



کرک‌دانش آموزان طبیعی

از مفهوم متغیر و پارامتر

مقاله ارائه شده در دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی
ایران - شهریور ۱۳۹۱ - سمنان

چکیده

دانش آموزان برای اولین بار، با عبارت‌های جبری و مفهوم مجهول و متغیر در پایه‌های دوم و سوم راهنمایی، آشنا می‌شوند، اما با نماد متغیر و پارامتر به‌طور رسمی، در ریاضی پایه اول متوسطه آشنایی پیدا می‌کنند. متغیر و پارامتر، از مهم‌ترین مفاهیم ریاضی مدرسه‌ای برای ورود به جبر و ایجاد تفکر جبری است. با این وجود، یافته‌های پژوهشی بسیاری نشان می‌دهند که دانش آموزان، در درک این مفاهیم مشکل دارند. این در حالی است که اگر درک درستی از این مفاهیم در دانش آموزان ایجاد نشود، درک جبری آن‌ها را در پایه‌های بالاتر با مشکلات جدی مواجه می‌کند. بدليل این اهمیت، پژوهشی طراحی شد که هدف آن، بررسی درک دانش آموزان پایه اول متوسطه از مفهوم‌های متغیر و پارامتر بود. در این مقاله، پس از اشاره اجمالی به سیر تاریخی نمادهای جبری و پیشینهٔ پژوهشی این حوزه، به بررسی نقش کتاب ریاضی پایه اول متوسطه در ایجاد درک درست دانش آموزان از این دو مفهوم پرداخته می‌شود. دو گروه در این مطالعه شرکت کردند؛ گروه اول، ۹۸ دانش آموز پایه دوم متوسطه بودند که به‌طور تصادفی، از بین دانش آموزان پایه دوم دبیرستان در یکی از شهرهای شرقی ایران انتخاب شدند و گروه دوم، معلمانی بودند که در همان شهر، ریاضی پایه دوم دبیرستان را ندریس می‌کردند و به‌طور داوطلب، در مصاحبه‌ای که توسط نویسنده با آن‌ها انجام شد، شرکت کردند. نتایج این پژوهش نشان داد که بعضی از مشکلات دانش آموزان در درک مفهوم‌های پایه‌ای، تا حدی ریشه در نحوه پرداختن کتاب‌های درسی به آن‌ها دارد.

کلیدواژه‌ها: متغیر، پارامتر، تفکر جبری، کتاب ریاضی پایه اول متوسطه، درک مفاهیم جبری

مقدمه

دانش آموزان است، و حجم زیادی از کتاب ریاضی پایه اول متوسطه را معادلات درجه اول و دوم تشکیل می دهد که این دو مفهوم و نمادهای آنها، نقش مهمی در حل این معادلات بازی می کنند.

مروای اجمالی بر تاریخ جبر

توصیف «متغیر» به عنوان یک کمیت قابل تغییر، برای اولین بار، توسط مبدعان حساب دیفرانسیل و انگرال- لایب نیتز و نیوتون- انجام گرفت. به گفته کلاین، ۱۹۷۲، مفهوم متغیر به این شکل، به مفهوم تابع بسیار نزدیک بود و در واقع لایب نیتز بود که برای اولین بار، واژه های «متغیر» و «تابع» را معرفی کرد. پیوند بین دو مفهوم متغیر و تابع، تاریخی اول قرن بیستم ادامه داشت و اعداد و ایسته ای که با هم تغییر می کردند- مثل x و y - در معادله «متغیر» نامیده شدند. وقتی یک متغیر به متغیر دیگر وابسته باشد، گفته می شود که یکی، تابع دیگری است (آپتون، ۱۹۳۶، نقل شده در [۴])

به گفته راندولف (۱۹۹۲)، با این نگاه به متغیر و تابع، بسیاری از کتاب های درسی طی این دوره بین نمایش کمیت هایی که فقط یک مقدار را به خود اختصاص می دادند- مثلاً- متغیرها- تمایز قابل شدن. نمونه ای از این

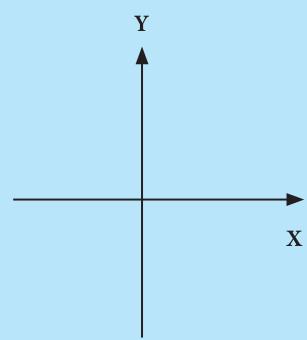
یکی از عمدۀ ترین
دلایل تغییر کتاب
ریاضی اول متوسطه
بعد از ۱۷ سال،
جلوگیری از افت
تحصیلی عنوان شد
و کتاب تازه تأليف
با تغییرات اساسی
در شکل و محتوى،
در سال تحصیلى
۸۷-۸۸، برای تدریس
در پایه اول متوسطه
آماده شد

تمایز را آسبورن (۱۹۰۹) نقل شده در فیلیپ، ۱۹۹۲ قایل شد و بیان نمود که «کمیتی که مقادیر عددی نامحدود می گیرد متغیر نامیده می شود و به کمیتی که مقدار آن غیرقابل تغییر است، ثابت گفته می شود». برای مثال، در $a^x + y = a$ ، که معادله دایره است، x و y متغیرند و a ثابت است. همچنین، متغیر مدت ها با تابع همراه نبود بلکه به جای آن، با مجموعه همراه شد. در مطالعه ای که در رابطه با کتاب های درسی بین اوخر سال ۱۹۵۰ و اویل ۱۹۸۰ منتشر شد، تانسنس (نقل شده در فیلیپ، ۱۹۹۲) دریافت که تقریباً همه کتاب های درسی چه صریح و چه غیر واضح، متغیر را به عنوان عبارتی معرفی کرده بودند که به جای عضوهای مجموعه ای می نشینند که حداقل دو عضو دارد. با این تعریف، تقریباً همه استفاده های مختلف از نمادها بعنوان متغیر بود؛ حتی نماد x در معادله $7 = 3x + 2$ متغیر بود، زیرا x نماینده عضوی از یک مجموعه است که به طور ضمنی در دامنه فرض شده است و می تواند شامل اعداد حقیقی، اعداد گویا، اعداد

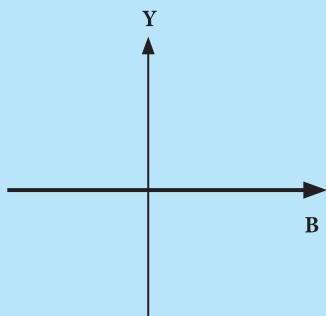
طی دو دهه گذشته، تعداد زیادی از دانش آموزان هنگام ورود به دوره متوسطه دچار افت تحصیلی شده اند. بسیاری از کارشناسان و دبیران، علت اصلی این امر را همواره، محتوا کتاب درسی ریاضی اول متوسطه اعلام کرده اند. در نتیجه، یکی از عمدۀ ترین دلایل تغییر کتاب ریاضی اول متوسطه بعد از ۱۷ سال، جلوگیری از افت تحصیلی عنوان شد و محتوى، در سال تأليف با تغییرات اساسی در شکل و محتوى، در سال تحصیلی ۸۷-۸۸، برای تدریس در پایه اول متوسطه آماده شد. طبق گفته مؤلفان، برای تأليف این کتاب، علاوه بر توجه به دلایل ناراضیتی معلمان از کتاب قبلی و در نظر گرفتن پیشنهادها و نظرهای ارسالی آنان، دیدگاه های نوین آموزشی و نتایج به دست آمده از مطالعات بین المللی نیز در این تأليف، لحاظ شده است. همچنین، بیان شده است که توجه به پیش نیازهای لازم برای ریاضی پایه دوم دبیرستان و شناخت دقیق دانش پایه ای دانش آموزان در دوره راهنمایی، از عوامل مؤثر در انتخاب مطالب کتاب جدید بوده است (ایین، سال؟). براساس این گزارش، هر فصل از کتاب با یک تفاصیل یا حل یک مسئله واقعی مربوط به زندگی روزانه دانش آموزان شروع می شود که هدف آنها، هدایت دانش آموزان به سمت درک مفهوم های جدید است. با این وجود، کتاب تازه تأليف از نظر محتواي، تفاوت مبنائي با کتاب قبلی ندارد و آن چه که بیش از همه محسوس است، اضافه شدن تصاویر، استفاده وسیع تر از کلام، و افزودن «فعالیت های نیمه واقعی به این کتاب است. در حقیقت، طبق بعضی مطالعات انجام شده، کتاب درسی جدید پاسخگوی مشکلاتی که معلمان در طی تدریس با آن مواجه بودند، نبوده است (ایین، حسن پور، ۱۳۹۰) بعضی آمارها و نظرات معلمان نشان می دهند که با وجود تغییرات جدید، همچنان مشکلات قبلی رفع نشده اند و افت تحصیلی نیز در این درس، کاهش نیافته است. این دغدغه ها، ضرورت انجام پژوهش های متعدد و متنوعی را در رابطه با مشکلات دانش آموزان در درک مفاهیم کلیدی ریاضی ۱ ایجاب می کند. بدین سبب، پژوهشی طراحی شد که هدف آن، بررسی درک دانش آموزان پایه اول متوسطه، از مفهوم متغیر و پارامتر بود و این مقاله، گزارش یکی از بخش های پژوهش مذکور است. این بررسی به خصوص، از این نظر اهمیت ویژه دارد که «متغیر» و «پارامتر»، جزو مفهوم های مبنائي جبر و ایجاد تفکر جبری در

در سؤال ۲ که از آن‌ها خواسته بود که «یک معادله با دو متغیر» مثال بزنند، بیشتر از نیمی از پاسخ‌ها درست بود، زیرا آن‌ها تعداد زیادی از این نوع معادله‌ها را دیده و حل کرده بودند. اما نکته قابل توجه این بود که تقریباً همه این افراد، فقط از متغیرهای x و y برای نشان‌دادن معادله استفاده کرده بودند.

سؤال سوم مربوط به مشخص کردن «تعداد متغیرها در هر معادله» بود. برای حدود ۳۰ درصد از پاسخ‌دهنگان، تنها «متغیر مستقل»، متغیر محسوب شده بود و «متغیر وابسته» متغیر به حساب نیامده بود. برای بعضی دیگر، هر نماد جبری «متغیر» بود یعنی «هر حرفی، نماینده یک متغیر» بود. برای بعضی هم، پارامترها متغیر نبودند ولی برای بیشتر دانش‌آموzan، مجھول یک متغیر بود. تعدادی هم با توان رساندن نمادهای جبری، تعداد آن‌ها را به توان رسانده بودند. قسمت ب از سؤال ۴، رسم نمودار $b-y$ بود و همین در سؤال ۵ الف هم پرسیده شده بود، با این تفاوت که در این سؤال، صفحه مختصات y و b نیز داده شده بود. اکثر دانش‌آموzan با وجودی که متوجه تمایز بین دو سؤال شده بودند، ولی پاسخ درستی به این سؤال نداده بودند. برای مثال، بعضی از آن‌ها نمودار دو سؤال را جابه‌جا رسم کرده بودند. بعضی‌ها نیز برای سؤال ۵، فقط یک نقطه رسم کرده بودند.



و عده‌ای هم، محور b را پرنگ کرده بودند.



صحیح، اعداد طبیعی و غیره فرض شود. تا زمانی که دامنه دارای حداقل دو عضو است، x یک متغیر است و یکی از جاهایی که x نمی‌تواند متغیر باشد، مبنای لگاریتم طبیعی است.(فیلیپ، ۱۹۹۲).

درک مفهومی دانش‌آموzan از متغیر و پارامتر

هاشمی و گویا (۲۰۱۲) مطالعه‌ای انجام دادند که در آن، ۹۸ دانش‌آموzan دختر و پسر پایه دوم دبیرستان در یکی از شهرستان‌های شرقی ایران شرکت کردند. این عده از طریق نمونه‌گیری تصادفی انتخاب شدند و جامعه تحقیق، شامل تمام دانش‌آموzan پایه دوم دبیرستان- انواع مدارس دولتی و غیردولتی - این شهرستان بود. ابزار جمع‌آوری داده‌ها، پرسش‌نامه‌ای با ۱۱ سؤال بود که همگی از مسائل مربوط به دو مفهوم «متغیر» و «پارامتر» در کتاب تازه‌تألیف پایه اول متوسطه اقتباس شدند و تنها اعداد آن‌ها جایه‌جا شدند. علت انتخاب سؤال‌ها از کتاب این بود که مؤلفان، بر این نکته تأکید کرده‌اند که «به پیش‌نیازهای لازم برای ریاضی پایه دوم دبیرستان» توجه شده است و انتظار پژوهشگران این بود که این توجه، باعث ایجاد درک درستی از این دو مفهوم در دانش‌آموzan شده باشد. علاوه بر اجرای این پرسش‌نامه، یک مصاحبه غیرساختاری نیز با بعضی از معلمان ریاضی ۱ و ۲ داوطلب و در دسترس، پیرامون نقش کتاب جدید در ایجاد درک مفهومی لازم برای ورود به جبر و تفکر جبری در دانش‌آموzan انجام شد. آن‌چه که در این بخش ارائه می‌شود، نتایج مقدماتی حاصل شده از بعضی سؤالات منتخب است.

کتاب تازه‌تألیف
از نظر محتوایی،
تفاوت مبنایی با
کتاب قبلی ندارد و
آن‌چه که بیش از
همه محسوس است،
اضافه شدن تصاویر،
استفاده وسیع تر
از کلام، و افزودن
«فعالیت‌های نیمه
واقعی به این کتاب
است

عملکرد دانش‌آموzan در بعضی سؤالات منتخب

در سؤال ۱، از دانش‌آموzan خواسته شده بود تا «متغیر» را تعریف کنند. در پاسخ به این سؤال، ۱۴ نفر متغیر را عددی تعریف کردند «که می‌تواند تغییر کند». در بین کسانی که به این سؤال پاسخ اشتباہ دادند، ۳۲ نفر نوشته بودند که «متغیر مجھولی است که بعد از چند مرحله محاسبات، مقدار آن به دست می‌آید.» این نوع پاسخ‌ها، بیشتر به «گزاره‌های راستگو» شبیه‌اند ولی نشانی از درک واقعی در آن‌ها نیست.

از متغیر هم صحبت می‌کند، ولی حرفی از مفاهیم در هیچ جای کتاب درسی نیست. حتی تمرین‌های کتاب هم کمتر به این مسائل پرداخته‌اند.

دسته دوم: مشکلاتی که در رابطه با «نماد» است. مثلاً، «صفحه‌های مختصاتی که در کتاب هست فقط برحسب دو متغیر x و y است و گاهی اوقات بعضی از معلمان هم فقط با همین دو متغیر کار می‌کنند. این گونه است که دانش‌آموzan همیشه صفحه مختصات را برحسب این دو متغیر دیده‌اند و جای تعجب نیست که دانش‌آموzan، متغیر را تنها با دو نماد x و y بشناسند. در صورتی که کتاب می‌توانست از متغیرهایی مثل زمان و مکان هم گاهی اوقات استفاده کند.»

دسته سوم: بعضی از معلمان، امیدوار بودند که با «اضافه کردن تعداد بیشتری تمرین به کتاب درسی»، شاید بشود این مشکلات یادگیری را بطرف کرد. این عده در توضیح این پیشنهاد، می‌گفتند که «برای مثال، قبلاً در کتاب ریاضی اول دبیرستان، تمرینی با این عنوان بود که دانش‌آموzan متغیرها را در سؤال مشخص کنند. ولی در کتاب جدید، این سؤال حذف شده است». از نظر این عده، طرح سؤال‌های مفهومی در کتاب، به درک بهتر دانش‌آموzan می‌انجامد.

دسته چهارم: افراد این دسته، اظهار داشتند که «با توجه به تجربه ای که ما داریم، دانش‌آموzan در درک متغیر مستقل و وابسته بسیار مشکل دارند. حتی این مشکل در دانشجویان نیز به کرات دیده می‌شود و کتاب درسی در مورد این موضوع، نتوانسته کمک چندانی به دانش‌آموzan بکند». این گروه، یادنگرفتن انواع متغیر را عامل اصلی مشکلات دانش‌آموzan در درک مفاهیم پایه‌ای جبر ابراز کردن.

دسته پنجم: بعضی‌ها از «اینکه کتاب در شروع مفاهیم با مثال شروع کرده» استقبال نموده و آن را «ایده بسیار خوبی» دانستند که «دانش‌آموzan هم از این کار لذت می‌برند». اما معتقد بودند که «مشکل عده جایی شروع می‌شود که کتاب می‌خواهد از این مثال‌ها استفاده کند و مفاهیم را توضیح دهد» زیرا «کتاب نتوانسته به درستی این ارتباط را انجام دهد و بهمین دلیل بسیاری از دانش‌آموzan در این قسمت با مشکل رویه‌رو

در سؤال‌های ۷ و ۸، دانش‌آموzan باید ریشه معادلات درجه دوم $x^2 - 3ax + 3a^2 = y$ و $2x + c = y$ را بحسب c و x - را برحسب c و x - که در آن، c و x اعداد ثابتی هستند- به دست می‌آورند. تنها حدود ۲۰ نفر به این سؤال، پاسخ درست دادند، حدود ۱۵ نفر هم در هر دو سؤال، فقط ضرایب را در معادله ریشه گذاشتند بودند و تقریباً ۱۰ نفر نیز به x و c عدد داده بودند.

تنها با توجه به همین مقدار از داده‌ها، می‌توان مشاهده کرد که این دانش‌آموzan، در درک مفهوم‌های «متغیر» و «پارامتر» مشکل داشتند و آن‌چه که از پایه اول متوسطه با خود به پایه دوم آورده بودند، به توسعه تفکر جبری آن‌ها کمک لازم را نکرده بود. به طور مثال، درک بسیاری از آن‌ها از این دو مفهوم، تحت تأثیر نماد بود و نمی‌توانستند تصور کنند که مثلاً نمادهای x و y ، به تهابی شائینتی ندارند و مفهوم است که بر آن‌ها مسلط است. یا اینکه بعضی پاسخ‌هایشان متکی به تکرار و تمرین‌های زیادی بود که داشتند اما در توضیح چرایی کاری که انجام داده بودند، ناتوان بودند که نتایج بالا، مؤید این برداشت است.

در ادامه بررسی‌ها، نتایجی که از مصاحبه با معلمان به دست آمد، به بعضی از سؤال‌های بی‌پاسخ جواب داد.

مصاحبه با معلمان

بعد از تجزیه و تحلیل داده‌هایی که از پاسخ به سؤال‌های پرسش‌نامه به دست آمد، مصاحبه با معلمان همان دبیرستان‌ها نیز طراحی و اجرا شد که در این بخش، به بعضی از آن‌ها اشاره می‌شود. معلمان در پاسخ به این که از نظر آن‌ها، «مشکلات کتاب درسی جدید چیست؟» پاسخ‌های متفاوتی دادند که آن‌ها را در پنج دسته زیر قرار گرفتند.

دسته اول: مشکلاتی که در رابطه با مفهوم‌های «متغیر» و «پارامتر» بیان شد. به عنوان مثال، آن‌ها اظهار می‌داشتند که «در کتاب ریاضی اول دبیرستان، کمتر در مورد تعریف متغیر سخن به میان آمد و در مورد پارامتر هم که اصلًاً صحبت نشده، کتاب ریاضی به‌گونه‌ای است که بیشتر بر روی فرمول‌های جبری مانور داده و با این که گاهی

کتاب ریاضی ۱ برای تمام ورودی‌های به دوره متوسطه الزامی است و یکی از مسئولیت‌های اصلی شروع دوره متوسطه، پایه‌ریزی تفکر جبری دانش‌آموzan و بسترسازی برای یادگیری جبر و ایجاد و ارتقای مهارت‌های جبری در آن‌هاست

در ک مفهومی دانشآموزان با دقت مطالعه شوند و هدف از تألیف هر کتاب درسی و نقشی که در آینده یادگیری آنها ایفا میکند، با وضوح بیشتری بیان شود، در ک مفهومی دانشآموزان عمیق‌تر می‌شود. همچنین، کتاب ریاضی ۱ برای تمام ورودی‌های به دوره متوسطه‌الزامی است و یکی از مسئولیت‌های اصلی شروع دوره متوسطه، پایه‌ریزی تفکر جبری دانشآموزان و بسترسازی برای یادگیری جبر و ایجاد و ارتقای مهارت‌های جبری در آن‌هاست. بنابراین، لازم است که در تجدیدنظرهایی که در کتاب درسی ریاضی این پایه می‌شود، به این موارد توجه شود. به طور نمونه، یافته‌هایی این تحقیق می‌تواند یاری‌رسان مؤلفان و برنامه‌ریزان کتاب‌های درسی ریاضی باشد تا با مشکلاتی که دانشآموزان در درک نمادهای جبری دارند و مشکلاتی که در رابطه با کتاب ریاضی ۱ معلمان به آن‌ها اشاره کردن، آشنا شوند و توصیه‌های معلمان، پژوهشگران و آموزشگران را مغتنم بدارند.

پی‌نوشت‌ها

1. Osborne
2. Tonnessen

منابع

1. خبرگزاری کتاب ایران (ایین). *تغییرات کتاب درسی ریاضی اول دبیرستان*. ذکر شده در سایت <http://www.ibna.ir> حسن پور، مرتضی. (۱۳۹۰). *تحلیل محتوای کتاب ریاضی تازه‌تألیف از منظر دبیران*. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
2. خوب‌نژاد، قدرت‌الله. (۱۳۸۹). *بررسی عوامل مؤثر در اضطراب ریاضی و رابطه آن با عملکرد ریاضی دانشآموزان سال اول متوسطه دبیرستان‌های دولتی شهر یاسوج در سال تحصیلی ۸۸-۸۹*. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد تحقیقات آموزشی. دانشگاه تهران.
4. Philipp, R. (1992). "The many uses of algebraic variables". *Mathematics Teacher*, 85(7), 557-561.
5. Kline, Morrise., (1972), "Mathematics Thought from Ancient to Modern Times" New York Axford University Press.
6. Hashemi, Mohadeseh. & gooya, Zahra., (2012), "The Role of First Year High School Mathematics Text Book in Developing Students' Understanding of Variable and Parameter", The 12th International Congress on Mathematical Education Korea.
7. Tonnessen, Lowell H., (1981), "Measurement of the Levels of Attainment by College student of the Concept Variable" University of wisconsin.

می‌شوند». در توضیح بیشتر، گفته شد که «برای مثال، در کتاب، در شروع معادله از مفهوم ترازو استفاده کرده اما به یکباره ترازو فراموش می‌شود و کتاب به سراغ حل مسئله می‌رود. سؤالی که اینجا برای دانشآموزان پیش می‌آید این است که اصل‌اً علتی که ترازو بیان شد برای چه بود و چرا کتاب از ترازو استفاده کرده است.»

جمع‌بندی یافته‌ها

دانشآموزان در پاسخ به سوالات، فقط با نمادهای محدود و مشخصی چون x و y و a کار می‌کرند و وقتی معادله‌ای با نمادهای دیگری داده می‌شود، اکثر دانشآموزان آن را ابتدا به شکلی رسماً که در کتاب آورده شده درمی‌آورند و بعد شروع به حل آن می‌کرند یا اینکه از پاسخ به آن سؤال، کلاً صرف نظر می‌کرند. در پیگیری چرایی پاسخ‌های دانشآموزان، با معلمان داوطلب، مصاحبه‌ای انجام شد. از نظر آن‌ها، یکی از دلایل این موضوع می‌تواند این باشد که کتاب درسی بیشتر با نمادهای x و y و a کار می‌کند و صفحه مختصات در کتاب ریاضی در همه‌جا، صفحه x و y بوده است. طبق گفته معلمان، در کتاب ریاضی ۱، کمتر به طور صریح، از مفهوم متغیر و پارامتر سخن به میان آمده و این امر می‌تواند تا حدودی، دلیلی برای عدم ارائه تعریف روشی این مفهوم‌ها در کلاس درس توسط معلمان باشد. در نتیجه، وقتی از دانشآموزان پرسیده می‌شود که «متغیر چیست؟»، کمتر کسی پاسخ مناسبی برای آن دارد. علاوه بر این‌ها، به باور مصاحبه‌شوندگان، تشخیص مستقل یا وابسته بودن «متغیر» در درک این مفهوم و «پارامتر» نقشی تعیین‌کننده دارد و چون «در کتاب هیچ اشاره‌ای به متغیر مستقل و وابسته نشده است»، در نتیجه، «دانشآموزان در درک آن‌ها مشکل دارند.»

نتیجه‌گیری

از مقایسه مشکلات دانشآموزان در درک نمادهای جبری از جمله متغیر و پارامتر با مشکلاتی که معلمان در کتاب‌های درسی به آن اشاره کردن، می‌توان این نتیجه‌گیری را کرد که بعضی از مشکلات دانشآموزان در درک مفهوم‌های پایه‌ای، تاحدی ریشه در نحوه پرداختن کتاب‌های درسی به آن‌ها دارد. در نتیجه و با این فرض، اگر در تألیف کتاب‌های درسی، یافته‌های پژوهشی مربوط به چگونگی ارتقای