آشنایی با بسته‌ی نرم‌افزاری Mathematica

قسمت اول

دکتر محمدعلی فریبرزی عراقی
عضو هیئت علمی گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی

کلید واژه‌ها:
بسته‌های نرم‌افزاری Methematica
Palettes، Basic mathInput، Cells، Evaluate Cells .

مقدمه

بسته‌ی نرم‌افزاری Mathematica حدود ۲۲ سال پیش توسط استفن ولفرم[1] به عنوان یک نوآوری علمی کارا برای امور تحقیقاتی ارائه شد. وی مؤسس شرکت معتبر نرم‌افزاری ولفرم است که درسال ۱۹۸۷ پایه‌گذاری شد. اولین نسخه‌ی Mathematica در سال ۱۹۸۸ معرفی شد و طی دو دهه، نسخه‌های کامل‌تر این بسته‌ی نرم‌افزاری وارد بازار شد؛ به‌طوری که هم‌اکنون نسخه‌ی ۷ آن در بازار موجود

استفن ولفرم

است.

این بسته‌ی نرم‌افزاری نه تنها به منظور انجام محاسبات ریاضی، بلکه با هدف مدل‌سازی، شبیه‌سازی، تجسم، مستندسازی و پیشرفت و توسعه در زمینه‌های گوناگون علوم فنی و کاربردی طراحی شد. Mathematica سرآغازی برای محاسبات فنی مدرن بود. تا قبل از پیدایش این بسته، بسته‌های متفاوتی وجود داشتند که تنها قادر به انجام محاسبات جبری و عددی مشخص و انجام اعمال گرافیکی محدودی بودند. در حالی‌که با ابداع این نرم‌افزار جدید، کاربران قادر به انجام محاسبات پیشرفته و جامعی شدند.

زمانی‌که نسخه‌ی اول Mathematica به بازار آمد، به‌عنوان یکی از مهم‌ترین ده محصول اول آن سال معرفی شد. چرا که از اهمیت عملکرد آن نمی‌شد چشم پوشید. نخستین نسخه‌ی آن برای استفاده در علوم ریاضی و فیزیک و مهندسی طراحی شده بود، ولی در ادامه و طی سال‌های بعد، در سایر علوم نظیر پزشکی، زیست‌شناسی، علوم اجتماعی و بازرگانی نیز مورد استفاده قرار گرفت. در مهندسی نیز به عنوان ابزاری استاندارد برای طراحی، تولید و توسعه‌ی محصولات موردنظر به کار می‌رود.

Mathematica به شکل اساسی در طول تحصیلات مقدماتی و دانشگاهی و در سطوح متفاوت آموزش از دبیرستان به بعد، به عنوان یک ابزار آموزشی مناسب درسطح جهان مورد استفاده قرار گرفته است. به ویژه به دلیل طراحی ساده، جذاب و قابل فهم آن و امکان دست‌رسی ساده به این نرم‌افزار، دانش‌آموزان دبیرستانی در سراسر جهان به شکل عمومی از آن استفاده می‌کنند. تنوع موجود در این بسته به گونه‌ای است که کاربران از سن ۱۰ سال به بالا می‌توانند حتی برای سرگرمی از آن استفاده کنند.

در حال حاضر این بسته نرم‌افزاری در بسیاری از سازمان‌ها، شرکت‌ها و ارگان‌های دولتی کشور آمریکا و بزرگ‌ترین دانشگاه‌های جهان مورد بهره‌برداری قرار دارد. طی سال‌های اخیر، طراحی این بسته نرم‌افزاری به شکل قابل‌توجهی توسعه یافت، به‌طوری که پس از دو دهه، به‌عنوان یک سیستم تعریف شده برای طیف گسترده‌ای از محاسبات هم‌چنان مورد بهره‌برداری قرار می‌گیرد. در این راستا تصمیم گرفته شد، مجموعه‌ای از مقالات برای آشنایی دانش‌آموزان و خوانندگان گرامی با این بسته‌ی نرم‌افزاری نوشته شود. در این مقالات براساس مطالب موجود در ریاضیات دوره‌ی دبیرستان، چگونگی انجام محاسبات در محیط این بسته‌ی نرم‌افزاری مطرح خواهد شد. ابتدا با توجه به محتوای کتاب‌های ریاضی ۱ و ۲ دبیرستان، به معرفی توابع مقدماتی و نحوه‌ی اجرا و به کارگیری آن‌ها در محیط این بسته می‌پردازیم. در ادامه‌ی این مقالات، در چارچوب دروس حسابان، حساب دیفرانسیل و انتگرال، چگونگی محاسبه توابع، حد، مشتق، انتگرال، رسم منحنی و ... در این بسته آموزش داده می‌شود. به این منظور نسخه‌ی 6 Mathematica در نظر گرفته شده است و تمامی محاسبات ودستورالعمل‌ها در محیط این نسخه از نرم‌افزار معرفی می‌شوند. بسته‌ی نرم‌افزاری Mathematica تحت سیستم عامل ویندوز قابل اجرا است.

نصب نرم‌افزار

به‌منظور نصب Mathematica روی رایانه‌ی شخصی خود، ابتدا سی‌دی حاوی این بسته نرم‌افزاری را در سی‌دی‌خوان قرار دهید و فایل Setup.exe را اجرا کنید تا اجرای مراحل نصب به‌طور خودکار آغاز شود. در ابتدا اطلاعات شما و کلمه‌ی عبور خواسته می‌شود. با اجرای فایل Keygen.exe، می‌توانید پس از قرار دادن شماره‌ی MathID و فشار دکمه‌ی Generate، «شماره‌ی شناسایی»[۲] و «کلمه‌ی عبور»[۳] را اخذ و در قسمت مربوط کپی کنید تا مراحل نصب دنبال شود. پس از اتمام نصب، رایانه‌ی خود را restart کنید.

مشخصات نرم‌افزار

صفحه‌ی اصلی Mathematica شامل گزینه‌های File، Edit، Insert، Format، Cell، Graphics، Evaluation، Palettes، Windows و Help است. توصیه می‌شود هم‌زمان با مطالعه‌ی این توضیحات، برای یادگیری بهتر، هر کدام از توابع و دستورالعمل‌های معرفی شده را روی رایانه‌ی شخصی خود اجرا کنید. به منظور ایجاد یک فایل جدید، گزینه‌ی «New» را در پنجره‌ی «File» انتخاب و اطلاعات موردنظر خود را روی صفحه تایپ و اجرا می‌کنیم. برای ذخیره‌ی اطلاعات، گزینه‌ی «Save» از پنجره File را انتخاب و با یک نام نظیر «Sample» فایل را ذخیره می‌کنیم. تمام یادداشت‌های Mathematica که در صفحه‌ی اصلی درج می‌گردند، به صورت فایلی با پسوند «nb.» در ماشین ذخیره می‌شوند. هم‌چنین، برای باز کردن فایل‌های قبلی در محیط این نرم‌افزار، گزینه‌ی «Open»

از پنجره‌ی File را انتخاب می‌کنیم و فایل موردنظر را می‌یابیم و باز می‌کنیم.

از جمله پنجره‌های قابل توجه در Mathematica، «Palettes» است. در این پنجره، گزینه‌ای به نام «BasicMathInput» وجود دارد که با انتخاب آن، صفحه‌ای شامل نمادهای اصلی در ریاضی، چون توان‌رسانی، کسر، ریشه‌گیری، مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری، مجموع، حاصل‌ضرب، ماتریس و ... به همراه اعمال اصلی ریاضی و حروف الفبای یونانی ظاهر می‌شوند. با انتخاب هر یک از این نمادها، عیناً آن نماد در صفحه‌ی اصلی ظاهر می‌شود که باید با پر کردن جاهای خالی، عبارت موردنظر برای محاسبه را آماده کنیم.

چند مثال

مثلاً به‌منظور محاسبه‌ی 5^7، گزینه $\square^{\blacksquare}$ را انتخاب می‌کنیم. با این عمل یک سلول روی صفحه پدید می‌آید، که با یک کروشه‌ی بسته مشخص می‌شود. حال داخل دومربع را در پایه و توان پر می‌کنیم. با دکمه‌ی «Tab» روی صفحه‌ی کلید، به سادگی می‌توان از مربع پایینی به بالایی منتقل شد. پس از تایپ 5^7 با فشار هم‌زمان دکمه‌های «Enter» و «Shift»، نتیجه روی صفحه به صورت ۷۸۱۲۵ مشخص می‌شود. در این حالت ورودی با «In» و نتیجه با «Out» در یک سلول نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است، در Mathematica هر عبارت ورودی جهت محاسبه در یک «سلول»[۴] قرار می‌گیرد و پس از اجرا، نتیجه نیز در همان سلول به نمایش درمی‌آید. هر سلول داخل یک علامت به شکل کروشه‌ی بسته قرار دارد. به جز دکمه‌های Enter و Shift، برای محاسبه می‌توان از گزینه‌ی «محاسبه‌ی سلول‌ها»[۵] در پنجره‌ی Evaluation نیز استفاده کرد.

حال سلول دیگری را ایجاد می‌کنیم تا در آن عبارت $\frac{۲}{۷}+\frac{۳}{۴}$ محاسبه شود. ابتدا گزینه‌ی $\frac{\blacksquare}{\square}$ را در پنجره‌ی «BasicMathId» انتخاب و در مربع‌های خالی به ترتیب ۲ و ۷ را تایپ می‌کنیم. سپس جلوی کسر $\frac{۲}{۷}$ نماد + را تایپ و پس از آن مجدداً روی گزینه‌ی $\frac{\blacksquare}{\square}$ کلیک می‌کنیم و درمربع‌های خالی به ترتیب ۳ و ۴ را تایپ می‌کنیم. از کلید Tab برای انتقال از صورت به مخرج کسر می‌توان استفاده کرد. حال سلول حاصل را با فشار هم‌زمان دکمه‌های Enter و Shift محاسبه می‌کنیم. در این لحظه کسر $\frac{۲۹}{۲۸}$ به عنوان خروجی درصفحه‌ی نمایش ظاهر می‌شود.

ممکن است تمایل داشته باشیم مقدار این کسر را به شکل اعشاری ببینیم. به این منظور کافی است یک سلول جدید زیرهمین کسر با تایپ حرف N و قرار دادن علامت ٪ داخل یک کروشه جلوی آن، ایجاد کنیم. با اجرای دستور N[٪]، نتیجه‌ی کسر فوق به‌صورت ۱/۰۳۵۷۱ در صفحه ظاهر می‌شود. درحالت کلی دستور N[ ]، عبارت قرار گرفته داخل کروشه را به‌صورت عددی و با نمایش اعشاری مشخص می‌کند. در این حالت، ۵ رقم از ارقام قسمت اعشاری نمایش داده می‌شود که می‌توان با قراردادن عددی در کنار عبارت مربوط، تعداد ارقام اعشار موردنظر را مشخص کرد.

به‌طور کلی دستور N[عبارت و n]، مقدار عبارت داخل کروشه را به صورت تقریبی و تا n−۱ رقم اعشار نمایش می‌دهد. هم‌چنین اگر عبارت در سلول یا سلول‌های قبلی وجود داشته باشد، نیازی به تایپ مجدد عبارت نیست و کافی است از علامت ٪ استفاده کرد.

دستور N[٪,n] مقدار عبارت موجود در آخرین سلول را به صورت عددی تا (n−۱) رقم اعشار مشخص می‌کند. برای مثال، اگربخواهیم نتیجه‌ی عبارت $(\frac{۹}{۷})^۴$ را به صورت تقریبی تا ۲۰ رقم اعشار ملاحظه کنیم، ابتدا گزینه‌ی توان‌رسانی را انتخاب و داخل مربع اول، روی گزینه کسر ($\frac{\blacksquare}{\square}$) کلیک می‌کنیم. حال ابتدا ۹، سپس ۷ و در نهایت ۴ را در مربع‌ها تایپ می‌کنیم. با دکمه‌ی Tab سریع‌تر می‌توان به مربع بعدی رفت. پس از اجرای سلول حاوی $(\frac{۹}{۷})^۴$، حاصل این عبارت به صورت $\frac{۶۵۶۱}{۲۴۰۱}$ نمایش داده می‌شود. حال زیر این نتیجه تایپ می‌کنیم: N[٪,۲۰]. با محاسبه‌ی این سلول نتیجه‌ی عبارت به صورت ۲/۷۳۲۶۱۱۴۱۱۹۱۱۷۰۳۴۵۶۹ مشخص می‌شود.

```
5^7
78125
2/7+3/4
29/28

N [%]
1.03571
(9/4)^4
6561/2401

N [%, 20]
2.7326114119117034569
```

جذرگیری از جمله اعمال دیگری است که در پنجره‌ی BasicMathInput وجود دارد. فرض کنید که می‌خواهیم $\sqrt{۲}$ را با ۱۰ رقم اعشار محاسبه کنیم. به این منظور، ابتدا روی علامت $\sqrt{\blacksquare}$ در این پنجره کلیک می‌کنیم تا عین همین علامت روی صفحه ظاهر شود. سپس درون مربع عدد ۲ را تایپ می‌کنیم. حال برای محاسبه‌ی تقریبی $\sqrt{۲}$ آن را درون تابع محاسبه عددی N به صورت $N\left[\sqrt{۲},۱۰\right]$

قرار می‌دهیم. با اجرای این سلول، پاسخ ۱/۴۱۴۲۱۳۵۶۲ را دریافت می‌کنیم.

توجه داشته باشید، اگر $\sqrt{۲}$ را درون دستورالعمل محاسباتی N[۰,n] قرارندهیم، خود $\sqrt{۲}$ در نتیجه‌ی اجرای سلول ظاهر می‌شود. هم‌چنین می‌توان با استفاده از نماد $\sqrt[\square]{\blacksquare}$ در این صفحه، ریشه‌گیری یک عدد را انجام داد. مثلاً برای محاسبه‌ی $\sqrt[۵]{۳}$ روی این نماد کلیک می‌کنیم و ابتدا ۳ را در مربع زیر رادیکال و سپس ۵ را در مربع داخل فرجه‌ی رادیکال تایپ می‌کنیم. به‌منظور انتقال به مربع دوم از دکمه‌ی Tab استفاده می‌کنیم. حال $\sqrt[۵]{۳}$ را درون تابع N قرار می‌دهیم و سلول حاصل را به‌صورت $N\left[\sqrt[۵]{۳}\right]$ با فشار دکمه‌های Enter و Shift محاسبه می‌کنیم. در این لحظه، مقدار ۱/۲۴۵۷۳ به عنوان نتیجه مشخص می‌شود. البته می‌توان با مشخص کردن تعداد ارقام اعشار موردنظر، تقریب این عدد را با رقم‌های بیشتری ملاحظه کرد.

N [$\sqrt{2}$, 10]

1.414213562

N [$\sqrt[5]{3}$]

1.24573

با استفاده از دستور محاسبه‌ی عددی N می‌توان مقدار عدد پی را تا هر تعداد رقم اعشاری محاسبه کرد. به منظور مشاهده‌ی عدد پی با یک دقت معلوم، از نماد Pi استفاده می‌کنیم. به این منظور در صفحه‌ی نمایش تایپ می‌کنیم. N[Pi,50]، و با محاسبه‌ی این سلول مقدار عدد π تا ۴۹ رقم اعشار مشخص می‌شود. اگر فقط سلول حاوی Pi را اجرا کنیم، نتیجه به صورت π در صفحه‌ی نمایش ظاهر می‌شود.

N [Pi, 50]

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

Pi

π

توابع حسابی

تابع جمع[۶]: فرمول کلی این تابع به شکل Plus[$x_۱$,$x_۲$,...,x_n] است. نتیجه‌ی این تابع برابر است با: $x_۱ + x_۲ + x_۳ + ... + x_n$؛ یعنی مجموع اعداد مندرج در داخل کروشه. اگر بخواهیم یک دسته عدد را با یک عدد ثابت جمع کنیم، ابتدا این اعداد را داخل آکلاد تایپ می‌کنیم و بین هر کدام یک کاما قرار می‌دهیم. سپس علامت + و بعد از آن عددی را که باید با مقادیر داخل آکلاد جمع شود، تایپ می‌کنیم. با محاسبه‌ی سلول، حاصل مجموعه اعداد موردنظر حاصل می‌شود.

Plus [2.5, 0.97, 31.29, 0.405]

35.165

{3, 8, –4, –10, 23} +6

{9, 14, 2, –4, 29}

تابع تفریق[۷]: دستور Sabtract[a,b] حاصل a–b را به‌عنوان نتیجه مشخص می‌کند.

مثال:

Subtract [67, 31]

36

تابع ضرب[۸]: دستور Times [x,y,z] حاصل ضرب x، y، z را به صورت xyz مشخص می‌کند.

مثال:

Times [54, 3.1, 7.64, 1.77]

2263.72

تابع تقسیم[۹]: دستور Divide [x,y] نتیجه‌ی تقسیم x بر y را مشخص می‌کند.

لازم به ذکراست، هنگام استفاده از این تابع اگر x بر y بخش‌پذیر نباشد، نتیجه‌ی تقسیم مشخص نمی‌شود. در این حالت می‌توان از دستورمحاسبه‌ی عددی N استفاده کرد و حاصل تقسیم را به شکل اعشاری یافت.

مثال:

Divide [825, 75]

11

N [Divide[19, 7]]

2.71429

تابع توان[۱۰]: دستور Power [x,n] حاصل x^n را مشخص می‌کند. این دستور به صورت x^n نیز می‌تواند بیان شود.

هم‌چنین اگر بخواهیم چند عدد را هم‌زمان به‌توان یکسان برسانیم، فهرست این اعداد را در یک مجموعه قرار می‌دهیم و بعد از آن علامت ^ (نماد توان) و به دنبال آن توان موردنظر را تایپ می‌کنیم.

مثال:

Power [3, 10]

59049

3^10

59049

{4.5, 7, 1.2, 10}^3

{91.125, 343, 1.728, 1000}

تابع جذرگیری[۱۱]: دستور Sqrt [x] جذرعدد x را مشخص