جمشید کاشانی

کلیدواژه کاشانی، زیج خاقانی، رسالهٔ محیطیه، قاضی‌زادهٔ رومی، الغ‌بیگ، فیبوناتچی، رژیومونتان

زنده‌یاد پرویز شهریاری

در سدهٔ چهاردهم میلادی، کشورهای خاورمیانه و خاور نزدیک، پس از هجوم مغول‌ها، بار دیگر با هجوم **تیمور** ویران شدند؛ با این حال در ابتدای سدهٔ پانزدهم میلادی، **الغ‌بیگ** نوه تیمور، مرکز علمی تازه‌ای در «سمرقند» به‌وجود آورد و تا اندازه‌ای دانشمندان و به‌ویژه ریاضی‌دانان را زیر حمایت خود گرفت. در سمرقند که پایتخت الغ‌بیگ بود، بزرگ‌ترین رصدخانهٔ خاورمیانه ساخته شد که زیرنظر دانشمند ایرانی، **جمشید کاشانی** (متولد در کاشان ایران) کار می‌کرد.

کاشانی پیش از ورود به سمرقند، «زیج خاقانی» را براساس «زیج ایلخانی» **خواجه نصیر توسی** تنظیم کرده بود. (این کتاب را کاشانی به زبان فارسی نوشته است). او همراه با تنظیم جدول‌های مثلثاتی، رسالهٔ «دربارهٔ وتر و سینوس» را نوشت. رسالهٔ «دربارهٔ دایره» (رسالةالمحیطیه) او نیز به‌طور مستقیم به مسئله‌های اخترشناسی مربوط است. کاشانی فرهنگ ریاضی خود را به‌نام مفتاح‌الحساب (بازگشایی حساب) در سمرقند نوشت و در تنظیم زیج جدید گورکانی که در نتیجهٔ مشاهده در رصدخانهٔ سمرقند به‌دست آمده بود، شرکت کرد. او دارای یک رشته رساله‌های اختصاصی مربوط به اخترشناسی و وسیله‌های مربوط به آن است.

مفتاح‌الحساب کاشانی پنج بخش دارد. بخش اول آن دربارهٔ حساب عددهای درست بحث می‌کند. مضمون این بخش به رسالهٔ حساب خواجه نصیر توسی شباهت دارد؛ در ضمن شامل جذر گرفتن از عدد درست است. برخلاف نسوی و توسی که عمل‌های ریاضی را روی تخته و شن انجام می‌دادند، کاشانی عمل‌ها را روی کاغذ انجام می‌داد.

بخش دوم مربوط به حساب کسرها می‌شود. در این بخش کاشانی کسرهای ده‌دهی را با جدا کردن بخش درست عدد از بخش کسری آن وارد حساب می‌کند. و ویژگی‌های آن‌ها را شبیه کسرهای شصت‌شصتی ـ که اخترشناسان با واحدهای دقیقه، ثانیه، ثالثه، رابعه و غیره به‌کار می‌برند ـ معین می‌کند. کسرهای ده‌دهی برای دقیق‌تر کردن جذر عددها هم به‌کار می‌رود.

بخش سوم به محاسبه‌های اخترشناسان، یعنی به عمل‌های حساب مربوط به عددهای درست و کسری در دستگاه شصت‌شصتی اختصاص دارد.

در بخش چهارم اندازه‌گیری شکل‌های روی صفحه (چندضلعی‌ها، دایره و بخش‌های آن) و شکل‌های فضایی (منشور و استوانه، هرم و مخروط، کره، چندوجهی‌های منتظم و برخی چندوجهی‌های نیمه‌منتظم) بررسی شده است. کاشانی برای بررسی مثلث‌ها از مثلثات و جدول‌های مثلثاتی، که از زیج خاقانی توسی برداشته شده است، استفاده می‌کند.

کاشانی در بررسی جسم‌های کروی از مقدار تقریبی عدد «پی» استفاده می‌کند و آن را برابر این مقدار می‌گیرد:

$$\pi = 3/1415926 = 3^{\circ}8'29''4'''$$

سپس دربارهٔ تعیین حجم جسم‌ها از روی وزن آن‌ها صحبت می‌کند که به تنظیم جدول وزن مخصوص برای جسم‌های جامد و مایع منجر می‌شود؛ همچنین روش اندازه‌گیری تاق‌ها و گنبدها را که به‌طور گسترده‌ای در معماری خاورزمین به‌کار می‌رود، مورد بررسی قرار می‌دهد.

فصل پنجم به جبر اختصاص دارد. کاشانی نتیجه‌هایی را که پیش از او دربارهٔ حل معادله‌های درجه سوم به‌دست آمده بود، تنظیم می‌کند و راه‌حل هندسی آن‌ها را به‌دست می‌دهد. او از رساله‌ای صحبت می‌کند که در آن دربارهٔ معادله‌های درجهٔ چهارم صحبت کرده، ولی این رساله به ما نرسیده است. کاشانی سپس

برای حل عملی معادلهٔ درجه سوم، رابطهٔ کاردان به محاسبه عددهای مختلط منجر می‌شود و برای پیدا کردن ریشه‌ها راهی عملی نیست: راه‌حل جمشید کاشانی راه‌حل عملی است که در تاریخ ریاضی فراموش شده است

حل معادله‌های خطی را طرح می‌کند و چنـد قاعده برای مجموع جمله‌های رشته‌های عددی و هم قاعده‌هایی برای نسبت‌ها، چه دربارهٔ عددها و چه دربارهٔ کمیت‌های پیوسته، به‌دست می‌آورد. در پایـان کتاب تعداد زیادی مسـئله آمده است.

رسـالهٔ محیطیهٔ (رسـالهٔ دربارهٔ دایره) کاشانی، به محاسبهٔ نسبت طول محیـط دایره به قطـر آن، با حداکثر دقـت لازم اختصاص دارد. کاشـانی محیط دایره را میانگین حسـابی بین محیط چندضلعی‌های منتظم محاطی و محیـط چندضلعی‌هـای منتظـم محیطی با ۳×۲^n ضلـع می‌گیرد. در ضمن می‌گوید: n را باید چنان گرفت که اگر شـعاع دایره برابر فاصلهٔ زمین تا ستاره‌های ثابت باشد (که به حساب کاشـانی ۶۰۰/۰۰۰ برابر شـعاع کرهٔ زمین است)، اختلاف بین محیط‌های چندضلعی‌های درونی و بیرونی از قطر یک موی اسـب کم‌تر باشد. او به این منظور n را برابر ۲۸ می‌گیرد؛ یعنی:

$۳\times۲^n = ۳\times۳^{۲۸} = ۸۰۵۳۰۶۳۶۸$

کاشانی این میانگین حسابی را با دقت بی‌اندازه‌ای حساب می‌کند که اگر شعاع دایره را برابر واحد بگیریم، نسبت طول محیط دایره به طول قطر آن برابر خواهد شد با:

$۳^\circ ۸'۲۹"۴۴^{IV}۴۷^{V}۲۵^{VI}۵۳^{VII}۷^{VIII}۳۵^{IX} = ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳۲۵$

از این ۱۷ رقمی که کاشـانی برای عدد پی پیدا کرده است،تنها رقم آخر آن،یعنی رقم ۵، درست نیست.

رسـالهٔ «وتـر و سـینوس» به ما نرسیده است، ولی مهم‌ترین بخش‌های آن در رسـالهٔ «سـینوس یک درجهٔ» **قاضـی‌زاده رومی**، همکار دانشـمند کاشانی در سمرقند، حفظ شده است. رسـاله‌های کاشـانی و قاضی‌زاده به محاسبهٔ سـینوس یک درجه از روی مقدار سینوس سـه درجه اختصاص دارد. اگـر $x = \sin ۱^\circ$ و مقـدار $\sin ۳^\circ = a$ مفروض گرفته شود، x را می‌توان از این معادله به‌دست آورد:

$$۳x - ۴x^۳ = a$$

کاشـانی این معادله را به‌سادگی و بـا ظرافت بی‌اندازه‌ای حل می‌کند و به‌دست می‌آورد:

$$\sin ۱^\circ = ۰/۰۱۷۴۵۲۴۶۴۳۷۸۳۵۷$$

او این معادلهٔ درجهٔ سـوم را از راه جبـری حل می‌کنـد و اگرچه جواب تقریبی را به‌دست می‌دهد، ولی می‌توان با ادامهٔ راه‌حل کاشانی آن را با دقت و با هر تقریبی (تا هر چند رقم ده‌دهی) محاسـبه کرد. در ضمن می‌دانیم هر معادلهٔ درجهٔ سوم کامل به‌صورت

$$ax^۳ + bx^۲ + cx + d = ۰$$

را می‌تـوان بـا انتخـاب مجهول کمـکی $y = x - \frac{b}{۳a}$ به معادلهٔ درجهٔ سوم ناقص تبدیل کرد، به گونه‌ای که شامل $y^۲$ نباشد:

$$Ay^۳ + By + C = ۰$$

بنابراین، جمشید کاشانی توانسته است راه‌حل معادلهٔ درجهٔ سوم را، برای نخسـتین بار با روش جبری پیدا کند. رابطه‌ای که برای حـل معادلهٔ درجهٔ سـوم به‌نام **کاردان** معروف است، تنها این مزیت را دارد که نشـان می‌دهد، ریشـه‌های معادله‌های درجهٔ سوم را می‌توان با رادیکال‌ها بیان کرد [گرچه این رابطه متعلق به کاردان نیسـت و برای اولین‌بار **تارتاگلیای ایتالیایی** آن را به‌دست آورده است]. ولی برای حل عملی معادلهٔ درجه سوم، رابطهٔ کاردان به محاسـبه عددهـای مختلط منجر می‌شـود و برای پیدا کردن ریشـه‌ها راهی عملی نیسـت: راه‌حل جمشید کاشانی راه‌حل عملی است که در تاریخ ریاضی فراموش شده است.

❁❁❁

گفتیـم کـه کاشـانی در زمان تسـلط تیموریان بر ایران می‌زیست. یورش‌های **چنگیز** و **هلاکو** و سـپس تیمور به ایـران‌را، که در فاصلهٔ زمانی نسبتاً کوتاهی از یکدیگر انجام گرفت و با ویرانی و کشتار مردم همراه بود، باید سـرآغازی برای افول فرهنگ و دانش ایرانی دانست. چنگیز و فرزندانش ضمن تسلط بر آسیا (به‌جز هند، عربستان و سوریه)، شهرها را ویران می‌کردند و در بسـیاری جاها هیچ موجود زنده‌ای را باقی نمی‌گذاشتند.

بیش از یک قـرن بعد نیز تیمور، پس از موفقیت‌هایی که در ماوراءالنهر و خوارزم به‌دسـت آورد، در سال ۷۸۲ هجری قمری بـه ایران حمله کرد. در پنج سال خراسان و گرگان و مازندران را گرفت و در سـه سال بعد تا فارس، و در شـمال تا گرجستان و ارمنستان پیش رفت و سرانجام به تقریب تمامی خاک ایران را به تصرف درآورد.

تیمور که خود را «امیر صاحب‌قران» می‌نامید، برای موفقیت‌های خود از نفوذ **سید برکه** استفاده می‌کرد. حتی بعد از

مرگ سید برکه، نزدیکان و مریدان او در دستگاه حکومتی تیمور دارای مقام و منصب بودند. امیر صاحب‌قران وصیت کرده بود، پس از مرگ او را در کنار قبر سید برکه دفن کنند.

تیمور چهار پسر داشت: جهانگیر، عمر شیخ، میران شاه و شاهرخ. در دوران زندگی تیمور، از دو پسرش که زنده مانده بودند، میران‌شاه در آذربایجان ساکن بود و بر غرب ایران و عراق و اردن و گرجستان و ارمنستان حکومت می‌کرد و شاهرخ که مرکز خود را در هرات قرار داده بود، بر شرق ایران و ماوراءالنهر حکم می‌راند. هر دو بسیار سخت‌گیر و خشن بودند و به‌ویژه میران‌شاه از هیچ جنایتی برای پیشبرد هدف‌های خود دریغ نمی‌کرد. به‌همین دلیل، مردم به پیروی از هواداران «حروفیه» او را «ماران شاه» می‌نامیدند. با مرگ تیمور جنگ‌های خونینی بین دو برادر و فرزندان آن‌ها و دیگر نوه‌های تیمور، و همچنین سرداران و سربازان تیمور درگرفت. هر کسی در گوشه‌ای از امپراتوری تیمور، علم استقلال برافراشت و ادعای جانشینی تیمور را داشت.

سرانجام شاهرخ توانست بر رقیبان خود غلبه کند و کم‌وبیش تمامی سرزمین‌های تیموری را زیر فرمان خود درآورد. او بعد از غلبه بر رقیبان، خود در هرات نشست و پسرش **الغ‌بیگ** (الغ‌بیگ یعنی «امیر بزرگ») را مأمور ادارهٔ ماوراءالنهر در خراسان کرد. تا آن زمان الغ‌بیگ بیشتر همراه پدرش در جنگ‌ها شرکت می‌کرد.

الغ‌بیگ بعد از مرگ پدرش (در سال ۸۵۰ هجری قمری) چندان دوامی نیاورد و سرانجام، بعد از سه سال با توطئه پسرش **عبداللطیف** کشته شد. الغ‌بیگ ۳۶ سال بر ماوراءالنهر حکومت کرد و در تمام این مدت، سمرقند مرکز حکومت او بود و تنها برای جنگ با مخالفان و گشودن شهرها، از سمرقند خارج می‌شد. الغ‌بیگ را دوستدار دانش و خود او را یکی از دانشمندان می‌دانند. این شاید، تا اندازه‌ای درست باشد، ولی در واقع الغ‌بیگ هم، مانند پدر و جد خود، آدمی ستمگر و خودکامه بود. گاهی با دانشمندان می‌نشست و گفت‌وگو می‌کرد. دربار باشکوه و حرمسرای او، جنگ‌های او و حتی معماری زمان او ـ که به‌دست معماران هنرمند و گمنام ایرانی و با کار اجباری هزاران انسان ساده انجام گرفته است ـ گواهی بر این مطلب است.

بسیاری را عقیده بر این است که الغ‌بیگ وسیلهٔ نابودی جمشید کاشانی را فراهم کرده است. «تذکرهٔ هفت اقلیم» که نزدیک به ۱۷۵ سال بعد از مرگ کاشانی و به‌وسیلهٔ **امین احمد رازی** نوشته شده است، این مطلب را تأیید می‌کند. او می‌نویسد: «چون جمشید کاشانی از تعظیم و تکریم خودداری می‌کرد، جناب میرزا [الغ‌بیگ] از این رهگذر همواره مکدر بود و اظهار آزردگی می‌فرمود. اما بنابر آنکه معاملهٔ زیج بی‌وجود مولانا [یعنی جمشید کاشانی] اختتام نمی‌پذیرفت، در تجرع [یعنی فرو خوردن خشم] سخنان تلخ مولانا صابر بود و همیشه بر زبان می‌آورد که این مهم کی صورت انصدام یابد [یعنی چه زمانی تمام می‌شود] تا من از اطوار و گفتار ناهنجار مولانا جمشید خلاص شوم و بعضی باعث فوت مولانا را از جانب

میرزا الغ‌بیگ می‌دانند.»

به‌جز این، الغ‌بیگ در مقدمهٔ زیج خود، محاسبهٔ سینوس یک درجه را که بی‌تردید از شاهکارهای کاشانی است، بعد از مرگ جمشید به خود نسبت داده است، بدون اینکه از کاشانی نام ببرد.

الغ‌بیگ در مقدمهٔ زیج خود، محاسبهٔ سینوس یک درجه را که بی‌تردید از شاهکارهای کاشانی است، بعد از مرگ جمشید به خود نسبت داده است، بدون اینکه از کاشانی نام ببرد

ریاضی‌دانان ایرانی در سده‌های سیزدهم تا پانزدهم میلادی، در زمینهٔ ریاضیات محاسبه‌ای به موفقیت‌های زیادی رسیدند. آن‌ها محاسبه و تنظیم جدول‌های مثلثاتی، حل مثلث کروی، محاسبهٔ ریشه‌های معادله‌های جبری، محاسبهٔ دقیق عدد پی، عمل‌های مربوط به محاسبه و تشکیل نظریهٔ نسبت‌ها را قوام دادند و مفهوم عدد را دربارهٔ کمیت‌های پیوسته گسترش بخشیدند.

نوشته‌های بکر و ترجمه‌های ریاضی‌دانان و اخترشناسان این دوره که بیشتر ایرانی بودند، تأثیری عظیم بر پیشرفت فرهنگ و دانش کشورهای اروپایی از سدهٔ دوازدهم به بعد داشت. در سدهٔ دوازدهم، رساله‌های حساب و جبر خوارزمی به لاتینی ترجمه شد... در جریان مبارزهٔ بین هواداران محاسبهٔ جدید با نمایندگان حساب قدیمی رومی، سرانجام عددهای موضعی و رقم‌های هندی ۱، ۲، ۳، ...، ۹ در اروپای غربی رواج یافت که به اشتباه نام «رقم‌های عربی» به خود گرفت: شکل لاتینی نام «الخوارزمی» به‌صورت Algorithmus، در آغاز به شیوهٔ محاسبه با دستگاه عددنویسی موضعی ده‌دهی گفته می‌شد و سپس (از زمان لایب نیتس)، هر جریان محاسبه‌ای منظم را «آلگوریتم» گفتند. نخست نام رسالهٔ خوارزمی به همان صورت اصلی خود «الجبر و المقابله» و سپس نام «الجبر» به‌صورت Algebre روی این دانش گذاشته شد. کمابیش در همین زمان، نوشته‌های **فارابی**، **ابوکامل**، **ابن‌هیثم** و **ابن‌سینا** نیز ترجمه شد.

در سدهٔ دوازدهم «مقدمات» **اقلیدس**، «مجسطی» **بتلمیوس**، نوشته‌های **ارشمیدس**، **آپولونیوس** و دیگر دانشمندان یونان باستان از عربی به لاتینی برگردانده شد. ترجمهٔ مستقیم این اثرها از زبان یونانی در سده‌های پانزده و شانزده انجام گرفت. در این زمان در اسپانیا، ایتالیا و جنوب فرانسه، تعداد زیادی به ترجمهٔ نوشته‌های عربی مشغول بودند.

نخستین ریاضی‌دان اروپای غربی، **فیبوناچی** (حدود ۱۱۷۰-۱۲۵۰ میلادی) در تونس تحصیل می‌کرد. کتاب «حساب» فیبوناچی زیر تأثیر جدی **ابوکامل** نوشته شده و او مسئله‌های زیادی از جبر و حساب را از او تقلید کرده است. ریاضی‌دان بزرگ دیگر اروپای سده‌های میانه، **رژیومونتان** (۱۴۷۶-۱۴۳۶ میلادی)، نویسندهٔ کتابی در مثلثات به‌نام «پنج کتاب» دربارهٔ همهٔ گونه‌های مثلث است که از نوشته‌های بتانی و نصیر توسی استفاده کرده است.

در سدهٔ پانزدهم میلادی، وقتی که قسطنطنیه به‌وسیلهٔ ترک‌ها اشغال شد، تماس بین دانشمندان شرق با اروپا بیشتر شد. در این زمان دیگر جدول‌های اخترشناسی گورکانی و سایر نوشته‌های دانشمندان سمرقند که به زبان‌های یونانی جدید، لاتینی و آلمانی ترجمه شده بود، در اروپا پیدا می‌شد ضمن این ترجمه‌ها، باید نخستین نوشته‌های مربوط به جبر را هم نام برد که در آن‌ها، برای نخستین بار، اصطلاح‌های جمشید کاشانی در اروپا معمول شد. در همین زمان در اروپا، بحثی که خواجه نصیر توسی دربارهٔ اقلیدس کرده بود (تحریر اقلیدس)، اروپایی‌ها را با دیدگاه‌های **خیام** و توسی دربارهٔ تشکیل نسبت‌ها و هم دربارهٔ خط‌های راست موازی آشنا کرد. ممکن است اروپایی‌ها، اندیشهٔ مربوط به بی‌نهایت کوچک‌ها را، از بحثی که توسی دربارهٔ ارشمیدس دارد، گرفته‌باشند.

اندیشه‌های خیام و توسی و تعمیم مفهوم عدد و گسترش آن تا عدد پیوسته، به اندیشه‌های **رنه دکارت** (۱۶۵۰-۱۵۹۴ میلادی) خیلی نزدیک است که پاره‌خط هندسی را به‌وسیلهٔ مقدار متغیری که معرف نقطه‌های پاره‌خط راست است، شرح می‌دهد. ما دربارهٔ آشنایی دکارت با نوشته‌های توسی اطلاعی نداریم، ولی **جان والیس** (۱۶۶۳-۱۶۱۶ میلادی) با این نوشته‌ها آشنا بود و در یکی از کارهای خود که به نظریهٔ خط‌های راست موازی و نظریهٔ تشکیل نسبت‌ها اختصاص دارد، همان تفسیر توسی را دربارهٔ این موضوع‌ها تکرار کرده است. **ساکری** با نظریهٔ خط راست خیام و توسی به‌وسیلهٔ والیس آشنا شد. نظریهٔ نسبت‌ها و نظریهٔ خط‌های راست موازی به دو کشف بزرگ در تاریخ ریاضیات، منجر شده است: ورود کمیت‌های متغیر در ریاضیات و کشف هندسهٔ نااقلیدسی.

در این زمان، بسیاری از کارهای کاشانی در اروپا شناخته نشده بود و دانشمندان اروپای غربی، بعد از ۱۵۰ تا ۲۰۰ سال بسیاری از کشف‌های کاشانی را دوباره کشف کردند: رابطهٔ مربوط به توان‌های دوجمله‌ای (دو جمله‌ای نیوتون برای نماهای طبیعی) به‌وسیله **شتیفل** در سال ۱۵۳۵ میلادی و کسرهای ده‌دهی به‌وسیلهٔ **سیمون سته وَن** در سال ۱۵۸۲ میلادی کشف شد. عدد پی هم تا ۱۷ رقم بعد از ممیز، دوباره در سال ۱۵۹۳ میلادی به‌وسیله **آندریان وان رومن** محاسبه شد.