

باهم مسئله حل کنیم

مربوط به شماره پیاپی ۹۵ - صفحه ۲۶

یک

راه چهارم

در راه‌های گذشته به ۱۸ نفر پرداختیم و فرض کردیم که تعدادی از آن‌ها با دوچرخه آمده باشند و تعدادی با خودروی چهار چرخ. این بار جور دیگری نگاه می‌کنیم. به تعداد چرخ‌ها که ۴۶ تا هستند نگاه می‌کنیم و فرض می‌کنیم که همه آن‌ها چرخ‌های دوچرخه باشند. در این صورت باید $2 \times 23 = 46$ تا دوچرخه داشته باشیم و از آنجا که در صورت مسئله گفته شده که هر ورزشکار به تنهایی آمده است، لازم می‌آید که ۲۳ ورزشکار آمده باشند. در صورتی که می‌دانیم ۱۸ ورزشکار بیش‌تر نیامده‌اند. پس این $23 - 18 = 5$ ورزشکار اضافه، واقعاً وجود ندارند و به این خاطر در محاسبات آمده‌اند که برخی از خودروهای چهار چرخ را دو تا دوچرخه به حساب آورده‌ایم. هر بار که یک خودروی چهار چرخ را دوچرخه بگیریم، یک خودرو را به ۲ تا دوچرخه تبدیل کرده‌ایم و یک ورزشکار اضافه را به حساب آورده‌ایم. پس از آنجا که ۵ ورزشکار اضافه را به حساب آورده‌ایم، باید همین ۵ نفر واقعاً وجود نداشته باشند و در عوض ۵ نفر با خودروی چهار چرخ آمده باشند و بقیه یعنی ۱۳ نفر با دوچرخه آمده باشند.

راه پنجم

باز هم به چرخ‌ها نگاه می‌کنیم. نمی‌توانیم فرض کنیم که همه آن‌ها چرخ‌های خودروهای چهار چرخ هستند، زیرا ۴۶ به ۴ بخش‌پذیر نیست. پس فرض می‌کنیم که ۴۴ تا از آن‌ها مربوط به خودروهای چهار چرخ هستند و ۲ تا از آن‌ها مربوط به دوچرخه. با این حساب یکی از ورزشکارها با دوچرخه آمده است و $44 \div 4 = 11$ نفر هم با خودروی چهار چرخ آمده‌اند. این جوری تعداد ورزشکارها $11 + 1 = 12$ نفر می‌شود. ولی می‌دانیم که واقعاً ۱۸ نفر هستند. این نا هم‌خوانی تعداد نفرات به‌خاطر این است که واقعاً اشتباه کرده‌ایم و مثلاً دو تا دوچرخه را یک خودروی چهار چرخ گرفته‌ایم. و به‌ازای هر بار که چنین اشتباهی کرده‌ایم، ورزشکارها را یک نفر کم‌تر حساب کرده‌ایم. از آنجا که ورزشکارها را ۶ نفر کم‌تر حساب کرده‌ایم، می‌فهمیم که ۶ تا از خودروهای چهار چرخ واقعاً وجود ندارند و هر کدام واقعاً دو تا دوچرخه هستند. یعنی $12 + 6 = 18$ تا دوچرخه را اشتباهاً ۶ خودروی چهار چرخ گرفته بودیم. پس واقعیت این است که تعداد خودروهای چهار چرخ برابر $6 - 1 = 5$ تا است و تعداد دوچرخه‌ها نیز $12 + 1 = 13$ تا است.

راه سوم

برای محاسبه ساده‌تر هر ۵۰۰ تومان را یک پولک تعریف می‌کنیم و می‌فهمیم که مهسا ۵ مداد و ۵ خودکار را به بهای ۳۵ پولک خریده است و مهشید نیز برای ۷ مداد و ۹ خودکار ۵۹ پولک داده است. از این پس می‌توان هر یک از راه‌های نخست و دوم را پیگیری کرد. توجه کنید که اگر هر ۱۰۰۰ تومان را یک پولک می‌گرفتیم، هنوز راه درست بود. ولی محاسبه‌ها خیلی ساده‌تر نمی‌شد.

راه چهارم

راه سوم را ادامه می‌دهیم. مهسا ۵ مداد و ۵ خودکار را ۳۵ پولک خریده است و ۷ مداد و ۹ خودکار را ۵۹ پولک. اگر مداد ۷ پولک و خودکار صفر پولک ارزش داشته باشد، خرید مهسا درست است و مهشید هم باید برای ۷ مداد و ۷ خودکار $7 \times 7 = 49$ پولک بپردازد. اما او برای ۷ مداد و ۹ خودکار ۵۹ پولک پرداخته است. پس واقعاً خودکار رایگان نیست و هر خودکار $5 = 59 - 49$ پولک می‌آورد و در نتیجه بهای هر مداد هم $2 = 5 - 7$ پولک است. پس مداد و خودکار به ترتیب ۱۰۰۰ و ۲۵۰۰ تومان می‌ارزند.

راه نخست

فرض کنیم که هر کدام از ورزشکارها با دوچرخه آمده باشد. در این صورت باید تعداد چرخ‌های خودروهای آن‌ها روی هم $2 \times 18 = 36$ تا می‌شد. اما می‌دانیم که واقعاً این تعداد برابر ۴۶ تا است. یعنی $46 - 36 = 10$ تا بیش‌تر. روشن است که این تعداد چرخ اضافه، به‌خاطر این است که برخی با خودروی چهار چرخ آمده‌اند. هر خودروی چهار چرخ دو تا چرخ بیش‌تر از دوچرخه دارد. یعنی به‌خاطر هر خودروی چهار چرخ دو تا چرخ به ۳۶ اضافه می‌شود. و چون می‌دانیم در مجموع ۱۰ تا چرخ به ۳۶ اضافه شده است، پس تعداد خودروهای چهار چرخ برابر $5 = 10 \div 2$ تا است. پس ۱۳ نفر با دوچرخه و ۵ نفر با خودروی چهار چرخ آمده‌اند.

راه دوم

فرض کنیم که هر کدام از ورزشکارها با خودروی چهار چرخ آمده باشد. در این صورت باید تعداد چرخ‌های خودروهای آن‌ها روی هم $4 \times 18 = 72$ تا می‌شد. اما می‌دانیم که واقعاً این تعداد برابر ۴۶ تا است. یعنی $72 - 46 = 26$ تا کم‌تر. روشن است که این نا هم‌خوانی تعداد چرخ‌ها، به‌خاطر این است که برخی با دوچرخه آمده‌اند. هر دوچرخه دو تا چرخ کم‌تر از خودروی چهار چرخ دارد. یعنی به‌خاطر هر دوچرخه دو تا چرخ از ۷۲ کم می‌شود. و چون می‌دانیم در مجموع ۲۸ تا چرخ از ۷۲ تا چرخ کم شده است، پس تعداد دوچرخه‌ها برابر $13 = 26 \div 2$ تا است. پس ۱۳ نفر با دوچرخه و ۵ نفر با خودروی چهار چرخ آمده‌اند.

راه سوم

چنین راهی در این جا خوب نیست. اما راهی درست و آموزنده است و ممکن است گاهی به کار بیاید. بدون هیچ دغدغه و دلیلی فرض کنید که ۱۰ نفر با دوچرخه آمده باشند و ۸ نفر با خودروی چهار چرخ. تعداد چرخ‌ها را در این حالت پیدا کنید و ببینید که کم‌تر از واقع هستند یا بیش‌تر؟ سپس تعداد واقعی را پیدا کنید.

دو

راه نخست

خرید مهسا خیلی کمک کرده است. اگر او به جای ۵ مداد و ۵ خودکار، از هر کدام یکی می‌خرید باید $3500 \div 5 = 700$ تومان می‌پرداخت. یعنی بهای یک مداد و یک خودکار، روی هم برابر ۳۵۰۰ تومان است. بنا براین اگر مهشید هم ۷ مداد و ۷ خودکار می‌خرید باید $7 \times 3500 = 24500$ تومان می‌پرداخت. اما او دو تا خودکار بیش‌تر خریده است و ۵۰۰۰ تومان بیش‌تر پرداخته است. پس بهای هر خودکار باید $2500 = 24500 \div 10$ تومان باشد. و بهای هر مداد نیز باید $1000 = 2500 - 1500$ تومان باشد.

راه دوم

خرید مهسا خیلی کمک کرده است. اگر او به جای ۵ مداد و ۵ خودکار، از هر کدام یکی می‌خرید باید $3500 \div 5 = 700$ تومان می‌پرداخت. یعنی بهای یک مداد و یک خودکار، روی هم برابر ۳۵۰۰ تومان است. بنا براین اگر مهشید هم ۹ مداد و ۹ خودکار می‌خرید باید $9 \times 3500 = 31500$ تومان می‌پرداخت. اما او دو تا مداد کم‌تر خریده است و به جای ۳۱۵۰۰ تومان ۲۹۵۰۰ تومان، یعنی ۲۰۰۰ تومان کم‌تر پرداخته است. پس بهای هر مداد باید $1000 = 2000 \div 2$ تومان باشد. و بهای هر مداد نیز باید $2500 = 3500 - 1000$ تومان باشد.