



# مجموعه‌ها و نمودار ون

## بخش دوم

کلیدواژه‌ها: مجموعه، نمودار ون، عضویت، شمارش حالت‌های مختلف

ردیف	عضویت در A	عضویت در B	عضویت در C	عضویت در D
۱	هست	هست	هست	هست
۲	هست	هست	هست	نیست
۳	هست	هست	نیست	هست
۴	هست	هست	نیست	نیست
۵	هست	نیست	هست	هست
۶	هست	نیست	هست	نیست
۷	هست	نیست	نیست	هست
۸	هست	نیست	نیست	نیست
۹	نیست	هست	هست	هست
۱۰	نیست	هست	هست	نیست
۱۱	نیست	هست	نیست	هست
۱۲	نیست	هست	نیست	نیست
۱۳	نیست	نیست	هست	هست
۱۴	نیست	نیست	هست	نیست
۱۵	نیست	نیست	نیست	هست
۱۶	نیست	نیست	نیست	نیست

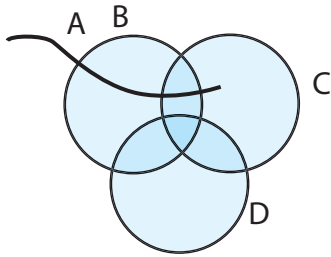
به جدول فوق، خوب نگاه کنید. ستون‌های مربوط به مجموعه‌های  $C$ ،  $B$  و  $D$  در قسمت آبی (که مربوط به حالت‌های ۱ تا ۸ است) دقیقاً در قسمت سفید (مربوط به حالت‌های ۹ تا ۱۶) به همان ترتیب تکرار می‌شوند، که در واقع همان جدول در شماره قبلی این مقاله، یعنی جدول مربوط به حالت‌های ممکن عضویت در سه مجموعه دلخواه است. پس ابتدا نمودار سه مجموعه  $C$ ،  $B$  و  $D$  را مطابق حالت کلی که در شماره قبلی این مقاله کشیدیم، می‌کشیم:

### اشاره

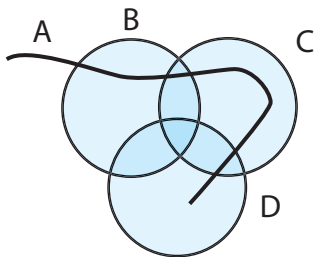
در شماره گذشته (در بخش نخست)، به معرفی مجموعه پرداختیم. با نمودار ون به عنوان یک روش برای مشاهده ارتباط بین مجموعه‌های مختلف آشنا شدیم و دیدیم که برای نمایش یک مجموعه، دو مجموعه، و سه مجموعه، بهترین تصویر برای نمایش تمام حالت‌های ممکن در این مجموعه‌ها کدام است. اینک به بررسی نمودار ون برای چهار مجموعه دلخواه  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  می‌پردازیم.

نخست باید ببینیم که چند حالت مختلف برای عضویت یک شیء دلخواه در این مجموعه‌ها وجود دارد و بر اساس آن، ببینیم که صفحه باید با نمودار آنها به چند ناحیه مختلف تقسیم شود (در واقع، هر ناحیه نشان‌دهنده موقعیت عضوهای یکی از حالت‌هاست).

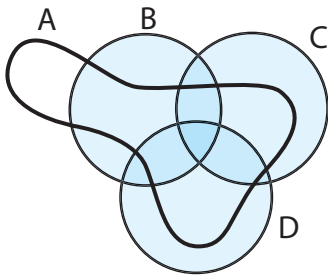
طبق روال قبل، از جدول برای نشان دادن تمام حالت‌های ممکن استفاده می‌کنیم. توجه کنید که تعداد حالت‌های ممکن، طبق اصل ضرب، برابر  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$  حالت است، زیرا هر شیء دلخواه، نسبت به هر مجموعه دو حالت دارد: یا عضو آن هست، یا عضو آن نیست. و چون عضو بودن یا نبودن در یک مجموعه، مستقل از عضویت در دیگر مجموعه‌هاست، باید از اصل ضرب استفاده کنیم. جدول زیر، همه این ۱۶ حالت را نشان می‌دهد.



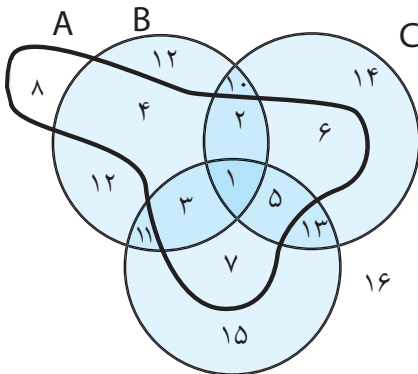
حال داخل C شده‌ایم. منحنی را ادامه می‌دهیم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم و باید داخل ناحیه مشترک D و C بشویم و از این ناحیه نیز خارج شویم و وارد D شویم.



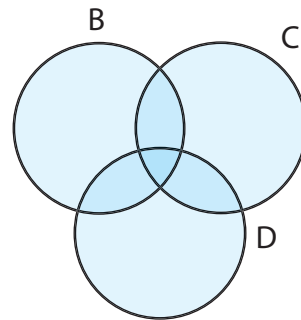
باز باید از D خارج و وارد ناحیه مشترک B و D شده و از آن خارج شویم و دوباره به سر منحنی برسیم:



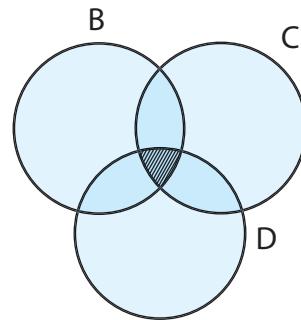
حالا ناحیه‌های ایجادشده را بشمارید و البته شماره‌های آن‌ها را با شماره حالت‌های جدول صفحه قبل، تطابق می‌دهیم: دقت کنید: ناحیه ۱۲ دو قسمت شده است!



خوب! مثل اینکه شکل کامل شد! اما نه؛ ناحیه ۹ را نداریم! یعنی حالتی که عضوهای ما در D، C، B باشند، ولی در A نباشند، زیرا در

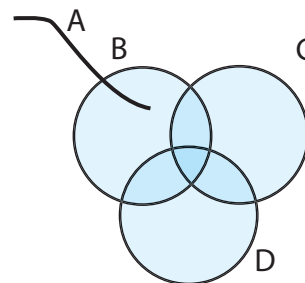


حال با توجه به جدول فوق، هر ناحیه ایجادشده در این نمودار باید به دو قسمت تقسیم شود که یکی درون منحنی مربوط به مجموعه A (یعنی «بودن در A» یا در واقع حالت‌های ۱ تا ۸) و دیگری خارج از این منحنی باشد (یعنی «نبودن در A» یا حالت‌های ۹ تا ۱۶). به ویژه ناحیه مربوط به اعضای مشترک هر سه مجموعه (یعنی قسمت رنگی در شکل)، که متناظر با حالت‌های ۱ یا ۹ خواهد شد.



اگر کمی تلاش کنید، خواهید دید که چقدر ترسیم این منحنی سخت است! بیایید با هم نیز تلاش کنیم.

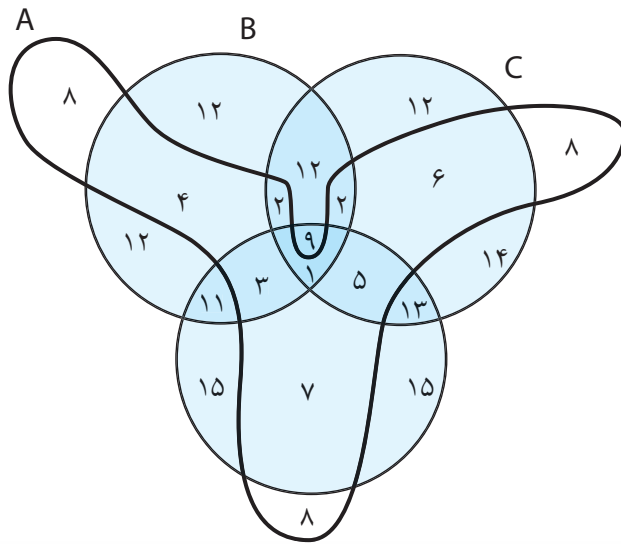
نخست منحنی مربوط به A را از بیرون از سه مجموعه B، C، D، یعنی ناحیه‌ای که عضو هیچ‌یک از سه مجموعه B، C، D نیست، وارد مجموعه B می‌کنیم. بدین ترتیب عضوهایی که فقط در B هستند به دو قسمت تقسیم می‌شوند (دو ناحیه حالت‌های ۴ و ۱۲).



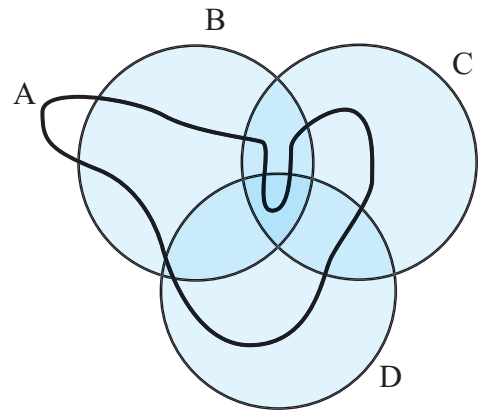
حال باید منحنی را ادامه دهیم. به طرف ناحیه مشترک بین B، C، می‌رویم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم:

خوب، خسته نباشید! کار سختی بود، ولی غیرممکن نبود. از همه جالب‌تر اینکه منحنی A نمی‌توانست دایره شکل یا در کل، محدب باشد و بایستی با حرکت‌های مارپیچی و مقعر، وارد ناحیه‌های مختلف می‌شد! حال فکر می‌کنید بتوانید برای  $2^5=32$  حالت ممکن برای پنج مجموعه دلخواه، نمودار بکشید؟

راستی، قبل از اینکه با یکدیگر شکل‌هایی را به دست آوریم، من خودم تلاش کردم شکل را بکشم و شکل زیر به دست آمد که در آن، ناحیه‌های مربوط به حالت‌های ۸ و ۱۴ و ۱۵ نیز دو تکه شده است. شکلی که با هم پیدا کردیم، بهتر است!



حرکت برای ترسیم این منحنی، یادمان رفت وارد ناحیهٔ شکلی وسط شکل بشویم و از آن خارج شویم. پس باید شکل را ترمیم کنیم. برای این کار از یکی از قسمت‌هایی که مربوط به ناحیه‌های مشترک دو تا از مجموعه‌هاست (مثل قسمت مشترک B و C)، وارد این قسمت می‌شویم:



حالا دوباره شماره‌گذاری را اصلاح می‌کنیم. توجه کنید که حالت ۱۲ و حالت ۲، از دو جزء تشکیل شده‌اند.

