

آموزش مدل مسئله‌های

برای حل مسائل ریاضی

مهسا خدا باری
دبیر ریاضی منطقه نوبران استان مرکزی و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

اشاره

حل مسئله ریاضی، یکی از مؤلفه‌های مهم در فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی است. توانایی به کارگیری آموخته‌ها در موقعیت حل مسئله، از نشانه‌های یادگیری مؤثر ریاضی دانش آموزان به حساب می‌آید، به طوری که ایجاد توانایی حل مسئله یکی از چشم‌اندازهای آموزش ریاضی است. اینجانب در جریان رویارویی دانش آموزان با مسائل ریاضی مربوط به کسرها، مشاهده نمودم که توانایی‌های محاسباتی و استدلالی آنان اندک است و تنها تعداد محدودی از آن‌ها، به طور نسبی، توانایی‌های لازم برای حل مسائل کسر را به دست آورده‌اند. در بحث و تبادل نظر با همکارانم، متوجه شدم دانش آموزان کلاس‌های دیگر نیز، در حل مسائل ریاضی به ویژه در حوزه کسر، با مشکل مواجه‌اند. همچنین، در یک ارزیابی ملی از دانش آموزان دوره راهنمایی در ایران در سال تحصیلی ۹۰-۹۱ که خودم نیز در بخشی از آن شرکت داشتیم، شاهد عملکرد ضعیف دانش آموزان در حل مسائل مربوط به حوزه کسر بودم. نتایج سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم - تیمز - نیز، مؤید این یافته‌ها بود. همه این‌ها، مرا ترغیب نمود تا به جست‌وجوی راه‌حلی به منظور ارتقای توانایی حل مسئله کسر در دانش آموزان پایه دوم راهنمایی بپردازم؛ به خصوص که مسائل این حوزه، دربرگیرنده مفاهیم درصد و تناسب نیز هستند و نتایج مطالعات مختلف و نیز تجارب همکارانم، ضعف دانش آموزان ایرانی را در رابطه با این مسائل، تأیید می‌کنند.

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، یاددهی - یادگیری، روش تدریس، مدل میله‌ای، دوره راهنمایی

حل مسئله ریاضی در کلاس درس

یکی از مباحثی که در کتاب ریاضی پایه دوم راهنمایی مطرح شده، مسائل حوزه درصد است. یکی از سرفصل‌های مطرح شده در این کتاب، طرح مسئله از «مفهوم درصد» است که حداقل یک جلسه از جلسات کلاس را به خود اختصاص می‌دهد. زمانی که من، در سال تحصیلی ۹۱-۹۲، اولین مسئله را در این حوزه روی تخته کلاس نوشتم، با اظهار نظرهای مایوس‌کننده‌ای از سوی دانش‌آموزان مواجه شدم:

■ خانم، ما بلد نیستیم مسئله حل کنیم؛

■ خانم، تو رو خدا تمرین حل کنیم، مسئله نه!

■ خانم، مسئله‌های ریاضی اصلاً حل نمی‌شن!

■ خانم، این مسئله‌ها خیلی سختن و ...

تعداد زیادی از دانش‌آموزان، حتی تمایلی به فکر کردن در مورد روش حل مسئله‌ها نداشتند و هیچ اعتمادبه‌نفسی در مواجهه با مسائل برای حل آن‌ها نداشتند.

در آزمون ترم اول سال تحصیلی ۹۱-۹۲ نیز، مسئله زیر را، از مبحث درصد مطرح کردم:

مریم کتابی را با ۵ درصد تخفیف، ۴۰۰۰ تومان خرید. قیمت اولیه کتاب چقدر بوده است؟

از ۳۰ دانش‌آموز کلاس، فقط ۴ نفر به این مسئله پاسخ صحیح دادند. این رقم، بسیار نگران‌کننده بود و مرا به ارائه راهکاری به‌منظور برطرف نمودن آن ترغیب نمود؛ ضمن اینکه می‌دانستم بررسی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در مطالعات و ارزیابی‌های متعدد، مؤید ناتوانی اکثر دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی است.

بدین منظور، به مطالعه مقالات و کتب متعدد در حوزه حل مسئله ریاضی پرداختم و روشی را برای حل مسائل جست‌وجو کردم که دارای ویژگی‌های زیر باشد:

■ به زبانی ساده بیان شود؛

■ به درک مسئله کمک کند؛

■ در انواع مختلفی از مسائل، قابلیت کاربرد داشته باشد؛

■ از حل مسائل ساده، به مسائل چند مرحله‌ای و دشوار، قابل تعمیم باشد.

در بررسی مطالعات بین‌المللی ریاضیات و علوم - تیمز - کسب رتبه‌های اول توسط دانش‌آموزان کشور

سنگاپور توجهم را به خود جلب کرد، چون دریافتیم عملکرد موفقیت‌آمیز دانش‌آموزان این کشور در چندین مطالعه تیمز، در حل مسائل چندمرحله‌ای ریاضی، بسیار قابل ملاحظه بوده است. بنابراین، تصمیم گرفتم به مطالعه روند آموزش حل مسائل ریاضی به دانش‌آموزان در کشور سنگاپور بپردازم.

در دو مقاله با عنوان‌های **ریاضی سنگاپور: ساده یا پیچیده؟** و **از ریاضی سنگاپور یاد بگیریم** که به بررسی دلایل موفقیت دانش‌آموزان سنگاپوری در مطالعات بین‌المللی ریاضیات و علوم - تیمز - پرداخته بودند، تأکید بر نقش مؤثر استفاده از **مدل میله‌ای** در درک و فهم مسائل ریاضی، چشمگیر بود. ضمن اینکه از مزایای دیگر آموزش مدل میله‌ای، موارد زیر بیان شده بود:

➤ مدل میله‌ای، الگویی تصویری برای جزءها و کل‌ها در جمع، تفریق، ضرب و تقسیم و کسرها، نسبت‌ها و درصد است و وجه تصویری بودن آن، شهود را در دانش‌آموزان تقویت می‌کند؛

➤ دانش‌آموزان سنگاپوری در سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم - تیمز - در مواجهه با دشوارترین مسائل کسر از این مدل استفاده نموده و موفقیت چشمگیری داشته‌اند؛

➤ مدل میله‌ای، فرصت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه تصویری و انتزاعی را هنگام حل مسائل کسر ایجاد می‌کند (لین وند و گینزبرگ، ۲۰۰۷، ص ۳۵).

بنابراین، تصمیم گرفتم مدل میله‌ای در حل مسائل ریاضی در کتاب‌های درسی ریاضی سنگاپور را، که پژوهش‌های متعدد آن را تأیید می‌کردند (هوون و گارلیک، ۲۰۰۷؛ لین وند و گینزبرگ، ۲۰۰۷؛ استین، ۲۰۰۸) به دانش‌آموزان خود آموزش دهم. بدین منظور، آموزش حل مسائل ریاضی با استفاده از مدل میله‌ای را از مفاهیم ساده جمع و تفریق در دوره ابتدایی آغاز کردم تا دانش‌آموزان فرایند تکوین حل مسئله را، از مفاهیم اولیه تا مفاهیم پیچیده ریاضی، درک کنند و اعتمادبه‌نفس آن‌ها نیز در مواجهه با مسائل ریاضی افزایش یابد. در نهایت، فرایند آموزش این مدل در کلاس درس، سه جلسه ۸۰ دقیقه‌ای به‌طول انجامید.

جلسه اول

در ابتدای جلسه، به معرفی **مدل میله‌ای** به کلاس پرداختم. ضمن این معرفی، بسیاری از دانش‌آموزان ابراز

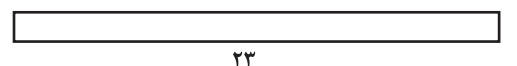
عدم تمایل به حل مسائل کسری نمودند و این مسئله‌ها را «دشوار» یا حتی «حل‌نشده» دانستند. این در حالی بود که از آن‌ها خواستیم:

«اجازه بدید تا این روش رو ببینیم؛ شاید نظرتون عوض شد و با کمک هم تونستیم مسئله‌های خیلی سخت رو هم حل کنیم.»
پس از آن، جلسه را با مسئله زیر، شروع کردم:

۱. حسین ۲۳ تیله داشت. ۹ تای آن‌ها را به دوستش داد. چند تیله برای او باقی مانده؟

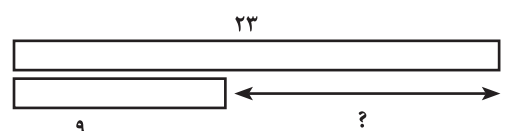
همه دانش‌آموزان با هم ابراز داشتند «اینکه خیلی راحت» و همگی خواستار آمدن پای تابلو برای حل آن شدند. زهرا مسئله را روی تخته چنین حل کرد:
زهرا: چون از ۲۳ تیله ۹ تاش رو به دوستش داده، پس باید ۲۳ رو منهای ۹ کنیم که می‌شه ۱۴.
 $23 - 9 = 14$

معلم: شما که گفتین مسئله سخته و نمی‌شه حلش کرد ولی الان همتون این مسئله رو حل کردین. پس مسئله‌ها سخت نیستن. خودمون فکر می‌کنیم سخت و حل نمی‌شن! حالا ما می‌خوایم با اون روشی که گفتیم، مسئله رو حل کنیم. فرض می‌کنیم این میله، تعداد تیله‌های حسین رو به ما نشان بده. پس این میله چه عددی رو به ما نشان می‌ده؟



دانش‌آموزان: ۲۳.

معلم: درسته! حالا چطوری می‌تونیم نشون بدیم حسین ۹ تا از تیله‌هاش رو به دوستش داده؟
مریم: می‌تونیم یک میله به اندازه ۹ تا تیله بکشیم و بگیم این قسمت رو داده به دوستش. جواب می‌شه همون ۲۳ منهای نه.



این مسئله را از دوره ابتدایی مطرح کردم تا انگیزه دانش‌آموزان برای حل مسئله برانگیخته شود. همچنین، آسانی مسئله باعث شد تا تمام دانش‌آموزان به حل مسئله بپردازند و همگی برای نوشتن پاسخ خود روی تخته کلاس داوطلب شوند. باز خورد ارائه این مسئله به

کلاس، به‌ویژه برای دانش‌آموزانی که باور عدم توانایی حل مسئله را به خود تلقین کرده بودند، بسیار مثبت بود و باعث شد تا آن‌ها انگیزه زیادی برای حل مسئله بعدی داشته باشند. سپس، مسائل زیر را به ترتیب مطرح کردم که تمام آن‌ها با استفاده از مدل میله‌ای توسط دانش‌آموزان حل شدند.

۲. محمد ۳۰ دوست دارد. احمد ۴۳ دوست دارد. احمد چند دوست بیشتر از محمد دارد؟
۳. مینا ۶ شکلات داشت. پدرش ۴ شکلات دیگر به او داد. او چند شکلات دارد؟
۴. هدی ۲۰۰۰ تومان پول داشت. او با نصف پولش برای خودش و دوستش بستنی خرید. چقدر از پول هدی باقی مانده است؟
۵. آریا ۳۰ آب‌نبات داشت. او $\frac{3}{5}$ آب‌نبات‌هایش را خورد. چند آب‌نبات برایش باقی مانده است؟

اولین جلسه از آموزش مدل میله‌ای در حل مسائل ریاضی، پس از آشنا کردن دانش‌آموزان با مدل میله‌ای، با طرح پنج مسئله مربوط به کسر دوره ابتدایی برگزار شد. دانش‌آموزان به دلیل برخورداری از توانایی حل این مسائل، انگیزه خوبی برای حل مسئله کسب کردند. همچنین، واگذاری حل مسئله و ترسیم مدل میله‌ای در حل آن‌ها، باعث ایجاد حس رقابت برای حل سریع‌تر مسائل در آن‌ها شد و می‌توان گفت تمام دانش‌آموزان در این جلسه، به‌طور کامل درگیر حل مسئله شدند بدون اینکه متوجه گذر زمان باشند. در مجموع، این جلسه از بازدهی خوبی برخوردار بود. این نتایج مرا به ادامه روند آموزش ترغیب نمود.

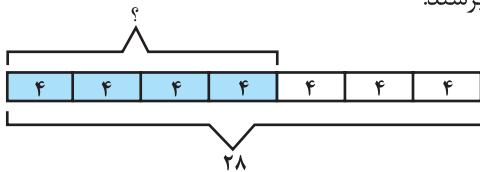
جلسه دوم

در این جلسه، به‌منظور سنجش یادگیری دانش‌آموزان از جلسه قبل، دو مسئله زیر را مطرح کردم که تمام دانش‌آموزان به آسانی آن‌ها را حل کردند.

۱. مریم ۱۳ کتاب داستان بیشتر از زهرا دارد. اگر تعداد کتاب داستان‌های مریم ۳۰ جلد باشد، زهرا چند کتاب داستان دارد؟
۲. احمد ۲۳ دوست داشت. در سال تحصیلی جدید، او ۱۵ دوست دیگر نیز پیدا کرد. الان احمد چند دوست دارد؟

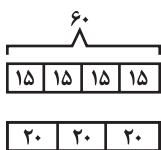
برای حل این مسئله به ذهنشان می‌رسد، آن را در کلاس مطرح کنند تا سایر دانش‌آموزان آن را بررسی کنند.
نگین: ما می‌تونیم بگیم اینجا دو تا نسبت داریم. یکی ۳ و اون یکی ۴. در واقع به ما می‌گه اگه ما هفت تا قسمت داشته باشیم چهار تاشون دانش‌آموزی ورزشکار و سه تاشون ورزشکار نیستن.

فاطمه: درسته! وقتی به ما گفته نسبت اون سه به چهاره، پس یعنی ما هر چند تا قسمت که داشته باشیم باید ۴ تا رو ورزشکار بدونیم و ۳ تا از قسمت‌ها رو غیر ورزشکار. که روی هم می‌شه هفت قسمت. پس میله‌ای که می‌کشیم باید به هفت قسمت، تقسیم بشه.
سایر دانش‌آموزان نیز این استدلال‌ها را قبول کردند و درستی آن را تأیید نمودند. آن‌ها با رسم میله و تعیین تعداد افراد هر قسمت، توانستند به پاسخ نهایی برسند.



پس از پرسیدن چند سؤال پیرامون نحوه حل مسئله ۵ و پاسخ صحیح دانش‌آموزان به آن‌ها که بیانگر درک کامل آن‌ها از روند حل این مسئله بود، مسئله بعدی را مطرح کردم.

۶. دو گروه ایرانگردی هر کدام شامل ۶۰ نفر هستند. اگر $\frac{3}{4}$ افراد گروه اول و $\frac{2}{3}$ افراد گروه دوم به موزه بروند، از گروه اول چند نفر بیشتر برای بازدید از موزه رفته‌اند؟

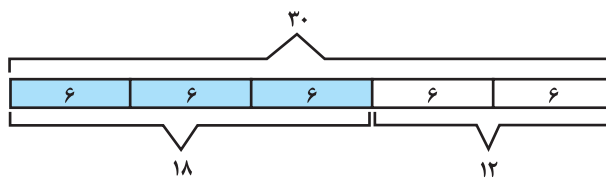


روند حل این مسئله نیز، همانند مسائل قبل، توسط دانش‌آموزان ارائه و توجیه شد. آن‌ها کشیدن دو میله را این‌طور استدلال کردند که «چون دو گروه ایرانگردی داریم، پس باید دو تا میله بکشیم» و راه‌حل را مرحله به مرحله انجام دادند و همه دانش‌آموزان، به جز یک نفر، روش فوق را به‌عنوان راه‌حل ارایه کردند.

آن دانش‌آموز در پاسخ به این سؤال، استدلال جالبی داشت. او برای محاسبه اینکه چند نفر از گروه اول بیشتر از گروه دوم به موزه رفته‌اند، ابراز کرد:

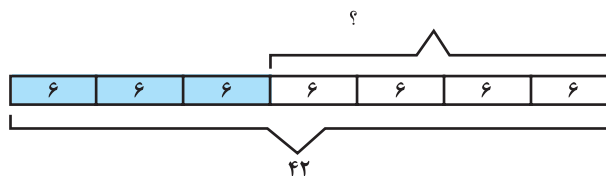
حل موفقیت‌آمیز دو مسئله فوق توسط تمام دانش‌آموزان کلاس، بیانگر این بود که دانش‌آموزان در حل مسئله ریاضی از توانایی نسبی برخوردار شده‌اند. بنابراین، مسائل چند مرحله‌ای زیر را مطرح کردم:

۳. آریا ۳۰ آب‌نبات داشت. او $\frac{3}{5}$ آب‌نبات‌هایش را خورد. چند آب‌نبات برایش باقی مانده است؟



مسئله ۳، نیز توسط تمام دانش‌آموزان حل شد. آن‌ها ابتدا به محاسبه سهم هر قسمت پرداختند و سپس تعداد آب‌نبات‌های باقی‌مانده را محاسبه کردند. بعضی از دانش‌آموزان هم، با محاسبه دو قسمت ۶ تایی به جواب نهایی رسیدند و محاسبات کمتری را انجام دادند. در حل این سؤال نیز، کسی ابراز مشکل نکرد.

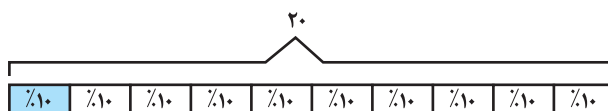
۴. آقای رضایی در مغازه میوه فروشی خود ۴۲ کیلو سیب دارد. اگر $\frac{3}{7}$ سیب‌ها قرمز و بقیه سیب‌ها زرد باشند، چند کیلو سیب زرد در مغازه وجود دارد؟



مسئله فوق، مشابه مسئله قبلی بود ولی مخرج آن، ملموس نبود (منظور مخرج‌هایی شامل اعداد متداول ۲، ۳، ۴ و ۵ است) و تمام دانش‌آموزان آن را حل کردند.

۵. تعداد دانش‌آموزان یک کلاس ۲۸ نفر است. از دانش‌آموزان سؤال شد چند نفر عضو تیم‌های ورزشی مدرسه هستند و مشخص شد که نسبت آن‌ها به سایر دانش‌آموزان ۴ به ۳ است. چه تعداد از دانش‌آموزان این کلاس عضو تیم‌های ورزشی مدرسه هستند؟

مسئله ۵، برای تعدادی از دانش‌آموزان چالش‌برانگیز بود و آن‌ها نتوانستند به‌آسانی مسائل قبلی به آن پاسخ دهند. برای حل این سؤال، از آن‌ها خواستم اگر ایده‌ای



تمام مسائل مطرح شده، داوطلب بودند و با نوشتن هر مسئله بر روی تخته، به سرعت به حل آن می پرداختند. آن‌ها راه‌حل‌های ارائه شده را مورد تجزیه و تحلیل قرار می دادند و زمانی که در حل مسئله با مشکلی مواجه می شدند، سعی می کردند با کمک یکدیگر و بررسی راه‌حل‌های پیشنهادی به پاسخ مسئله برسند. بررسی درستی راه‌حل‌های بچه‌ها توسط خودشان، بسیار قابل توجه و بیانگر به چالش کشیده شدن تفکر دانش‌آموزان برای حل مسائل بود. این جلسه نیز از بازخورد خوبی برخوردار بود و دانش‌آموزان با حل هر مسئله، ابراز شادی می کردند و با کسب انگیزه بیشتری به حل مسائل بعدی می پرداختند.

جلسه سوم: کار گروهی

در این جلسه از دانش‌آموزان خواستم به صورت گروهی بنشینند و گروه‌بندی آن‌ها را براساس نمرات ترم اول درس ریاضی دانش‌آموزان انجام دادم و سعی کردم تا در هر گروه، دانش‌آموزانی از سطوح متفاوت قرار بگیرند و گروه‌ها به صورت تقریبی از نظر میانگین نمره درس ریاضی، در یک سطح باشند. در نهایت، دانش‌آموزان در هفت گروه قرار گرفتند. همچنین در این مرحله، از مسائل چند مرحله‌ای دشوار از کتاب‌های درسی سنگاپور و مطالعه بین‌المللی تیمز استفاده کردم تا دانش‌آموزان درگیر فرایند حل مسئله شوند و به آسانی، پاسخ سؤالات را به دست نیاورند و مجبور به ارائه بازنمایی‌های جدیدی از مدل میله‌ای در حل مسئله شوند.

دانش‌آموزان در ابتدا، در گروه‌های خود به بحث و تبادل نظر برای حل مسائل پرداختند. خود نیز بر کار آن‌ها نظارت داشتم و در مواقعی که گروهی در پاسخ‌گویی به سؤالات، با مشکلی در روند حل مسئله مواجه می شد، با طرح چند پرسش پیرامون راه‌حل ارائه شده، سعی می کردم تا آن‌ها را متوجه اشتباهشان کنم. پس از گذشت چهل دقیقه، پاسخ‌های هر گروه را توسط تمام دانش‌آموزان، مورد نقد و بررسی قرار دادم و هر گروه، پس از توضیح راه‌حل خود به سؤالات دانش‌آموزان دیگر، در مورد روش به کار برده شده، توضیح داد. آنچه که در این جلسه بسیار قابل توجه بود، روش‌های به کار برده شده در حل مسائل بود که تنوع زیادی داشت.

«هر قسمت گروه دو ۵ تا بیشتر از گروه اوله. پس بدون ۳ مرحله آخر، می‌تونیم بگیریم تعداد افرادی که از گروه دو نرفتن، ۵ نفر بیشتره. یعنی گروه اول ۵ نفر بیشتر رفتن.»

این استدلال قوی بود و بیانگر آنکه این دانش‌آموز، در سطح بالاتری از تفکر برای حل مسئله قرار دارد. او نرفتن تعداد افراد گروه دوم را به موزه با تعداد افرادی از گروه اول که به موزه رفته‌اند، مقایسه کرد و به پاسخ نهایی رسید و محاسبات کمتری را انجام داد. سپس مسئله بعدی را مطرح کردم.

۷. فاطمه ۱۰ درصد شکلات‌های خود را خورد. اگر او در ابتدا ۲۰ شکلات داشته باشد، چند شکلاتش را خورده است؟

دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی به این سؤال، با مشکل مواجه شدند. آن‌ها ابراز داشتند «ما که نمی‌تونیم ۱۰۰ قسمت رو اینجا بکشیم. خیلی زیاد می‌شه. اصلاً تو دفترمون جا نمی‌شه!» در این بین، چند نفر از دانش‌آموزان به این فکر کردند که با رسم قسمت‌های کمتر، میله متناسب با داده‌های مسئله را نشان دهند. آن‌ها در نهایت، با همفکری یکدیگر به این نتیجه رسیدند که از یک میله ۱۰ قسمتی برای حل مسئله استفاده کنند و این‌طور استدلال کردند که:

«چون ۱۰ درصد یعنی ۱۰ قسمت از ۱۰۰ قسمت و چون $\frac{1}{10}$ مساویه با $\frac{1}{10}$ پس ما یک نمودار میله‌ای می‌کشیم که ۱۰ قسمت باشه. ۱۰ تا خانه ۱۰ قسمتی به دست می‌یاد. یک قسمت از ۱۰ قسمت ۱۰ درصد شکلاتای مینا می‌شه و یک قسمت اون، ۲ تا شکلات می‌شه؛ یعنی تو هر قسمت ۲ تا شکلات وجود داره.»

و پس از حل مسئله گفتند: «مشکل ما این بود که اولش به این دقت نکردیم که می‌تونیم از کسر مساوی با ۱۰ درصد، یعنی همون $\frac{1}{10}$ مساوی $\frac{1}{100}$ هست استفاده کنیم و به جای صد تا قسمت، ده قسمت بکشیم.» توجه دانش‌آموزان به کاربرد تساوی کسرها برای حل این مسئله، باعث درک عمیق‌تر روند حل و ایجاد ارتباط بین آموخته‌هایشان شد.

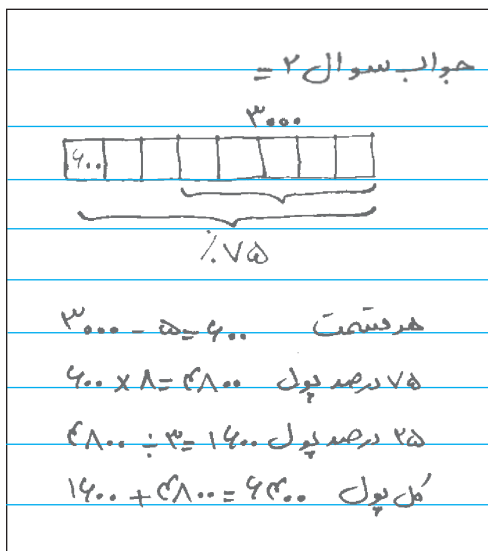
در مجموع می‌توان گفت جلسه دوم نیز همانند جلسه اول آموزش مدل میله‌ای در حل مسئله، از شور و هیجان خاصی برخوردار بود. دانش‌آموزان برای حل

این گروه در توضیح روند حل مسئله بیان کردند: «۲۰ درصد یعنی همون ۱. به خاطر همین، ما یک میلیه پنج قسمتی کشیدیم. بعد گفتیم چون آریا ۲۰ درصد پولش رو خرج کرده، پس یکی از قسمت‌ها خرج شده و ۳۶۰۰۰ تومنی که مونده مال چهار قسمته. به خاطر همین، ۳۶۰۰۰ رو به چهار تقسیم کردیم و چون همه قسمت‌ها با هم مساوی‌اند، پس هر قسمت میشه ۹۰۰۰ تومن و کل پول می‌شه جمع ۳۶۰۰۰ تومنی که خرج کرده با این یک قسمت که ۹۰۰۰ تومنه و جواب می‌شه ۴۵۰۰۰.»

توضیح تمام مراحل حل مسئله توسط اعضای گروه، حاکی از درک عمیق آن‌ها از فرایند حل مسئله بود. آن‌ها به خوبی قسمت‌های مختلف را به یکدیگر مرتبط کردند و توانستند با محاسبه عدد مربوط به هر قسمت، به پاسخ نهایی دست یابند.

۲. مینا ۲۵ درصد پولش را دفتر خرید. او با ۳ باقی‌مانده پولش، مداد و خودکار خرید و ۸ ۳۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. او در ابتدا چند تومان پول داشته است؟

چهار گروه توانستند به طور کامل به این سؤال پاسخ دهند و بقیه گروه‌ها نیز تا حدودی به جواب نزدیک شدند. گروه‌ها برای حل این مسئله، از میله‌های هشت قسمتی استفاده کردند. سپس با تشخیص درصد باقی‌مانده از پول و رابطه آن با عدد ۳۰۰۰، موفق به محاسبه کل پول شدند.

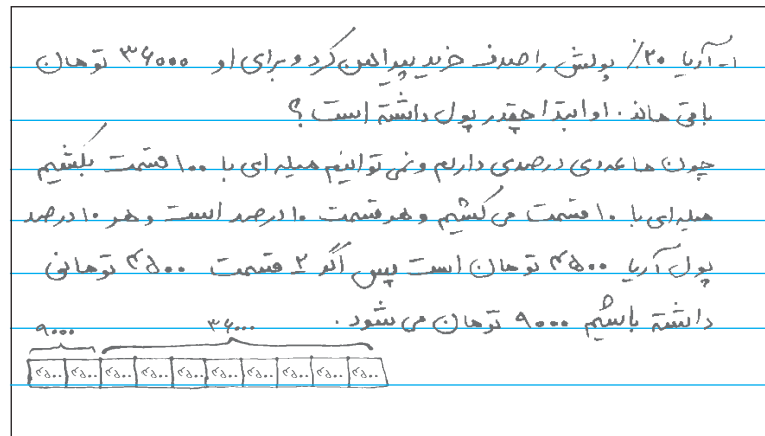


شکل ۳. پاسخ یکی از گروه‌ها به سؤال ۲ در کار گروهی

دانش‌آموزان از تقسیم‌بندی‌های متفاوتی در مدل‌های میله‌ای برای حل استفاده کرده بودند. در ادامه، هر یک از سؤالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

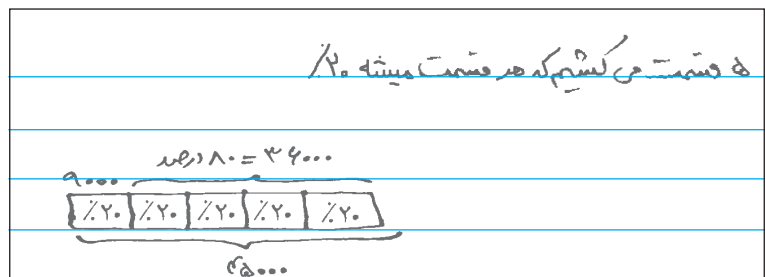
۱. آریا ۲۰ درصد پولش را صرف خرید پیراهن کرد و برایش ۳۶۰۰۰ تومان باقی ماند. او ابتدا چقدر پول داشته است؟

تمام گروه‌ها به این سؤال، پاسخ صحیح دادند و از مدل میله‌ای برای حل مسئله استفاده کردند. گروه‌ها در پاسخ‌گویی به مسئله، میله‌ها را به ۵، ۱۰ و ۲۰ قسمت تقسیم کردند و با محاسبه هر قسمت، توانستند پول اولیه آریا را محاسبه کنند. در شکل‌های ۱ و ۲، تصویر تعدادی از این پاسخ‌ها را می‌بینید.



شکل ۱: نمونه‌ای از پاسخ گروه‌ها به سؤال ۱ در کار گروهی با استفاده از میله ۱۰ قسمتی

در شکل ۱، دانش‌آموزان از یک میله ۱۰ قسمتی برای حل مسئله استفاده کردند. آن‌ها ابتدا با در نظر گرفتن دو قسمت از این قسمت‌ها به عنوان ۲۰ درصد پول آریا، تشخیص دادند که عدد مربوط به هر قسمت برابر است با ۳۶۰۰ و با به دست آوردن میزان پول خرج شده، به جواب نهایی رسیدند.



شکل ۲: نمونه‌ای از پاسخ گروه‌ها به سؤال ۱ در کار گروهی با استفاده از میله ۵ قسمتی

۳. علی ۲۰ درصد پولش را میوه خرید. سپس با ۲ باقی مانده پولش، یک کتاب خرید و ۷۲۰۰ تومان ۵ برایش ماند. او در ابتدا چقدر پول داشته است؟

۳ گروه به مسئله فوق پاسخ صحیح دادند. هر سه گروه برای پاسخ به این سؤال، از میله‌ای که به پنج قسمت تقسیم شده بود، استفاده کردند و با مشخص کردن کسر مربوط به باقی مانده پول که ۷۲۰۰ تومان بود، ابتدا مقدار پول باقی مانده پس از خرید میوه یعنی ۸۰ درصد را به دست آوردند و با توجه به آن، کل پول را محاسبه نمودند.

همچنین، اجرای کار گروهی موجب بروز ایده‌های مختلف برای حل مسئله شد. افراد هر گروه، نظراتشان را مورد بحث و بررسی قرار دادند و از نظر خودشان، بهترین ایده را به عنوان راه حل برگزیده و به مسئله پاسخ دادند. آن‌ها به بررسی علل انتخاب خود پرداختند تا بتوانند به سؤالات سایر گروه‌ها در مورد راه حل انتخابی، توضیح دهند که این امر، موجب تعمیق یادگیری در دانش آموزان شد. یکی دیگر از مزایای اجرای کار گروهی در این جلسه، ایجاد چالش در دانش آموزان بود، زیرا سطح مسائل مطرح شده، پیچیده و دشوار بوده و مسئله‌های دو و سه، نیازمند به کار بردن استدلال

۸۰٪ پولش $7200 \div 0.8 = 9000$ $9000 \times 0.8 = 7200$

۱۰٪ پولش $12000 \div 8 = 1500$

۲۰٪ پولش $1500 \times 2 = 3000$

$12000 + 3000 = 15000$

ها ابتدا ۷۲۰۰ تومان باقی مانده تقسیم بر ۳ کردیم تا باقی مانده پول را به دست آوریم سپس در هر ضرب نمودیم تا ۸۰ درصد پول که ۱۲۰۰۰ تومان است به دست آید. سپس ۱۲۰۰۰ را بر ۸ تقسیم نمودیم تا ۱۵۰۰ درصد پول به دست آید پس ۱۵۰۰ که ۱۰ درصد پول است را بر ۲ ضرب کردیم و ۳۰۰۰ تومان به دست آمد پس ۱۲۰۰۰ را با ۳۰۰۰ تومان جمع کردیم و ۱۵۰۰۰ تومان که کل پول به دست می آید.

شکل ۴. نمونه‌ای از پاسخ گروه‌ها به سؤال ۳ در کار گروهی

برای حل بودند. دانش آموزان برای پاسخ به هر سؤال، براساس عددی که برحسب درصد بیان شده بود، شکل مناسبی کشیدند و با استفاده از چندین مرحله محاسبه، توانستند به پاسخ نهایی دست یابند. برقراری ارتباط بین قسمت‌های مختلف روند حل مسئله، از عوامل بسیار مهم و تأثیرگذار در روند حل مسئله بود که دانش آموزان با کمک مدل میله‌ای، توانستند از عهده این کار برآیند. ابزار «مفید بودن این روش در حل مسائل دشوار» در پایان جلسه، بیانگر مقبولیت این مدل در دانش آموزان بود که موجب ایجاد انگیزه و ذوق و شوق فراوانی در آن‌ها برای حل مسائل شد. در پایان، به معلمان ریاضی پیشنهاد می‌کنم برای آموزش حل مسئله در کلاس درس، زمان کافی اختصاص دهند و با به کارگیری شیوه‌های مختلف و ایجاد فضای امن، به خلاقیت دانش آموزان خود، فرصت بروز دهند.

جمع‌بندی
با توجه به طرح مسائل چند مرحله‌ای و دشوار در جلسه سوم، دانش آموزان در گروه‌های خود، برای حل مسائل به چالش کشیده شدند، ایده‌های مختلف را مورد بررسی قرار دادند و تمام مراحل حل مسئله را نیز تجزیه و تحلیل کردند. در پایان جلسه نیز ابراز داشتند که: «مدل میله‌ای خیلی خوبه. ما با این مدل، می‌تونیم به روشی که خودمون دوست داریم مسئله‌ها رو حل کنیم و میله‌ها را تقسیم‌بندی کنیم. انگار کشیدن میله به ما در تشخیص راه حل کمک می‌کنه و به ما می‌گه تو هر مرحله باید چه کار کنیم. مهم‌تر اینکه که یک قاعده اجباری برای حل نداره.»
این امر، نشان دهنده این بود که حس اعتماد به نفس در دانش آموزان تقویت و قدرت استدلال آن‌ها ارتقا یافته بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Singapore Math: Simple or Complex?
2. Learning from Singapore Math
3. Bar Model
۴. تمام اسامی به کار رفته در این مقاله مستعار است.

منابع

1. Hoven, J.; & Garelick B. (2007). Singapore Math: Simple or Complex? **Educational Leadership**. Vol. 65, Number3, PP. 28-31. Association for Supervision and Curriculum Development.
2. Leinwand, S.; & Ginsburg, A. L. (2007). Learning from Singapore Math. **Educational Leadership**. Vol. 65, Number3, PP. 32-36. Association for Supervision and Curriculum Development.
3. National Council of Teachers of Mathematics. (1981). An Agenda for Action. **Recommendations for School Mathematics**. Reston, VA: Author.

۴. استین، لین آرتور (۲۰۰۸).

چگونه ریاضیات مورد توجه

قرار می‌گیرد؟ ترجمه مانی

۱. رضایی (۱۳۸۸). نشریه چشم‌انداز آموزشی، شماره ۴، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش، صص ۱۳-۴.
۲. غلام‌زاد، سهیلا (۱۳۹۱).

ارزشیابی پایانی از برنامه درسی ریاضی دوره راهنمایی تحصیلی.

۱. پروژه ارزشیابی پایانی از چهارده برنامه درسی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، پژوهشکده برنامه‌ریزی و نوآوری‌های آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۲. کیامنتش، علیرضا (۱۳۸۰).

سنجش و اندازه‌گیری در ریاضی همراه با سؤال‌های

ریاضی TIMSS در دوره

۱. راهنمایی، شرکت چاپ افست، چاپ اول، وزارت آموزش و پرورش، پژوهشکده تعلیم و تربیت.