

حدس گلدباخ

سرگرمی‌های ریاضی

۱. نواری از کاغذ به طول $\frac{2}{3}$ متر داریم و هیچ نوع خط کش یا متری برای اندازه‌گیری در اختیار نداریم. چگونه می‌توانیم با یک بار قیچی کردن قسمت اضافی، نواری دقیقاً به طول نیم‌متر به دست آوریم.

۲. دوازده نفر در یک دور مسابقات تنیس (که در آن همه بازیکنان با یکدیگر دیدار می‌کنند)، شرکت کرده‌اند فرض کنیم v_k و F_k به ترتیب نشان‌دهنده بردها و باخت‌های بازیکن k باشند، ثابت کنید که:

$$v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_{12}^2$$

پاسخ سرگرمی‌های شماره‌ی قبل

۱. اندازه گرفتن مدت زمان ۳۰ دقیقه، با این ساعت‌های شنی امکان‌پذیر است. به این منظور ابتدا ساعت ۱۳ دقیقه‌ای را وارونه می‌کنیم و با تمام شدن شن‌های آن، هر دو ساعت را با هم راه می‌اندازیم. وقتی شن‌های ساعت ۹ دقیقه‌ای تمام شدند، دوباره آن را برمی‌گردانیم. تا این جا (۹+۱۳) دقیقه زمان سپری شده است. بعد از ۴ دقیقه‌ی دیگر، شن‌های ساعت ۱۳ دقیقه‌ای تمام می‌شود. تا این جا (۴+۹+۱۳) دقیقه را سپری کرده‌ایم و از ساعت ۹ دقیقه‌ای، به اندازه‌ی ۴ دقیقه شن خارج شده است. اکنون با برگرداندن ساعت ۹ دقیقه‌ای و سپری شدن ۴ دقیقه‌ی دیگر، کل مدت اندازه‌گیری شده برابر است با:

$$\text{دقیقه } 4+4+9+13=30$$

۲. با جای‌گزینی به صورت زیر، مقدار A را محاسبه می‌کنیم:

$$9 = 1 - 10^{-1}; 99 = 1 - 10^{-2}; 999 = 1 - 10^{-3}; \dots; \underbrace{999\dots9}_{99} = 1 - 10^{-99}$$

بنابراین داریم:

$$A = (1-10^{-1}) + (1-10^{-2}) + (1-10^{-3}) + \dots + (1-10^{-99})$$

$$= 99 - (10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3} + \dots + 10^{-99})$$

$$= \underbrace{111\dots11}_{99} - 99 = \underbrace{111\dots100}_{97} + 110 - 99$$

$$= \underbrace{111\dots000}_{97} + 11$$

$$= \underbrace{111\dots011}_{97}$$

تا ۹۷

در نتیجه ملاحظه می‌کنیم که A دارای $97+2=99$ رقم یک است.

نظریه‌ی اعداد شاخه‌ای از ریاضیات است که به مطالعه‌ی اعداد صحیح و خواص آن‌ها می‌پردازد و شامل موضوع‌هایی در ریاضیات است که توانسته‌اند، توجه بشر را برای هزاران سال به خود جلب کنند. در این شاخه از ریاضیات به مسائلی برمی‌خوریم که صورت آن‌ها ساده و قابل فهم است و هر علاقه‌مند و کنجکاوی را برمی‌انگیزد که درصدد حل آن‌ها برآید. این گونه مسائل چند صد سال است که عده‌ی کثیری از علاقه‌مندان و ریاضی‌دانان را به خود مشغول داشته و باعث پیدایش شاخه‌های جدید و نظریه‌های بدیع شده‌اند. یکی از این گونه مسائل در نظریه‌ی اعداد، «حدس گلدباخ» است که به بیان آن می‌پردازیم.

کریستیان گلدباخ (۱۷۶۴-۱۶۹۰م) ریاضی‌دانی آلمانی است که در روسیه زندگی می‌کرد. شهرت او به خاطر طرح یک مسئله‌ی حل نشده در نظریه‌ی اعداد است. گلدباخ در سال ۱۷۴۲ میلادی در نامه‌ای به لئوناردو اویلر (۱۷۸۳-۱۷۰۷)، ریاضی‌دان سوئیس، حدس خود را به این صورت مطرح کرد: «هر عدد صحیح زوج، مجموع دو عدد است که یا اول یا عدد ۱ هستند.»

صورت کلی‌تر حدس این است که هر عدد صحیح زوج بزرگ‌تر از ۴ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول فرد نوشت. به آسانی می‌توان درستی حدس گلدباخ را با یک استدلال استقرایی درباره‌ی چند عدد زوج نخست تحقیق کرد:

$$\begin{aligned} 2 &= 1+1 & 14 &= 11+3=7+7=13+1 \\ 4 &= 2+2=3+1 & 16 &= 13+3=11+5 \\ 6 &= 3+3=5+1 & 18 &= 13+5=11+7=17+1 \\ 8 &= 5+3=7+1 & & \vdots \\ 10 &= 7+3=5+5 & 30 &= 23+7=19+11=17+13=29+1 \\ 12 &= 7+5=11+1 & & \end{aligned}$$

به نظر می‌رسد که اویلر هرگز برای حل این مسأله اقدام نکرده‌است. ولی در نامه‌ای که بعداً به گلدباخ نوشت، متقابلاً حدسی از خود به این صورت مطرح کرد: «هر عدد صحیح زوج تا کمتر از 6 به صورت $2+4n$ ، مجموع دو عدد است که هر یک یا عددی اول به صورت $1+4n$ یا عدد ۱ هستند.» دانشمندان، ریاضی‌دانان و علاقه‌مندان زیادی طی حدود ۲۷۰ سال برای حل و اثبات حدس گلدباخ کوشیده‌اند، اما تاکنون در حل آن ناکام مانده‌اند.