساب می‌آید. درواقع ما در مورد این که الگوریتم‌های ریاضیات مدرسه‌ای راه کارهای

غنی‌تر و مفیدتری ارایه می‌کنند یا الگوریتم‌های آشکار شده در خارج از مدرسه بحث نمی‌کنیم. درواقع هدف ما از انجام این تحقیق زیر سؤال بردن آموزش ریاضیات مدرسه‌ای نیست بلکه ما به آموزشگران ریاضی این پیشنهاد را می‌کنیم که اجازه دهند تا دانش‌آموزان ابتدا به کمک مسائل زمینه مدار و نیز مسائل واقعی زندگی روزمره با محاسبات ریاضی آشنا شوند و سپس این الگوریتم‌های روتین مدرسه‌ای به آن‌ها آموزش داده شود.

پی‌نوشت

1. Street mathematics
2. Context- Free
3. Reed & Lave
4. Carraher & Schliemann
5. Gay & Cole
6. Kpelle
7. Recife
8. Berlinck
9. Saopaulo
10. Cavalcanti
11. Duarte
12. Cruzeiros
13. Centavos
14. Concrete
15. Context- embedded
16. Concrete
17. Daily human sense
18. Donaldson
19. Wason & Shapiro
20. Johnson – Laird et al
21. Lunzer et al
22. Convenient group
23. Luria
24. Daily Human Sense
25. Disembedded
26. Lave
27. Bruner

منبع اصلی

Chapter 14 of classics Book
Chapter 14: Mathematics in the streets and in schools
Terezinha Nunes Carraher
David William Carraher
Analucia Dias Schliemann

منابع

- Berlinck, M. T. (1977) *Marginalidade Social e Relacoes de Classe* em Sao Paulo. Petropolis , RJ, Brazil: Vozes.
- Bruner, J. (1972). *Relevance of Education*. London: Penguin.
- Carraher, T. Carraher, D. & Schliemann, A. (1982). Na vida dez, na escola zero: Os contextos culturais da aprendizagem da matematica. *Cadernos de Pesquisa* 42, 79–86. (Sao Paulo, Brazil, special UNESCO issue for Latin America.)
- Carraher ,T. & Schliemann, a. (January 1985). Computaion routines prescribed by schools: Help or hindrace? *Journal for Research in Mathematics Education* 16, 37–44.
- Cavalcanti, C. (1978). Viabilidade do Setor Informal. A Der- nanda de Pequenos Servicos no Grande Recife. Recife, PE, Brazil: Instituto Joaquim Nabuco de Pesquisas Sociais.
- Cavalcanti, C. & Duarte, R. (1980a.). A Procura de Espaco na Ecomomia Urbana: O Setor Informal de Fortaleza. Recife, PE, Brazil: SUDENE/FUNDAJ.
- Cavalcanti, C. & Duarte , R. (1980b). O Setor Informal de Sal- vador: Dimensoes. Natureaz, Significacao. Recife, PE, Brazil: SUDENE/FUNDAJ.
- Gay, J., & Cole, M., M. (1976). *The New Mathematics and an old Culture: A study of Learning among the Kpelle of Liberia*. NewYork: Holt, Rinehart & Winstion.
- Johnson– Laird, P.N, Legrenzi, P. & Sonino Legrenzi, M. (1972). Reasoning and a sense of reality. *British Journal of Psychology*, 63, 395–400.
- Lave, JI, Murtaugh, M., & de La Rocha, O. (1984). The dia- lectical construction of arithmetic practice. In B. Rogoff & J. Lave (eds), *Everyday Cognition: Its Development in social Context*, pp. 67–94. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Lunzer, E, Q. Harrison , C. & Davey , M. (1972). The fourcard problem and the development of formal reasoning *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 24, 326–339.
- Luria, A. R. (1976). *Cognitive Development: Its Cutural and Social Foundations*. Cambridge, MA:Harvard University Press.
- Reed , H. J. & Lave , J. (1981). Arithmetic as a tool for inversti- gating relations between culture and cognition. In R. W. Cas- son (ed), *Language , Culture and Cognition*. Anthropological Perspectives. NewYork: Macmillan.
- Wason, P. C. & Shapiro, D. (1971). Natural and contrived experience in a reasoning problem. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*. 23, 63–71.

طراحی دوفعالیت برای آموزش مساحت و محیط دایره

نغمه حاجی صادقی

کارشناس ریاضی و معلم ریاضی ابتدایی تهران

دانش‌آموزان پایه پنجم اطلاعاتی درباره سطح و مساحت و این که اندازه‌گیری هر کمیتی با کمیت دیگری از همان جنس که به عنوان واحد انتخاب شده است را از پایه‌ی سوم ابتدایی کسب کرده بودند و با عدد پی در قسمت محیط دایره آشنایی داشتند و به عبارتی، می‌توانستند نسبت موجود بین سطح و واحد سطح را تعیین کنند. پس فعالیتی را که طراحی کرده بودم، با مشارکت آن‌ها در چندین مرحله انجام دادیم.

مرحله‌ی (۱)

با دانش‌آموزان و تخته وایت برد سیار به حیاط مدرسه رفتیم و چون فکر می‌کنم که هیچ فعالیتی به اندازه‌ی ساختن و رسم شکل به درک مفاهیم هندسی کمک نمی‌کند، از گروه‌ها خواستم تا با استفاده از پرگار نخی، دایره‌های بزرگی با شعاع دلخواه روی موزائیک‌های حیاط رسم کنند و هر گروه ۳ نفری، درون یک دایره قرار بگیرد.

مرحله‌ی (۲)

تاریخچه‌ی کوتاهی درباره‌ی روش محاسبه‌ی مساحت دایره در زمان بابلیان و مصر باستان برای دانش‌آموزان تهیه کرده بودم تا به افزایش آگاهی و ایجاد انگیزه در آن‌ها کمک کند.

مرحله‌ی (۳)

بسته‌ای شامل برگه‌های فعالیت، مقوای پشت شطرنجی، نقاله، خط‌کش، پرگار، قیچی و ماشین حساب را در اختیار هر گروه گذاشتم.

دو سال پیاپی مسئولیت تدریس ریاضی پایه‌ی پنجم را داشتم به‌خاطر این که عهده‌دار چنین مسئولیت سنگینی بودم، در سال دوم تدریس، احساس کردم که لازم است دید خود را نسبت به ریاضی وسعت ببخشم و با مطالعه‌ی بیش‌تر و استفاده از تجربیات دیگران، تدریس خود را بهبود بخشم.

در سال اول تدریس پایه‌ی پنجم، محیط دایره را از روش فعالیتی که در روایت معلم‌ان مجله‌ی رشد آموزش ریاضی دوره‌ی بیست و چهار شماره‌ی ۳، طراحی شده بود، آموزش دادم و دانش‌آموزان به‌خوبی روش کشف عدد پی را تجربه کردند و از این طریق، به یادگیری مفهومی آن‌ها کمک شد. اما هنگام تدریس آموزش مساحت دایره، متوجه شدم که با فعالیت کتاب، یادگیری مفهومی اتفاق نیفتاده است. پس ضرورت طراحی فعالیتی را که دانش‌آموزان بتوانند فعالانه در تدریس شرکت کنند تا با انگیزه‌ی بیش‌تری اطلاعات مورد نیاز خود را به‌دست آورند، لازم دیدم.

تجربه‌ی تدریسم این باور را در من ایجاد کرده بود، که برای اندازه‌گیری سطوح و قواعد اشکال مختلف هندسی و یادگیری اکثر مباحث ریاضی، می‌توان از راه‌های تجربی و عملی استفاده کرد. لذا با شرکت در یک دوره‌ی کارگاه روان‌شناسی تربیتی بر آن شدم تا با در نظر گرفتن هوش‌های چندگانه‌ی گاردنر و با تعمیم فعالیت محیط دایره و ایده‌ی آن، یک فعالیت عملی برای پیدا کردن مساحت دایره طراحی کنم.

نمونه‌ی برگه‌ی فعالیت شماره‌ی (۱)

به نام خدا درس: ریاضی پایه: پنجم نام اعضای گروه: تاریخ: فعالیت مساحت دایره (۱)				
✱ ابتدا دایره‌ای به شعاع دلخواه روی مقوای شطرنجی رسم کرده، آن را برش زده و جدول زیر را کامل کنید.				
دایره	شعاع cm	شعاع × شعاع	مساحت (سانتیمتر مربع)	مساحت ÷ (شعاع × شعاع)
دایره‌ی مقوایی				
دایره‌ی رسم شده در حیاط				
از این فعالیت چه نتیجه‌ای گرفتید؟ آن را بنویسید.				

مرحله‌ی (۴)

زمانی برای تبادل نظر و کامل کردن جدول واقع در برگه‌ی فعالیت در نظر گرفته شد. گروه‌ها ابتدا برگه‌ی فعالیت را خواندند و پس از تقسیم کار، فعالیت را آغاز نمودند.

مرحله‌ی (۵)

دانش‌آموزان بادقت خانه‌های شطرنجی را می‌شمردند و چون بین این فعالیت با فعالیت محیط دایره ارتباطی حس کرده بودند، از همان ابتدا پیش‌بینی کردند که ستون آخر نزدیک یا همان عدد پی باید باشد و برای اطمینان، شمارش خود را تکرار می‌کردند. هر گروه، روش شمارش متفاوتی داشت. گروهی خانه‌های شطرنجی نیمه را علامت‌گذاری می‌کرد تا با نیمه‌های دیگر، آن را یک خانه‌ی کامل به حساب آورد. گروهی با سرعت بیش‌تر کار خود را انجام می‌داد و می‌گفت ما نیاز به شمارش تمام خانه‌های دایره نداریم. آن‌ها قطر

دایره (دانش‌آموزان از فعالیت محیط دایره به‌طور تجربی دریافته بودند که بزرگ‌ترین وتر قطر است) را پیدا کرده و سپس خانه‌های نیم دایره را می‌شمردند. گروه‌ها در قسمت شمارش خانه‌های $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ (واحد مساحت) برای محاسبه‌ی مساحت دایره‌ی حیاط دچار چالش شدند و فرصتی مناسب برای طرح مسئله بین گروه‌ها ایجاد شد که برای حل آن، به مشارکت همه‌ی دانش‌آموزان نیاز بود. چون در تدریس‌های قبلی، دانش‌آموزان با مساحت و کاشی کاری سطوح آشنایی پیدا کرده بودند، پس از بحث و گفتگو به این نتیجه رسیدند که مساحت یک موزائیک مربع شکل را به‌دست آوردند و در تعداد موزائیک‌ها ضرب کنند. همچنین، گروه‌ها پس از بحث با یکدیگر، نتیجه‌گیری کردند که شمارش موزائیک‌ها در یک ربع دایره، در افزایش سرعت برای انجام فعالیت نقش مهمی دارد.

نمونه‌ی برگه‌ی فعالیت شماره‌ی (۲)

به نام خدا

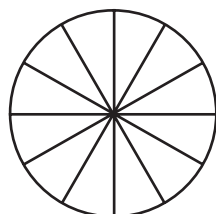
تاریخ:

درس: ریاضی

فعالیت مساحت دایره (۲)

پایه: پنجم

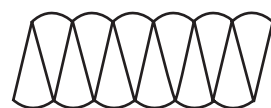
نام اعضا گروه:



شکل ۱

(۱) دایره‌ی رسم شده با شعاع دلخواه را به ۱۲ قسمت تقسیم و سپس آن‌ها را برش بزنید. مراحل کار خود را توضیح دهید.

(۲) ۱۲ قسمت را به نحوی کنار هم قرار دهید تا یک شکلی شبیه چهارضلعی ایجاد شود.



شکل ۲

(۳) آیا مساحت چهارضلعی حاصل با مساحت دایره برابر است؟ توضیح دهید.

مرحله‌ی (۸)

دانش‌آموزان با کنار هم قرار دادن قسمت‌های برش زده از دایره، شکل شبیه به چهارضلعی را ساختند. گروهی چهارضلعی خود را مستطیل و گروهی متوازی‌الاضلاع می‌نامید. آن‌ها متوجه شده بودند که شعاع دایره همان عرض مستطیل یا ارتفاع متوازی‌الاضلاع است و دور تا دور دایره که همان محیط دایره است، در طول‌های مستطیل یا همان قاعده‌ی متوازی‌الاضلاع قرار دارد. هم‌چنین، آنان دریافته بودند که مساحت چهارضلعی به دست آمده با مساحت دایره برابر است و فقط تغییراتی در شکل ظاهری آن ایجاد شده است. پس نتایج زیر، در جمع‌بندی نهایی این فعالیت توسط دانش‌آموزان، روی تخته یادداشت شد:

شعاع $\times$ محیط نیم دایره = مساحت دایره

عدد پی $\times$ شعاع = محیط نیم دایره

عدد پی $\times$ شعاع $\times$ شعاع = مساحت دایره

مرحله‌ی (۹)

جمع‌بندی: امیدوارم با انجام این فعالیت که هدف آن درک ارتباط مفاهیم و قواعد ریاضی بود و نه فقط ارائه‌ی یک فرمول، دانش‌آموزان به‌خوبی مساحت دایره را یاد گرفته باشند و در ارزیابی عملکرد این فعالیت و بازنگری و رفع کمبودهای آن، فعالیت‌های مناسب‌تری برای سال‌های بعدی تدریسم ارائه دهم.

مرحله‌ی (۶)

پس از آن که گروه‌ها مراحل کار خود را به اتمام رساندند، جدولی مانند جدول برگه‌ی فعالیت روی تخته‌ی سیار رسم کردند و هر گروه، نتایج و مراحل انجام فعالیت خود را توضیح داد و اطلاعات را روی تخته یادداشت کرد. نتایج به دست آمده توسط گروه‌ها، جمع‌بندی شد و بدین ترتیب، رابطه‌ی مساحت دایره به دست آمد. پس از آن، برگه‌ی فعالیت شماره‌ی (۲) در بین گروه‌ها توزیع شد.

مرحله‌ی (۷)

دوباره هیاهو در بین گروه‌ها به پا شد که چه راهی برای تقسیم دایره به قسمت‌های مساوی پیدا کنند. چون در بسته‌ای که بین گروه‌ها توزیع شده بود مقاله هم وجود داشت، بعضی دانش‌آموزان متوجه ارتباط این قسمت از فعالیت و مقاله شدند و با کمی گفتگو، اعضای گروه‌های خود را متقاعد ساختند که ۳۶۰ درجه را به ۱۲ قسمت ۳۰ درجه‌ای تقسیم کنند. خوشحال بودم که دانش‌آموزان می‌توانند به‌خوبی اندیشه کنند و مطالب آموخته شده در گذشته را به کار ببرند و این، یکی از اهداف طراحی این قسمت از فعالیت بود، تا در ضمن انجام آن، مفاهیم دیگری نیز مانند تقسیم و کسر و نظایر آن یادآوری شود و از این طریق، دانش‌آموزان تعامل موجود بین مفاهیم مختلف ریاضی را درک کنند.

وسيله‌ای ساده برای تدریس مثلثات

مرتضی بیات، زهرا خاتمی و هوشنگ اوصانلو
خانه‌ی ریاضیات زنجان

چکیده

ضرورت وجود وسیله‌ی ساده‌ای برای تدریس درس مثلثات، ما را بر آن داشت که با استفاده از قضیه‌ی هندسی معروف مسئله‌ی جفت دواير طوسی، وسیله‌ی متحرکی طراحی کنیم که به راحتی توسط معلمان و دانش‌آموزان ریاضی قابل ساخت و تولید بوده و در ضمن، اکثر مطالب مربوط به درس مثلثات به کمک آن، به صورت شهودی قابل بیان باشد. تجربه‌ی تدریسی مؤلفان نشان داده است که ساخت این وسیله توسط دانش‌آموزان، موجب درک عمیق‌تر آن‌ها از درس هندسه و مثلثات خواهد شد. مؤلفان به این باور رسیده‌اند که یادگیری مفهومی یک موضوع ریاضی از طریق دست‌ورزی و مشاهده‌ی عینی، این امکان را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورد که مفاهیم این درس‌ها در ذهن آن‌ها نهادینه شود.

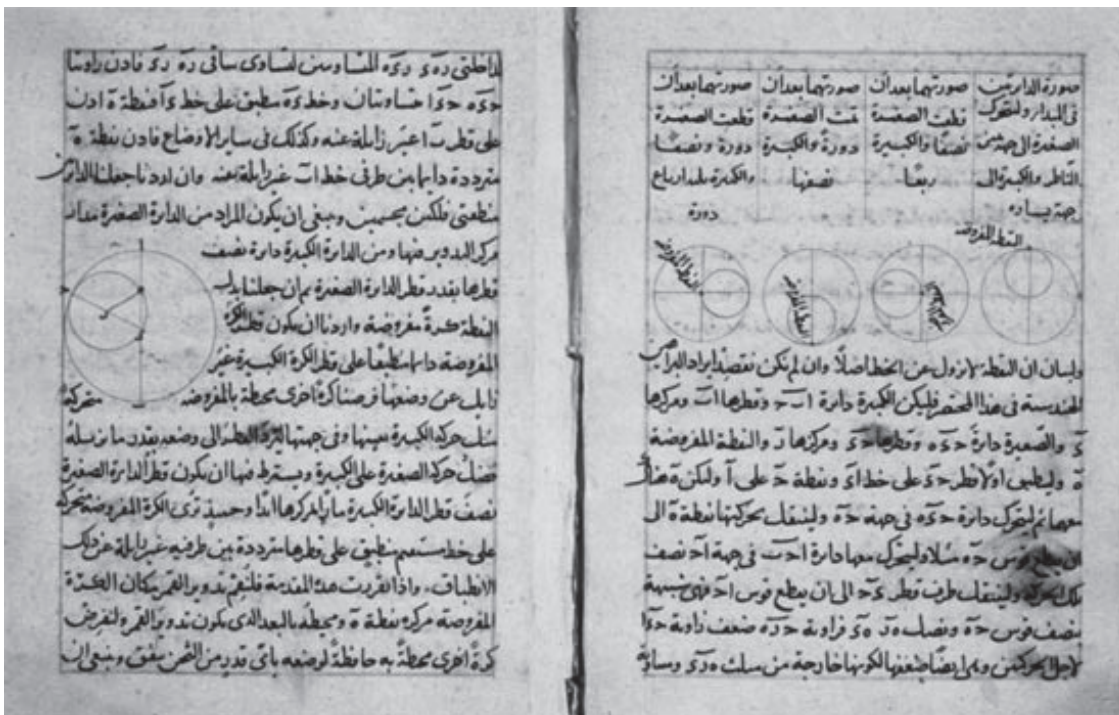
کلیدواژه‌ها: مثلثات، جفت دواير طوسی، یادگیری مفهومی، ابزار کمک آموزشی.

مقدمه

در این مقاله، برای نشان دادن چگونگی ساخت وسیله‌ای ساده برای تدریس مثلثات، ابتدا به معرفی قضیه‌ی هندسی معروف به مسئله‌ی جفت دواير که توسط خواجه نصیرالدین طوسی ارائه شده می‌پردازیم. سپس کاربرد این قضیه را برای ساخت دایره‌ی مثلثاتی متحرک توضیح می‌دهیم و بالاخره، روش استفاده از این وسیله را بیان می‌کنیم.

جفت دواير خواجه نصیرالدین طوسی

اولین بار، خواجه نصیرالدین طوسی در نجوم برای مدل حرکت دو سیاره، طرح هندسی را ابداع کرد که امروزه این مسئله، به جفت دواير طوسی معروف است. اما در منابع خارجی، به مسئله‌ی چرخ گردان شهرت دارد. این مسئله، حرکت دورانی را به حرکت راست خط (مستقیم‌الخط) و برعکس تبدیل می‌کند.



قضیه. اگر دایره‌ای به شعاع r روی محیط داخلی دایره‌ای به شعاع $R=r$ بدون لغزش بچرخد، هر نقطه از دایره‌ی کوچک، قطری از دایره‌ی بزرگ را به‌طور نوسانی می‌پیماید (برای دیدن اثبات این قضیه، به منبع [۱] مراجعه کنید).

کاربرد مسئله‌ی جفت دوایر طوسی برای ساخت دایره‌ی مثلثاتی متحرک

در این بخش، روش ساخت وسیله‌ای را برای تدریس مفاهیم مثلثات ارائه می‌دهیم. ما به تجربه، در کلاس درس دریافتیم که استفاده از این وسیله، موجب آموزش کارآمدتر و تعمیق مفاهیم مربوط به درس مثلثات می‌شود و بدین سبب، چگونگی ساخت این وسیله را به همکاران مان ارائه می‌دهیم.

نام وسیله: دایره‌ی مثلثاتی متحرک؛

مخاطبان: دانش‌آموزان دوره‌ی دبیرستان و پیش‌دانشگاهی، دانشجویان فنی، دانشجو-معلمان و دبیران؛

هدف: ساخت وسیله‌ای متحرک و پویا برای آموزش نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس و تعدادی از روابط مثلثاتی.

مواد و وسایل لازم:

- مقوای ماکت‌سازی به ضخامت ۳ میلی‌متر برای کشیدن

دایره‌های با شعاع‌های ۱۱ و ۱۲ سانتی‌متر؛

- طلق شفاف (بی‌رنگ) دایره‌ای شکل به شعاع ۱۲ سانتی‌متر؛

- شبرنگ قرمز رنگ به شکل دایره به شعاع ۵/۵ سانتی‌متر؛

- کش نازک؛

- طلق شفاف به ابعاد ۱ سانتی‌متر در ۳ سانتی‌متر و به ضخامت

۱/۵ میلی‌متر (برای تهیه این طلق می‌توانید از قاب دیسکت یا سی‌دی استفاده کنید)؛

- پرچ ماده (۱ عدد) (از این پرچ‌ها در کفافی یا خیاطی

برای پوشاندن دور سوراخ روی چرم-سوراخ بند کفش- استفاده می‌شود)؛

- واشر کوچک (۱ عدد).

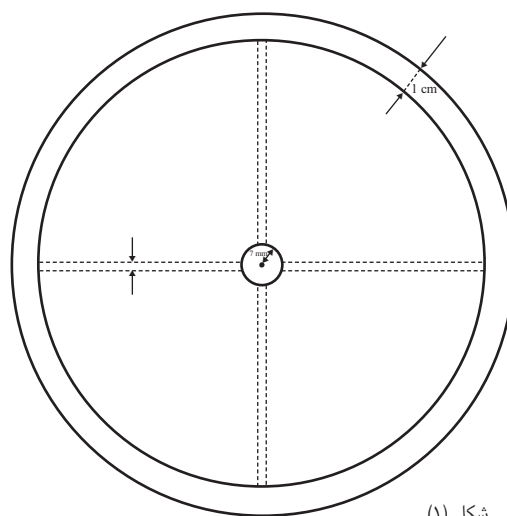
روش ساخت:

ابتدا دایره‌ای مقوایی به شعاع ۱۲ سانتی‌متر را در نظر می‌گیریم.

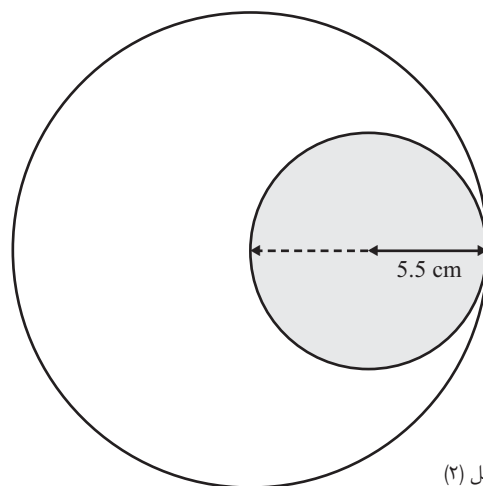
سپس دو دایره به شعاع‌های ۷ میلی‌متر و ۱۱ سانتی‌متر به مرکز دایره‌ی ۱۲ سانتی‌متری رسم می‌کنیم. مطابق شکل (۱)، شیارهایی به ضخامت ۳ میلی‌متر به‌صورت علامت جمع (با استفاده از تیغ موکت‌بر) در امتداد خط‌چین می‌بریم (باید مواز باشدیم که دایره‌ی به شعاع ۷ میلی‌متر بریده نشود).

برای استحکام بیش‌تر این شکل به‌دست آمده، طلق شفاف

(بی‌رنگ) به شعاع ۱۲ سانتی‌متر را با استفاده از چسب مایع به دقت پشت این دایره می‌چسبانیم. برای نشان دادن اندازه‌ی زاویه، نوار بین دایره‌های به شعاع ۱۱ و ۱۲ سانتی‌متر را با استفاده از نقاله، به ۳۶ قسمت تقسیم می‌کنیم که هر قسمت نشانگر ۱۰ درجه است (شکل ۳).

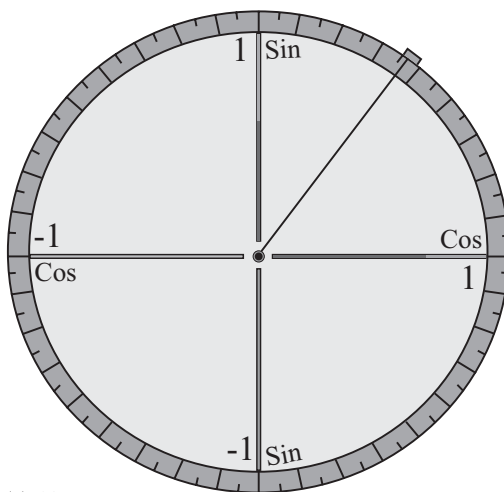


شکل (۱)



شکل (۲)

بعد شکل (۲) را زیر شکل (۱) قرار داده و با استفاده از واشر کوچک و پرچ ماده، آن‌ها را به هم محکم می‌کنیم. این دو باید طوری روی هم پرچ شوند که دایره‌ی زیری به صورت روان، حول محل پرچ، دور خود بچرخد. هنگام چرخیدن متوجه می‌شوید که دایره‌ی قرمزی زیری، محورهای افقی (محور کسینوس‌ها) و محور عمودی (محور سینوس‌ها) را قطع می‌کند. حال برای مشخص شدن زاویه‌ی این نسبت‌ها، طلق ۱ در ۳ را با اندکی حرارت به شکل U خم می‌کنیم به‌طوری که یک ساق آن یک سانتی‌متر و ساق دیگر آن ۱/۵ سانتی‌متر باشد. سپس قسمت بلندتر را با استفاده از چسب مایع به پشت دایره با شعاع ۱۱ سانتی‌متر می‌چسبانیم طوری که محیط دو دایره داخل شکل U قرار گیرند و به‌صورت آزاد روی هم حرکت کنند. اینک یک سر کش نازک را از داخل پرچ ماده عبور داده و در آن‌جا با گرهی ثابت کنید. سپس سر دیگر را روی ساق کوتاه طلق U شکل که در قسمت جلوی وسیله قرار گرفته با استفاده از چسب مایع محکم کنید. حال با چرخاندن دایره‌ی پشتی که طلق به آن متصل است، کش نیز حرکت کرده و زاویه‌ی مربوطه را با محور افقی مشخص می‌کند (شکل ۳).



شکل (۳)

روش استفاده از وسیله در کلاس درس

در جلسه‌ی اول، با این وسیله، ابتدا می‌توان دایره‌ی مثلثاتی به شعاع ۱، محورهای سینوس و کسینوس و همچنین، زاویه‌های ساعتگرد و پادساعتگرد را با هر اندازه، به دانش‌آموزان معرفی نمود.

اینک نوبت به دایره‌ای به شعاع ۱۱ سانتی‌متر می‌رسد. مطابق شکل (۲)، دایره‌ی شبرنگی به شعاع ۵/۵ سانتی‌متر را روی دایره‌ی دیگری که قبلاً به شعاع ۱۱ سانتی‌متر داشتیم می‌چسبانیم.

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

رابطه‌ی ۲

$$\sin(180^\circ - x) = \sin(x)$$

$$\cos(180^\circ - x) = -\cos(x)$$

رابطه‌ی ۳

$$\sin(180^\circ + x) = -\sin(x)$$

$$\cos(180^\circ + x) = -\cos(x)$$

رابطه‌ی ۴

$$\sin(90^\circ - x) = \cos(x)$$

رابطه‌ی ۵

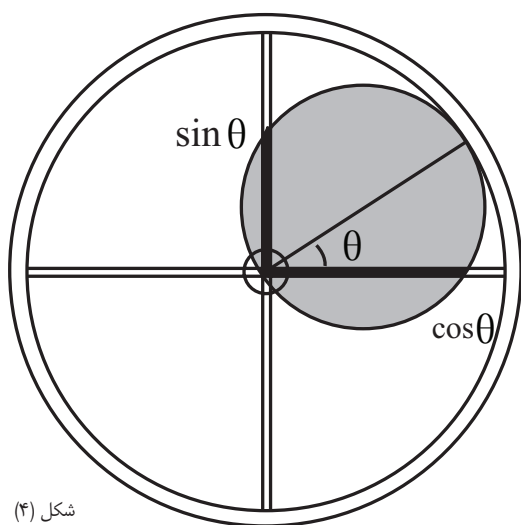
$$\cos(90^\circ - x) = \sin(x)$$

رابطه‌ی ۶

$$\sin(90^\circ + x) = \cos(x)$$

رابطه‌ی ۷

$$\cos(90^\circ + x) = -\sin(x)$$



شکل (۴)

طبیعی است که در صورت تمایل، معلمان و دانش‌آموزان می‌توانند با این وسیله روابط مثلثاتی دیگر را مورد بررسی قرار دهند.

منابع

[۱] شرف‌الدین، احمد، (۱۳۷۷). **هندسه دلپذیر**، انتشارات مدرسه.

[۲] تیموری، قاسم، (۱۳۷۹). **ساخت دست‌سازهای ریاضی با طلق و مقوا (متحرک‌سازی خطوط نمودارها)**، انتشارات مؤسسه‌ی منادی تربیت.

در ضمن، می‌توان چهار ربع دایره‌ی مثلثاتی و علامت نسبت‌های سینوس و کسینوس را در هر ربع مشخص کرد و تغییرات مقدار سینوس و کسینوس را به‌صورت هم‌زمان بین ۱ و -۱، به‌صورت شهودی و ملموس نشان داد.

حال زاویه را برابر صفر در نظر می‌گیریم (در این حالت، کش بر محور کسینوس منطبق است)، مشاهده می‌کنیم که کل شیار محور کسینوس، قرمز رنگ و کل شیار محور سینوس، سفید رنگ است یعنی $\cos(0) = 1$ و $\sin(0) = 0$.

با چرخاندن دایره‌ی زیرین، زاویه افزایش می‌یابد و از طول نوار قرمز در شیار کسینوس کم شده و رفته‌رفته به طول نوار قرمز متحرک در شیار سینوس اضافه می‌شود، یعنی سینوس زاویه بیش‌تر و کسینوس زاویه کم‌تر می‌شود (در ربع اول). در حالت زاویه‌ی ۴۵ درجه، با رسم عمودهایی بر محورهای سینوس و کسینوس، مشاهده می‌کنیم که مقدار سینوس و کسینوس برابر هستند (شکل ۴). البته می‌توان مقادیر سینوس و کسینوس را برای زاویه‌های خاص دیگری نیز نشان داد. اما بهتر است این کار به جلسات بعدی موکول شود تا نخست، استفاده از وسیله‌ی کمک آموزشی تا حد امکان، برای دانش‌آموزان ساده و قابل فهم شود. در حالت زاویه‌ی ۹۰ درجه، می‌بینیم که $\sin(90^\circ) = 1$ و $\cos(90^\circ) = 0$ است. همچنین، مقادیر سینوس و کسینوس ۱۸۰ و ۲۷۰ و ۳۶۰ درجه نیز قابل مشاهده است.

یکی دیگر از کاربردهای این وسیله، در آموزش روابط بین نسبت‌های مثلثاتی است. تجربه‌ی استفاده از این وسیله در تدریس‌های خودمان نشان داده است که به کمک آن، در دانش‌آموزان درک شهودی قابل توجهی از این مفاهیم مثلثاتی مانند زیر، ایجاد می‌شود.

$$\sin(30^\circ) = -\sin(-30^\circ), \cos(30^\circ) = \cos(-30^\circ)$$

یعنی مقدار سینوس ۳۰ درجه و سینوس -۳۰ درجه برابر ولی قرینه‌ی هم‌اند. همچنین کسینوس ۳۰ درجه و کسینوس -۳۰ درجه هم از نظر مقدار و هم از نظر علامت یکسان هستند.

در ضمن، علامت تانژانت و کتانژانت را نیز می‌توان با توجه به تعریف آن‌ها و به کمک علامت‌های سینوس و کسینوس، به‌دست آورد. در ادامه، چند مثال دیگر را برای زاویه‌های بین ۰ و ۹۰ درجه مشاهده می‌کنیم:

رابطه‌ی ۱

$$\sin(-x) = -\sin(x) \text{ یا } \sin(-x) = -\sin(x)$$



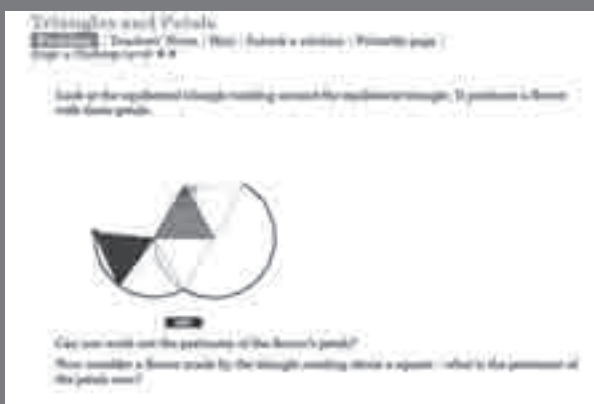
معرفی وبگاه

طرح غنی سازی – دانشگاه کمبریج

<http://nrich.maths.org>

بهزاد اسلامی مسلم

دانشجوی دکترای ریاضی با گرایش آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی



احتمالاً تاکنون برایتان پیش آمده است که در تهیهی برنامه‌ی جلسه‌ی بعد کلاستان، آرزو کنید که ای کاش، فعالیت یا مسئله‌ای جالب درباره‌ی موضوع تدریستان می‌یافتید که برنامه‌ی کلاستان، غنی‌تر شود. طرح غنی‌سازی ممکن است به شما در این کار کمک کند. طرحی که ظاهراً برای بسیاری از افراد مفید بوده است، زیرا در سال گذشته، وبگاه این طرح بیش از دو و نیم میلیون بازدیدکننده داشته است!

طرح غنی‌سازی، طرحی است مشترک بین گروه‌های ریاضی و گروه علوم تربیتی دانشگاه کمبریج. در این طرح تعدادی از معلمان صاحب صلاحیت فعال‌اند. در طرح غنی‌سازی، تلاش شده است تا به نیازهای ریاضی یادگیرندگان از سنین پیش از دبستان تا سال آخر دبیرستان پاسخ داده شود، و مطالب برای دانش‌آموزان با توانایی‌های متفاوت، مناسب باشند.

از اهداف طرح، بالا بردن توانایی حل مسئله و تفکر ریاضی در بین دانش‌آموزان و آشنا کردن آن‌ها با ریاضیاتی غنی در زمینه‌ای معنادار است. در این طرح، دانش‌آموزان با مسائل درگیرکننده و مبارزطلب برخورد می‌کنند. حتی دانش‌آموزان می‌توانند سؤالات خود را از طریق این طرح، با ریاضی‌دانانی که با طرح مرتبط‌اند مطرح کنند!

در این طرح با ارائه‌ی رایگان امکانات غنی‌سازی (مسئله، فعالیت، بازی)، به معلمان در کار تدریس کمک می‌شود. در وبگاه، بیش از ۸۰ بازی ریاضی برای پایه‌های مختلف می‌توان یافت. بعضی از این بازی‌ها، شامل برنامه‌ی بازی هم هستند، و می‌توان آن‌ها را با استفاده از رایانه، بازی کرد. علاوه بر این، تعداد زیادی مطلب تعاملی هم در وبگاه موجودند؛ مثلاً مسئله‌هایی

که برای آن‌ها برنامه‌ای رایانه‌ای نوشته شده است و دانش‌آموز برای حل مسئله تلاش می‌کند. در وبگاه می‌توان بیش از ۵۰ مقاله برای دانش‌آموزان یا معلمان نیز یافت؛ مقاله‌هایی با عنوان‌هایی نظیر «آشنایی با مربع‌های لاتین»، «دنیای رمز و کشف رمز»، «پی، عددی بسیار خاص»، «وقتی که مجموع زوایای داخلی مثلث، ۱۸۰ درجه نمی‌شود»، «رمزنگاری با کلید عمومی»، «اعداد مختلط چیستند؟»، «ریاضیات در بازارهای مالی»، «قضیه‌ی باقیمانده‌ی چینی» و نظایر آن. در این وبگاه، تعداد زیادی مسئله همراه با راه حل هم وجود دارد، البته مسائلی هم طرح شده‌اند که هنوز کسی راه حلشان را نمی‌داند.

بازتابی بر یک مشاهده‌ی کلاس درس

نسرين رضایی- دبیر ریاضی خرمشهر

در راستای تدریس در دبیرستان و مواجه شدن با مبحث جمع و تفریق و ضرب اعداد صحیح، متأسفانه همیشه و در این ۱۲ سال کاری، شاهد بدفهمی و بد حل کردن‌های دانش‌آموزان سال اول دبیرستان بوده‌ام و مشاهده کرده‌ام که بسیاری از دانش‌آموزان وقتی از راهنمایی وارد دبیرستان می‌شوند، علامت جمع و تفریق را مثل ضرب انجام می‌دهند؛ مثلاً $+11 - 5 = -6$ و می‌گویند «منفی در منفی می‌شود مثبت؛ پس عددها را با هم جمع می‌کنیم و علامت‌ها را در هم ضرب!» یا در مثال $-5 + 6 = -1$ می‌گویند «منفی در مثبت، میشه منفی؛ پس باز هم علامت را در هم ضرب می‌کنیم و عددها را از هم!»

یادداشتی در حاشیه‌ی نامه‌ی خانم رضایی

مشاهده‌ی خانم رضایی از بدفهمی‌هایی که بعضی دانش‌آموزان با انجام عملیات بر روی اعداد صحیح دارند، قابل توجه به‌خصوص برای پژوهشگران آموزش ریاضی است. ایشان در ادامه‌ی نامه‌ی خود، جهت رفع چنین بدفهمی‌هایی، توصیه کرده‌اند که شاید اگر مانند گذشته، قاعده‌ی انجام این عملیات را می‌گفتیم، کمتر دچار مشکل می‌شدند. قاعده‌هایی از قبیل این که «هم علامت‌ها را با هم جمع می‌کنیم و علامت مشترک را می‌گذاریم» یا «عددهایی را که علامت‌هایشان مختلف‌اند، از هم کم می‌کنیم و علامت عدد بزرگ‌تر را می‌گذاریم». اما تحقیقات نشان داده‌اند که تأثیر این نوع آموزش رویه‌ای محدود است و در فقدان درک مفهومی، در زمانی که انتظار نداریم، «در درس و سختی» خود را بروز می‌دهد و به‌هنگام تعمیم این مباحث، ممکن است دانش‌آموزان را دچار «سردرگمی» کند.

در نتیجه، با تأکید بر این که چگونگی آموزش عملیات با اعداد صحیح نیازمند انجام تحقیقات است، از خانم رضایی که با ارسال مشاهده‌ی جالب خود، انگیزه‌ی چنین پژوهش‌هایی را در این زمینه می‌توانند فراهم کنند، تشکر می‌کنیم.

سردبیر



از امکانات دیگر این وب‌گاه، فرهنگ واژگان ریاضی است که در آن با وارد کردن واژه‌ی مورد نظر، مدخل‌هایی از فرهنگ ظاهر می‌شوند و با انتخاب آن‌ها، می‌توان توضیحی برای آن واژه خواند. البته این تنها راه یافتن مدخل‌ها نیست؛ این فرهنگ، امکان جستجو بین بعضی تصاویر را هم به کاربر می‌دهد، و کاربر با یافتن تصویر واژه‌ی مطلوب، می‌تواند توضیح مربوط به آن تصویر را ببیند.

همان‌طور که ذکر شد، از امکانات این طرح که در وب‌گاه به‌صورت تالار گفتگو اجرا شده است، فرصتی است که دانش‌آموزان می‌بایند تا برای رسیدن به پاسخ پرسش‌هایشان، از ریاضی‌دانان راهنمایی و کمک بگیرند.

در بالای صفحه، پیوندهای «برای معلمان» و «برای دانش‌آموزان» دیده می‌شود و با انتخاب هر یک از آن‌ها، امکان انتخاب مطالب مختلف فراهم می‌شود. در قسمت «برای معلمان»، با انتخاب «Search by topic» صفحه‌ای باز می‌شود که در آن، امکان جستجو بین مطالب وجود دارد و نیز مباحث کلی فهرست شده‌اند، مانند «اندازه‌گیری»، «محاسبه و روش‌های عددی» و «جبر». با انتخاب هر یک، می‌توان زیر فهرست مرتبط با آن مبحث را دید و مطالب وب‌گاه را براساس مباحث زیرفهرست، مشاهده کرد.

به‌طور معمول، در هر ماه موضوعی کلی تعیین می‌شود و مطالب وب‌گاه، حول آن موضوع نوشته و منتشر می‌شوند، مثل «تعمیم»، «اندازه‌گیری و مثلثات»، «بهبودسازی»، «مساحت»، «آمار». برای انتخاب مطالب منتشر شده در هر ماه، در بالای صفحه‌ی اول وب‌گاه، می‌توان پیوند «Past issues» را انتخاب کرد و کل مطالب آن ماه را دید.

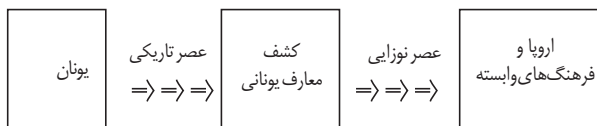
کاکل طاووسی

ریشه‌های غیراروپایی ریاضیات

امیرحسین اصغری - دانشگاه شهید بهشتی



اکنون باید مثلث پاسکال - نیوتن - خیام - چوشی چیه - یانگ هوشی - چپاشی یین - هالابودا را چه نامید؟ خوشبختانه، انتخاب با شما است. چون به قضاوت نویسنده‌ی کتاب «ابداع مثلث عددی را که به نام بلز پاسکال معروف است، نمی‌توان به شخص معینی نسبت داد» (ص ۲۴۱). اگرچه این انتخاب ممکن است برای ما، یا یک خواننده‌ی چینی یا هندی دارای اهمیت باشد، دغدغه‌ی اصلی نویسنده‌ی کتاب نیست. دغدغه‌ی گورگیس یوسف، چشم‌پوشی از نام این ریاضی‌دان یا آن ریاضی‌دان نیست، بلکه چشم‌پوشی عامدانه‌ی بسیاری از مورخان ریاضی از دستاوردهای ریاضی چینی، هندی، اسلامی و همه‌ی ملت‌هایی است که خارج از «مسیر کلاسیک» تکوین ریاضیات قرار دارند. در این مسیر، ریاضیات در یونان دوره‌ی کلاسیک (حدود ۶۰۰ پیش از میلاد) متولد می‌شود، تا ۴۰۰ میلادی در یونان رشد می‌کند. با زوال تمدن یونان به مدت هزار سال به‌خواب می‌رود تا به سرزمین اصلی اروپا انتقال می‌یابد و بار دیگر، در خاک حاصل‌خیز جای می‌گیرد (تصویر زیر).



مسیر «کلاسیک» اروپامحور (ص ۱۳)
اما آیا خیام، چوشی چیه و هالابودا، ریاضی‌دانان عصر تاریکی‌اند؟! آیا آن‌ها و بسیاری از ریاضی‌دانان دیگری که در کتاب از آن‌ها نام برده شده و با ریاضی خود شما را به تحسین و شگفتی وامی‌دارند، به دورانی تعلق دارند که در آن بالاترین مرحله در برخی از دانشگاه‌های اروپا این قضیه‌ی بسیار ابتدایی بود که زوایای دو ساق یک مثلث متساوی‌الساقین با هم برابرند» (۱، ص ۱۰۶)

«کاکل طاووس» با ارائه منابع بسیار غنی و زیبا شما را در معرض قضاوت قرار می‌دهد. به این ترتیب، کتاب علاوه بر این که به‌طور مستقیم مورخان را به چالش می‌کشد، به‌طور غیرمستقیم منبع بسیار مناسبی برای هر معلم ریاضی است.

پی‌نوشت:

۱. موريس كلاین، ۱۹۵۳، نقش ریاضیات در فرهنگ غرب، مترجم: محمد دانش. شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۸۸.

نویسنده: جورج گورگیس یوسف

مترجم: غلامحسین صدری افشار

شرکت انتشارات علمی و فرهنگی

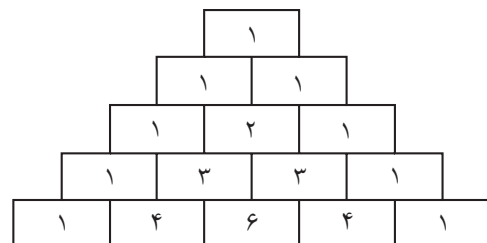
ریاضیات بر بالای همه‌ی دانش‌هاست،

هم‌چون کاکل طاووس و هم‌چون مهره‌ی مار

ودانگا جیوتیسا (حدود ۵۰۰ پ. م.)

«کاکل طاووس» کتابی خواندنی است. مهم نیست که خواندن کتاب را از کجا آغاز کنید، از هر کجا که شروع کنید متعجب خواهید شد. درواقع من برای اثبات این ادعا (!) کتاب را باز کردم و با «تصویری» از مثلث پاسکال روبرو شدم که سیصد و پنجاه سال پیش از پاسکال توسط ریاضیدان بزرگ چینی، چوشی چیه کشیده شده بود. متعجب بودم که چند صفحه جلوتر به این موضوع برخوردیم که برای چوشی چیه هم این بحث تازگی نداشته و کار او اقتباسی بوده است از یک کتاب قدیم‌تر که ۲۵۰ سال پیش از او توسط چپاشی‌یین تألیف شده بود!

اما من هم‌چون شما دوست دارم که مثلث مذکور را مثلث پاسکال - خیام بنامیم. پس در فصل مربوط به دستاوردهای اسلامی به دنبال نام خیام گشتم و در آن‌جا به این جمله برخوردیم که او مطالبی هم در باب آرایش مثلثی ضریب‌های دوجمله‌ای نوشت که امروزه به مثلث پاسکال معروفند (ص ۳۷۷). دوباره به فصل مربوط به ریاضیات چین باستان برگشتم و با کمی حساب کتاب متوجه شدم که متأسفانه در زمان تألیف کتاب چپاشی یین، خیام کودکی بیش نبوده! تقریباً ناامید شده بودم که در فصل مربوط به ریاضیات هند قدیم، خواندم که در حوالی همان سده هالابودا شرحی بر کتاب وزن شعر پینگالا نوشت، که در آن از ترکیب‌های مختلف آواها نمایش تصویری زیر را عرضه کرد. تا بتوان آن‌ها را مستقیماً خواند (ص ۳۱۲)!





گزارش: مانی رضائی

یازدهمین کنفرانس در یاد دهمین سال

عصر روز ۲۷ تیر ۱۳۸۹ به افتتاحیه کنفرانس اختصاص یافت. یک سخنرانی عمومی در انتهای مراسم افتتاحیه و سه سخنرانی عمومی یک ساعته در آغاز روزهای کنفرانس هم‌چنین ۱۲ سخنرانی ۴۵ دقیقه‌ای برگزار شد. به‌علاوه، ۱۳۴ مقاله در بخش‌های ۱۲ تایی و به‌صورت سخنرانی‌هی موازی ۲۰ دقیقه‌ای؛ و ۱۸۸ مقاله به‌صورت پوستر ارائه شد که در بیش‌تر موارد موازی با سخنرانی‌های عمومی بودند. از سوی دیگر، ۲۶ کارگاه آموزشی، ۲۴ نمایشگاه ریاضی و ۸ میز گرد آموزشی، نشان از برنامه‌ای فشرده در یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران داشت که محورهای آن چنین اعلام شده بود:

- (۱) برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای؛
- (۲) نظریه‌ها و شیوه‌های یاددهی، یادگیری و ارزشیابی ریاضی؛
- (۳) ارتقای توانمندی حرفه‌ای معلمان ریاضی؛
- (۴) چالش‌های آموزشی علوم ریاضی در دانشگاه‌ها؛
- (۵) تأثیر عوامل عاطفی، هیجانی و روانی ریاضی در آموزش ریاضی.



از راست: امیر حسین اصفری، بیل بارتون

در روزهای ۲۷ تا ۳۰ تیر ۱۳۸۹، یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران در محمودآباد مازندران برگزار شد. اقامت بیش از ۱۲۰۰ شرکت‌کننده‌ی کنفرانس و همراهان آنان در مجتمع ورزشی- آموزشی شرکت ملی نفت، در کنار ساحل زیبای دریای خزر و امکانات مناسب این محل، نشان از توانمندی میزبان در ارائه‌ی خدمات رفاهی برای جمع کثیر حاضران داشت.

سخنرانی‌های عمومی

سخنرانی دکتر محمدجواد لاریجانی که در پایان افتتاحیه ارایه شد، به ویژگی‌های برنامه‌ی مدرسه‌ی خواجه نصیرالدین طوسی و محتوای ریاضیات در مدارس حوزه اختصاص داشت.

قرار بود روز دوم با یک سخنرانی عمومی شروع شود که مشکلات اجرایی، برنامه‌ی آن‌را به ظهر موکول کرد. «چرا هندسه باید به مدرسه بازگردد؟» موضوعی بود که دکتر امیدعلی شهینی کرمزاده با مروری بر مجموعه‌ای از مسایل هندسی چالش‌برانگیز، در سخنرانی عمومی خود به آن پرداخت.

دکتر اسماعیل بابلیان اعداد مناسب برای مبنای اعداد را با بررسی اعداد منفی به‌عنوان مبنا در مقاله‌ی «تمایش اعداد در مبناهای مختلف» بررسی و کاربردهای محاسباتی آن معرفی کرد. هم‌زمان، دکتر احمد شاهورانی با «توجه به ارزش‌ها در آموزش ریاضی» ابعاد برنامه‌ریزی درسی، فلسفی و فرهنگی آن‌را مرور کرد و در سخنرانی ۴۵ دقیقه‌ای خود، توصیه‌های عمومی به متخصصان و برنامه‌ریزان درسی ارایه کرد.

بیل بارتون^۱ از دانشگاه آکلند^۲ در زلاندنو، مدعو کنفرانس بود که یک سخنرانی ۴۵ دقیقه‌ای و یک سخنرانی عمومی ارایه کرد. موضوع سخنرانی نخست بارتون «پروژه‌ی کلاین: ریاضیات مدرسه‌ساز دیدگاه تحقیقی» بود. هدف پروژه، تدوین کتابی که حاوی مقالات بسیار کوتاه توصیفی برای معلمان است تا معلمان با

پیشرفت‌های ریاضی و مثال‌هایی برای کلاس درس آشنا شوند. دکتر امیرحسین اصغری سخنرانی‌های بارتون را برای شرکت‌کنندگان ترجمه کردند.

سخنرانی موازی با بیل بارتون؛ توسط دکتر سیدحسن علم الهدای با عنوان «مدلی برای حل مسئله: بر پایه دقت ریاضی، قابلیت فراشناختی، حافظه فعال و اضطراب ریاضی شاگردان» ارایه شد.

در پایان روز دوم، دکتر یحیی تابش با توجه به توسعه‌ی تکنولوژی و اهمیت روزافزون آن، به بررسی «توسعه و کاربرد فناوری اطلاعات و ارتباطات در آموزش و یادگیری ریاضی» پرداخت.

کاربرد کسر در طول تاریخ بشر، موضوعی بود که در سخنرانی عمومی دکتر مهدی رجبعلی‌پور با عنوان «آیا فیثاغورسیان راه بهتری برای تعریف عدد حقیقی نداشتند؟» در روز سوم ارایه شد.

دکتر علی رجالی در مقاله‌ای مشترک با دکتر احمد پارسیان، به مناسب «روز جهانی آمار» به «لزوم بهره‌گیری از آن برای ارتقای جایگاه آموزش آمار در کشور» توجه کردند. دکتر رجالی در این سخنرانی، به موضوع آمار و نتایج آماری و کاربردهای آن پرداخت. سخنرانی موازی با دکتر رجالی، در سالن دوم، توسط دکتر زهرا گویا با عنوان «برنامه‌ی درسی ملی ریاضی: تحول تاریخی و نقش آن در تألیف کتاب درسی ریاضی» ارایه شد و مروری بر قانون اساسی معارف مصوب ۱۳۹۰ شمسی، به‌عنوان اولین برنامه‌ی درسی رسمی ایران و نقش آن در تدوین راهنمای برنامه و تألیف کتاب درسی بود.



مراسم افتتاحیه‌ی کنفرانس

چارچوبی برای تشخیص ویژگی‌های معلم خوب از دیدگاه خود بیان کرد. وی وعده داد مقاله‌ی کامل شده‌ی سخنرانی را در منزلگاه خود منتشر کند و موافقت کرد تا متن ترجمه شده‌ی آن در مجله‌ی رشد آموزش ریاضی چاپ شود.

بعد از سخنرانی بارتون، دکتر احمد هدایت‌پناه با بررسی آماری «اهم دستاوردهای کنفرانس‌های اول تا دهم آموزش ریاضی ایران»، از نگاه خود این دستاوردها را مورد توجه قرار داد. هم‌زمان با این سخنرانی، «راهبردهای الگوریتمی در حل مسائل ریاضی به کمک کامپیوتر» توسط دکتر جواد وحیدی در سالن دیگر ارائه شد. هم‌زمان بودن سخنرانی‌های عمومی، انتخاب را برای شرکت‌کنندگان کنفرانس دشوار کرد. از سوی دیگر، با وجود انتخاب مکانی مناسب برای پانل‌های پوستر، ارائه‌ی هم‌زمان پوسترها با سخنرانی‌های عمومی، نقشی حاشیه‌ای به مقاله‌های پوسترها داد.

هشت میزگرد

برنامه‌ی میزگردها، در بازه‌های زمانی یک ساعتی برگزار شد که بیش‌تر آن‌ها، هم‌زمان با ارائه‌ی مقاله‌های ۲۰ دقیقه‌ای بود. موضوع میزگردها به شرح زیر بود:

«میزگرد دبیران ریاضی متوسطه کشور» به بررسی کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ که در سال‌های اخیر تألیف شده‌اند، اختصاص داشت که در آن سه نفر از مؤلفان کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ حضور داشتند.

دومین میزگرد در روز دوم کنفرانس با موضوع IT توسط اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی کشور برگزار شد. این میزگرد نیز هم‌زمان با ارائه سخنرانی‌های ۲۰ دقیقه‌ای تشکیل شد.

عنوان میزگرد سوم که هم‌زمان با آخرین سخنرانی عمومی روز دوم برگزار شد، «میزگرد آموزگاران ابتدایی استان مازندران و کشور» بود که به برنامه ریاضی ابتدایی پرداخت.

روز سوم، و در ادامه‌ی میزگرد نخست، میزگرد دبیران ریاضی متوسط کشور با حضور مولفان تشکیل شد که به «برنامه‌ی درسی جدید ریاضی متوسطه‌ها- بایدها و نبایدها» برای تأکید بر حسابان اختصاص داشت.

میزگرد کمیته‌ی استانداردسازی آزمون‌های متوسطه، توسط اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی حول «تجزیه و تحلیل و ارزشیابی آزمون‌های ریاضی» برگزار شد. این میزگرد نیز موازی با سخنرانی‌های ۲۰ دقیقه‌ای تشکیل شد.



میزگرد دبیران ریاضی متوسطه



یکی از نمایشگاه‌های جنبی کنفرانس

دکتر سیداحمد حسن‌پور، «عوامل مؤثر در آموزش ریاضی و راه کارها برای ارتقا»ی آن‌را در قالب مرور تحقیقات بین‌المللی از منظر خود بررسی کرد. سخنران هم‌زمان با ایشان، دکتر سهیلا غلام‌آزاد بود که به معرفی «رویکرد شناختی به آموزش ریاضی دوره‌ی ابتدایی: چرا و چگونه؟» پرداخت و مشخصه‌های برنامه‌ی درسی دوره‌ی ابتدایی متأثر از این رویکرد را معرفی کرد.

آقای حسین بردیده آخرین سخنران ۴۵ دقیقه‌ای روز سوم بود که با توجه به توانایی‌های عاطفی و احساسی و توانایی‌های علمی و تخصصی، با طرح پرسش «چگونه می‌توان توانمندی معلمان ریاضی را افزایش داد؟» نظرات خود را جمع‌بندی کرد.

صبح روز چهارم، بیل بارتون در سخنرانی عمومی خود «دانش ریاضیات برای تدریس» را مورد توجه قرار داد. وی در این سخنرانی،



در پایان روز سوم، «میزگرد دبیران ریاضی راهنمایی استان و کشور» برگزار شد که مانند میزگرد ابتدایی، به بررسی برنامه‌ی ریاضی راهنمایی پرداخت.

در روز چهارم، دو میزگرد دیگر تشکیل شد. «میزگرد دبیران ریاضی متوسطه» توسط کمیته‌ی تألیف اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی کشور برگزار شد و میزگرد دوم همزمان با سخنرانی‌های عمومی، به سرگروه‌های آموزش ریاضی ایران اختصاص یافت.

وقایع اتفاقیه

- با وجودی که مسئولان پذیرش کنفرانس در ابتدای روز اول، آمادگی لازم را برای جمعیت حاضر نداشتند، اما خوشبختانه اسکان شرکت‌کنندگان تقریباً به موقع انجام شد. بعد از شروع مراسم افتتاحیه هم بخش پذیرش کنفرانس با مشکلاتی روبه‌رو بود و بعضی از شرکت‌کنندگان، موفق به دریافت کتابچه‌ی راهنمای کنفرانس نشدند.

- در مراسم افتتاحیه، جمع کثیری از شرکت‌کنندگان کنفرانس، در دو سالن بزرگ مجتمع نفت حاضر بودند- مکانی که در طول کنفرانس، برای برگزاری سخنرانی‌های عمومی مورد استفاده قرار گرفته شد.

- در مراسم افتتاحیه، تفاهم‌نامه‌ای بین نماینده‌ی اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی کشور و نماینده‌ی وزارت آموزش و پرورش درخصوص واگذاری دوره‌های ضمن خدمت به اتحادیه‌ی انجمن‌های معلمان ریاضی کشور به امضا رسید. پیگیری در مورد چگونگی اجرای این تفاهم‌نامه و جزییات آن بی‌نتیجه ماند.

- تعداد همراهان پذیرفته شده در کنفرانس قابل توجه بود. در مقابل، حداکثر نیمی از متقاضیان برای شرکت در کنفرانس، پذیرفته شدند.

- کارت کنفرانس برای شرکت‌کنندگان صادر نشده بود. بنابراین در جریان کنفرانس، امکان آشنایی شرکت‌کنندگان با هم با دشواری‌هایی همراه بود.

- حدود یک سوم معلمان شرکت‌کننده در کنفرانس، از استان مازندران پذیرش شده بودند و مقالات پذیرفته شده از این استان هم به‌همین نسبت بود که برای بعضی از شرکت‌کنندگان، در مورد

داوری‌ها سؤال‌های را مطرح کرد.

- تعداد مقاله‌های پیشرفته شده در این کنفرانس بسیار بیش از ظرفیت چهار روزه‌ی برگزاری آن بود. علاوه بر سخنرانی‌های عمومی؛ سخنرانی‌های ۲۰ دقیقه‌ای و پوسترها، میزگردها، کارگاه‌های آموزشی و نمایشگاه‌ها که در بیش‌تر موارد به صورت موازی بودند، به فشرده شدن بیش‌تر برنامه‌ی این کنفرانس انجامید. با این حال، در طول برگزاری کنفرانس هیچ‌کدام از سالن‌ها و کلاس‌ها خلوت نبود و اشتیاق معلمان برای حضور در برنامه‌های مختلف در برخی موارد، با دشواری برای انتخاب همراه بود.

- پرسش گروهی از معلمان آن بود که چرا باید تا این اندازه مقاله



• نمایشگاه کتاب هر روز فعال بود. اما برای گروهی از معلمان، وجود برخی ناشران کمک آموزشی، پرسش برانگیز بود.

• خانه‌های ریاضیات شهرهای مختلف، در کنار این کنفرانس فعال بودند و نمایشگاه‌هایی از فعالیت‌ها و دستاوردهای خود برگزار کردند.

• برنامه‌های موسیقی سنتی و مازندرانی و نمایش طنز، در پایان روزهای دوم و سوم، برای رفع خستگی و تجدید قوا برای روز بعد تدارک دیده شده بود.

• برای بسیاری از معلمان، خشنودی از خبر برگزاری دوازدهمین کنفرانس در استان گیلان، با آگاهی از برگزاری آن در سال ۱۳۹۱ کم‌رنگ شد. اما خوشبختانه شنیده شد، آقای عباس رهی، استاندار سمنان آمادگی خود را برای میزبانی دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی در سال ۱۳۹۰ اعلام کردند که آرزوی برگزاری با شکوه و آبرومند آن‌را داریم.

• پس از پانزده سال و حضور بیش از ده هزار نفر در کنفرانس‌های آموزش ریاضی ایران، شاید زمان آن رسیده است که با توجه به پیشنهاد دکتر گویا در مراسم اختتامیه‌ی کنفرانس، سمینارهای تخصصی آموزش ریاضی فعالیت خود را آغاز کنند و این کنفرانس در ادامه‌ی توسعه و تکامل خود به‌عنوان «کنفرانس معلمان ریاضی ایران» به فعالیت ادامه دهد. به‌خصوص از این جهت که مسئولان آموزش و پرورش از برگزاری کنفرانس‌های آموزش ریاضی ابراز خرسندی فراوان کردند و به مناسبت‌های مختلف، آقای عبدالوحید فیاضی، مدیرکل آموزش و پرورش استان مازنداران ابراز کردند که این کنفرانس‌ها می‌تواند از برگزاری دوره‌های ضمن خدمت، پربارتر و مفیدتر باشد. در نتیجه، با توجه به این‌که بسیاری از مسئولان اجرایی اعلام آمادگی برای حمایت مالی کنفرانس‌ها را کرده‌اند و از سوی دیگر، تعداد متقاضیان شرکت در کنفرانس‌ها و مقاله‌های ارسالی به کنفرانس‌ها، به‌طور چشمگیری رو به افزایش است، برگزاری سالانه‌ی این کنفرانس‌ها می‌تواند همچنان مورد حمایت مسئولان اجرایی باشد.

پی‌نوشت

1. Bill Barton
2. Auckland

پذیرفته شود و کیفیت کنفرانس‌ها با این افزایش کمیت تهدید شود. از سویی، بیشتر معلمان از الزام ارایه‌ی مقاله به کنفرانس به‌عنوان شرط شرکت در آن ابراز نارضایتی می‌کردند.

• فشردگی برنامه‌ها به گونه‌ای بود که علاوه بر هم‌زمانی بسیاری از برنامه‌ها، زمان اعلام شده برای ارایه‌ی ۲۸ مقاله‌ی پوستر، هم‌زمان با برنامه‌ی اختتامیه بود.

• برای پوسترها و نمایشگاه‌ها، مکان مناسبی اختصاص یافته بود. در مقابل، کلاس‌های محل برگزاری سخنرانی‌ها و کارگاه‌ها در فاصله‌ای دور از محل سایر فعالیت‌های کنفرانس بود.

• عوامل اجرایی کنفرانس نقش رابط بین مهمانان کنفرانس و میزان (مجموع ورزشی- آموزشی شرکت ملی نفت) را برعهده داشتند، با این وجود، گاهی هماهنگی‌های لازم احساس نمی‌شد. برای مثال، به دلیل آماده نبودن اولین صبحانه در ساعت مقرر ساعت اولین سخنرانی عمومی تغییر کرد. همچنین، در مکان کنفرانس نشانی از تابلوهای راهنما نبود که موجب سردرگمی شرکت‌کنندگان می‌شد. در طول کنفرانس، آگهی تغییر برنامه‌ها اعلام نمی‌شد. اما در هر صورت، علاقه‌مندی معلمان ریاضی شرکت‌کننده در کنفرانس، موجب شد تا بسیاری از مشکلات اجرایی به فراموشی سپرده شود و مشارکت شرکت‌کنندگان در کنفرانس به برنامه‌ها، واقعاً قابل توجه بود.

ریاضی

پنجاه و یکمین المپیاد جهانی

آستانه - قزاقستان
۱۱ تا ۲۳ تیر ۱۳۸۹
(۱۹ ژوئن تا ۲ ژوئیه ۲۰۱۰)
تنظیم: سپیده چمن آرا



طبق آمار ارائه شده توسط وبگاه المپیاد جهانی ریاضی (<http://www.imo-official.org>)، در این ۲۵ سال حضور در عرصه رقابت بین‌المللی در مجموع ۱۴۵ دانش‌آموز ایرانی در این مسابقات شرکت کرده‌اند که ۱۴۲ نفر آن‌ها پسر و ۳ نفر آن‌ها دختر بوده‌اند. تعداد مدال‌های طلا، نقره، برنز و دیپلم‌های افتخار دانش‌آموزان ایرانی طی این ۲۵ سال، به ترتیب ۳۱، ۷۱، ۳۰ و ۳ بوده است.

لازم به ذکر است که طبق اخبار اعلام شده در وبگاه باشگاه دانش‌پژوهان جوان (<http://www.ysc.ac.in>)، یکی از سؤالات پیشنهادی کشور ایران توسط کمیته‌ی برگزارکننده‌ی المپیاد بین‌المللی ریاضی، به‌عنوان یکی از سؤالات اصلی پنجاه و یکمین مسابقه، انتخاب باشد که نشان از توانمندی علمی کشور ما دارد. ترجمه‌ی فارسی سؤالات، سؤالات این دوره از مسابقات را در ادامه می‌بینید.

پنجاه و یکمین المپیاد بین‌المللی، از ۱۱ تا ۲۳ تیر ۱۳۸۹، با حضور ۹۸ کشور، در شهر آستانه‌ی کشور قزاقستان، برگزار شد. تیم جمهوری اسلامی ایران نیز مانند سال‌های گذشته با شش شرکت‌کننده در این مسابقه حضور یافت. و با کسب ۱۲۷ امتیاز از ۲۵۲ امتیاز، به مقام ۱۶م دست یافت. در این مسابقه آقایان مرتضی اشرفی‌جو و حسام‌الدین رجب‌زاده و مسعود شفاهی ابر و جواد عابدی، به کسب مدال نقره و سینا رضایی و سعید طیبی به کسب مدال برنز موفق شدند.

کشور ایران از سال ۱۹۸۵، هر ساله در این رقابت بین‌المللی شرکت کرده است. در جدول زیر، رتبه‌ی ایران در میان همه‌ی شرکت‌کنندگان در المپیاد جهانی ریاضی در سال‌های مختلف، مشخص شده است.

سال	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷
رتبه‌ی ایران	۳۱		۲۶	۲۰	۱۴	۱۴	۸	۱۴	۶	۸	۸	۹	۳
سال	۹۸	۹۹	۰۰	۰۱	۰۲	۰۳	۰۴	۰۵	۰۶	۰۷	۰۸	۰۹	۱۰
رتبه‌ی ایران	۱	۸	۱۰	۱۸	۱۱	۱۷	۹	۴	۸	۱۲	۵	۱۵	۱۶



Language: Persian (Farsi)

Day: 2

پنج شنبه ۸ جولای ۲۰۱۰

سوال ۴. فرض کنید P نقطه‌ای درون مثلث ABC باشد. خطوط AP , BP و CP به ترتیب دایره محیطی Γ از مثلث ABC را بار دیگر در نقاط L , K و M قطع می‌کنند. خط مماس بر دایره Γ در نقطه C خط AB را در S قطع می‌کند. فرض کنید $SC = SP$. ثابت کنید $ML = MK$.

سوال ۵. در هر یک از شش صندوق $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ در ابتدا یک سکه قرار دارد. دو نوع حرکت زیر مجاز است:

حرکت نوع ۱: یک صندوق B_j را انتخاب کنید که خالی نباشد و $1 \leq j \leq 5$. یک سکه از B_j بردارید و دو سکه به B_{j+1} اضافه کنید.

حرکت نوع ۲: یک صندوق B_k را انتخاب کنید که خالی نباشد و $1 \leq k \leq 4$. یک سکه از B_k بردارید و محتوای صندوق‌های B_{k+1} و B_{k+2} (که می‌توانند خالی هم باشند) را با هم عوض کنید.

آیا می‌توان با دنباله‌ای متناهی از حرکات بالا به وضعیتی رسید که صندوق‌های B_1, B_2, B_3, B_4 خالی باشند و در صندوق B_5 دقیقاً $2^{10} \cdot 3^{10}$ سکه باشد؟ (توجه کنید که $a^{(b^c)} = (a^b)^c$)

سوال ۶. فرض کنید $a_1, a_2, a_3, \dots$ دنباله‌ای داده شده از اعداد حقیقی مثبت باشد. فرض کنید به ازای یک عدد طبیعی s تساوی

$$a_n = \max\{a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1\}$$

برای هر $n > s$ برقرار باشد. ثابت کنید اعداد طبیعی l و N وجود دارند که $l \leq s$ و برای هر $n \geq N$ داشته باشیم $a_n = a_l + a_{n-l}$.

Language: Persian (Farsi)

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه
هر سوال ۷ نمره دارد

۴. فرض کنید P نقطه‌ای در درون مثلث ABC باشد، خطوط AP , BP و CP به ترتیب دایره محیطی Γ از مثلث ABC را بار دیگر در نقاط L , K و M قطع می‌کنند. خط مماس بر دایره Γ در نقطه‌ی C خط AB را در S قطع می‌کند. فرض کنید $SC = SP$. ثابت کنید $ML = MK$.

۵. در هر یک از شش صندوق $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ در ابتدا یک سکه قرار دارد. دو نوع حرکت زیر مجاز است:

حرکت نوع ۱: یک صندوق B_j را انتخاب کنید که خالی نباشد و $1 \leq j \leq 5$. یک سکه از B_j بردارید و دو سکه به B_{j+1} اضافه کنید.

حرکت نوع ۲: یک صندوق B_k را انتخاب کنید که خالی نباشد و $1 \leq k \leq 4$. یک سکه از B_k بردارید و محتوای صندوق‌های B_{k+1} و B_{k+2} (که می‌توانند خالی هم باشند) را با هم عوض کنید.

آیا می‌توان با دنباله‌ای متناهی از حرکات بالا به وضعیتی رسید که صندوق‌های B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 خالی باشند و در صندوق B_6 دقیقاً $2^{10} \cdot 3^{10}$ سکه باشد؟ (توجه کنید که $a^{(b^c)} = (a^b)^c$)

۶. فرض کنید $a_1, a_2, a_3, \dots$ دنباله‌ای داده شده از اعداد حقیقی مثبت باشد. فرض کنید به ازای یک عدد طبیعی s تساوی

$$a_n = \max\{a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1\}$$

برای هر $n > s$ برقرار باشد. ثابت کنید اعداد طبیعی l و N وجود دارند که $l \leq s$ و برای هر $n \geq N$ داشته باشیم $a_n = a_l + a_{n-l}$.



Language: Persian (Farsi)

Day: 1

چهارشنبه ۷ جولای ۲۰۱۰

سوال ۱. تمام توابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را بیابید که تساوی $f(|x|y) = f(x)f(y)$ برای هر $x, y \in \mathbb{R}$ برقرار باشد. (در این جا منظور از $|z|$ بزرگترین عدد کوچکتر یا مساوی z است.)

سوال ۲. فرض کنید I مرکز دایره محیطی داخلی مثلث ABC و Γ دایره محیطی آن باشد. خط AI دایره Γ را بار دیگر در D قطع می‌کند. فرض کنید E نقطه‌ای روی کمان $\widehat{BDC}$ و F نقطه‌ای روی ضلع BC باشند به طوری که

$$\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$$

همچنین G را نقطه وسط پاره خط IF بگیرید. ثابت کنید خطوط DG و EI روی دایره Γ یکدیگر را قطع می‌کنند.

سوال ۳. مجموعه اعداد صحیح مثبت است. تمام توابع $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ را بیابید که $(g(m) + n)(m + g(n))$ برای هر $m, n \in \mathbb{N}$ یک مربع کامل باشد.

Language: Persian (Farsi)

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه
هر سوال ۷ نمره دارد

۱. تمام توابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ را بیابید که تساوی

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

برای هر $x, y \in \mathbb{R}$ برقرار باشد. (در این جا منظور از $[z]$ بزرگترین عدد کوچکتر یا مساوی z است.)

۲. فرض کنید I مرکز دایره محیطی داخلی مثلث ABC و Γ دایره محیطی آن باشد. خط AI دایره Γ را بار دیگر در D قطع می‌کند. فرض کنید E نقطه‌ای روی کمان $\widehat{BDC}$ و F نقطه‌ای روی ضلع BC باشد به طوری که $\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$

همچنین G را نقطه وسط پاره خط IF بگیرید، ثابت کنید خطوط DG و EI روی دایره Γ یکدیگر را قطع می‌کنند.

۳. N مجموعه اعداد صحیح مثبت است. تمام توابع $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ را بیابید که

$$(g(m) + n)(m + g(n))$$

برای هر $m, n \in \mathbb{N}$ یک مربع کامل باشد.

مدرسه‌ی تابستانی علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده‌ی علوم ریاضی

۲ تا ۴ مرداد ۱۳۸۹

گزارش: نازنین حسن‌نیا

مورد بحث، فعالیت‌هایی گروهی با همان زمینه موضوعی را تجربه می‌کردند. به این ترتیب، در هر کارگاه یک موضوع بیان شده و پیرامون آن بحث‌هایی صورت می‌گرفت، سپس با انجام کار عملی، شرح و تفصیل آن کامل می‌شد.

در مجموع شش کارگاه با موضوعات و محتوای متنوع تنظیم و اجرا شد؛ که هر دانش‌آموز با توجه به گروه‌بندی انجام شده، در ۳ کارگاه مختلف شرکت داشت.

می‌توان گفت که در طول این برنامه دانش‌آموزان تجربه‌های ریاضیاتی متفاوتی را از سر گذراندند: از ریاضیات بسیار جدی دکتر ایمان افتخاری تا شرکت در یک حراجی که سر و صد و هیجان موجود در آن، دست کمی از تالارهای بورس نداشت. همان‌طور که گفته شد، هر بخش از این برنامه، هدف مشخصی را دنبال می‌کرد، تا در مجموع فضایی برای آشنایی با تفکر ریاضی و تمرین روش‌های ریاضی‌ورزی فراهم شود.

برای کسب اطلاعات بیش‌تر در مورد جزئیات و محتوای علمی برنامه می‌توانید به وب‌گاه شبکه‌ی مدرسه به نشانی www.schoolnet.ir مراجعه کنید.

مدرسه تابستانی علوم ریاضی با هدف آشنایی دانش‌آموزان با ریاضیات دانشگاهی با همکاری اساتید و دانشجویان دانشکده علوم ریاضی دانشگاه صنعتی شریف، از دوم تا چهارم مرداد ماه ۱۳۸۹ در این دانشگاه برگزار شد. ساختار این برنامه تلفیقی از سمینار و کارگاه بود. در این ساختار، فعالیت‌های هر روز به دو بخش تقسیم می‌شد که از لحاظ محتوا و اجرا با هم تفاوت داشتند:

بخش اول شامل سخنرانی‌های عمومی بود که توسط اساتید و دانشجویان دکتری ارائه می‌شد و تمامی نزدیک به ۱۲۰ دانش‌آموز شرکت‌کننده در برنامه، در آن حضور داشتند. هر سخنران با توجه به حوزه‌ی کاری و سلیقه‌ی ریاضیاتی خود، به ایراد یک سخنرانی عمومی پرداخت. به این ترتیب گوشه‌هایی از ریاضیات، آن‌طور که اساتید مختلف می‌شناسند و به آن می‌پردازند، برای دانش‌آموزان بازگو شد.

بخش دوم شامل کارگاه‌هایی بود که به‌طور موازی توسط دانشجویان برگزار می‌شد و در هر کدام حدود ۳۰ دانش‌آموز شرکت داشتند. هر کارگاه شامل دو قسمت بود: در یک بخش بستر مناسب برای آشنایی نظری با یک شاخه یا موضوع ریاضی فراهم می‌شد و در بخش دیگر دانش‌آموزان برای آشنایی بیش‌تر با موضوع



تورنمنت ریاضی بین المللی شهرها

Internation do Mathemekics Tourneuneut of Touns

یونس کریمی فردین پور (دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر)

بهترین نمره‌ی کسب شده از بین چهار ورقه در همان سال حاصل می‌شود.

دانش‌آموزان سال‌های یازدهم و دهم (دو سال آخر دبیرستان) ورقه‌ی «پیشرفته» را دریافت می‌کنند که در آن دانش‌آموزان سال دهم ضریب $\frac{5}{4}$ خواهند داشت. دانش‌آموزان سال نهم و پایین‌تر ورقه «مبتدی» را دریافت می‌کنند که در آن دانش‌آموزان سال هشتم ضریب $\frac{4}{3}$ ، دانش‌آموزان سال هفتم ضریب $\frac{3}{2}$ و دانش‌آموزان سال ششم و پایین‌تر ضریب ۲ خواهند داشت.

امتیاز هر شهر براساس میانگین N دانش‌آموزی است که در این مسابقات شرکت کرده‌اند، به شرطی که جمعیت شهر N صد هزار نفر باشد. اگر جمعیت شهر کمتر از ۵۰۰۰۰ نفر باشد حداقل $N = 5$

تبریز و اصفهان نیز در کنار بیش از صد شهر از سراسر جهان، در ۱۱ تورنمنت ریاضی بین‌المللی شهرها حضور دارند. این مسابقه‌ی ریاضی در نیم کره‌ی شمالی هر سال دو بار در فصل‌های پاییز و بهار و در نیم کره‌ی جنوبی هم زمان برگزار می‌شود.

برای تمام دانش‌آموزان دبیرستانی تا هفده سالگی امکان شرکت در مسابقه «حل مسئله ریاضی» وجود دارد. برای هر دو گروه **مبتدی و پیشرفته**، دو نوع ورقه در سطح متوسط و عالی با حدود یک هفته فاصله‌ی زمانی، ارائه می‌شود. مصالح عالی مشکل‌تر است. اما امتیاز بیش‌تری دارد. هر دانش‌آموزی در هر شهری می‌تواند در هر چهار آزمون حضور داشته باشد. امتیاز دانش‌آموز با احتساب سه تا از بهترین پاسخ‌ها در هر ورقه به‌دست می‌آید و امتیاز سالانه از



است. اگر ۱۰۰ توپ به تصادف از کیسه برداشته شود. حتماً هر چهار رنگ و بین آن‌ها خواهد بود. حداقل توپ‌هایی که لازم است از کیسه به تصادف برداشته شود تا به‌طور قطعی، سه توپ با رنگ‌های متفاوت بین آن‌ها باشد، چقدر است؟

۳- جفت شهرهای متفاوتی از روسیه، با سرویس اتوبوس‌های مستقیم بدون ایستگاه‌های بین راهی به هم مرتبط شده‌اند. ال‌کس برای هر جاده یک بلیط تهیه کرده است که اجازه می‌دهد در هر مسیر، یک بار مسافرت کند (اما نه مسیر برگشت در همان جاده) او از مسکو شروع می‌کند، تمام بلیط‌هایش را استفاده می‌کند (بدون این که بلیط جدیدی تهیه کند) و در کالنینگراد متوقف می‌شود. بوریس برای هر جاده n بلیط تهیه می‌کند و از مسکو شروع می‌کند. بعد از مصرف تعدادی از بلیط‌ها در جایی متوقف می‌شود که بدون تهیه بلیط جدید امکان حرکت وجود ندارد. ثابت کنید او در مسکو یا کالنینگراد متوقف شده است.

۴- خطی و دایره‌ی غیرمقطعی مفروض است. خط‌کش و پرگار را به کار گیرید و مربعی را که دو رأس مجاورش روی خط و در

نظر گرفته شده و ضریب جبرانی مناسب به تعداد خواهند داد. مدیریت این تورنمنت با کمیته‌ی مرکزی در مسکو است که زیرمجموعه‌ی کمیته‌ای از آکادمی علوم روسیه است. دانش‌آموزانی که امتیاز لازم را کسب کنند. دیپلم آکادمی علوم روسیه را دریافت خواهند کرد.

امیدوار است که خانه‌های ریاضی با همکاری انجمن‌های علمی آموزشی معلمان ریاضی و متخصصان آموزش ریاضی در ایران، این تورنمنت را در بین تمام شهرهای کشور برگزار کنند. در ادامه، نمونه‌ای از سؤالات امتحانی پیشرفته در سطح متوسط که در پاییز ۲۰۰۴ برگزار شده است، به همراه پاسخ تشریحی آن‌ها ارائه می‌شود. سؤالات جدیدتر تا از قرنطینه خارج نشوند، امکان چاپ و در اختیار عموم قرار گرفتن را ندارند.

سؤالات امتحان پیشرفته در سال ۲۰۰۴

۱- آیا می‌توان اعداد ۱ تا ۲۰۰۴ را چنان مرتب کرد که مجموع هر ده عدد کنار هم بر ده بخش‌پذیر باشد؟

۲- کیسه‌ای شامل ۱۱۱ توپ با رنگ‌های سبز، قرمز، سفید و آبی



حداقل باید ۱۲ توپ آبی داشته باشیم وگرنه؛ حد برداشت رنگ آبی حاصل نمی‌شود. پس حداقل ۲۴ توپ سفید و آبی داریم. یعنی جمع توپ‌ها از هر دو رنگ حداکثر $۸۷ = ۲۴ - ۱۱۱$ است. نتیجه بلافاصله حاصل می‌شود.

۳- شهر دیگری غیر از مسکو و کالینینگراد را در نظر بگیرید. فرض کنید الکس از آن k مرتبه بگذرد. پس او k بلیط به هنگام ورود و k بلیط به هنگام خروج استفاده کرده است. پس تعداد بلیط‌هایش با این شهر بین آن‌ها، $۲k$ بوده است. تعداد بلیط‌های بوریس با این شهر بین آن‌ها $۲kn$ بوده است. این تعداد بلیط اجازه می‌دهد بوریس kn بار ورود و خروج داشته باشد که بعد از آن نمی‌تواند برگردد و آن‌جا متوقف می‌شود.

۴- فرض کنید خط افقی ودایره‌ی بالای آن باشد. قطر عمودی دایره را رسم کنید و امتداد دهید تا خط را در O قطع کند. از O دو خط با شیب ± ۲ رسم کنید. فرض کنید آن‌ها به ترتیب بر دایره در Q و R مماس هستند. عمودهایی از Q و R بر خط وارد کنید که به ترتیب آن‌ها در P و S قطع کند. در این صورت $PQRS$ مربع موردنظر است. اگر هر یک از خطوط دایره را در دو نقطه قطع کند. جفت نقاط دورتر و یا نزدیک‌تر را به‌عنوان Q و R انتخاب کرده و مانند قبل تکرار کنید. اگر دو خط هیچ نقطه از دایره را قطع نکردند، مربع موجود نخواهد بود. اما این حالت مورد نظر نیست.

(فاصله خط از مرکز دایره حداکثر به اندازه قطر دایره است.)

۵- فرض کنید $۱ \leq k \leq ۲۰۰۴$. الگوریتم تقسیم را برای تعیین زوج منحصر به فرد (q, r) به‌کار بگیرید تا $kq + ۷ = ۲۰۰۴$ ، $۱ \leq r \leq k - ۱$. آن‌گاه $r + ۱ + q + r$ تا $k - r + q$ به ۲۰۰۴ اضافه خواهد شد. پس به ازای هر K جواب منحصر به فردی وجود دارد. پس کلاً ۲۰۰۴ حالت وجود دارد.

رأس دیگرش روی دایره است تولید کنید (با فرض این‌که چنین مربعی وجود دارد).

۵- به چند روش می‌توان ۲۰۰۴ را به‌صورت مجموعی از یک یا چند عدد طبیعی مثبت نانزولی بیان کرد که تفاضل بین اولین و آخرین حداکثر ۱ باشد؟
(مسئله‌ها به ترتیب دارای امتیاز ۳، ۴، ۴، ۵ و ۵ است.)

پاسخ:

۱- ما می‌توانیم هر عدد را با رقم یکانش جایگزین کنیم که این عمل تأثیری در کلیت مسئله ندارد. از هر کدام از رقم‌های ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۰ دویست تا و از هر کدام از رقم‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ به تعداد دویست و یک تا داریم. فرض کنید مرتب‌سازی مورد نظر مقدور باشد. آن‌گاه باید یازدهمین عدد با اولین عدد در ارتباط باشد و دوازدهمین عدد یا دومین عدد و همین‌طور تا آخر که دنباله‌ای با دوره تناوب ده را شکل می‌دهد. می‌بینید که: $۹ + ۱ + ۲ + \dots + ۹ = ۴۵$ بر ده بخش‌پذیر نیست. پس تعدادی از رقم‌ها در این دوره تناوب ده‌تایی باید تکرار شوند. این رقم‌ها حداقل باید چهار صد بار تکرار شوند، در حالی‌که هیچ کدام بیش از دویست و یک بار امکان تکرار ندارد پس مسئله ممکن نیست.

۲- ممکن است در کیسه ۷۵ توپ سبز، ۱۲ توپ قرمز، ۱۲ توپ سفید و ۱۲ توپ آبی داشته باشیم. جمع توپ‌ها از هر سه رنگ حداکثر ۹۹ است. اگر ۱۰۰ برداشت به تصادف داشته باشیم، از هر چهار رنگ توپ خواهیم داشت. پس شرایط مسئله برقرار است. ابتدا نشان می‌دهیم ۸۷ برداشت کافی نیست چرا که ممکن است ۷۵ سبز و ۱۲ سفید برداشته باشیم. حال نشان می‌دهیم ۸۸ برداشت کافی است. با مراعات نظیر می‌توان فرض کرد که تعداد توپ‌های سبز و قرمز و سفید و آبی ناصعودی است. ما

شرط لازم؟ یا کافی؟

(نویسنده و باقی، ۱۳۸۸)!

بهناز ساویزی

دبیر ریاضی و دانشجوی دکتری آموزش ریاضی
دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات

اشاره

مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست‌اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیش‌ترین تلاش اعضای هیئت تحریریه‌ی مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیش‌تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش‌تری با مجله‌ی خودشان برقرار کرده‌اند و بیش‌تر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال کرده‌اند. به همین دلیل، آرزوی دیرینه‌ی دفتر انتشارات کمک‌آموزشی و هیئت تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. در نتیجه، با نظر هیئت تحریریه‌ی مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند. در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ‌گو و منتقد دیدگاه‌ها باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادارتر و کارآمدتر کنند.

کلیدواژه: نقد آموزش ریاضی.

چکیده، مقدمه، تحقیق، جمع‌بندی

راستش هنوز غربت ما در این شهر به پایان نرسیده بود که گفتند آمده

است، با کوله‌باری از هدایا و کلیدهایی که قفل‌های بسته را باز می‌کند. گفتیم الحمدلله، که «فریادرسی» رسید. وقتی رفتیم دست‌بوس، فرمود معلمی لازم است ولی کافی نیست، ما محقق می‌خواهیم. گفتیم خوب حالا اول سوغاتمان را بده بعد فرمایش بفرما. شروع کرد به گفتن: عجب لباس مزخرفی است این رفتارگرایی که پوشیدی، دیگه به درد نمی‌خوره، از مدافتاده! با شرمندگی گفتیم بله ارباب؟! اینها که گفتم یعنی چه...؟ گفت بشین سر کلاس بهت می‌گم. گفت، گفت، گفت، خواندیم، خواندیم، بعد گفت حالا برو بنویس... نمی‌دانستم از چه بنویسم از زمان قبل از آمدنش یا بعد از آن؟ بعد گفت نفس می‌کشی، حرف می‌زنی، می‌نویسی، باید مدرک بیاری، ذکر منبع! آن هم دقیق. ای خدا من جایی خوانده بودم که فردنتال گفته علامت زن و مرد روی درها به‌خاطر این نیست که شما را در مرحله‌ی آیکونیک فرض کرده‌اند و نه مرحله‌ی سیمبولیک، ولی یادم نیست کجا؟ چطور منبع بنویسم. تازه وقتی خلاقیتم فوران می‌کند آسمون و ریسمون رو به هم گره می‌زنه، ذهنم بی‌خود میشه، چطور وسطش دنبال اسم منبع بگردم. گفتیم خوب قبل و بعد آمدنش را به هم ربط می‌دهم و می‌نوسم. ولی نشد. یعنی شد... نمی‌دانم... این جور شد:

«عنوان: بررسی حل مسئله‌ی دانش‌آموزان متولد مهر ماه سال دوم راهنمایی بخش سنقر سفلا از توابع کتل‌آباد علیا: در رابطه با رابطه‌ی

عملکرد ریاضی و فراشناخت و حل مسئله و خلاقیت و باور و رهیافت» (و گاهی تاریخ ریاضیات) لستر ۱۹۸۲، برون ۱۹۵۶، شونفلد ۱۹۹۳، استنبرگ ۱۹۸۱، فرودنتال ۱۹۶۳، برونر ۱۹۶۱، پیاز ۱۹۵۲، پولیا ۱۹۶۸، فرات‌بخشیان علی کوهی (۱۳۸۶)، سقراط (... پیش از میلاد)، هارولد (در دست چاپ).
... خوب چی می‌خواستم بگم؟... آها!... بله، حرف‌های خیلی خوبی زده‌اند. در ضمن تحقیقات روی دانش‌آموزان آمریکایی نشان داده کار مشارکتی اثر زیادی روی حل مسئله‌ی دانش‌آموزان دارد. (این یکی را بدون ذکر منبع از من قبول کنید چون اگر بخوایم بنویسم به قدر کل این شماره‌ی مجله جا لازم است)»

خوب این اول راه است باید ما تحقیقات بومی خودمان را داشته باشیم، آموزش ریاضی هم می‌گفت که یک فرد بسیار فرهنگ‌دوست و فرهنگ محور است و اصلاً پز نمی‌دهد که از فرنگ آمده و ماها را قبول ندارد و اصلاً هم از برنامه‌های تاپ-داون^۱ که دستوری است خوشش نمی‌آید!

لباس کهنه‌ی خودمان را با سوغات جدید که خودش می‌گفت نمی‌دانم ساخت‌گرایی؟ سازنده‌گرایی؟ ساخت و ساز... ساخت و پاخت... ؟ خلاصه هر چه که بود عوض کردیم و رفتیم سر کلاس درس...

پایمان نرسیده، مدرسه منفجر شد...

معلمان و دانش‌آموزان از خنده روده بر شده بودند، مدیر هم یک پرونده‌ی توییحی برایمان درست کرد...

مگر چه شده؟ ای دل غافل این لباس جدید را که همه توی دانشگاه تحسین می‌کردند این‌جا اصلاً نمی‌بینند، یادداستان مرحوم اندرسن افتادم. لباس کهنه را یواشکی تمان کردیم ولی به آموزش ریاضی نگفتم مبادا دلش بشکند...

آخر به گردنمان خیلی حق داشت.

گفتم خوب حالا کار مشارکتی، نمره هم مشارکتی... یکی در گوشم گفت: خانم همه‌ی کارها را من کردم بقیه‌ی اعضای گروه هنگام کار مشارکتی ما کارونی می‌خوردند، اینهاش! ظرفش زیر میزه... «عیب نداره عزیزم لازمه‌ی کار گروهی صبر و همدلیه در ضمن فرصتیه برای تمرین دموکراسی در کلاس درس».

زنگ تفریح پشت تلفن: خانم اصلاً انصاف نیست بچه‌ی من همه‌ی کارها را می‌کنه، بچه تنبل‌ها نفعشو می‌برن... بچه‌ی من باید بیست بشه، چه معنی داره یه بچه‌ی کودن جلوی پیشرفتشو بگیره... ؟»

مدیر: «خانم صدای کلاستون مزاحمه. در ضمن با این روش که پیش

گرفتید نمی‌رسید کتاب درسی رو هم تموم کنید چه برسه به کتاب تست» باز یواشکی کتاب تست را در دست گرفتیم ولی باز به آموزش ریاضی هیچ نگفتم، آخر می‌دانید که حق زیادی...!

گفتم خوب بی‌خیاله مدرسه... (البته آموزش ریاضی گفته بود که معلمی شرط کافی نیست)

کار تحقیقی در سطح آکادمیک شروع کنیم... چه موضوع؟ گفتند هر چه علاقه داری!

علاقه؟ پیتزا، نقاشی، جدول کلمات، شعر، چای قندپهلو...

نه بابا موضوع تحقیقه!

نمونه‌اش؟

در سایت‌ها زیاد

اه بله! تأثیر کار مشارکتی بر... ؟

نه! نه! کلاس ما کارونی، وحشتناکه!

آموزش معلمان؟

وای! نه! لباس ساخت‌گرایی و خنده...

تصمیم‌گیری در نظام آموزش ریاضی؟

چه دردی را از ما دوا می‌کنه؟

پس چی؟

هر چی که خودت علاقه داری!!!

بله! این آموزش ریاضی خیلی به گردن ما حق دارد، گرچه بر اثر

نقصان فکرت، خیلی خوب درکش نکرده‌ام و نفهمیده‌ام چه اعجوبه‌ایست! دیگران هم هر چه تعریف و توصیفش می‌کنند باز قدر و منزلتش بر حقیرانی چون من پوشیده است. شاید هم به همین دلیل است که جناب آموزش ریاضی قصد دارند نخبگان را به خودشان جلب کنند تا بیش‌تر درک شوند و خوب این نخبگان هم که کمتر به شغل شریف ما اشتغال دارند. (البته برخی‌شان بعد از جذب، یک چندی هم به کسوت ما درمی‌آیند) این‌جا هم باز فهمیدیم معلمی نه شرط لازم است نه کافی!

و این حکایت دیروز و امروز بود، باش تا فردا!

پی‌نوشت

1. TOP-DOWN

منابع

در متن ذکر شده است.

چکیده‌های پایان نامه‌های کارشناسی ارشد آموزش ریاضی



مذکور برای رشته‌های مختلف از قبیل ریاضی، آمار، فنی و مهندسی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی، کشاورزی، اقتصاد و حسابداری به تحلیل آن‌ها پرداختیم. ابتدا با توجه به تعاریفی که بلوم و همکاران او برای هر سطح از سطوح حیطه‌شناختی به‌عمل آورده‌اند و همچنین به کلیتی از حل که برای هر کدام از سؤالات آوردیم، آن‌ها را تحلیل کرده و هر کدام را در سطح مربوط قرار دادیم و بعد، برای هر کدام از آزمون‌ها جدول فراوانی و درصد و نمودار ستونی، رسم کردیم. داده‌های داخل جداول، نشان‌دهنده‌ی فراوانی و درصد سؤالات مربوط به سطوح مختلف حیطه‌شناختی بلوم‌اند. نمودار ستونی بدین منظور رسم شده که بتوان درصد سؤالات آزمون را در سطوح مختلف بلوم به‌راحتی تفسیر کرد. در نهایت، آزمون‌های مورد بررسی قرار گرفته در نمونه را بنا به این که برای چه رشته‌ای در نظر گرفته شده، حجم آموزشی درس ریاضی و چگونگی پایه‌ی ریاضی برای دانشجویان آن رشته، در سه گروه تقسیم‌بندی کردیم. برای هر کدام از گروه‌ها جدول مربوط به درصد فراوانی و نمودار ستونی رسم شده، که داده‌های داخل جداول رسم شده، نشان‌دهنده‌ی درصد سؤالات قرار گرفته در سطوح مختلف حیطه‌های شناختی بلوم برای گروه مورد نظر است. در ضمن لازم به ذکر است که داده‌های قرار گرفته در این جداول و داده‌های مربوط به این سری نمودارها از میانگین داده‌های به‌دست آمده در آزمون‌های مربوط به گروه‌های مربوط حاصل گشته است. در پایان، مقایسه‌ای بین نسبت‌های حاصل از دخالت سطوح حیطه‌شناختی بلوم در طرح سؤالات آزمون‌های سه گروه یاد شده انجام گرفت و نتایج آن، در نموداری یک‌جا نشان داده شد. تفکیک گروه‌ها به‌صورت زیر بود:

گروه ۱: رشته‌های اقتصاد و حسابداری؛

گروه ۲: رشته‌های زیست‌شناسی و زمین‌شناسی و کشاورزی؛

گروه ۳: رشته‌های ریاضی و فنی و مهندسی.

در آزمون‌های مربوط به گروه ۱، سؤالات تنها مربوط به دو سطح کاربرد و تجزیه و تحلیل از شش سطح حیطه‌شناختی بلوم بود. در آزمون‌های مربوط به گروه ۲، سؤالات مربوط به سطوح دانش، کاربرد، تجزیه و تحلیل و ارزشیابی از شش سطح حیطه‌شناختی بلوم بود. در آزمون‌های مربوط به گروه ۳، سؤالات مربوط به سطوح دانش، کاربرد، تجزیه و تحلیل، ترکیب و ارزشیابی از شش سطح حیطه‌شناختی بلوم بود.

وجه مشترک بین سؤالات آزمون‌ها این بود که در هر سه گروه، سطح کاربرد بیش‌ترین درصد از سؤالات را به خود اختصاص داده بود و هیچ درصدی از سؤالات آزمون به سطح فهمیدن تعلق نداشت.

بیش‌ترین درصد سؤالات مربوط به سطح دانش در سه گروه ذکر شده به ترتیب مربوط به گروه ۳ و ۲ و ۱ بود.

بیش‌ترین درصد سؤالات مربوط به سطح کاربرد در سه گروه ذکر

عنوان: بررسی میزان انطباق‌پذیری آزمون‌های سنجش
پایان ترم دانشکده ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید باهنر
کرمان با طبقه‌بندی بلوم در درس ریاضی عمومی (۱)

دانشجو: سادات سجادی ابرقویی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدائی

استاد مشاور: دکتر نعمت‌ا... موسی‌پور

داوران: دکتر محمود محسنی مقدم، دکتر محمود فرهادیان

تاریخ دفاع: ۱۳۸۷/۰۹/۰۴

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

هدف از این تحقیق، بررسی میزان انطباق‌پذیری سؤالات آزمون‌های پایان نیم سال دروس ریاضی عمومی (۱) در دانشکده ریاضی و کامپیوتر دانشگاه شهید باهنر کرمان با طبقه‌بندی بلوم در حیطه‌شناختی می‌باشد. برای این کار بعد از جمع‌آوری نمونه‌ای از آزمون‌های موجود در درس

شده به ترتیب مربوط به گروه ۱ و ۲ و ۳ بود.

بیشترین درصد سؤالات مربوط به سطح تجزیه و تحلیل در سه گروه ذکر شده به ترتیب مربوط به گروه ۱ و ۲ و ۳ بود.

بیشترین درصد سؤالات مربوط به سطح ترکیب در سه گروه، مربوط به گروه ۳ بود. قابل ذکر است که دو گروه دیگر در این سطح شامل هیچ درصدی از سؤالات نبودند و تنها گروه ۳، شامل سؤالاتی مربوط به این سطح بودند.

بیشترین درصد سؤالات مربوط به سطح ارزشیابی در سه گروه ذکر شده به ترتیب مربوط به گروه ۳ و ۲ و ۱ بود.

کلیدواژه‌ها: آزمون، ارزشیابی، ارزشیابی ریاضی، اندازه‌گیری، حیطه‌شناختی، سنجش، طبقه‌بندی بوم.



عنوان: بررسی نوع استدلال کودکان شش ساله در دفاع از فرضیه‌های ریاضی خود

دانشجو: مرضیه قاسمی پیربلوطی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدائی

استاد مشاور: دکتر نعمت‌ا... موسی‌پور

داوران: دکتر مهدی رجبعلی‌پور، دکتر اسفندیار اسلامی.

تاریخ دفاع: ۱۳۸۷/۰۹/۰۴

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

پژوهش حاضر با عنوان «بررسی نوع استدلال کودکان شش ساله در دفاع از فرضیه‌های ریاضی خود»، صورت گرفته است. به این منظور در سه حوزه‌ی «عدد و عملگرها»، «اندازه‌گیری»، «هندسه و تجسم فضایی» فعالیت‌هایی در مدعای تجربی و نظری طراحی گردید. مدعای تجربی مدعایی است که کودک بتواند به صورت تجربی آن را مورد آزمایش قرار دهد. مدعای نظری نیز مدعایی خواهد بود که کودک نتواند آن را تجربه کند.

گروه نمونه در پژوهش شامل ۳۰ آزمودنی مرکب از ۱۴ دختر و ۱۶ پسر بودند که از دو آموزشگاه که آن‌ها را آموزشگاه‌های (۱) و (۲) می‌نامیم، انتخاب شدند. آزمودنی‌های آموزشگاه (۱)، وضعیت اقتصادی بالا و بیش‌تر



آزمودنی‌های آموزشگاه (۲) از نظر اقتصادی نسبت به آموزشگاه (۱)، در وضعیت اقتصادی پایین قرار داشتند. سؤالات مصاحبه در سه حوزه‌ای که قبلاً ذکر شد طراحی گردید. داده‌های پژوهش از طریق مصاحبه به دست آمد. پس از جمع‌آوری داده‌ها، آزمودنی‌ها کدگذاری شده و براساس متغیرهای جنسیت، وضعیت اقتصادی و آموزشگاه، به آن‌ها پیش‌کدهایی اطلاق گردید. پس از تحلیل داده‌ها، نتایج زیر به دست آمد.

(۱) استدلال کودکان بیش‌تر بر مبنای آن‌چه که تجربه می‌کنند یا براساس آن‌چه به‌طور ملموس ادراک کرده‌اند صورت می‌گیرد.

(۲) استدلال انتزاعی برای کودکان اغلب دشوار است.

(۳) کودکان بیش از بزرگسالان تحت تأثیر احساسات یا تجربیات خود استدلال می‌کنند و محتوا یا داستان مسئله می‌تواند استدلال آن‌ها را بیش از فرضیه‌های ریاضی مسئله تحت تأثیر قرار دهد.

هم‌چنین، به نظر می‌رسد کودکانی که از نظر اقتصادی وضعیت مطلوب‌تری دارند، بیش از کودکان با وضعیت اقتصادی پایین، استدلال را به والدین، مربیان یا افرادی غیر از خودشان نسبت می‌دهند، در حالی که پسران بیش از دختران استدلال را به خود نسبت می‌دهند. در مورد اصلاح نظر، کودکان در مواجهه با نظر مخالف اغلب در صورتی نظرشان را تغییر می‌دهند که نظر مخالف از نظر تجربی برای آن‌ها منطقی به نظر برسد. در صورتی که تجربه، نظر دیگری غیر از نظر مخالف را تقویت کند، آن نظر را نمی‌پذیرند.

کلیدواژه‌ها: استدلال، استدلال کودک، اصلاح نظر، منابع ارجاعی، فرضیه ریاضی.



عنوان: بدفهمی‌های دانش‌آموزان سال اول نظری در درس ریاضی.

دانشجو: امین آقاپور بانیوجی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدائی

استاد مشاور: دکتر محمود فرهادیان

داوران: دکتر اسفندیار اسلامی، دکتر محمدرضا مولایی

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۰۴/۲۰

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرمان

چکیده

آموزش و یادگیری ریاضیات، همواره با برداشت‌های سو و ناقص از سوی دانش‌آموزان همراه بوده است. در بسیاری موارد، برداشت ناقص یا نادرست دانش‌آموزان از یک مفهوم، باعث تولید اشتباهات نظام‌مندی در عملکرد آن‌ها می‌شود که به آن بدفهمی گفته می‌شود.

هدف از این پژوهش، بررسی بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان سال اول نظری، و همچنین دلایل این بدفهمی‌ها از دیدگاه دبیران می‌باشد.

پژوهش حاضر از نوع توصیفی بوده و ۲۹۹ دانش‌آموز و ۲۴ دبیر، جامعه نمونه آن را تشکیل می‌دهند. ابزار آزمون، پرسش‌نامه‌های محقق ساخته بود که برای دانش‌آموزان، شامل ۳۵ سؤال کوتاه پاسخ و تشریحی و برای دبیران نیز شامل ۳۰ سؤال چهارگزینه‌ای و تشریحی بود.

یافته‌های پژوهشی حاکی از آن است که بدفهمی‌ها و اشتباهات مفهومی، به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان ایرانی رایج هستند، تا آن‌جا که این میزان، در برخی موارد به حدود ۸۰٪ می‌رسد. درک ناقص آن‌ها دلایل متعددی می‌تواند داشته باشد که این دلایل از دیدگاه دبیران به ترتیب، ضعف اطلاعاتی یا پایه‌ای دانش‌آموزان، روش بیان کتاب درسی، ضعف تدریس دبیران، و کتاب‌های کمک درسی ذکر گردیده است.

به نظر می‌رسد توجه به عواملی مانند: توجه به تقدم و تأخر مطالب هم در تدریس و هم در سازمان‌دهی محتوای درسی، توجه بیشتر به کار گروهی در کلاس درس، انعطاف‌پذیری در تدریس، برگزاری کلاس‌های ضمن خدمت دبیران در این راستا، توجه نمودن و حساسیت نشان دادن دبیران نسبت به بدفهمی‌های دانش‌آموزان و فراهم نمودن محیطی امن برای بیان نظرات دانش‌آموزان، می‌تواند برای کاهش دادن بدفهمی‌های دانش‌آموزان مثرم‌تر باشد.

کلیدواژه‌ها: بدفهمی، اشتباه‌های مفهومی، روش تدریس.



عنوان: بررسی میزان مهارت‌های تفکر انتقادی و پیشرفت تحصیلی ریاضی در بین دانشجویان کارشناسی ارشد ریاضی محض ورودی ۱۳۸۸ دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشجو: سید روح الله عمرانی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدائی

استاد مشاور: دکتر علیرضا منظری توکلی

داوران: دکتر محمود فرهادیان، دکتر محمدرضا مولایی

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۰۴/۲۰

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان

چکیده

امروزه کارشناسان تعلیم و تربیت اتفاق نظر دارند که تفکر انتقادی نه تنها باید یکی از اهداف تعلیم و تربیت باشد، بلکه باید بخش لاینفک آموزش در هر دوره‌ی تحصیلی باشد. زیرا تفکر انتقادی تفکری است که تحلیل، ارزشیابی و گزینش بهترین راه حل را در انسان به وجود می‌آورد و این امری است که نیاز دنیای امروز است. هدف این مطالعه بررسی رابطه بین مهارت‌های تفکر انتقادی و پیشرفت تحصیلی دانشجویان کارشناسی ارشد ریاضی محض است. ریاضی به عنوان یکی از مهم‌ترین موضوعات درسی برای پرورش تفکر منطقی و قدرت استدلال که خود از ملزومات تفکر انتقادی است، باید مورد توجه قرار گیرد.

این پژوهش از نوع توصیفی-همبستگی^۱ است و بر روی ۴۹ نفر از دانشجویان که به روش سرشماری انتخاب گردیدند، انجام شد. ابزار اصلی تحقیق آزمون مهارت‌های تفکر انتقادی کالیفرنیا (فرم ب) بود و تحلیل داده‌ها توسط نرم‌افزارهای SPSS و MS.EXCEL انجام گرفت. میانگین نمرات مهارت‌های تفکر انتقادی داوطلبین ۱۰/۰۹ (از ۳۴) به دست آمد، که نمره‌ی مناسبی با توجه به دوره تحصیلی‌شان نیست. همبستگی معنی‌داری میان این نمره و نمره پیشرفت تحصیلی ریاضی‌شان وجود نداشت.

نتایج نشان داد که اصلی‌ترین روش تدریس مورد استفاده اساتید ریاضی روش سخنرانی است. هرچند بهره‌گیری از این روش در آموزش عالی گریزناپذیر است اما استفاده از راهکارهایی برای فعال ساختن دانشجویان در کلاس و بیرون از آن توصیه می‌شود. نمرات آزمون مهارت‌های تفکر انتقادی در دانشجویان چندان مطلوب نیست و عدم همبستگی این نمرات با پیشرفت تحصیلی ریاضی‌شان، نشان از نیاز به برنامه‌ریزی بهتری در امر آموزش ریاضی در دانشگاه‌ها دارد. در پایان محدودیت‌های پژوهش ذکر شدند و پیشنهادهای ارائه گردید.

کلیدواژه‌ها: تفکر انتقادی، پیشرفت تحصیلی ریاضی.

پی‌نوشت

1. Correctional Research

سیاهچاله‌هایی در ریاضیات جادویی

مانی رضائی

۱۲۳ خواهد شد. اگر برای ۱۲۳ تکرار کنید همان ۱۲۳ را به دست می‌آورید. عدد ۱۲۳ سیاهچاله‌ی دنیای اعداد در ریاضیات جادویی است! هیچ عددی نمی‌تواند از این فرایند که به ۱۲۳ منجر می‌شود بگریزد! (چرا؟)

ثابت ۶۱۷۴

با هر عدد چهار رقمی دلخواهی که مضرب ۱۱۱۱ نیست، شروع کنید (چهار رقم همانند را کنار هم نگذارید). رقم‌های عددتان را از کوچک به بزرگ مرتب کنید و از مغلوب آن (از بزرگ به کوچک) کم کنید. برای مثال با ۲۶۴۶ شروع کنید. داریم $۴۱۷۶ = ۶۴۶۲ - ۲۶۴۶$ اکنون با عدد ۴۱۷۶ این کار را تکرار کنید: $۶۱۷۴ = ۴۱۷۶ - ۷۴۶۱$ و عدد ۶۱۷۴ به همان عدد منجر می‌شود: $۶۱۷۴ = ۴۱۷۶ - ۷۴۶۱$ یعنی عدد ۶۱۷۴ یک سیاهچاله است. امتحان کنید! هر عددی در این فرایند به ۶۱۷۴ می‌انجامد.

عدد ۱۵

با هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ شروع کنید. تمام مقسوم‌علیه‌های عدد را بنویسید. حاصل جمع رقم‌های تمام این عددها را به دست آورید. این فرایند را برای عدد حاصل تکرار کنید. سیاهچاله‌ی این فرایند، عدد ۱۵ است. مقسوم‌علیه‌های آن ۱، ۳، ۵ و ۱۵ است که حاصل جمع رقم‌های آن‌ها برابر با ۱۵ است. خودتان هر عدد دیگری را امتحان کنید!

مسئله‌ای حل نشده در سیاهچاله‌ها

با یک عدد طبیعی شروع کنید. اگر فرد بود به سه برابر آن یک واحد اضافه کنید و اگر زوج بود آن را نصف کنید. این فرایند را برای نتیجه تکرار کنید برای مثال با ۱۲ شروع کنید داریم ۶ سپس ۳ و بعد ۱۰ و ۵ و ۱۶ و ۸ و ۴ و ۲ و ۱، تمام. در واقع ادعا آن است که با هر عددی شروع کنید به ۱ می‌رسید! تاکنون کسی موفق نشده این حکم را اثبات کند و مثالی هم برای رد این ادعا پیدا نشده است.

این مسئله به نام حدس کولاتز^۲ شهرت دارد.

پی‌نوشت

1. Mathemagics
2. Collatz conjecture

ریاضیات جادویی^۱ واژه‌ای است که به تردستی‌های ریاضی و شعبده‌های ریاضی اطلاق می‌شود. نامدارترین کسی که در این زمینه فعالیت کرد، مارتین گاردنر است. در میان کارهای وی، گاردنر سیاهچاله‌ی ۴ را معرفی می‌کند:

با یک عدد طبیعی شروع کنید. آن را به صورت حرفی (در زبان انگلیسی) بنویسید مانند FIVE و تعداد حرف‌ها را بشمارید: ۴ اکنون آن را به صورت حرفی بنویسید FOUR که تعداد حرف‌هایش ۴ است. در این حالت ادامه‌ی این فرایند هم‌چنان ۴ را نتیجه می‌دهد. در مثال دیگر، به ازای ۱۶۳ داریم ONE HUNDRED AND SIXTY THREE

که ۲۳ حرف دارد و تعداد حرف‌های TWENTY THREE برابر ۱۱ است و ELEVEN دارای ۶ حرف است و به همین ترتیب ۵، ۳ و در نهایت ۴ به دست می‌آید.

گاردنر عدد ۴ را سیاهچاله‌ی زبان انگلیسی معرفی می‌کند. به نظر می‌رسد در زبان فارسی سیاهچاله منحصر به فرد نیست زیرا ۲ و ۴ هر دو می‌توانند چنین باشند (بررسی کنید!) بررسی آن در زبان‌های آذری و فرانسه نیز جالب است.

سیاهچاله چیست؟ مفهوم عام آن همان است که در فیزیک وجود دارد. اما ارائه یک تعریف دقیق برای آن لازم است.

تعریف: سیاهچاله یک سه‌تایی (b, U, f) است که b عضوی از مجموعه‌ی U است و $f: U \rightarrow U$ تابعی است با دو ویژگی زیر

$$f(b) = b \quad (۱)$$

(۲) به ازای هر x در U ، عدد طبیعی مانند k وجود دارد به‌طوری که $f^k(x) = b$

با کمک این تعریف رسمی، چند سیاهچاله در ریاضیات جادویی را معرفی می‌کنیم.

دنباله ۱۲۳

با یک عدد طبیعی دلخواه شروع کنید، برای مثال ۱۳۸۸۰۳۳۲ به ترتیب تعداد رقم‌های زوج، تعداد رقم‌های فرد، و تعداد کل رقم‌ها را بنویسید. در مثال ۵ (رقم زوج)، ۳ (رقم فرد) و ۸ (کل رقم‌ها) عدد ۵۳۸ به دست می‌آید. اکنون این کار را برای ۵۳۸ تکرار کنید: ۱ (زوج)، ۲ (فرد) و ۳ (کل) که



دانش‌پژوهی و پژوهش
دانش‌پژوهی و پژوهش
دانش‌پژوهی و پژوهش

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه‌ی اول دوره‌ی دبستان)
- رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره‌ی دبستان)
- رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره‌ی دبستان)
- رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی)
- رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ♦ رشد تکنولوژی آموزشی ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی اختصاصی

(به صورت فصلنامه و ۴ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی)
- ♦ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه)
- ♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ♦ رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و اختصاصی برای آموزگاران، معلمان، مدیران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره‌ی ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰۱۴۷۸

گاردنر، اسطوره‌ی ریاضیات چادویی

مانی رضائی



مارتین گاردنر بیش از ۲۵ سال در ستون «بازی‌های ریاضی» در مجله‌ی آمریکن ساینترفیک، عموم مردم را با زیبایی‌ها و جذابیت ریاضی آشنا کرد. وی در دانشگاه فلسفه خواند. با وجود آن‌که گاردنر در کارهایش از ریاضیات پیشرفته، بیش از حسابان استفاده نکرد، اما کارهای بسیاری در عمومی کردن ریاضیات و نمایش جزییات جالب و هیجان‌انگیز ریاضیات ارائه کرد.

وی از دوران نوجوانی به تردستی‌های ریاضی علاقه‌مند بود و جامعه‌ی ریاضی نیز وی را با این شعبده‌ها می‌شناسد. در شانزده‌سالگی با دو مقاله‌ی کوتاه در مجله‌های محلی با عنوان‌های «پیشگویی» و «رنگ تازه‌ای به شعبده» کار خود را شروع می‌کند. گاردنر از کارهای خود با عنوان Mathemagics (ریاضیات جادویی) نام می‌برد که از ترکیب دو کلمه‌ی Mathematics (ریاضیات) و Magic (شعبده و جادو) ساخته شده است و کتابی با این عنوان نیز منتشر کرده است.

از گاردنر مجموعه‌ای از کتاب‌هایی در زمینه‌ی ریاضیات تفننی منتشر شده است که چندتایی به فارسی ترجمه شده است. در شماره‌های ۹ تا ۱۵، ۳۳، ۵۴ تا ۵۸، ۶۲ تا ۶۵ و... مجله‌ی رشد آموزش ریاضی مقاله‌هایی کوتاه از گاردنر منتشر شده است.

روز اول خرداد ۱۳۸۹، گاردنر در سن ۹۵ سالگی درگذشت. دوستدارانش به پاس خدمات وی قرار گذاشتند روز ۲۹ مهر ۱۳۸۹، همزمان با ۹۶مین سالگرد تولد گاردنر، در نقاط مختلف جهان برنامه‌های متنوعی حول مباحث مورد علاقه گاردنر شامل مسایل سرگرم‌کننده‌ی ریاضی، شعبده‌های ریاضی و مسایل و معماهای ریاضی برگزار کنند.



2. Editor's Note

4. **Polya's Problem** by: J. Asadi Gharmarodi

9. **Philosophical Perspectives in Math Education**

13. **Action Research: Data Collection and ... (Part 3)**

by: S. Chamanara

17. **The Story of Algebra (Last Part)** by: A Estand

& L.Linshovski; Tran. by: Z. kamyab & A. M. Asgari

27. **Mathematics in the Streets and in Schools** by:

T. Nunes Carraher; D.W. Carraher & A. D. Schliem
and Tran. by: N. Aghili

36. **Teachers' Narrative** by: N. Haji Sadeghi

39. **A Simple Tool for Teaching Trigonometry** by:

M. Bayat; Z. Khatami & H. Osanlou

43. **Website Presentation** by: B. Eslami

44. **Reflection on a Classroom Observation** by:

N. Rezaie

45. **Book Review: The Cres of Peacock...** by: A. H.

Asgari

46. **Report: 11th IMEC in 15th year** by: M.Rezaie

51. **Report: 51st IMO** by: S. Chamanara

53. **Report: Math Summer School** by: N.

Hasannia

54. **International Math Tournament...** by: Y.

Karimi Fardinpour

57. **View Point**

59. **Abstracts of Master Thesis in Math Education**

62. **Black - holes of Mathematic** by: M. Rezaie

63. **Gardner: The Legend of Mathematic** by: M.

Rezaie

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Mani Rezaie

Edditorial Board:

Esmail Babolian, Mirza Jalili

Sepideh Chamanara, Mehdi Radjabalipour

Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh

Mohammad Reza Fadaie and Soheila Gholamzad

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

P. O. Bax: Tehran 15875 - 6585 E-mail: rizai@roshdmag.ir



همّت مضاعف، کار مضاعف

برگ اشتراک مجله‌های رشد

شرایط:

۱. پرداخت مبلغ ۷۰/۰۰۰ ریال به ازای یک دوره یک ساله مجله‌ی درخواستی،

به صورت علی‌الحساب به حساب شماره‌ی ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه‌ی

سه راه آزمایش (سرخه‌حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده‌ی اشتراک

باپست سفارشی. (کپی فیش را نزد خود نگه دارید.)

♦ نام مجله‌های درخواستی:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

یادآوری:

♦ هزینه‌ی برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی و عدم حضور

گیرنده، برعهده‌ی مشترک است.

♦ مبنای شروع اشتراک مجله از زمان دریافت برگ اشتراک خواهد بود.