آموزشی

استفاده از اینترنت در یک تحقیق ریاضی

رابطهٔ ریاضی با طبیعت

محققان:
محدثه تاجیک،
فاطمه هاتفی،
سمیه سالاری
زهرا لطیفی
عضو انجمن ریاضی
پژوهش‌سرای زکریای رازی
ناحیهٔ یک ری

دبیران راهنما:
مریم شفیعی
غلامحسین
رستگارنسب

کلید واژه
شکل‌های متقارن، خم‌های بسته، تحقیق در اینترنت، ریاضی و طبیعت

مقدمه:

حدود یک‌سالی از عضویت ما در انجمن ریاضی پژوهش‌سرا می‌گذرد. انجمن ریاضی باعث شده است که ما دید بازتری نسبت به مسائل ریاضی و محیط اطرافمان پیدا کنیم. ما در کلاس‌های انجمن یاد گرفتیم چه‌طور از نرم‌افزارها، دست‌سازه‌ها و اینترنت در حل مسائل ریاضی استفاده کنیم. توانستیم رابطه‌ای بین ریاضی و طبیعت پیدا کنیم. این تفکر از زمانی شروع شد که دبیر راهنمای ما در انجمن ریاضی به دنبال موضوعاتی برای تحقیق دانش‌آموزان بود.

ما هر روز دو تا سه ساعت به مدت حدود یک هفته در سایت پژوهش‌سرا به دنبال موضوع بودیم. هرچه جلوتر می‌رفتیم، متوجه حضور ریاضیات در جزءجزء زندگی‌مان می‌شدیم و مطالب بسیار متنوعی در رابطه با حضور ریاضیات در همهٔ عرصه‌های علمی پیدا می‌کردیم. سرانجام بعد از جست‌وجوهای بسیار، تحقیقمان را از یک موضوع ساده اما بسیار جالب در مورد اشکال منتظم شروع کردیم و در نهایت به نتایج جالبی رسیدیم که به ساخت دست‌سازه‌هایی نیز منجر شد که در کارگاه ریاضی بسیار مورد استفاده قرار گرفت. در این مقاله مراحلی را که طی کردیم، قدم‌به‌قدم توضیح خواهیم داد.

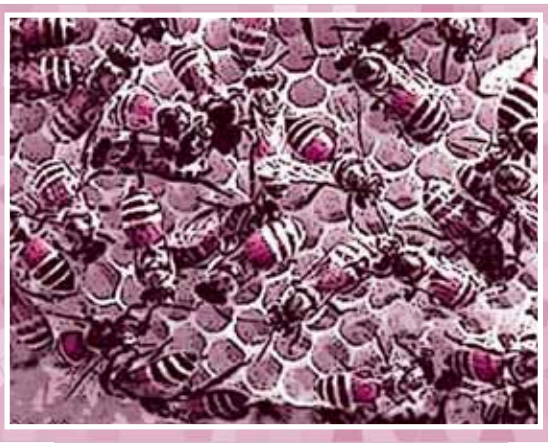
چرا شکل‌های متقارن

هنگام شروع جست‌وجو در اینترنت توجهمان به شش‌ضلعی منتظم جلب شد و بعد فهمیدیم که شکل دانه‌های برف [1] و کندوی زنبورهای عسل، شش‌ضلعی منتظم است که جزو شکل‌های متقارن هستند. سؤالات بسیاری در ذهنمان بود که باید جواب آن‌ها را به‌طور هدفمند می یافتیم. مثلاً اینکه: شکل‌های کاملاً متقارن چه تعریفی دارند و چرا زنبورها این شکل‌ها را انتخاب می‌کنند؟ چرا از شکل‌هایی مثل دایره یا پنج‌ضلعی استفاده نمی‌کنند؟

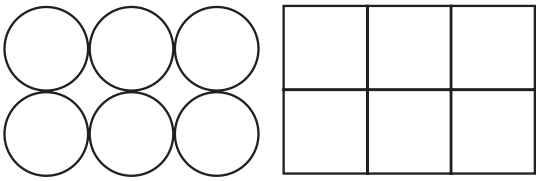
هنگامی که به دنبال جواب سؤالاتمان بودیم، به مطالب جدیدی رسیدیم. **افلاطون**، فیلسوف یونانی، تحقیقاتی روی خم‌های بسته انجام داده بود. این دانشمند خم‌های ساخته شده را در آب و کف فرو برده و شکل‌هایی به‌صورت حباب به‌دست آورده بود. آیا رابطه‌ای بین سه موضوع وجود داشت؟

افکارمان را جمع و جور کردیم. تصمیم گرفتیم ابتدا خودمان با مفتول‌های فلزی این خم‌ها را بسازیم و اشکال به‌دست آمده را بررسی کنیم تا بتوانیم به رابطهٔ این سه موضوع پی ببریم.

ما در این آزمایش فهمیدیم که زنبور باید از بین مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و شش‌ضلعی منتظم یکی را انتخاب کند. چون این سه شکل، هم کاملاً متقارن هستند و هم کاملاً در کنار هم جفت می‌شوند. یعنی بعد از کنار هم چیده‌شدن، فضای خالی بینشان وجود ندارد. چرا که اگر ۱۰ تا دایره را کنار هم قرار بدهیم، به وضوح فضای خالی زیادی بین دایره‌ها خواهیم داشت، اما می‌توانیم ۱۰ مربع را بدون ایجاد حتی ذره‌ای فضای زائد در کنار هم بچینیم. از بین



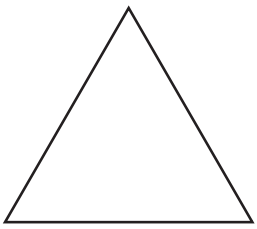
تمام شکل‌های کاملاً متقارن، تنها مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و شش‌ضلعی منتظم این ویژگی را دارند.



حال ببینیم چرا زنبور از بین این سه شکل مناسب، شش‌ضلعی منتظم را انتخاب می‌کند. زنبور شکلی را انتخاب می‌کند که با مصرف مقدار موم مشخص، بیشترین فضا را در اختیارش قرار دهد. یعنی در واقع شکلی را برمی‌گزیند که بتواند با مقدار معینی مصالح، بزرگ‌ترین خانهٔ ممکن را بسازد. به زبان ریاضی، زنبور شکلی را انتخاب می‌کند که به ازای محیط ثابت، بیشترین مساحت را داشته باشد. دست به‌کار شدیم. دیگر نیازی به خط‌کش و گونیا و مداد و غیره نبود. ما در اینترنت به دنبال جست‌وجو در مورد فرمول مساحت‌های اشکال منتظم بودیم و توانستیم مساحت هر شکل منتظم را با محیط ثابت یک، محاسبه کنیم [2].

محاسبهٔ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع

طول هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع با محیط ۱، برابر است با یک سوم؛ پس با استفاده از فرمول، مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع را محاسبه کردیم:



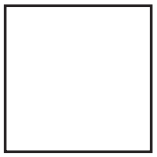
$$\text{مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\text{مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^2\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع} \approx 0/04$$

محاسبهٔ مساحت مربع

در مربع با محیط ۱، طول هر ضلع یک چهارم است. مساحت مربع را به طریق زیر حساب کردیم:



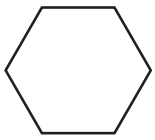
$$\text{مساحت مربع} = (a)^2$$

$$\text{مساحت مربع} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\text{مساحت مربع} \approx 0/06$$

محاسبهٔ مساحت شش‌ضلعی

در شش‌ضلعی منتظم با محیط ۱، طول هر ضلع یک ششم است. فرمول مساحت شش‌ضلعی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



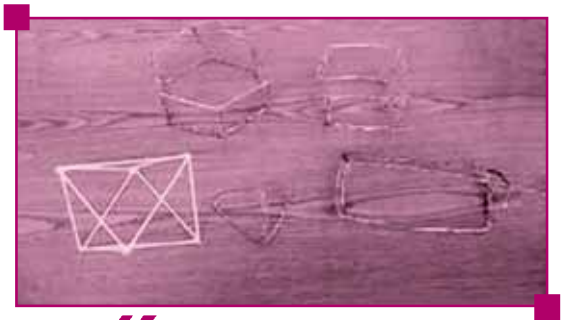
$$\text{مساحت شش‌ضلعی} = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت شش‌ضلعی} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت شش‌ضلعی} \approx 0/07$$

به این ترتیب ثابت کردیم که اگر مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و شش‌ضلعی منتظم دارای محیط یکسان باشند، شش‌ضلعی منتظم مساحت بیشتری ایجاد خواهد کرد.

خم‌های بسته‌ای را که ساخته بودیم، در آب و کف فرو بردیم. مشاهده کردیم که لایه‌های حباب صابون مثلاً در مکعب به‌جای اینکه روی وجه‌ها را بپوشانند، شکل‌های خاصی



شکل‌های ساخته شده با مفتول

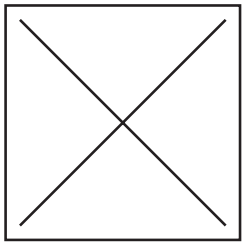
را به خودشـــان گرفتند. بعد از جســـت‌وجو و اطلاعاتی که از طریق اینترنت به‌دست آوردیم، فهمیدیم که لایه‌های حباب صابون چون جزئی از طبیعت هستند، طوری تشکیل می‌شوند که کمترین سطح را اشغال کنند و کمترین مساحت را داشته باشند تا پایداری آن‌ها بیشتر شود. [4]

شکل حباب‌ها بعد از بردن در آب و کف

در نهایت این سؤال در ذهنمان مطرح شد که آیا می‌توان بـــرای این موضوع کاربردی در زندگی پیدا کرد؟ در اینجا بود که با راهنمایی دبیرمان کاربردی برای مطالب به‌دست آمده، در مورد پیدا کردن نزدیک‌ترین فاصلهٔ بین شهرها پیدا کردیم. چه‌طور می‌توان چهار شـــهر فرضی را توســـط جاده‌ای به‌هم مرتبط کرد، به شرطی که جاده کمترین طول را داشته باشد. ابتدا فکر می‌کردیم سیستم ضربدری کمترین مقدار را دارد، اما در عمل اینطور نشد.

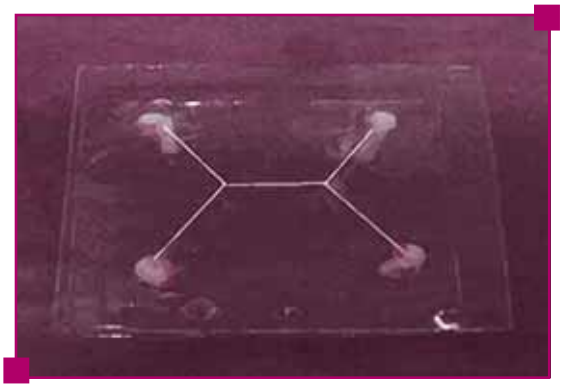
طبیعت همیشه به سمت صرفه‌جویی و مینی‌مم‌سازی پیش می‌رود

ما با استفاده از دو صفحهٔ شیشه‌ای که چهار میله به‌عنوان چهار شهر بین آن‌ها قرار دادیم و در آب و کف بردیم، فهمیدیم کـــه حباب‌ها به‌صـــورت ضربدری بین چهـــار نقطه به‌وجود نمی‌آیند.

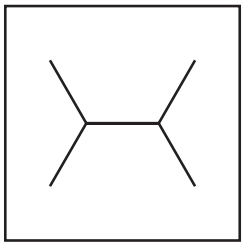


اگر حبابهـــا به‌صورت ضربدری تشـــکیل می‌شدند، اندازهٔ هر یـــک از بازوها ۴/۵ ســـانتی‌متر و مجموع اندازهٔ بازوها ۱۸ سانتی‌متر به‌دست می‌آمد، مطابق شکل روبه‌رو.

اما حباب‌ها حالت ضربدری نداشتند و شکل به‌دست آمده به‌صورت شکل زیر بود.



دست‌ســـازهٔ ساخته شده که در آب و کف فرو رفته (خطوط سفید، شکل حباب‌های تشکیل شده را نشـــان می‌دهد که نزدیک‌ترین فاصله بین شهرهای فرضی است.)



اکنون خطوط به‌دســـت آمده را دوباره اندازه گرفتیم.

در این حالت اندازهٔ بازوی وســـط ۲/۵ سانتی‌متر و اندازهٔ بازوهای کناری ۳/۵ سانتی‌متر است و مجموع اندازه‌ها ۱۶/۵ سانتی‌متر می‌شود.

توضیح: در حالتی که ما حدس می‌زدیم شکل حباب‌ها ضربدری باشد، مجموع اندازه‌ها ۱۸ سانتی‌متر و در حالت اصلی که در طبیعت ایجاد می‌شود، مجموع اندازه‌ها ۱۶/۵ سانتی‌متر است. به‌عبارت دیگر، در سیستم ضربدری که حدس اولیهٔ ما بود، اندازهٔ مجموع بازوها حدود ۱/۵ سانتی‌متر بیشتر از زمانی شد که شکل به‌طور طبیعی ایجاد شده بود. این یعنی طبیعت همیشه نزدیک‌ترین مسیر را انتخاب می‌کند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله ما با توجه به دو مثال بسیار کوچک از طبیعت، یعنی ســـاختار دانه‌های برف و شکل کندوی زنبور که البته از این نمونه‌ها در طبیعت زیاد است، به این نتیجه رسیدیم که: طبیعت همیشه به سمت صرفه‌جویی و مینی‌مم‌سازی پیش می‌رود. یعنی سعی می‌کند که کمترین انرژی و ماده را مصرف کند و در قبال آن بیشترین بازده را بدهد [5].

منابع

1. fa.parsiteb.com/new.php
2. elmeriazi.blogfa.com/post-2.aspx
3. www.tebyan.net
4. http://razi.teo.ir
5. www.hawzah.net/hawzah/Magazines/MagArt.aspx