



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
مركز نشریات كالتوري آموزش

ISSN: 1606-9188

رشد آموزش

۱۲۵

رسانه

فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی | برای معلمان، مدرسان و دانشجویان
دوره سی و چهارم | شماره ۲ زمستان ۱۳۹۵ | ۶۴ صفحه | ۱۳۰۰۰ ریال | پیامک ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳
www.roshdmag.ir



- دوره پیش دبستانی: بستری برای بنا کردن شخصیت کودک
- آیا جامعه به مدال اوران المپیادهای بین المللی ریاضی احتیاج دارد؟
- مقدمه‌ای بر روش های مختلف ضرب

رشد آموزش

ریاضه ۱۲۵

فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برای معلمان، مدرسان و دانشجویان

دوره سی و چهارم | شماره ۲ | زمستان ۱۳۹۵

زهرا گویا	۲	به جای سخن سر دبیر: دوره پیش دبستانی: بستری برای بنا کردن شخصیت کودک
بتول زندی گوهرریزی، ابوالفضل رفیع پور	۶	استفاده از رویکرد انتقادی در حل یک مسئله مدل سازی
لین وست، ترجمه: رضا معطی، پریسا رحیم خانی	۱۲	مقدمه ای بر روش های مختلف ضرب
علی خزلی	۲۲	پنجاه و هفتمین المپیاد بین المللی ریاضی؛ هنگ کنگ، ۲۰۱۶
سومن کونگ، ترجمه: فاطمه حاج عزیزی	۲۶	آیا جامعه به مدال آوران المپیادهای بین المللی ریاضی احتیاج دارد؟
مریم بهاء لو	۳۱	روایت معلمان: طراحی فعالیتی برای درک کسر متعارفی به عنوان یک عدد
حمید دافعی	۳۸	آموزش مفاهیم ریاضی به کمک باز نمایی های چندگانه
محمد حسام قاسمی	۴۱	دو مفهوم کلیدی ریاضی دوره ابتدایی
زهرا گویا	۵۰	گزارش: چگونه حل کنیم؟
فاطمه احمدپور	۵۲	گزارش و خبر: سیزدهمین کنگره بین المللی آموزش ریاضی (۳ تا ۱۰ مرداد ۱۳۹۵)
سید جمال الدین محمودی جزیی	۵۵	دیدگاه: پیامدهای کتاب درسی پزشکی ریاضی، فرار از رشته ریاضی، تنفر از ریاضی
کاظم قاسمی	۶۱	معرفی کتاب: منحنی قائم تابع ابروی توست!
	۶۳	نامه های رسیده

● نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ ● تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ (داخلی ۳۷۴) ● نمابر: ۸۸۳۰۱۳۸ ● وبگاه: www.roshdmag.ir ●
● پیام نگار: riyazi@roshdmag.ir ● پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ ● roshdmag ● تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ ● کد دفتر مسئول: ۱۰۲ ● کد دفتر مجله: ۱۱۳ ●
● کد امور مشترکین: ۱۱۴ ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱ ● تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۷۳۳۶۶۵۵ ● چاپ: شرکت افست (سهامی عام) ● شمارگان: ۵۵۰

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود. ● برای ترجمه مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستنده مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه مقاله را به مترجم دیگری بدهد. ● در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود. ● پی نوشته ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحه مورد استفاده باشد. ● چکیده ای از اثر و مقاله ارسال شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده ذکر شود. ● همچنین: ● مجله در پذیرش، رد و ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است. ● مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبنی نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ گویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. ● مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

دوره پیش دبستانی:

بستری برای بنا کردن شخصیت کودک



تا نبیند کودکی که سیب هست
او پیاز گنده را ندهد ز دست

(مولانا جلال الدین رومی)

با طبیعت معصوم کودکانی که یادشان نداده‌ایم چگونه تصمیم‌گیری کنند، دفاع کنیم یا در مقابلشان سکوت کنیم؟ کودک به سبب «کودکی» اش، «دیگران» در برنامه‌ریزی برای زندگی و تربیتش، نقشی بزرگ و مسئولیتی مهم دارند و وای به روزی که یک جامعه آموزشی، خطا کند و حتی صادقانه، مسیرهای اشتباهی برای آموزش کودکان انتخاب نموده یا به هر علت، راه را گم کند! به دلیل اهمیت این برهه اثرگذار و غیرقابل جبران در زندگی کودکان، سازمان‌های جهانی در تلاش‌اند تا از حق طبیعی کودکان برای آموزش، حمایت کنند و مسیر آن را تسهیل نمایند.

به گفته معاون آموزش ابتدایی وزارت آموزش و پرورش، «در بیانیه بوتراچا، چشم‌انداز ۲۰۳۰، آرمان‌های آموزش پیش‌دبستانی و آنان کودکی در منطقه آسیا و اقیانوس آرام، مشخص شده است و این بیانیه، می‌تواند نیروی محرکه کشورهای منطقه، به‌منظور حرکت به جلو در این بخش باشد». وی در ادامه تصریح کرده که «همه کشورهای عضو، باید تا پایان سال ۲۰۳۰ میلادی، یک سال دوره پیش‌دبستانی رایگان و اجباری را برای کودکان کشور خود، به اجرا درآورند» (۱۳۹۵/۵/۳). تأکید بر «رایگان و اجباری» بودن این دوره، ملاحظات گوناگونی را برای نظام‌های آموزشی ایجاد می‌کند تا هر چه سریع‌تر، زمینه‌های لازم برای اجرایی شدن این دو وجه را در آموزش‌های پیش‌دبستانی خود، به وجود آورند. باعث خوشحالی است که در ایران نیز، در تاریخ ۲۵ تیرماه ۱۳۸۷ و در هفتصد و هفتاد و هفتمین جلسه شورای عالی آموزش و پرورش،

آموزش، در عرصه اجتماعی و در واقعیت زمان و مکان معنا می‌شود و مفهوم پیدا می‌کند. در انتزاع و بدون توجه به واقعیت، همه چیز می‌تواند «بد» و همه چیز می‌تواند «خوب» باشد! زیرا این دو ویژگی، هر دو نسبی و اعتباری‌اند و اگر محک «اخلاق» نباشد، انسان همیشه سرگشته و به معنای واقعی، «در خسران» است. اما واقعیت، اخلاق را شکل می‌دهد، برای خوب و بد، مصداق می‌آورد و از تجربه و عقل سلیم (خرد-جمعی) و سرشت انسانی که خالق هستی، بشر را به زیور آن آراسته است، برای قضاوت در مورد «اخلاقی» بودن یک عمل، و بعد مناسب بودن آن برای زمان و مکان خویش، استفاده می‌کند. به قول مولانا، کودک تا طعم «سیب» را نچشد و جایگزینی برای «پیاز»ش نیابد، چرا باید آن را هم از دست بدهد؟ آیا او برای این که تصمیم بهتری بگیرد، قضاوت اخلاقی می‌کند؟ مصالح زمان و مکان را هدایت‌گر خود می‌داند؟ حکم عقل سلیم یا خرد جمعی حرف آخر را برایش می‌زند؟ یا آن که می‌داند و می‌دانیم که کسی که روح خدا در وی دمیده شده، بر اساس سرشت انسانی‌اش، قادر است یاد بگیرد که مناسب‌ترین تصمیم را بگیرد. صادقانه اگر به آخرین مورد باور داشته باشیم - که شالوده هستی و باورمان مبتنی بر آن است - آیا می‌توانیم از این همه فشار و رفتارهای مطالعه نشده و برنامه‌های ناسازگار

اصول و چارچوب برنامه و فعالیت‌های آموزشی و پرورشی دوره پیش دبستانی، به تصویب رسیده است و قرار است که در آینده‌ای نزدیک، مسئولیت این دوره به طور کامل، از بهزیستی به آموزش و پرورش منتقل شود. طبیعی است که در این بین، مؤسسات متعددی که بر حسب نیاز جدی جامعه و کودکان، مراکز متعدد خصوصی دایر کرده‌اند، در تلاش‌اند تا برای ربودن گوی سبقت از یکدیگر و در انحصار گرفتن برنامه این دوره از طریق گرفتن «تأیید» از یکی از بخش‌های وزارت آموزش و پرورش، در این راه، رقیبان را پشت سر بگذارند. این کار، دو جنبه «خوب» و «بد» دارد که نیازمند توضیح است: اگر کسانی که در این حوزه کار کرده و به جامعه خدمات ارائه داده‌اند، تجربه‌های غنی آموزشی و اجرایی خود را با آموزش و پرورش به اشتراک بگذارند، کار ارزنده‌ای انجام می‌دهند و در برنامه‌ریزی جهت ارائه آموزش با کیفیت برای کودکان و فراهم کردن زمینه‌های لازم به منظور تحقق «رایگان و اجباری» نمودن این دوره، می‌توانند یار و یاور نظام آموزشی گردند. اما اگر کسانی بخواهند از این موقعیت پیش‌آمده، خدای ناکرده بار خویش ببنند و مشتریان بالقوه و مشتاق خود را از طریق تبلیغ برای برنامه‌های پرهیجان و نویدبخش و به ظاهر «هوش‌رُبا»، چنان مدهوش کنند که قانع شوند تا کودکانشان را به آن‌ها بسپارند، این فرصت طلایی از دست می‌رود. بگذریم که خانواده‌ها در این زمینه، نقش عجیبی دارند و تعداد اندکی از آن‌ها، شیفته اسامی پر زرق و برق می‌شوند که با تأسف، قادر به بررسی درستی یا نادرستی‌شان نیستند، یا نمی‌خواهند باشند. این مقوله، نیازمند بحث جدایی است که در این مختصر، نمی‌گنجد. هستند والدینی که به «ول» بودن و «برتری» فرزند خود، علاقه بسیار دارند و در سرمقاله شماره ۱۲۲، به عطش ایجاد شده در خانواده‌ها برای ارتقای ریاضی فرزندانشان از طریق «چرتکه‌های وارداتی از جنوب شرقی آسیا»، اشاره مختصری نمودم. اما با توسعه دوره پیش دبستانی و رسمیت یافتنش به عنوان یکی از دوره‌های الزامی آموزش رسمی در ایران، لازم می‌دانم که در اینجا، به سه نام، اشاره کنم و بقیه را به خوانندگان محترم مجله بسپارم تا به بحث پیش دبستانی و مواد به اصطلاح آموزشی که برای آن در بازارهای معمولی یا مجازی عرضه می‌شود، عمیق‌تر بپردازند.

این سه نام، سه نوع مدرسه هستند که سابقه هر کدام، به یک قرن یا بیش از نیم قرن می‌رسد و معلوم

نیست که چرا ناگهان و در چند سال اخیر، این قدر در ایران، مورد توجه واقع شده‌اند؟ طوری که مدارس با تبلیغ این نام‌ها، خانواده‌ها را مسحور کرده و در این وانفسای کاهش تعداد دانش‌آموزان، امیدوارند که تعداد بیشتری مشتری جلب کنند. آن‌ها برای معلمان دوره می‌گذارند تا با اخذ گواهی این مدرسه‌ها، افتخار تدریس در یکی از این سه نوع را پیدا کنند، کارگاه آموزشی تشکیل می‌دهند، از این مدارس در کشورهای دیگر بازدید می‌کنند و خلاصه با چاپ سفرنامه‌ها و امثال آن، عده‌ای دیگر را به حسرت می‌نشانند که «ای کاش ما هم می‌توانستیم از این نعمت، بهره‌مند شویم!» ولی افسوس و صد افسوس که در وضعیت فعلی در ایران، مجوز اصلی ورود به این مدارس، داشتن امکان مالی بالاتر از میانگین است. برای نمونه، با دیدن نشریه‌های الکترونیکی دانش‌آموزان بعضی از مدرسه‌هایی که مجری این برنامه‌های خاص هستند، کنجکاوی‌ام بیشتر شد و بی‌اغراق، تمام تابستان سعی کردم اطلاعاتم را در مورد این برنامه‌ها، کامل‌تر کنم تا بتوانم به معرفی سه نام معروف به ترتیب تاریخ تأسیس مدارس‌شان، یعنی مونته‌سوری، والدروف و رجیو امیلیا، به اختصار بپردازم و به چگونگی و چرایی ایجادشان، اشاره می‌کنم تا شاید، در تصمیم‌گیری برای دل‌بندان پیش از دبستانمان - از نوزادی تا ۶ سالگی - مفید واقع شود.

● رویکرد آموزشی مونته‌سوری

ماریا مونته‌سوری (۱۹۵۲-۱۸۷۰)، اولین زن پزشک در ایتالیا بود که بعد از ابداع روشی برای کار با کودکان معلول، در سال ۱۹۰۷، در یکی از محله‌های زاغه‌نشین شهر رم، اقدام به تأسیس یک «خانه کودکان» برای ۴ تا ۷ ساله‌ها نمود. آوازه جنبشی که مونته‌سوری در ایتالیا شروع کرد، به سایر کشورها هم رسید و بعد از محکوم کردن روش او توسط دولت فاشیست موسولینی، وی مجبور به ترک ایتالیا شد، ولی روش او به خصوص در اروپا و هند، مورد توجه قرار گرفت و توسعه یافت. دیدگاه نظری مونته‌سوری، با پیشرفت‌گراهای اروپایی و به خصوص ژان ژاک روسو، پستالوژی و ایتاد، بسیار نزدیک بود (ادواردز، ۲۰۰۲). او یک ساخت و سازگرا و معتقد به مراحل رشد ذهنی کودک بود و برای رسیدن به هر مرحله و عبور از آن، برنامه آموزشی مشخصی تدوین نمود.

مونته‌سوری به اندیشمندی نهفته در نهاد کودکان، و بارور نمودنش از طریق آموزش باور داشت و معتقد بود که از اوان کودکی، باید به سه جنبه عقلانی، تجربی

مونته‌سوری به
اندیشمندی نهفته در
نهاد کودکان، و بارور
نمودنش از طریق
آموزش باور داشت و
معتقد بود که از اوان
کودکی، باید به سه
جنبه عقلانی، تجربی
و روحانی آنان،
توجه نمود

برای هر تصمیم‌گیری بخردانه، بهینه و کارآمد، اولین گام، دانستن است

و روحانی آنان، توجه نمود. به گفته ادواردز (۲۰۰۲)، برنامه درسی مونته‌سوری کاملاً انفرادی است که چشم‌انداز، توالی و حوزه‌های یادگیری روشنی داشته و بر حل مسئله‌های دنیای واقعی تأکید دارد.

کلاس‌های چندپایه، ارزشیابی توصیفی، معلم دوره دیده، و شروع از سن ۲/۵ سالگی در «محیط آماده شده» با طراحی دقیق، اعتقاد به تحولات آموزشی به عنوان فعالیت‌های اجتماعی/مدنی و نه سیاسی اقتصادی، و بالا بردن ارزش‌های روحی-معنوی انسان، از مهم‌ترین آموزه‌های مونته‌سوری بوده و هست.

در روش آموزشی مونته‌سوری، وقتی که کودکان به صورت فردی یا گروهی، درگیر فعالیت‌های خودراهبری می‌شوند، معلم عملاً نقش یک مدیر معمولی غیرمداخله‌گر را در کلاس ایفا می‌کند. به طور خلاصه، رویکرد مونته‌سوری، کودک-محور است و معلمان، راهنما هستند. در مدارس مونته‌سوری، کار کودکان بازی است و با وجودی که بر جنبه‌های علمی هم تأکید می‌شود، ولی هر کودک، با سرعت خودش جلو می‌رود. اسباب‌بازی‌های مخصوص مونته‌سوری-دست‌ورزی‌ها-جورچین‌ها یا پازل‌هایی هستند که کودکان، خودشان با تلاش و پیگیری، آن‌ها را جور می‌کنند. در این رویکرد، کلاس بر اساس سن کودکان سازماندهی نمی‌شود. کودکان معمولاً برای سه سال اول، یک معلم دارند که با تمام دانش‌آموزان، هم زمان کار می‌کند. هدف اصلی این رویکرد، آموزش راهبری و استقلال به کودکان است.

● رویکرد مدارس والدروف

به درخواست امیل مولت، مدیر کل کارخانه سیگارسازی والدروف-آستوریا در اشتوتگارت آلمان، رودولف اشتاینر (۱۹۲۵-۱۸۶۱)، متفکر، عالم و فیلسوف اتریشی، در بحبوحه جنگ ویرانگر جهانی اول در سال ۱۹۱۹، مدارس والدروف را برای آموزش فرزندان کارگران آن کارخانه، پایه‌گذاری نمود. او به وحدت روح، جسم و روان انسان اعتقاد داشت و تجلی این وحدت را در «اندیشیدن، احساس کردن و اراده کردن» می‌دانست که آموزش مناسب، می‌تواند بین آن‌ها تعادل ایجاد کند (فینزر، ۱۹۵۶). امیل مولت که خود، کودکی پرورشگاهی بود، به آموزش کودکان بسیار اهمیت می‌داد و به اعتقاد وی، دانش ماهیت حقیقی انسان-تلفیق دو دنیای روحانی و علمی حکمت انسانی است و هدف وی این بود که در این مدرسه، با چنین اعتقادی، انسان‌هایی تربیت شوند که بتوانند جامعه‌ای

با عدالت و همراه با صلح بسازند. ویژگی این مدرسه این بود که از پیش‌دبستانی تا پایان دبیرستان را در بر می‌گرفت، خودگردان بود، امتحان ورودی نداشت و پسرانه و دخترانه بود. برای معلمی کردن در مدارس والدروف، حتماً باید دوره مخصوص آن را گذرانده و برایش گواهی دریافت نمود. رویکرد آموزشی این مدرسه بازی-محور و بر اساس برنامه ساختاریافته منظم است؛ مثلاً یک روز آشپزی، یک روز کار توی باغچه و شروع روز دیگر همراه با فعالیتی جدید، کارهایی که همگی، از قبل برنامه‌ریزی شده‌اند. در این مدرسه، کودکان با برنامه مشخصی و بعد از یادگیری خلاق، پرورش خلاقیت، همکاری، و نزدیک کردن فضای مدرسه به خانه-گرم و دوستانه، با اسباب‌بازی‌های چوبی و مواد طبیعی بازی می‌کنند و یاد می‌گیرند. در این مدارس، از هیچ رسانه تکنولوژیکی استفاده نمی‌شود و به کودکان نیز، نمره داده نمی‌شود. رویکرد والدروف این است که به کودکان، چگونه فکر کردن را بیاموزد، نه آن که به چه فکر کنند. این رویکرد، برای چهار گروه سنی، برنامه درسی پیش‌بینی کرده است؛ برنامه‌هایی که ساختار منسجم دارند و توالی در آن‌ها رعایت شده است، اما بر کتاب درسی متکی نیست. برای مثال، کودکان با دقت به یک موضوع ریاضی که مربی/معلم در قالب داستان بیان می‌کند، گوش می‌دهند و بعد از فهمیدن آن، با تخیل و تصور خود، درس را بازتولید می‌کنند.

● رویکرد آموزشی رجیو امیلیا

بعد از جنگ جهانی دوم، والدین، سیاست‌گذاران و آموزشگران، با هم تلاش کردند تا آموزش اجباری را برای نوزادان و کودکان تا شش سالگی، فراهم کنند. ابتدا به خاطر ضرورت رفتن زنان بر سر کار و اداره زندگی، این به اصطلاح مهد کودک‌ها، توسط لوریس مالاگوزی (۱۹۲۰ تا ۱۹۹۴) در شهر کوچک رجیو امیلیا نزدیک میلان، دایر شد که به تدریج، توجه متخصصان آموزش و نگهداری نوزادان و کودکان را در سراسر جهان، به خود جلب کرد (برتولینی، ۲۰۱۳). در ایتالیای بعد از جنگ جهانی دوم، برای پرکردن شکاف اجتماعی بین دهقانان، کارگران و طبقات متوسط، جامعه شهری به این نتیجه رسید که آموزش نوزادان، هر چه زودتر شروع شود، تا طعم تلخ نابرابری اجتماعی، کودکان را قبل از رسیدن به ۶ سالگی و رفتن به مدرسه، درمانده نکند. در این مهدها، رویکردی انتخاب شد که در سراسر دنیا شناخته شده است و شعار آن، «صدها زبان کودکان» است. کودکان و بزرگسالان، دانش خود را از طریق

تعامل با یکدیگر و با محیط، می‌سازند. شهرداری‌ها مسئولیت ساخت و اداره این مهد کودک‌ها را به عهده دارند. مدارس رجبو بر این اصول تأسیس شده‌اند که آموزش برای کودکان، حق است نه امتیاز؛ کودکان، معمار یادگیری خود هستند؛ و یادگیری پروژه-محور و اکتشافی، استراتژی مورد استفاده آن‌هاست. مدارس رجبو، خانواده-محورند و از نظر ظرفیت برای پذیرش، اولویت با کودکان معلول یا کودکانی است که نیازمند خدمات اجتماعی ویژه‌اند. مدارس رجبو امیلیا، دارای یک الگوی رسمی با روش‌های آموزشی تعریف شده، برنامه درسی، استانداردهای تربیت مدرس و فرایندهای اعتباربخشی به معلمان و گواهی دادن به آنان نیست. در مقابل، معلمان رجبو امیلیا، راجع به «تجربه‌های» شکل گرفته یا در حال شکل‌گیری خود صحبت می‌کنند و خودشان را به عنوان تهییج‌کننده و منبع ارجاعی برای کودکان، می‌بینند و این کار را از طریق گفتگو و با یک دیدگاه قوی و غنی نسبت به کودک، شروع می‌کنند. دیدگاه مالاگوزی، بیشتر ساخت و سازگرایی اجتماعی از نوع رویکرد ویگوتسکی بود. تأکید وی تنها بر نوزادان و خردسالان بود. مالاگوزی، کودک را از بدو تولد، موجودی اجتماعی می‌دانست که سرشار از هوش، کنجکاوی و شگفتی است و روش او، «آموزش مبتنی بر روابط» بود. وی بر هر کودک، با توجه به روابطش با سایر کودکان در کلاس، خانواده، دوستان، جامعه، معلمان و محیط، متمرکز می‌شد و سعی می‌کرد بدین ترتیب، وی را بهتر بشناسد و مسیر تحولش را هموار کند. مالاگوزی، باور داشت که چنین کودکی، در هر جامعه‌ای که قرار گیرد، «فرهنگ، ارزش و حق» تولید می‌کند. این کودکان در مدارس رجبو امیلیا، با «صدها زبان» رسا و گویا و عمیق، کلمات، حرکات، نقاشی، رنگ‌کردن، ساختن، مجسمه‌سازی، سایه‌بازی، کولاژ، اجرای نمایش، موسیقی و بسیاری دیگر، دائم در حال کشف و ترکیب این‌ها و ساختن‌های جدید هستند. یاددهی و یادگیری، برآمده از مذاکره و تفاهم بین معلم و کودک است. در این رویکرد، معلم نقش هنرمندی را دارد که بین درگیر شدن کودک و توجهی که نسبت به فعالیت‌ها نشان می‌دهد، تعادل ایجاد می‌کند.

مشابهت‌ها و تفاوت‌ها

به گفته ادواردز (۲۰۰۲)، هر سه این دیدگاه‌ها، نشان‌دهنده یک ایده‌آلیسم هستند که هدفشان، روی‌گردانی از جنگ و خشونت و رفتن به سمت صلح و بازسازی بوده است. اینکه نسبت به کودکان دیدگاه

منسجمی وجود دارد که دغدغه‌اش این است که چگونه می‌توان از طریق کمک کردن به کودکان که تمام توانایی‌های خود را به عنوان انسانی باهوش، خلاق، و تمام و کمال تشخیص دهند و بدین ترتیب، جامعه انسانی را بهبود بخشند. هم‌چنین، نقش والدین در هر سه رویکرد، پررنگ است. ولی با این حال، تفاوت‌های اساسی بین آن‌ها، هم در سطح اصول و مبانی و هم استراتژی، وجود دارد که ریشه در دیدگاه‌های هر یک نسبت به ماهیت نیازهای کودک، علایق آنان و حالت‌های یادگیری است که ناشی از تفاوت در نحوه تعامل مربی/معلم با کودکان در کلاس، سازماندهی فعالیت‌های یادگیری برای کودکان و چگونگی مستند کردن/مشاهده فعالیت‌های کودکان است.

به‌طور مشخص، با توجه به باورها و تخصص‌های پایه‌گذاران هر کدام از این سه مرکز آموزشی کودکان و دغدغه‌های هر یک در موقعیت‌های زمانی خاص، برنامه درسی، آموزش‌های فردی یا گروهی، نقش و جایگاه معلم، فضای آموزشی و ارزشیابی هر کدام، با وجود مشابهت، تفاوت‌های اساسی با هم دارند. اما قدر مسلم این است که هر سه رویکرد، ماهیت غیرمتمرکز دارند، اگرچه مدارس والدروف و مونته‌سوری، از طریق سازمان‌هایی که تأسیس کرده‌اند و تأکیدی که بر معلمان دوره دیده توسط مراکز خود دارند، با وجود عدم تمرکزی که نسبت به برنامه‌های رسمی نظام‌های آموزشی دارند، در درون خود، نوعی از تمرکز ایجاد کرده‌اند.

در هر صورت، برای هر تصمیم‌گیری بخردانه، بهینه و کارآمد، اولین گام، دانستن است.

منابع

۱. فینزر، تورین. ام. (۱۹۵۶). *سفری پر ماجرا: تجربه آموزگار موفق مدارس والدروف*. ترجمه پروین عالمی (۱۳۹۴). نشر دانژه.
2. Arleen Theresa Dodd- Nufrio. (2011). Reggio Emilia, Maria Montessori, and John Dewey: Dispelling Teachers' Misconceptions and Understanding Theoretical Foundations. Early Childhood Education Journal; 39: 235- 237. Springer.
3. BartoliniBussi, Maria, G. (2013). Bambini CheContano: A long term program for preschool teachers' development. Paper presented at the CERME8_WG13. Antalia, Turkey.
4. Edwards, Carolyn, P. (2002). Three approaches from Europe: Waldorf, Montessori, and Reggio Emilia. Early Childhood Research & Practice. Vol. 4; No. 1. University of Nebraska at Lincoln.



استفاده از رویکرد انتقادی در

حل یک مسئله مدل سازی

بتول زندی گوهرریزی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، مدرس خانه ریاضیات و مدارس کرمان
ابوالفضل رفیع پور، عضو هیئت علمی بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

رشد جمعیت، نامناسب بودن الگوی مصرف و اختلالات قیمتی ناشی از دخالت دولت در نظام قیمت گذاری و در نتیجه، افزایش روزافزون سهم انرژی های فسیلی در تأمین تقاضا، از ویژگی های بارز بخش برق ایران است (شریفی و همکاران، ۱۳۸۸). از طرفی، فناپذیری منابع تجدیدناپذیر و وقوف جهانیان بر آثار مخرب زیست محیطی مصرف سوخت های فسیلی نظیر گرمایش جهانی و آلودگی آب، هوا و خاک، به توسعه بهره داری از منابع تجدیدپذیر منجر شده است (زینل زاده و همکاران، ۱۳۹۱). در بین انرژی های تجدیدپذیر، می توان انرژی خورشیدی را به عنوان یک منبع بی پایان انرژی که حلال مشکلات بسیاری در زمینه انرژی و محیط زیست است، نام برد. این انرژی هزاران بار بیشتر از آن مقداری که انسان نیاز دارد و مصرف می کند، به زمین می تابد. هم چنین، استفاده از این انرژی نگرانی های بشر را در مورد پایان پذیری، افزایش آلودگی های ناشی از تبدیل آن به انرژی های دیگر و مسائل نظیر آن، برطرف کرده است (خوش اخلاق و همکاران، ۱۳۸۴). از این رو، صفحات خورشیدی سال هاست که روی پشت بام منازل و به خصوص مراکز آموزشی و تحقیقی قرار گرفته اند تا سهمی هرچند اندک در تولید انرژی های پاک بر روی زمین داشته باشند. با توجه به موقعیت بسیار مناسب و ویژه جغرافیایی استان کرمان در بهره مندی از تابش نور خورشید، با تقریب تمام روزهای سال، امکان استفاده از انرژی های تجدیدپذیر در استان وجود دارد. لذا این استان دارای پتانسیل بالایی

چکیده

هدف از آموزش ریاضی، تنها آموزش فرمول ها و قواعد صرف ریاضی نیست، بلکه یکی از اهداف آن، آموزش دانش آموزانی منتقد و شهروندانی متعهد است. به عبارت دیگر، شناخت نقش دانش آموزان در زندگی فردی، اجتماعی و فرهنگی، یکی از اهداف مدنظر است که تحقق آن، با ترغیب و تشویق دانش آموزان به بحث، گفت و گو، تفکر و نگاه منتقدانه نسبت به محیط پیرامونشان، قابل دستیابی است. در این میان، حمایت از تفکر انتقادی اهمیت ویژه ای دارد. در مدل سازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی-انتقادی وجود دارد که به وسیله آن، نقش مدل های ریاضی در جامعه نشان داده می شود. از این رو، مقاله حاضر پس از معرفی این دیدگاه، هشت تن از دانش آموزان یکی از مدارس راهنمایی دعوت به حل سؤالی شده اند که دارای مرجعی در واقعیت است، و از آنجا که وجود بحث های بازتابی بین دانش آموزان اهمیت ویژه ای دارد، مقاله بر روی این بحث ها متمرکز شده است.

کلیدواژه ها: ریاضیات واقعیت مدار، مدل سازی ریاضی، تفکر انتقادی، دیدگاه اجتماعی-انتقادی، بحث های بازتابی

مقدمه

افزایش بی رویه تقاضای برق بنا به دلایلی از جمله

برای استفاده از انرژی خورشیدی است. با توجه به آمار منتشر شده، کرمان سالانه با دارا بودن بیش از ۳۰۰ روز آفتابی و با برخورداری بیش از ۳۰۰۰ ساعت نور خورشید به طور میانگین، یکی از مستعدترین مناطق ایران برای تولید انرژی خورشیدی است (اداره کل هواشناسی استان کرمان؛ سایت آمار ایران).

در همین رابطه، پس از مشاهده مطلبی مبنی بر استفاده مدارس از انرژی خورشیدی در یکی از سایت‌های خبری، یک فعالیت مدل‌سازی ریاضی طراحی شد. متن خبر به شرح زیر است:

رئیس ادارهٔ بودجه آموزش و پرورش استان کرمان در گفتگو با روزنامه محلی شرق، اعلام کرده است: مدارس استان کرمان با اقدامات شایستهٔ شرکت توزیع نیروی برق استان، برق مصرفی خود را از انرژی خورشیدی خواهند گرفت (خبرگزاری مهر).

هدف اصلی پژوهش حاضر، این بود که آیا دانش‌آموزان قادر به شناسایی متغیرهای مصرف برق در مدارس خود هستند؟ آیا می‌توانند در این زمینه، بحث‌های بازتابی و انتقادی داشته باشند؟ آیا قادر به محاسبه میزان کمینه مصرف برق در مدرسه خود هستند؟ آیا قدرت پیش‌بینی دارند؟

برای رسیدن به این منظور، اطلاعات واقعی به دست آمده مربوط به بسته‌های خورشیدی، که از یکی از نمایندگی‌های فروش صفحات خورشیدی گرفته شده بود، در یک کاربرگ گذاشته شد و در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت.

در مدل‌سازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی-انتقادی وجود دارد که به وسیلهٔ آن، نقش مدل‌های ریاضی در جامعه نشان داده می‌شود (کیزر^۱ و سریرامن^۲، ۲۰۰۶). این دیدگاه بر نقش ریاضی در جامعه و لزوم حمایت از تفکر انتقادی، و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌سازی ریاضی در جامعه، تأکید می‌کند. از آنجا که این پژوهش، از دیدگاه اجتماعی-انتقادی معرفی شده توسط باربوسا^۳ بهره می‌گیرد، در بخش بعد به‌طور مختصر، این دیدگاه، و ابزار تجزیه و تحلیل یافته‌ها معرفی می‌شود.

ادبیات پژوهشی

به گفته نیس^۴، بلوم^۵ و گالبرایت^۶ (۲۰۰۷)، قدمت توجه به کاربرد و مدل‌سازی در آموزش ریاضی، به درازای تاریخ تدریس ریاضی است، به طوری که اگر کتاب‌های درسی عربی، هندی، چینی و مصری را بررسی کنیم، مطالبی در مورد چگونگی پرداخت مالیات، اندازه‌گیری زمین، تجارت، ساخت تقویم، بنا کردن یک معبد، تقسیم ارث و مواردی از این

دست را مشاهده می‌کنیم. از سال ۱۹۸۳، جامعه بین‌المللی معلمان مدل‌سازی و کاربردهای ریاضی (ICTMA)^۷، برای ترویج مدل‌سازی در مدارس و دانشگاه‌ها، کنفرانس‌های دوسالانه‌ای تشکیل می‌دهند. گفتنی است تا به حال، هفده دوره از این کنفرانس‌ها برگزار شده است.

در حال حاضر، تحقیقات آموزش ریاضی در حوزه مدل‌سازی ریاضی فعال شده است و در بسیاری از نقاط جهان در حال رشد است (سریرامن، کیزر و بلومهاج^۸، ۲۰۰۶). به ویژه اینکه مدل‌سازی ریاضی، یکی از کانون‌های آموزش ریاضی شده است (باربوسا، ۲۰۰۶). لینگفجارد^۹ (۲۰۰۶)، حوزه مدل‌سازی را چنان وسیع و گسترده توصیف می‌کند که نه تنها آن را نمی‌توان در یک مقاله یا از طریق خواندن یک کتاب درک کرد، بلکه مدعی است که حتی خواندن کتاب‌های یک قفسه هم برای فهمیدن آن، کافی نیست! علاوه بر این، کیزر و سریرامن (۲۰۰۶) در پژوهش دیگری نشان دادند که در بین رویکردهای مدل‌سازی در جهان، تنوع گسترده‌ای وجود دارد و بر همین اساس، به طبقه‌بندی رویکردهای ارائه شده در این حوزه پرداختند.

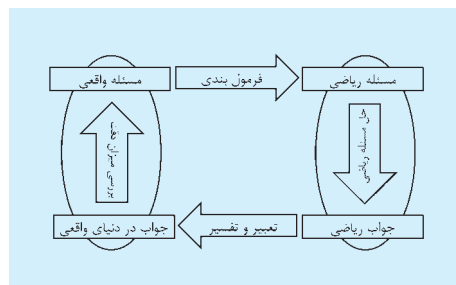
یکی از دیدگاه‌هایی که در این طبقه‌بندی مطرح شده، اصطلاحاً اجتماعی-انتقادی نامیده می‌شود. این دیدگاه توسط باربوسا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶، ۲۰۰۷، ۲۰۰۹، ۲۰۱۳)، توصیف شده و به ابعاد اجتماعی و فرهنگی ریاضی اشاره دارد، و به حوزه ریاضیات قومی که دی‌امبروسیا^{۱۰} (۱۹۹۹) آن را ترویج کرده، نزدیک است (کیزر و سریرامن، ۲۰۰۶). این دیدگاه بر نقش ریاضیات در جامعه، لزوم حمایت از تفکر انتقادی، نقش و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌سازی ریاضی در جامعه تأکید می‌کند. این تأکید مربوط به این ایده است که آموزش ریاضی، باید سعی کند تا دانش‌آموزانی منتقد و شهروندانی متعهد را آموزش دهد. باربوسا در این مقالات، بر نیاز به ترویج آموزش انتقادی از طریق مدل‌سازی ریاضی تأکید می‌ورزد و از آن، با عنوان «مدل‌سازی به عنوان منتقد» یاد می‌کند.

به گفته گویا (۱۳۷۵)، قرن فراصنعتی که به تعبیر الوین تافلر، قرن دانایی نامیده می‌شود، انتظارات جدیدی از ریاضیات به وجود آورده است. در این عصر، پرورش روحیهٔ علمی، تفکر انتقادی و بازتابی و توانایی، بیش از بازوهای سبتر و سینه‌های فراخ اهمیت دارد. یعنی جامعه ما به شهروندانی نیازمند است که بتوانند خوب فکر کرده و تصمیم درست بگیرند. در اصول و استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM^{۱۱}، ۲۰۰۰) بارها به نقش ریاضیات در تربیت شهروندانی اشاره شده که هوشمند بوده و توانایی قضاوت راجع به ادعاها، یافتن سفسطه‌ها و ارزیابی خطرهای را داشته باشند.

در مدل‌سازی، دیدگاهی با عنوان اجتماعی-انتقادی وجود دارد که به وسیلهٔ آن، نقش مدل‌های ریاضی در جامعه نشان داده می‌شود (کیزر و سریرامن، ۲۰۰۶). این دیدگاه بر نقش ریاضی در جامعه و لزوم حمایت از تفکر انتقادی، و ماهیت مدل‌های ریاضی و عملکرد مدل‌سازی ریاضی در جامعه، تأکید می‌کند

این تجزیه و تحلیل، افراد می‌بایست چرخه مدل‌سازی را به طور کامل طی کنند تا مسئله مورد نظر را به درستی مدل‌سازی کنند.

با این حال، شواهد در برخی از این مطالعات نشان می‌دهد که چرخه‌های مدل‌سازی ممکن است برای توصیف اقدامات دانش‌آموزان نامناسب باشند. بر همین اساس، برومو فری (۲۰۰۶) نتیجه می‌گیرد که تمایز بین مراحل مدل‌سازی، از جنبه نظری است و تمایز بین آن‌ها از لحاظ تجربی، دشوار است. علاوه بر این، عوامل بسیاری ممکن است در این مراحل پدیدار شود که توسط چرخه‌های مدل‌سازی، قابل توصیف نباشند. ناسازگاری با رویکرد چرخه مدل‌سازی، در نتیجه کمبود مهارت دانش‌آموزان نیست، بلکه به علت استفاده از یک زاویه دید (لنز) نامناسب برای بررسی عملکردشان است (باربوسا ۲۰۰۷).



شکل ۱: چرخه مدل‌سازی (ورشافل، ۲۰۰۲)

بنابر آنچه بیان شد، چرخه‌های مدل‌سازی از بسیاری از ابعاد چشم‌پوشی می‌کنند و به همین لحاظ، برای مدل‌سازی انتقادی، ابزار تجزیه و تحلیل مناسبی به شمار نمی‌روند. بنا به توصیه باربوسا (۲۰۰۶)، برای درک جنبه‌های شناخت دانش‌آموزان در مدل‌سازی، به بحث‌های کلامی آن‌ها در یک فضای تعاملی توجه می‌شود. باربوسا (۲۰۰۶)، انواع بحث‌های دانش‌آموزان را در حین حل مسئله مدل‌سازی، به شرح زیر پیشنهاد می‌کند (شکل ۲).

- ریاضی: که به ایده‌های مربوط به حوزه ریاضیات محض اشاره دارد؛
- تکنولوژی: به تکنیک‌های ساخت مدل ریاضی اشاره دارد؛
- بازتابی: به ماهیت مدل ریاضی و معیارهای استفاده شده در تبیین مدل و نتایج آن اشاره دارد.

جایگاه این بحث‌ها در تشکیلات فعالیت‌های مدل‌سازی در مدرسه، با توجه به وزنی که توسط معلم به آن‌ها نسبت می‌دهد، تغییر می‌کند. باید اجازه داده شود دانش‌آموزان انواع مختلف بحث‌ها مانند ریاضی، تکنولوژی و بازتابی را توسعه دهند، که مورد آخری، برای توسعه تفکر انتقادی ضروری است. بنابراین، بحث‌های بازتابی بین دانش‌آموزان،

با توجه به آنچه بیان شد، در این دیدگاه از مدل‌سازی، دانش‌آموزان به حل یک سؤال یا بررسی موقعیتی که دارای مرجعی در واقعیت است، دعوت می‌شوند. در این فعالیت‌ها، دانش‌آموزان هیچ استراتژی و طرح آماده‌ای ندارند. بر اساس این دیدگاه، دامنه مدل‌سازی به عنوان یک محیط یادگیری که در آن، دانش‌آموزان به حل و بررسی مسئله واقعی از طریق ریاضیات دعوت می‌شوند، مشخص می‌شود.

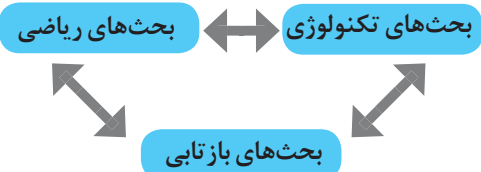
در همین رابطه، طراحی فعالیت مدل‌سازی اهمیت ویژه‌ای دارد. اصلی‌ترین نکته‌ای که در رابطه با فعالیت‌های مدل‌سازی وجود دارد، این است که برخاسته از دنیای واقعی باشند. به عبارت دیگر، هسته اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی، فرایند انتقال بین دنیای واقعی و دنیای ریاضی است. (گالبرایت، ۲۰۰۷). استفاده از مسائل دنیای واقعی در ایجاد یک احساس مثبت و کارآمد نسبت به ریاضی، مؤثر بوده و همچنین، ابزاری اثربخش برای تفکر انتقادی به شمار می‌رود (گریز، فرشافل و موخاپدیا^{۱۲}، ۲۰۰۷). باربوسا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶) در یک جمع‌بندی کلی، ویژگی‌های اصلی فعالیت‌های مدل‌سازی را به شرح زیر مشخص می‌کند:

- یک مسئله (نه یک تمرین) برای دانش‌آموزان است؛
- از زندگی روزمره یا علوم دیگری که ریاضیات محض نیست، استخراج می‌شود؛
- دارای مرجعی در واقعیت است، اگرچه این فعالیت را می‌توان به گونه‌ای شبیه‌سازی کرد که منجر به بحث‌های غنی و مفید برای یادگیری ریاضی شود؛
- فرصتی برای دانش‌آموزان در ایجاد و طرح سؤال، جست‌وجو برای اطلاعات و سازماندهی آن‌ها مهارت‌آموزی، آزمایش کردن و تجدید نظر در سازمان‌دهی اطلاعات را فراهم کند؛
- دانش‌آموزان را به استفاده از ایده‌های ریاضی، مفاهیم و الگوریتم‌ها و فرآیندی که دانش جدیدی از آن به دست آید، دعوت کند.

نکته دیگر در این رابطه، چگونگی تجزیه و تحلیل فعالیت‌های مدل‌سازی است. در بخش قابل توجهی از ادبیات پژوهشی مدل‌سازی، از چرخه مدل‌سازی به عنوان یک پارامتر برای تجزیه و تحلیل فعالیت‌های مدل‌سازی دانش‌آموزان استفاده شده است. بنا به دیدگاه و اهداف مختلف، می‌توان چرخه‌های مدل‌سازی متفاوتی را در ادبیات پژوهشی پیدا کرد (برومو فری^{۱۳}، ۲۰۰۶). در ساده‌ترین نوع‌های آن (شکل ۱)، فرایند مدل‌سازی با یک مسئله که در موقعیت دنیای واقعی قرار دارد، شروع شده و سپس با صورت‌بندی مسئله دنیای واقعی و تبدیل آن به یک مسئله دنیای ریاضی، آن مسئله در دنیای ریاضی حل می‌شود. در نهایت این جواب، باید به دنیای واقعی برده شود تا با زمینه واقعی مسئله متناسب گردد (فرشافل، ۲۰۰۲). بر اساس

ناسازگاری با رویکرد چرخه مدل سازی، در نتیجه کمبود مهارت دانش آموزان نیست، بلکه به علت استفاده از یک زاویه دید (لنز) نامناسب برای بررسی عملکردشان است (باربوسا ۲۰۰۷)

به عنوان بخش ضروری فرایند مدل سازی دیده می شود. از این رو مفاهیم بحث های ریاضی، تکنولوژی و بازتابی، روش قدرتمندی را برای توصیف عمل دانش آموزان، فراهم می کند.



روش شناسی

از هشت تن از دانش آموزان دختر ۱۳ و ۱۴ ساله یکی از مدارس راهنمایی شهر کرمان خواسته شد به طور گروهی، بسته خورشیدی متناسب با مدرسه خود را با توجه به اطلاعات داده شده توسط یکی از نمایندگی های فروش صفحات خورشیدی، انتخاب کنند. اطلاعات مربوط به این بسته های خورشیدی، در جدول ۱ آمده است.

شرکت کنندگان در این پژوهش، ساکن یکی از محله های واقع در مرکز شهر کرمان بودند و در یک مدرسه راهنمایی دولتی که در آن محله قرار داشت، مشغول به تحصیل بودند. پژوهش انجام شده از نوع کیفی بود و بر انواع بحث های تولید شده توسط دانش آموزان، متمرکز بود. داده های این پژوهش، به صورت تصویری و کلامی جمع آوری شد و نتایج به صورت تفسیری ارائه می شود. منابع جمع آوری داده ها شامل ضبط دیداری و شنیداری، برگه های دانش آموزان و یادداشت های میدانی است. انجام این فعالیت ۶۰ دقیقه به طول انجامید.

جدول ۱: میزان برق تولیدی و هزینه بسته های خورشیدی

میزان تولید بسته خورشیدی در روز (وات)	قیمت (تومان)
۵۰۰	۴۰۰۰۰
۱۰۰۰	۸۰۰۰۰
۱۵۰۰	۱۳۰۰۰۰
۲۰۰۰	۱۹۰۰۰۰
۲۵۰۰	۳۰۰۰۰۰
۶۰۰۰	۷۰۰۰۰۰
۸۰۰۰	۹۰۰۰۰۰

یافته ها

این مسئله مربوط به دنیای واقعی و زندگی روزمره دانش آموزان بود. مدرسه ای که پژوهش در آن انجام شد، مدرسه ای است که دانش آموزان در آنجا تحصیل می کردند. این موقعیت برای آن ها جالب بود و در طول انجام پژوهش، بارها توسط دانش آموزان، بیان شد و انگیزه ای برای ادامه کار آن ها محسوب می شد. از طرفی بر اساس ویژگی های فعالیت مدل سازی مطرح شده توسط باربوسا (۲۰۰۳، ۲۰۰۶)، این فعالیت، یک مسئله مدل سازی است. علاوه بر این، فعالیت مطرح شده در بالا، بدون ویژگی های مصنوعی یا ریاضی محض است، از این رو می تواند برای دانش آموزان جذاب باشد، زیرا آن ها بیش از دیگران، به سمت مدل های حقیقی جذب می شوند (لینگ فجار، ۲۰۰۶).

دانش آموزان، گروه بندی شده و به دو گروه ۴ نفری تقسیم شدند. در گروه ها، ایده های خود را مطرح کرده و برای رسیدن به توافق در مورد انتخاب مناسب ترین بسته خورشیدی، به بحث و گفت و گو پرداختند. آن ها می بایست پس از شناسایی متغیرهای مصرف برق در مدرسه خود، میزان برق مصرفی روزانه را محاسبه کرده و با استفاده از آن، گزینه مورد نظر را انتخاب کنند. با مشاهده فعالیت گروه ها، به نظر می رسید آن ها در انجام این مهم ناکام هستند و برای ادامه کار و در نظر گرفتن فرضیه های مسئله، نیاز به حمایت دارند. اندرسون (۲۰۱۰) نیز به بحث حمایت از دانش آموزان اشاره کرده و متذکر شده که هنگام طراحی فعالیت مدل سازی، باید به این نکته توجه کرد که در فعالیت مورد نظر، دانش آموزان در ابتدای کار به چه حمایت هایی نیاز دارند.

بعد از شناسایی وسایل برقی مورد استفاده در مدرسه توسط دانش آموزان که متغیرهای پژوهش بودند اطلاعاتی راجع به میزان مصرف هریک از وسایل، در اختیار آن ها قرار داده شد. در این میان یکی از گروه ها، برخی از متغیرهای کم اهمیت مانند میزان مصرف انرژی الکتریکی پنکه سقفی را نادیده گرفته و از آن ها صرف نظر کرد. در نهایت، دانش آموزان موفق به محاسبه میزان مصرف برق روزانه در مدرسه شدند.

برای آن ها، مصرف بالای روزانه برق در مدرسه، بسیار شگفت انگیز بود. حتی در مواردی احساس می کردند که در محاسبات، دچار اشتباه شدند و مجدداً محاسبات خود را کنترل می کردند. در نهایت، بعد از اینکه دانش آموزان اطمینان پیدا کردند که محاسباتشان صحیح است، برای این مصرف بالا، ابراز تأسف کردند. اکنون محقق می توانست از آن ها بخواهد که بر روی این سؤال خاص متمرکز شوند که برای کاهش این مصرف بالا، چه پیشنهادهایی دارند؟

جدول ۲: محاسبات انجام شده توسط یکی از گروه‌ها

میزان مصرف هر یک از اقلام مصرفی در مدرسه	محاسبه مصرف هر یک از اقلام در ۷ ساعت
لامپ مهتابی	$50 \times 7 = 350$
لامپ رشته‌ای	$200 \times 7 = 1400$ و $1400 \times 7 = 9800$
تخته هوشمند	$2 \times 7 = 14$ و $14 \times 3 = 42$
پروژکتور	$230 \times 7 = 1610$ و $1610 \times 3 = 4830$
مانیتور	$120 \times 7 = 840$ و $840 \times 5 = 4200$
پنکه سقفی	۰
کیس کامپیوتر	$150 \times 7 = 1050$ و $1050 \times 8 = 8400$
مجموع مصرف در یک روز: ۲۷۶۲۲ W	

بحث و نتیجه‌گیری

در این فعالیت، دانش‌آموزان فرصت پیدا کردند تا متغیرهای مصرف برق را در مدرسه خود، شناسایی کرده و راجع به آن بحث کنند. دانش‌آموزان نتایج مختلف ریاضی را ارائه کردند و در این زمینه، بحث‌های بازتابی پرچالشی داشتند. آنان در مورد حالت‌های مختلف بحث کردند یا مدل‌های ریاضی مختلفی را تبیین کرده و در مورد آن، تصمیم‌گیری کردند.

این پژوهش نشان داد که چنانچه مسئله‌ای واقعی به دانش‌آموزان داده شود، آن‌ها می‌توانند از طریق بحث و گفت‌وگو با یکدیگر، به آگاهی مطلوبی از بعد اجتماعی، اقتصادی، فرهنگی و سیاسی نیز دست یابند و نگاه نقادانه‌ای به مسائل داشته باشند. مطرح کردن چنین سؤال‌هایی در کلاس درس ریاضی، باعث می‌شود که نگاه دانش‌آموزان به ریاضی تغییر کرده و آن را درسی بی‌فایده و غیرکاربردی تلقی نکنند. هم‌چنین، در خلال آموزش مفاهیم و فرمول‌های ریاضی، مفاهیم کاربردی و قابل لمس را با هم تجربه کنند که در حال حاضر، با آن‌ها مواجهانند یا در آینده با آن‌ها سروکار خواهند داشت. به این ترتیب، دانش‌آموزان تلفیق بین ریاضی و این مفاهیم کاربردی را بهتر درک خواهند کرد.

در این مطالعه، مشاهده شد که دانش‌آموزان در بخش آخر این فعالیت که قرار بود «پیش‌بینی» کنند، نتوانستند یک استدلال ریاضی‌وار ارائه نمایند. شاید بتوان این امر را چنین توجیه کرد که دانش‌آموزان بر این باورند که این‌گونه مسائل، با استدلال ریاضی‌وار قابل حل نیست و مسئله با حل ریاضی‌وار آن، به جواب نمی‌رسد. این قسمت از پژوهش، هم‌سو با یافته‌های احمدی و رفیع‌پور (۱۳۹۲) بود که در آن دریافتند که دانش‌آموزان از در نظر گرفتن حالت‌های مختلف امتناع می‌کنند. در عین حال، شونفیلد (۱۹۹۱) معتقد است که بسیاری از دانش‌آموزانی که تجربه آن‌ها فقط در انجام تمرین‌های معمولی بوده است، توقع دارند که مسئله را تنها در چند دقیقه حل نمایند. این‌گونه افراد هنگام مواجهه با مسائل طولانی، به سادگی آن را کنار می‌گذارند و آن را غیر قابل حل می‌دانند.

بنوتو^{۱۵} (۲۰۰۷) معتقد است که غوطه‌ور شدن دانش‌آموزان در موقعیت‌هایی که با تجربه آن‌ها رابطه مستقیم

به عبارت دیگر، در این قسمت از پژوهش، از دانش‌آموزان خواسته شد تا با نگاهی بازتابی به این مسئله بنگرند. از آنجا که بحث‌های بازتابی جزء ضروری دیدگاه اجتماعی-انتقادی به شمار می‌روند، می‌توان این مرحله را نقطه شروع بحث‌های بازتابی آن‌ها دانست. مجدداً آن‌ها دست به کار شدند و با محاسبات ریاضی و کاهش دادن مصرف بعضی از متغیرها، کمینه میزان مصرف را محاسبه کردند. در این زمینه پیشنهادهای جالب توجهی توسط دانش‌آموزان مطرح شد که بخشی از آن‌ها، در زیر آورده شده است:

- از لامپ‌های کم مصرف استفاده شود، زیرا لامپ‌های رشته‌ای، مصرف بالایی دارند؛
- در بسیاری از کلاس‌ها از نور خورشید به‌عنوان روشنایی استفاده شود؛
- بسیاری از وسایل حتی در زمان خاموشی موقت^{۱۴} هم، انرژی الکتریکی استفاده می‌کنند. پس بهتر است در زمانی که از آن‌ها استفاده نمی‌شود (زنگ تفریح، موقع نماز و نظایر آن) به طور کامل از سیستم برق‌رسانی، حذف شوند؛
- مسئولان، قیمت برق را افزایش و به جای آن، قیمت صفحات خورشیدی را کاهش دهند تا مردم برای استفاده از انرژی خورشیدی، ترغیب شوند؛

● هنگام خرید وسایل خانگی، به میزان برق مصرفی آن‌ها توجه کنیم و اقلام پرمصرف را خریداری نکنیم. در ادامه، از دانش‌آموزان خواسته شد پیش‌بینی کنند که در صورت خرید بسته ۸۰۰۰ واتن برای مدرسه، چه مدتی طول می‌کشد تا سرمایه‌ای که برای خرید بسته خورشیدی هزینه کردیم، برگردد؟ متأسفانه با اینکه میزان هزینه، مصوب برای مصرف هر ساعت داده شده بود، ولی آن‌ها، تنها بر پایه حدس و بدون به‌کارگیری استراتژی خاصی، مقدار هزینه را به عدد گفتند و تلاشی برای ساختن یک استدلال ریاضی‌وار نکردند. در صورتی که این قسمت مسئله، مستلزم در نظر گرفتن حالت‌های متعدد بود (هزینه برق مصرفی در ایران به صورت پله‌ای محاسبه می‌شود) و زمان زیادی را می‌طلبید. بدین ترتیب، پاسخ دانش‌آموزان قانع‌کننده نبود.

بنوتو (۲۰۰۷) معتقد است که غوطه‌ور شدن دانش‌آموزان در موقعیت‌هایی که با تجربه آن‌ها رابطه مستقیم و سازگاری بیشتری دارد، اجازه می‌دهد که درک بیش‌تر و عمیق‌تری از وسعت و سودمندی ریاضی داشته باشند

و سازگاری بیشتری دارد، اجازه می‌دهد که درک بیش‌تر و عمیق‌تری از وسعت و سودمندی ریاضی داشته باشند. از این رو پیشنهاد می‌شود در کتاب‌های درسی ریاضی و کلاس‌های درس ریاضی، از این گونه فعالیت‌ها برای بالا بردن آگاهی و توسعه تفکر انتقادی در دانش‌آموزان، بیشتر استفاده شود. این مطلب، مستلزم آموزش معلمانی است که با این نوع فعالیت‌ها آشنایی دارند و قادرند آن‌ها را در کلاس درس، اجرا کنند. پیامد این امر آن است که دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که همیشه به آنچه که می‌آموزند و نیز به آنچه در اطرافشان می‌گذرد، با دیدی انتقادی و موشکافانه نگاه کنند و سؤال‌های خود را طرح کرده و بکوشند جوابی مناسب برایشان بیابند.

پی‌نوشت‌ها

1. Kaiser
2. Sriraman
3. Barbosa
4. Niss
5. Blum
6. Galbraith
7. International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA)
8. Blomhøj
9. Lingefjård
10. D'Ambrosio
11. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
12. Greer, Verschaffel, Mukhopadhyay
13. Borromeo Ferri
14. Standby
15. Bonotto

منابع

۱. احمدی، حمیده؛ و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۲). ریاضیات و تلفن همراه. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۱۱۲. صص ۲۱-۱۶. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.
۲. خوش‌اخلاق، رحمان؛ شریفی، علیمراد؛ و کوچکزاده، میثم. (۱۳۸۴). ارزیابی اقتصادی استفاده از انرژی خورشیدی در مقایسه با نیروگاه دیزلی. **فصل‌نامه پژوهش‌های اقتصادی ایران**، سال هفتم، شماره ۲۴، صص ۱۷۱-۱۹۲.
۳. زینل‌زاده، رضا، صادقی، زین‌العابدین، دهقان‌پور، محمدرضا، و قائدی، مهدی. (۱۳۹۱). ارزیابی اقتصادی و زیست محیطی سیستم‌های فتوولتائیک: مطالعه موردی منطقه جنوب شرق ایران. **فصل‌نامه مطالعات اقتصاد انرژی**. سال نهم، شماره ۳۳. صص ۱۴۹-۱۱۵.
۴. شریفی، علی‌مراد؛ آقایی کیومرث؛ صادقی‌شاهدانی، مهدی؛ دلایی‌اصفهان، رحیم؛ و شوال‌پورآرانی، سعید. (۱۳۸۸). تأثیر یادگیری فنی بر توسعه فناوری‌های انرژی‌های تجدیدپذیر در بخش برق ایران در شرایط اختلالات قیمت انرژی. **مطالعات اقتصاد**

انرژی، دوره ۶، شماره ۲۱، صص ۱۳۷-۱۶۰.

۵. شونفیلد، ای. اچ. (۱۹۹۱). **فراساخت و ریاضیات. مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۵۵. صص ۸-۴. دفتر انتشارات کمک آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.

۶. گویا، زهرا. (۱۳۷۵). **ضرورت تغییر برنامه درسی. مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۴۶. صص ۱۲-۸. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی، وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی درسی.

7. Anderson, L. (2010). Collaborative Problem Solving as Modeling in the Primary Years of Schooling. IN B. KAUR and J. Dindyal (Eds), *Mathematical applications and modeling* (PP. 78-93). Singapore.

8. Barbosa, J. C. (2003). What is mathematical modelling? In S. J. Lamon, W. A. Parder & K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: a way of life* (pp. 227-234). Chichester: Ellis Horwood.

9. Barbosa, J. C. (2006). Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 293-301.

10. Barbosa, J. C. (2007). Mathematical modelling and parallel discussions. In 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Larnaca (Cyprus).

11. Barbosa, J. C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, 133- 143.

12. Barbosa, J. C. (2013). The Students' Discussions in the Modeling Environment. In *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 365-372). Springer Netherlands.

13. Bonotto, C. (2007). How to replace word problems with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study* (pp. 185-192). Springer Us.

14. Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.

15. Galbraith, P. (2007). Beyond the low handing fruit. *Modelling and applications in primary education*. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study* (pp. 79-88). New York: Springer.

16. Greer, B. Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modeling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn and M. Niss (Eds.), *Modeling and applications in mathematics education, 14th ICMI Study* (pp. 89-98). New York: Springer.

17. <http://www.amar.org.ir/Default.aspx?tabid=115&agentType=View&PropertyID=863>. Retrieved 16 February 2013.

18. <http://www.mehrnews.com/detail/News/2183003>. Retrieved 9 February 2013.

19. Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.

20. Lingefjård, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 96-112.

21. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM-2000.

22. Niss, M., Blum, W., and Galbrith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P.L. Galbrith, H. Henn and M. Niss, (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study* (pp. 3-32). New York: Springer

23. Sriraman, B. Kaiser, G. & Blomhøj, M. (2006). A brief survey of the state of mathematical modeling around the world. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 212-213.

24. Verschaffel, L. (2002). Taking the modeling perspective seriously at the elementary school level: Promises and pitfalls. In A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 64-80). Norwich, England University of East Anglia.



مقدمه‌ای بر

روش‌های مختلف ضرب

نویسنده: لین وست^۱

مترجمان: رضا معطی، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی ناحیه ۲ اراک
پریسا رحیم‌خانی، دانشجوی دکتری ریاضی، دانشگاه الزهرا(س)

چکیده

این نوشته، فصل دوم یا پیشینه پژوهشی یک پایان‌نامه کارشناسی ارشد در رشته تدریس با گرایش تدریس ریاضی در دوره متوسطه اول از گروه ریاضی دانشگاه نیراسکا و به راهنمایی جیم لوئیس است. در این بررسی، پژوهشگر روش‌های مختلف ضرب و علت درست بودن آن‌ها را از نظر ریاضی، بیان کرده است. این مقاله، به خصوص برای همکاران دوره‌های ابتدایی و متوسطه اول، می‌تواند برای تدریس ریاضی در کلاس درس، مفید واقع شود.

کلیدواژه‌ها: عمل ضرب، انواع روش‌های ضرب، دوره ابتدایی، دوره متوسطه اول

در آمریکا، الگوریتم استاندارد تدریس ضرب اعداد بزرگ که به‌عنوان ضرب متوالی^۲ شناخته می‌شود، ابتدا توسط مردم عربی‌زبان آفریقا، به اروپا برده شد. در ضرب‌های متوالی، عامل اول^۴ در تمام رقم‌های عامل دوم^۵ ضرب می‌شود و تمام عددهای به دست آمده، با هم جمع می‌شوند. این روش، متکی بر به‌خاطر سپاری حقایق مربوط به ضرب است. با این حال، انواع گسترده‌ای از الگوریتم‌های مؤثر به‌عنوان بدیلی برای این الگوریتم، وجود دارند و بسیاری از دانش‌آموزان، روش‌های جذاب و ساده‌تر را به روش‌های سنتی ترجیح می‌دهند.

ضرب با انگشتان^۶

بعضی از قدیمی‌ترین روش‌های ضرب، استفاده از انگشتان برای محاسبه حاصل ضرب بوده است. یکی از این روش‌ها که آن را به ایتالیا نسبت می‌دهند، به‌طور گسترده

ضرب، یکی از چهار عمل اصلی محاسباتی در دوره ابتدایی است که معمولاً به‌عنوان تکرار جمع تعریف می‌شود. اگرچه این تعریف در ضرب اعداد حسابی به‌کار می‌رود، اما بعضی از پژوهشگران ریاضی بر این باورند که این تعریف، برای تبیین عمل ضرب در کسرها و سایر اعداد، کافی نیست. در عوض، ریاضی‌دانان ترجیح می‌دهند ضرب را به‌عنوان مقیاسی برای بیان یک عدد بر حسب عدد دیگر یا فرایندی که حاصل ضرب دو عدد را محاسبه می‌کند، تعریف کنند (دانشگاه پرینستون وردنت^۷، ۲۰۱۰). با وجود این اختلاف‌نظرها، ضرب با هر تعریفی که در نظر گرفته شود، یکی از مهارت‌های ضروری برای آماده کردن دانش‌آموزان برای زندگی در قرن بیست‌ویکم است. ضرب، ابزاری مهم برای حل مسائل واقعی زندگی است و پایه‌ای محکم، برای استدلال نسبی، تفکر جبری و ریاضیات سطوح بالاتر، ایجاد می‌کند.

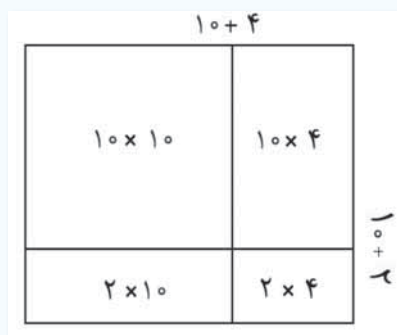
کامل در استفاده از جدول ضرب ندارند، روش مؤثری به حساب می‌آید. همچنین، معرفی این روش به دانش‌آموزان پیشرفته‌تر، فرصت توسعه درک و فهم فرایند ضرب و ایجاد ارتباط با یادگیری‌های قبلی را به آن‌ها می‌دهد. استفاده از استدلال ریاضی، برای اعتباربخشی به یک الگوریتم، باعث تقویت درک مفهومی می‌شود که جزء مهمی از مهارت ریاضی محسوب می‌شود (NCTM, ۲۰۰۰).

مدل مساحتی ضرب^۸

به منظور ساخت مفاهیم جدید، همه دانش‌آموزان باید بین ایده‌های ریاضی و مفاهیمی که قبلاً آموخته‌اند، ارتباط و اتصال ایجاد کنند. مدل مساحتی ضرب، روشی است که به‌عنوان یک بازنمایی، فرایند ضرب را توصیف می‌کند و در ایجاد ارتباط بین جبر و تفکر جبری، به دانش‌آموزان کمک می‌کند. ضرب 14×12 را می‌توان به‌عنوان یک مسئله مساحت با رسم یک مستطیل به عرض ۱۲ و طول ۱۴، در کاغذ ساده نشان داد (از کاغذ طراحی نیز برای نمایش قسمت‌های جزئی یا برای ضرب کسرها می‌توان استفاده کرد).

مدل مساحت، کاربردی از خاصیت توزیع‌پذیری^۹ است:

$$\begin{aligned} 14 \times 12 &= [(10+2) \times 10] + [(10+2) \times 4] \\ &= (10 \times 10) + (2 \times 10) + (10 \times 4) + (2 \times 4) \\ &= 100 + 20 + 40 + 8 = 100 + 60 + 8 = 168 \end{aligned}$$



به دلیل محدودیت‌های مدل مساحتی، نمی‌توان از آن، برای ضرب اعداد گنگ استفاده کرد. اما در هر صورت این مدل، ابزاری مناسب برای کمک به ایجاد درک اساسی در دانش‌آموزان نسبت به مفاهیم گوناگون و پایه‌ای در ریاضی است. برای نمونه، از این مدل می‌توان به‌عنوان ابزاری مؤثر برای توسعه درک و فهم دانش‌آموزان از اعداد منفی، استفاده کرد. مثال زیر، ضرب 14×12 را به‌صورت $(20-6) \times (20-8)$ نشان می‌دهد:

این مدل، به وضوح نشان می‌دهد که در ضرب یک عدد منفی در عددی مثبت، حاصل عددی منفی است و حاصل ضرب دو عدد منفی، عددی منفی است. همچنین مدل مساحت، خاصیت توزیع‌پذیری ضرب را به خوبی نشان

در قرون وسطی، در سراسر اروپا مورد استفاده قرار گرفته بود (روس بال ۷، ۱۹۶۰، ص ۱۸۹). این روش بسیار ساده است و می‌تواند برای محاسبه حاصل ضرب دو عدد یک رقمی بین پنج و نه، مورد استفاده قرار گیرد. به منظور استفاده از این روش، یک مشت بسته شده، نشان‌دهنده عدد پنج است و هر انگشتی که باز می‌شود، یک عدد به آن اضافه می‌کند. یعنی برای نشان دادن اینکه چند انگشت از دست دیگر باز شود، باید اختلاف هر عامل از عدد پنج، به دست آید و به تعداد این اختلاف، انگشتان دست دیگر باز شود. برای مثال، در محاسبه حاصل ضرب 8×7 ، مراحل زیر انجام می‌شود:

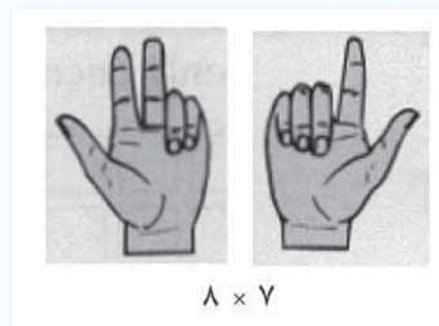
۱. سه انگشت دست چپ را باز کنید. $8-5=3$

۲. دو انگشت دست راست را باز کنید. $7-5=2$

۳. تعداد انگشتان باز شده را در ۱۰ ضرب کنید. $50=5 \times 10$

۴. حاصل ضرب تعداد انگشتان بسته دست راست را در تعداد انگشتان بسته دست چپ، به دست آورید. $2 \times 3=6$

۵. دو عدد را با هم جمع کنید. $50+6=56$



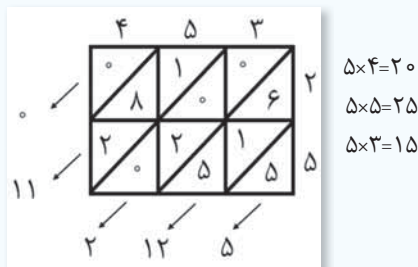
بنابراین، $8 \times 7=56$ ، اما چرا این الگوریتم نتیجه می‌دهد؟ روند بالا را به‌صورت یک معادله جبری بازنویسی کنید و به جای عددهای هشت و هفت، به ترتیب x و y را جایگزین کنید:

$$\begin{aligned} 10[(x-5)+(y-5)] + [(10-x)(10-y)] &= \\ 10x-50+10y-50+100-10x-10y+xy &= \\ 10x-50+10y-50+100-10x-10y+xy &= xy \end{aligned}$$

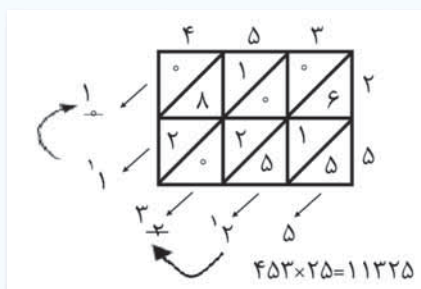
که معنی آن، «ضرب تعداد انگشت‌های باز شده (x)- ($5-y$) در عدد ۱۰ و جمع آن با حاصل ضرب انگشت‌های بسته شده ($(10-x)(10-y)$)» است. از آنجایی که همه عبارت‌ها به جز xy حذف می‌شوند، معادله مورد نظر، حاصل ضرب x و y را نتیجه می‌دهد.

یکی از مزیت‌های این روش این است که نیازی به حفظ کردن حقایق ضرب (ضرب‌های اصلی) بالاتر از 5×5 نیست و بدین سبب، برای دانش‌آموزانی که هنوز تسلط

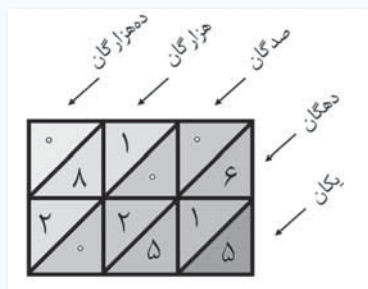
۴. در هر شبکه، حاصل ضرب رقم سطر در رقم ستون متناظر آن، یک عدد دو رقمی را نشان می‌دهد که رقم دهگان حاصل ضرب در مثلث بالایی سمت راست و رقم یکان حاصل ضرب در مثلث پایینی سمت چپ قرار می‌گیرد (اگر در حاصل ضرب رقم دهگان وجود نداشت، در مثلث دهگان، رقم صفر گذاشته می‌شود).



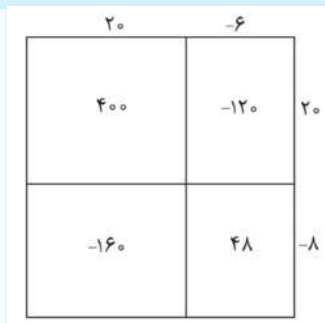
۵. وقتی ضرب‌ها کامل شدند، عددهای امتداد هر قطر را با هم جمع کنید.
۶. عددهای دو رقمی را به مکان بعدی ببرید و آن را یادداشت کنید.
بنابراین، $453 \times 25 = 11325$.



برخی استدلال می‌کنند که این الگوریتم، ارزش مکانی را در نظر نمی‌گیرد، در صورتی که به سادگی می‌توان نشان داد که قطرها در واقع، نشان دهنده ارزش مکانی رقم‌ها هستند.



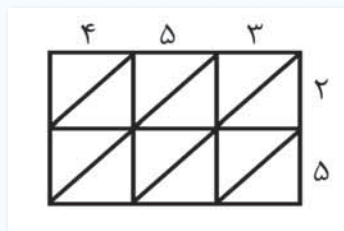
در نتیجه، می‌توان این ضرب را به صورت زیر نمایش داد:
 $(20 \times 400) + (20 \times 50) + (20 \times 3) + (5 \times 400) + (5 \times 50) + (5 \times 3) = 11325$
 ضرب اعداد بزرگ‌تر از یک رقمی، بر سه مرحله ضرب، دسته بندی دوباره انجام می‌دهد، به طوری که دانش آموزان می‌توانند بر معنی و مفهوم هر مرحله از فرایند، تمرکز کنند.



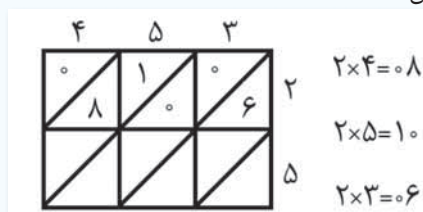
می‌دهد. اگر فرصتی ایجاد کنیم تا دانش آموزان، بتوانند با استفاده از شکل، نشان دهند که 12×14 همان 12×14 است، می‌توان خاصیت جابه‌جایی^{۱۰} در ضرب را به خوبی برجسته کرد. در کلاس‌هایی که دانش آموزان قوی‌تری دارد، می‌توان از این روش، برای توسعه درک رابطه‌ای ضرب چندجمله‌ای‌ها و فاکتورگیری، در کسانی که یادگیری‌شان بیشتر بصری (دیداری)^{۱۱} است، استفاده کرد.

ضرب شبکه‌ای^{۱۲}

تاریخ و مکان پیدایش ضرب شبکه‌ای که به ضرب غربال^{۱۳} یا روش جالوسی^{۱۴} معروف است، به قرن دهم در هند می‌رسد که در قرن چهاردهم، توسط فیبوناچی به اروپاییان معرفی شد (کارل و پارت^{۱۵}، ۱۹۹۸). الگوریتم این روش مانند روش ضرب‌های متوالی سنتی است، اما فرایند آن، به مراحل کوچک‌تر تقسیم می‌شود. در زیر به طور نمونه، مراحل ضرب دو عدد 453×25 نشان داده می‌شود:
 ۱. یک شبکه رسم کنید، به طوری که تعداد ستون‌های آن برابر تعداد رقم‌های عامل اول ضرب و تعداد سطرهای آن برابر با تعداد رقم‌های عامل دوم ضرب باشد.
 ۲. قطر هر شبکه را از گوشه سمت راست بالای شبکه، به گوشه سمت چپ پایین آن رسم کنید.



۳. عامل‌های ضرب را در قسمت بالا و سمت راست شبکه طوری بنویسید که رقم‌ها سرتاسر قسمت‌ها را پوشش دهند.



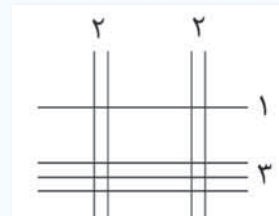
مدل مساحتی
ضرب، روشی
است که به عنوان
یک بازنمایی،
فرایند ضرب را
توصیف می‌کند
و در ایجاد
ارتباط بین جبر
و تفکر جبری،
به دانش آموزان
کمک می‌کند

این روش، به دانش آموزان ساختاری برای فکر کردن و ثبت کارهایشان می دهد. ضرب شبکه ای را می توان به راحتی، برای ضرب کسره های اعشاری و چند جمله ای ها، گسترش داد.

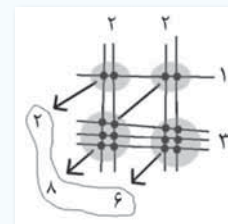
ضرب خطی^{۱۷}

یکی دیگر از الگوریتم هایی که گاهی به دانش آموزان دوره ابتدایی معرفی می شود، «ضرب خطی» نام دارد. در این الگوریتم، دانش آموزان به وسیله یک نمایش تصویری از ضرب، توانایی دیداری خود را از فرایند ضرب، بالا می برند. فرض کنید می خواهید ۲۲×۱۳ را ضرب کنید:

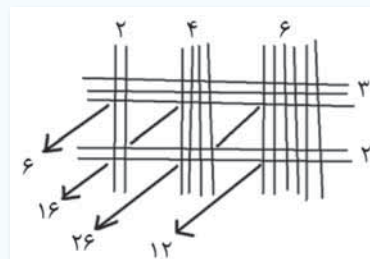
۱. ابتدا دو مجموعه از خطوط عمودی را طوری رسم کنید که برای نمایش ۲۲، دو خط در سمت راست و دو خط در سمت چپ قرار گیرند (خطوط قرمز). سپس دو مجموعه از خطوط افقی را طوری رسم کنید که برای نمایش ۱۳، یک خط در بالا و سه خط در پایین قرار گیرند (خطوط آبی).



۲. توجه داشته باشید که چهار مجموعه از نقاط تقاطع وجود دارند (برجسته شده اند) که برای پیدا کردن حاصل ضرب، تعداد نقاط هر مجموعه را بشمارید و به صورت قطری، با هم جمع کنید.



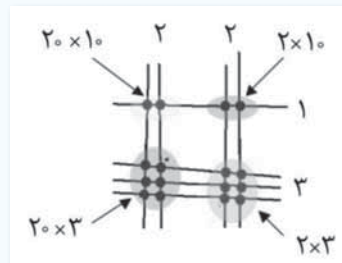
مانند الگوریتم ضرب های متوالی، زمانی که یک مسئله ضرب به دسته بندی دوباره نیاز دارد، رقم ها باید به مکان بعدی انتقال پیدا کنند. برای مثال، ضرب ۲۴۶×۳۲ را در نظر بگیرید. پاسخ درست ۶ هزار تایی، ۱۶ صد تایی، ۲۶ ده تایی و ۱۲ یکی است. اگر چه عددهای بزرگ تر یا مساوی ۱۰ باید دوباره دسته بندی شوند و پاسخ به صورت استاندارد نوشته شود.



نقاط تقاطع را به صورت قطری با هم جمع کنید و عددهای بزرگ تر یا مساوی ۱۰ را دوباره دسته بندی کنید.
 $۶۰۰۰ + ۱۶۰۰ + ۲۶۰ + ۱۲ = ۷۰۰۰ + ۶۰۰ + ۲۶۰ + ۱۲$
 $۷۰۰۰ + ۸۰۰ + ۶۰ + ۱۲ = ۷۰۰۰ + ۸۰۰ + ۷۰ + ۲$
 $= ۷۸۷۲$

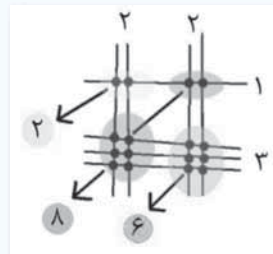
بنابراین، $۲۴۶ \times ۳۲ = ۷۸۷۲$.

این روش جواب می دهد زیرا قطرهایی که از تقاطع خطوط به دست می آیند، به عنوان ارزش مکانی یا مکان یاب (یکان، دهگان، صدگان و ...) به کار می روند و تعداد نقاط در هر تقاطع، نشان دهنده حاصل ضرب تعداد خط ها است. این روش، شباهت زیادی به مدل مساحتی ضرب دارد. وقتی دو عدد دو رقمی مانند ۲۲×۱۳ در هم ضرب می شوند، باید توجه نمود که مسئله را می توان به صورت $(۲۰ + ۲) \times (۱۰ + ۳)$ باز نویسی کرد.



$$\begin{aligned} ۲۲ \times ۱۳ &= (۲۰ + ۲) \times (۱۰ + ۳) \\ &= (۲۰ \times ۱۰) + (۲۰ \times ۳) + (۲ \times ۱۰) + (۲ \times ۳) \\ &= ۲۰۰ + ۶۰ + ۲۰ + ۶ = ۲۸۶ \end{aligned}$$

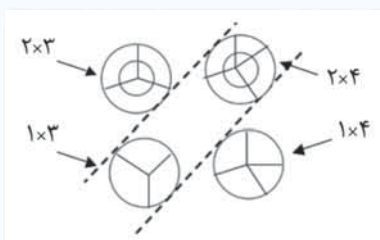
توجه داشته باشید که چهار مجموعه نقاط به صورت قطری با هم جمع می شوند. در واقع، نقاطی که ارزش مکانی یکسانی دارند، با هم جمع می شوند (در شکل، برجسته شده اند).



این الگوریتم خاص، فهم دیداری یادگیرندگان را از فرایند ضرب، افزایش می دهد. با این حال، همه دانش آموزان باید با انواع استراتژی ها، مدل ها و باز نمایی ها، آشنا شوند. همچنین، دانش آموزان باید توانایی توصیف روش استفاده شده را داشته باشند و بدانند که برای حل هر مسئله خاص، چندین روش مؤثر برای ضرب، وجود دارد (NCTM، ۲۰۰۰). ضرب خطی، می تواند به عنوان روشی برای به دست آوردن حاصل ضرب دو عدد، به دانش آموزان دوره ابتدایی معرفی شود. اگر ضرب خطی برای اعداد خیلی بزرگ به کار رود، دردسر زاست، ولی برای دانش آموزان

جواب، $714 = 34 \times 21$ است.

این روش نتیجه می‌دهد، زیرا در آن، دایره‌های نمایش داده شده برای هر رقم در عامل اول، به تعداد رقم‌های عامل دوم تکرار شده‌اند. در واقع، این روش اجازه می‌دهد که همه رقم‌های عامل اول، در همه رقم‌های عامل دوم ضرب شوند. خط‌های قطری نیز برای جدا کردن رقم‌ها در مکان‌های مناسب -ارزش مکانی- به کار می‌روند.



از مزایای این روش این است که می‌توان بدون دانستن جدول ضرب، از آن استفاده کرد. ممکن است این روش ضرب کردن، بدیل مناسبی برای یادگیرندگان باشد که توانایی دیداری آن‌ها بیشتر است و بتوانند درک عمیق‌تری نسبت به مفهوم ضرب کردن دو عدد، در آنان ایجاد کند. با این وجود، رسم دایره‌ها و شعاع‌ها برای محاسبه حاصل ضرب، با افزایش اندازه عامل‌های ضرب، سخت‌تر و سخت‌تر می‌شود، ولی این الگوریتم را می‌توان به‌عنوان یکی از چندین روش موجود برای ضرب کردن دو عدد، به دانش‌آموزان معرفی کرد، اما نباید تنها بر این روش، تکیه کنند.

ضرب با نوار کاغذی^{۱۹}

یکی دیگر از روش‌هایی که برای انجام عملیات ضرب موجود است، نوشتن عددها روی نوارهای کاغذی به‌طوری است که ترتیب رقم‌های یکی از عامل‌های ضرب را تغییر دهیم و بعد، یک سری ضرب‌های یک‌رقمی انجام دهیم. این الگوریتم، می‌تواند برای کسانی که به استفاده از ابزار ملموس برای فهمیدن ریاضی علاقه دارند، جذاب باشد. برای نشان دادن این روش، ضرب 628×432 را برای نمونه، نشان می‌دهیم:

۱. ابتدا عامل‌های ضرب را روی دو نوار کاغذی بنویسید، ترتیب رقم‌های یکی از عامل‌ها را برعکس کنید ($432 \rightarrow 234$).

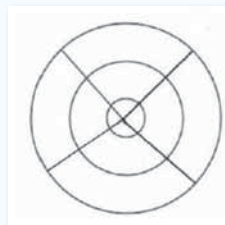
۲. نوارهای کاغذی را طوری قرار دهید که عامل برعکس نوشته شده، در قسمت بالای سمت راست عامل دیگر قرار گیرد.

۳. کاغذها را طوری تنظیم کنید که اولین رقم عدد جدید بالایی -عددی که ترتیب رقم‌هایش عوض شده- و آخرین رقم عدد پایینی، زیر یکدیگر قرار گیرند. بعد

کم‌سن و آن‌هایی که هنوز در جدول ضرب مهارت کافی ندارند، این روش می‌تواند به‌عنوان فرصتی برای موفقیت در ضرب عددهای نسبتاً بزرگ، پیشنهاد شود. دانش‌آموزان پیشرفته‌تر با بررسی این الگوریتم و توجیه ریاضی آن، درک بهتری از فرایند ضرب دو عدد، به دست خواهند آورد.

ضرب دایره/شعاع^{۱۸}

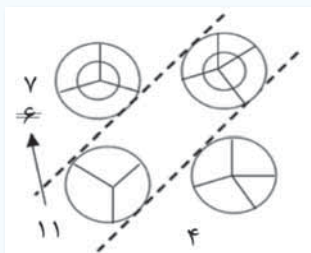
یکی دیگر از الگوریتم‌های تصویری ضرب، شامل رسم دایره‌های هم‌مرکز برای نشان دادن عامل اول ضرب، و رسم شعاع برای نشان دادن عامل دوم ضرب است. برای مثال در ضرب 3×4 ، ابتدا سه دایره هم‌مرکز برای نمایش یا مدل‌سازی عامل اول ضرب و چهار شعاع به‌عنوان عامل دوم ضرب، رسم کنید. سپس تعداد قسمت‌های ایجاد شده در دایره را بشمارید. در این مثال، چون ۱۲ قسمت ایجاد شده، نتیجه می‌گیریم که $3 \times 4 = 12$.



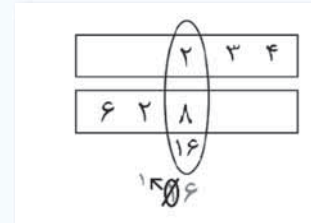
در مثال زیر که محاسبه حاصل ضرب 21×34 است، نشان می‌دهیم که این الگوریتم برای اعداد بزرگ‌تر، کمی پیچیده است:

۱. دو دایره هم‌مرکز، برای نشان دادن عدد دو که در جایگاه دهگان عامل اول ضرب (۲۱) قرار دارد، رسم نموده و همین شکل را به تعداد رقم‌های عامل دوم، رسم کنید.
۲. یک دایره برای نشان دادن عدد یک، که در جایگاه یکان عامل اول ضرب (۲۱) قرار دارد، رسم کنید و این شکل را به تعداد رقم‌های عامل دوم، رسم کنید.
۳. برای ضرب کردن 34 ، سه شعاع برای دایره‌های سمت چپ رسم کنید.
۴. سپس چهار شعاع برای دو دایره سمت راست رسم کنید.

۵. همان‌طور که نمایش داده شده (خط چین)، قطر بین دایره‌ها را رسم کنید و تعداد قسمت‌های هر دایره را بشمارید و به‌صورت قطری، با هم جمع کنید.

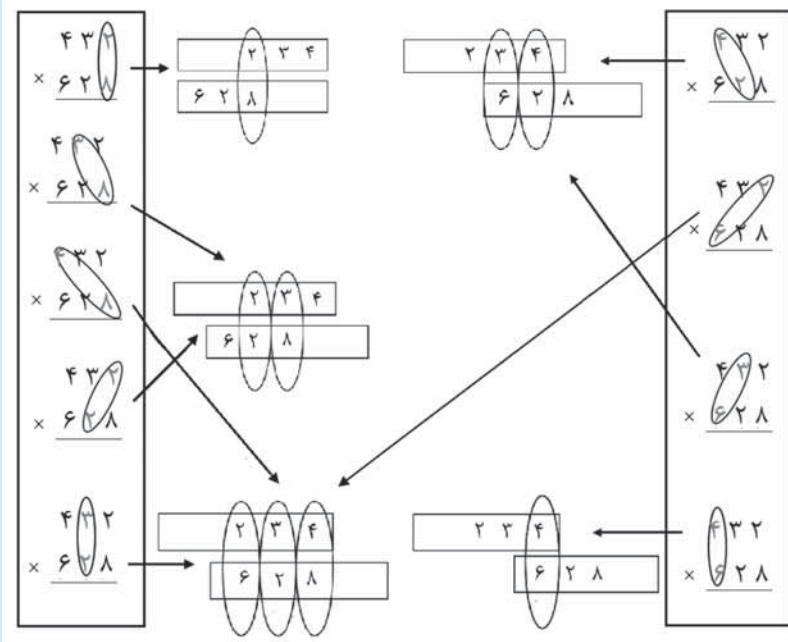


حاصل ضرب دو رقم را بنویسید.



۴. نوار پایینی را به سمت راست حرکت دهید، به طوری که مجموعه‌ای از رقم‌ها زیر هم قرار گیرند. آن گاه رقم‌های زیر هم را در هم ضرب کنید و حاصل ضرب‌ها را جمع کنید و حاصل را بنویسید.

۵. حرکت نوار پایینی را به سمت راست ادامه دهید، رقم‌های زیر هم را در هر مرحله ضرب کنید و حاصل ضرب‌ها را جمع کنید. اعداد دورقمی را دوباره دسته‌بندی کنید و این کار را تا زمانی که رقم‌ها زیر هم قرار می‌گیرند، ادامه دهید.



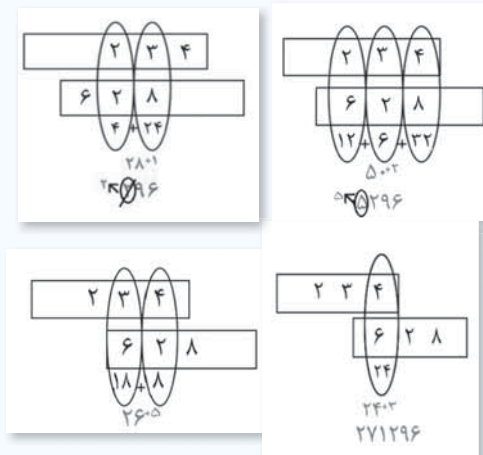
ضرب مصری ۲۰

شواهد موجود در رابطه با انجام عملیات ریاضی از جمله ضرب، به ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد برمی‌گردد (اکانو و رابرتسون^{۱، ۲}، ۲۰۱۱). در تمام تمدن‌های مصر باستان، یونان، بابل، هند و چین، روش‌هایی برای انجام عمل ضرب، ابداع کرده بودند. یکی از قدیمی‌ترین الگوهای ضرب، به مصر باستان برمی‌گردد که در آن، نیازی به حفظ کردن جدول ضرب اعداد، وجود ندارد و فقط مبتنی بر توانایی جمع کردن و ضرب در عدد دو است. مثال زیر، فرایند ضرب مصری را برای ۲۸×۴۶ نشان می‌دهد.

۱. ابتدا دو ستون از اعداد بسازید، در ستون سمت چپ از عدد ۱ شروع کنید و در ستون سمت راست، یکی از عامل‌های ضرب (معمولاً بزرگ‌ترین عامل) را بنویسید.

۲. فرایند تجزیه عامل دوم ضرب را به توان‌هایی از ۲ شروع کنید، به طوری که عددهای دو ستون را دو برابر کنید تا زمانی که بزرگ‌ترین توان ۲ در ستون سمت چپ، کوچک‌تر یا مساوی عامل دوم ضرب شود.

۱	۴۶
۲	۹۲
۴	۱۸۴
۸	۳۶۸
۱۶	۷۳۶



۶. بنابراین $۴۶ \times ۲۸ = ۱۲۸۸$.

اما سؤال این است که چگونه برعکس کردن رقم‌ها همراه با جمع و ضرب آن جفت عددها، به جواب درست می‌رسد؟ بگذارید آنچه را که در مراحل اجرای این الگوریتم اتفاق افتاده است، از نزدیک بررسی کنیم تا ببینیم چه اتفاقی می‌افتد. ابتدا الگوریتم سنتی ضرب متوالی ۴۳۲×۶۲۸ را در نظر بگیرید.

وقتی که دو روش کنار هم نوشته می‌شوند، معلوم می‌شود که هر دو، یک الگوریتم هستند که ترتیب انجام مراحل عمل ضرب در هر دو روش متفاوت است. ولی چون عمل ضرب و عمل جمع خاصیت جابه جایی دارند، تغییر در ترتیب انجام مراحل، تفاوتی در جواب نهایی ایجاد نمی‌کند.

یکی دیگر از روش‌هایی که برای انجام عملیات ضرب موجود است، نوشتن عددها روی نوارهای کاغذی به طوری است که ترتیب رقم‌های یکی از عامل‌های ضرب را تغییر دهیم و بعد، یک سری ضرب‌های یک‌رقمی انجام دهیم. این الگوریتم، می‌تواند برای کسانی که به استفاده از ابزار ملموس برای فهمیدن ریاضی علاقه دارند، جذاب باشد

$$\begin{aligned}
 28 \times 46 &= (4+8+16) \times 46 \\
 &= (4 \times 46) + (8 \times 46) + (16 \times 46) \\
 &= (20 \times 46) + (20 \times 46) + (20 \times 46) \\
 &= 184 + 368 + 736 = 1288
 \end{aligned}$$

با وجودی که روش ضرب مصری، شامل مراحل بیشتری نسبت به الگوریتم ضربهای متوالی است، برتری کلیدی آن برای استفاده کنندگان این است که تنها دانستن حاصل ضرب یک عدد در ۲ کافی است. از این گذشته، این روش می‌تواند به‌عنوان داربستی برای دانش‌آموزانی عمل کند که هنوز، تسلط کافی در دانستن و به‌کارگیری اصول پایه‌ای ندارند. همچنین این الگوریتم، می‌تواند به گونه‌ای در کلاس درس معرفی شود که دانش‌آموزان را به بحث در مورد مفهوم ضرب، فرایند و چرایی اجرای آن هدایت کند. برای مثال، دانش‌آموزان می‌توانند این روش ضرب و روش ضربهای متوالی سنتی را با هم مقایسه کنند و چگونگی رسیدن به پاسخ درست را در هر دو روش، توضیح دهند. معرفی الگوریتم‌های گوناگون ضرب به دانش‌آموزان، باعث بالا بردن درک مفهومی آنان می‌شود و همان‌طور که پژوهشگر برجسته آموزش ریاضی لی‌پینگ ما^{۲۳} (۱۹۹۹، ص ۱۱۲) بیان کرده، «وقتی که یک مسئله با روش‌های چندان‌ه حل می‌شود، می‌توان از آن طریق، چندین بخش از دانش ریاضی را به هم گره زد».

روش «ضرب دهقان روسی»^{۲۴}

این روش، نوعی از الگوریتم ضرب مصری است که به دهقانان نزدیک به روسیه مرتبط می‌شود و هنوز در برخی از مناطق، از آن استفاده می‌شود (بوگومولنی^{۲۴}، ۲۰۱۱). این روش، شامل فرایند نصف کردن و دوبرابر کردن است، که یکی از عامل‌های ضرب را بر اساس توان‌هایی از ۲ کاهش می‌دهد و از خاصیت توزیع‌پذیری ضرب نسبت به جمع، برای به دست آوردن حاصل ضرب استفاده می‌کند. مانند روش مصری، فرایند ضرب با مرتب کردن اعداد در دو ستون شروع می‌شود. در مثال زیر، ضرب 46×28 مبتنی بر فرایند «ضرب دهقان روسی»، نشان داده شده است:

۱. در زیر هر یک از عامل‌های ضرب، یک ستون در نظر بگیرید.

۲. به‌طور مکرر، عدد ستون سمت چپ را آن‌قدر نصف کنید و باقیمانده‌های تقسیم را حذف کنید تا به عدد ۱ برسید.

۳. به‌طور مکرر، عدد ستون سمت راست را در دو ضرب کنید.

۴. سطرهایی را که در ستون سمت چپ عدد زوج دارند، حذف کنید.

عددهای ستون سمت چپ، توان‌های عدد ۲ را نشان می‌دهند. در حالی که عددهای ستون سمت راست، $46 \times$ توان‌های عدد ۲ را در ستون سمت چپ نشان می‌دهند. بزرگ‌ترین توان $2 \geq 28$ برابر است با ۱۶.

۳. عامل دوم ضرب را به توان‌هایی از ۲ تجزیه کنید. ۱۶ بزرگ‌ترین توان ۲ است که کوچک‌تر یا مساوی ۲۸ است. $28 - 16 = 12$

۱۲، بزرگ‌ترین توان ۲ است که کوچک‌تر یا مساوی ۸ است. $12 - 8 = 4$

۴، بزرگ‌ترین توان ۲ است که کوچک‌تر یا مساوی ۴ است.

در نتیجه، ۲۸ حاصل جمع توان‌های ۲، یعنی $16 + 8 + 4$ است.

۴. اعدادی از ستون سمت راست را که توان ۲ نظیرشان در ستون سمت چپ، در مرحله ۳ به دست آمده، با هم جمع کنید. $184 + 368 + 736 = 1288$ پس، $46 \times 28 = 1288$.

۱	۴۶
۲	۹۲
• ۴	۱۸۴
• ۸	۳۶۸
• ۱۶	۷۳۶
۲۸	۱۲۸۸

این مهم است که بدانیم چرا این روش نتیجه می‌دهد. این الگوریتم، بر مبنای خاصیت توزیع‌پذیری ضرب نسبت به جمع و توانایی دوباره نوشتن حاصل ضرب، بر اساس توان‌هایی از ۲ است. چون اعداد ستون سمت چپ، نشان‌دهنده توان‌های ۲ هستند، می‌توان جدول را به‌صورت زیر، جرح و تعدیل نمود:

$1 = 2^0$	$2^0 \times 46$	۴۶
$2 = 2^1$	$2^1 \times 46$	۹۲
• $4 = 2^2$	$2^2 \times 46$	۱۸۴
• $8 = 2^3$	$2^3 \times 46$	۳۶۸
• $16 = 2^4$	$2^4 \times 46$	۷۳۶
۲۸		۱۲۸۸

مسئله را بر اساس توان‌هایی از ۲، بازنویسی کنید:

؟؟؟؟؟

معرفی
الگوریتم‌های
گوناگون ضرب
به دانش‌آموزان،
باعث بالا بردن
درک مفهومی آنان
می‌شود و همان‌طور
که پژوهشگر
برجسته آموزش
ریاضی لی‌پینگ ما
بیان کرده، «وقتی
که یک مسئله با
روش‌های چندان‌ه
حل می‌شود،
می‌توان از آن
طریق، چندین
بخش از دانش
ریاضی را به هم
گره زد».

توان‌های دو	۲ ^۵	۲ ^۴	۲ ^۳	۲ ^۲	۲ ^۱	۲ ^۰
نمایش در مبنای ۱۰	۳۲	۱۶	۸	۴	۲	۱
نمایش در مبنای دو	۱	۰	۱	۱	۱	۰

کنید که یکی توان‌های عدد ۲ و دیگری رقم‌های عدد ۴۶ را در مبنای دو ولی به صورت برعکس، نشان دهد.

۰	۰×۱	۴۶	۴۸
۱	۱×۲	۲۳	۵۶
۲	۱×۴	۱۱	۱۱۲
۳	۱×۸	۵	۲۲۴
۴	۱×۱۶	۴	۴۴۸
۵	۱×۳۲	۱	۸۹۶
		۱۲۸۸	

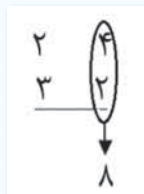
با اضافه شدن دو ستون، به وضوح می‌توان ارتباط بین این الگوریتم و نمایش اعداد در مبنای دو را دید:

$$46 = (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0) = 32 + 8 + 4 + 2$$

با توجه به اینکه رقم‌های نمایش داده شده در مبنای دو، باقیمانده تقسیم را بر توان‌های ۲ نشان می‌دهند، ۱ با اعداد فرد در ستون عدد ۴۶ و صفر با اعداد زوج متناظر است. بنابراین، تنها ردیف‌هایی با عددهای فرد، در به دست آوردن حاصل ضرب، نقش دارند.

ضرب هندی

ریاضیات هندی، ریشه در هند باستان دارد که در متون کهن هندی، برای اولین بار در حدود ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد، به زبان سانسکریت نوشته شده است. رهبر روحانی و ریاضی‌دان هندی، سری بهاراتی کرشنا تیرتاجی^{۲۷}، ۱۶ اصل بنیادی را که سوترا^{۲۸} نامیده می‌شوند، از این متون کهن به دست آورده است. سوترا دارای حدود ۱۳ زیر مجموعه است که مبنای دستگاه شمار ریاضیات هندی را تشکیل می‌دهند (ناتاراج و توماس^{۲۹}، ۲۰۰۶). ضرب هندی، یک الگوی ساده و کارآمد برای محاسبات ذهنی است. به عنوان مثال، برای ضرب 32×24 ، از سوتراهای عمودی و ضربدیری^{۳۰}، استفاده شده است: ۱. برای به دست آوردن رقم یکان حاصل ضرب، رقم‌های سمت راست را به صورت عمودی ضرب کنید.



۴۶	۴۸
۲۳	۵۶
۱۱	۱۱۲
۵	۲۲۴
۴	۴۴۸
۱	۸۹۶
۱۲۸۸	

۵. عددهای حذف نشده در ستون سمت راست را با هم جمع کنید تا حاصل ضرب به دست آید.

$$56 + 112 + 224 + 448 + 896 = 1288$$

بنابراین، $46 \times 28 = 1288$.

دلایل توجیه این الگوریتم، تقریباً مانند روش مصری است، اما بگذارید از یک دیدگاه کمی متفاوت به آن نگاه کنیم. در واقع، اینکه هر دو رویه، وابسته به ضرب در ۲ یا تقسیم بر ۲ هستند، نشان می‌دهد که هر دو روش، مبتنی بر مبنای دو^{۲۵} است. ابتدا نمایش عدد ۴۶ را در مبنای ۲، با استفاده از مراحل زیر، به دست آورید:

۱. فهرستی از توان‌های ۲ را در جدولی از راست به چپ تهیه کنید که با ۲^۰ شروع شود و توان‌ها به ترتیب، یکی یکی افزایش یابند.

۲. بزرگ‌ترین توانی از ۲ را که برای عدد ۴۶ مناسب است، پیدا کنید، چون ۳۲ برای عدد ۴۶ مناسب است، در انتهای سمت چپ جدول و در قسمت نمایش در مبنای دو، عدد ۱ را بنویسید. ۳۲ را از ۴۶ کم کنید که ۱۴ می‌شود.

۳. بزرگ‌ترین توانی از ۲ را که برای عدد ۱۴ مناسب است، پیدا کنید. چون عدد ۱۶ برای ۱۴ مناسب نیست، برای دومین رقم در مبنای دو، عدد صفر را بنویسید.

۴. عدد ۸ برای ۱۴ مناسب است بنابراین برای سومین رقم در مبنای دو، عدد یک را بنویسید. عدد هشت را از ۱۴ کم کنید که ۶ می‌شود.

۵. بزرگ‌ترین توانی از ۲ را که برای عدد ۶ مناسب است، پیدا کنید، چون ۴ برای عدد ۶ مناسب است، برای چهارمین رقم در مبنای دو، عدد ۱ را بنویسید. عدد ۴ را از ۶ کم کنید که ۲ می‌شود.

۶. بزرگ‌ترین توانی از ۲ را که برای عدد دو مناسب است، پیدا کنید، چون ۲ (توانی از دو) برای عدد ۲ (یک عدد اعشاری) مناسب است، برای رقم بعدی در مبنای دو، عدد ۱ را بنویسید. عدد ۲ را از دو کم کنید تا باقی‌مانده صفر شود.

۷. چون صفر، هیچ توانی از ۲ نیست، برای رقم باقی‌مانده در مبنای ۲، عدد صفر را قرار دهید.

سپس دو ستون دیگر از اعداد، به جدول اصلی اضافه

۲. به صورت ضربداری عددها را در هم ضرب کنید و حاصل را جمع کنید:

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 = 4 \\ + 3 \times 2 = 6 \\ \hline 16 \end{array}$$

۱۶۰

این عدد، رقم دهگان حاصل ضرب را نشان می‌دهد (توجه داشته باشید که عدد ۱، باید به مکان صدگان انتقال پیدا کند).

۳. رقم‌های سمت چپ را به صورت عمودی ضرب کنید، و حاصل را با عددهای انتقال یافته جمع کنید تا رقم صدگان حاصل ضرب، به دست آید.

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 = 4 \\ + 3 \times 2 = 6 \\ \hline 16 \end{array}$$

۱۶۰

بدین ترتیب، $24 \times 32 = 768$.

این الگوریتم، می‌تواند برای ضرب‌های ذهنی در کلاس درس معرفی شود. حل مسائلی که نیاز به انجام مراحل ضرب دارد، ممکن است برای دانش‌آموزان خسته‌کننده باشد و دانش‌آموزان به سادگی دچار اشتباه می‌شوند.

دانش‌آموزان دوره اول و دوم دبیرستان از این روش ساده و میان‌بر، برای یافتن حاصل ضرب استفاده می‌کنند و آن‌ها ممکن است توانایی محاسبه ذهنی حاصل ضرب را کسب کنند. اجازه دهید نگاه عمیق‌تری به شیوه کار کردن این روش داشته باشیم. ابتدا با استفاده از خاصیت توزیع پذیری ضرب مسئله قبل را دوباره می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} 24 \times 32 &= (20 + 4)(30 \times 2) \\ &= (20 \times 30) + (20 \times 2) + (4 \times 30) + (4 \times 2) \\ &= 600 + 40 + 120 + 8 = 600 + 160 + 8 \\ &= 700 + 60 + 8 = 768 \end{aligned}$$

توجه داشته باشید که قسمت‌های برجسته شده در مسئله با الگوهای عمودی و ضربداری در ارتباط هستند.

$$\begin{array}{r} 2 \times 2 = 4 \\ + 3 \times 2 = 6 \\ \hline 16 \end{array}$$

۱۶۰

$$(20 \times 30)$$

این الگوریتم بر مبنای خاصیت توزیع پذیری ضرب می‌باشد.

در ضرب اعداد بزرگ‌تر، به همان الگوی قبلی، دو مجموعه ضرب ضربداری اضافه می‌شود، از الگوی زیر استفاده کنید:

$$(20 \times 30)$$

برای مثال در ضرب 123×456 ، ضرب و جمع نمایش داده شده است، در مرحله آخر اعداد بزرگ‌تر از ۹، دوباره دسته‌بندی شده‌اند.

$$123 \times 456 = 56088$$

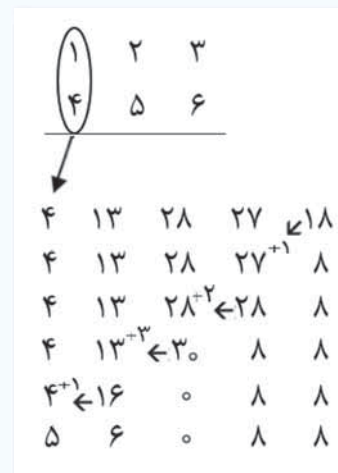
$$123 \times 456 = 56088$$

بنابراین، $123 \times 456 = 56088$.

17. Line Multiplication
18. Circle/Radius Multiplication
19. Paper Strip Multiplication
20. Egyptian Multiplication
21. O'Connor & Robertson
22. Laping Ma
23. Russian Peasant Multiplication
24. Bogomolny
25. Binary System
26. Vedic Multiplication
27. Sri Bharati Krsna Tirthaji
28. Sutra
29. Nataraj & Thomas
30. Vertically and Crosswise Sutra

منابع

1. Bogomolny, A. (2011). Peasant multiplication. Retrieved June 10, 2011, from www.cut-the-knot.org
2. Carroll, W. M., & Porter, D. (1998). Alternative algorithms for whole-number operations. In The National Council of Teachers of Mathematics, The teaching and learning of algorithms in school mathematics (pp. 106-114). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
3. Gray, E. D. (2001). Cajun multiplication: A history, description, and algebraic verification of a peasant algorithm. Louisiana Association of Teachers of Mathematics Journal, 1(1), article 6. Retrieved from <http://www.lamath.org/journal/Vol1/cajunmultiplicationfinal.pdf>
4. Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
5. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
6. Nugent, P. M. (2007, September). Lattice multiplication in a preservice classroom. Mathematics Teaching in the Middle School, 13(2), 110-113.
7. O'Connor, J. J. & Robertson, E. F. (2011). An overview of the history of mathematics. In The MacTutor history of mathematics archive. Retrieved June 9, 2011, from School of Mathematics and Statistics, University of St Andrew Scotland website: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk>
8. Princeton University "About WordNet" (2010). Retrieved June 9, 2011, from <http://wordnet.princeton.edu>
9. Rouse Ball, W. W. (1960). A short account of the history of mathematics (4th ed.). Mineola, NY: Dover Publications, Inc. (Original work published 1908)
10. Rubenstein, R. N. (1998). Historical algorithm. In L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds.), The teaching and learning of algorithms in school mathematics (pp. 99-105). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
11. Saraswathy Nataraj, M., & Thomas, M. O. (2006). Expansion of binomials and factorization of quadratic expressions: Exploring a Vedic method. Australian Senior Mathematics Journal, 20(2), 8-17.
12. Sgroi, L. (1998). An explanation of the Russian peasant method of multiplication. In L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds.), The teaching and learning of algorithms in school mathematics (pp. 81-85). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics,



نتیجه‌گیری

ضرب یک مهارت پایه ریاضی است، و درک فرایند و بیشتر کاربردهای آن اصل مهمی برای موفقیت آینده دانش‌آموزان امروزی است. با توجه به رشد بالای آموزش، انتظار می‌رود همه دانش‌آموزان راه و روش‌های یکسان برای آموزش را یاد بگیرند. آموزشگران باید به‌طور گسترده آماده‌گی پاسخ‌گویی به نیازهای متنوع و منحصر به فرد دانش‌آموزان، در کلاس درس را داشته باشند. پژوهش‌ها نشان داده زمانی که روش‌ها و راهبردهای گوناگون حل مسئله به کودکان معرفی می‌شود، توانایی‌های حل مسئله در آن‌ها مبتکرانه و منعطف‌تر می‌شود (NCTM، ۲۰۰۰). وقتی دانش‌آموزان درباره تاریخچه گسترش ایده‌های ریاضی اطلاعات به دست می‌آورند به احتمال زیاد آن‌ها ریاضی را به‌عنوان نظم روبه رشدی در نظر خواهند گرفت، در حالی که دیگران از آن به‌عنوان روش مؤثر در محاسبه مسائل پیچیده استفاده می‌کنند.

پی‌نوشت‌ها

1. West, Lynn. (July 2011). University of Bellevue, Nebraska. Unpublished MA thesis.
2. Princeton University Wordnet
3. long Multiplication
4. Multiplicand
5. Multiplier
6. Finger Multiplication
7. Rouse Ball
8. Area Model of Multiplication
9. Distributive Property
10. Commutative Property
11. Visual Learners
12. Lattice Multiplication
13. Sieve Multiplication
14. Jalousia (Gelosia)
15. Carroll & Porter
16. Regrouping



پنجاه و هفتمین المپیاد

بین‌المللی ریاضی؛

هنگ‌کنگ، ۲۰۱۶

علی خزلی

دانشجوی دکتری ریاضی دانشگاه صنعتی شریف و ناظر تیم المپیاد ایران در سال ۱۳۹۵

چکیده

امسال (۲۰۱۶) نیز به روال گذشته‌ای که از سال ۱۳۶۳ شروع شده، تیم المپیاد ریاضی ایران در پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی در هنگ‌کنگ، شرکت نمود و رتبهٔ بیست و چهارم را کسب کرد. در کاهش چشمگیر رتبهٔ ایران، علاوه بر نوسانات طبیعی، علت‌هایی می‌توانند دخیل باشند که اهمیت خود آن‌ها از نتیجهٔ تیمی بیشتر است، از جمله کاهش انگیزهٔ دانش‌آموزان در المپیاد و کاهش علاقه به ریاضیات. این موضوع، نیازمند مطالعات جدی است و اگر به آن توجه نشود، ممکن است اثر مفید المپیاد برای ریاضی مدرسه‌ای در ایران از بین برود و شرایط پیش از المپیاد مجدداً تکرار شود.

کلیدواژه‌ها: المپیاد ریاضی، پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی در هنگ‌کنگ، رتبهٔ ایران در المپیاد ۲۰۱۶

یک سرپرست، یک سرپرست دوم و در صورت تمایل چند ناظر، تیم را همراهی می‌کنند. سرپرست و ناظر A در جلسات ژوری^۲ شرکت می‌کنند و در قرنطینه می‌مانند و سرپرست دوم و سایر ناظران همراه دانش‌آموزان هستند. اعزام ناظران علاوه بر کمک به سرپرستان در مسائل علمی و اجرایی، باعث کسب تجربهٔ نیروهای جوان نیز می‌شود.

المپیاد ریاضی در دو روز برگزار می‌شود و شرکت‌کنندگان در هر روز، باید سه سؤال را در چهار و نیم ساعت حل کنند. سطح سؤالات نسبت به معلومات دبیرستانی، بالاتر است و دانش‌آموزانی که موفق به حل حتی یک سؤال در آن می‌شوند، اغلب کسانی هستند که علاوه بر توانایی و استعداد ویژه ریاضی، برای مطالعه و تمرین در موضوعات المپیاد وقت زیادی گذاشته‌اند. انتخاب ترتیب سؤال‌ها در هر روز،

تیر ماه امسال، شاهد برگزاری پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی^۱ بودیم. این مسابقه را می‌توان معتبرترین و با قدمت‌ترین مسابقهٔ ریاضی دانش‌آموزی در سطح جهانی دانست که تیر ماه هر سال، در یکی از کشورهای شرکت‌کننده برگزار می‌شود. المپیادهای ریاضی، توانایی قابل توجهی در شناسایی استعدادها دارند و اکثر مدال‌آوردگان آن، در آیندهٔ تحصیلی و شغلی‌شان نیز، درخشان بوده‌اند. برای مثال، تعداد قابل توجهی از ریاضی‌دانان برجستهٔ کنونی، سابقهٔ شرکت در المپیاد ریاضی را با رتبهٔ عالی داشته‌اند. هم‌چنین مدال و رتبهٔ خوب در المپیاد ریاضی، فارغ از جوایز مالی احتمالی، می‌تواند تأثیر شایانی در آیندهٔ علمی شرکت‌کنندگان آن داشته باشد. در المپیاد بین‌المللی ریاضی، هر کشور با یک تیم ۶ نفری از دانش‌آموزان برگزیده‌اش در آن شرکت می‌کند و



شکل ۱: تیم جمهوری اسلامی ایران در المپیاد بین‌المللی ریاضی به همراه سرپرستان. ایستاده از راست: محسن جمالی (سرپرست دوم)، مرتضی ثقفیان (ناظر A)، امیر مجتبی صبور، علیرضا هدیه‌لو، فرید اکباتانی، سیامک عزتی (ناظر C) و امید حاتمی (سرپرست). نشسته از راست: محمدرضا امینیان، امین رخشا، مهید مجید و علی خزلی (ناظر B).

جدول (۱): توزیع مدال‌ها در پنجاه و هفتمین دوره المپیاد ریاضی

مدال	کم‌ترین نمره لازم	تعداد
طلا	۲۹	۴۴
نقره	۲۲	۱۰۱
برنز	۱۶	۱۳۵
دیپلم افتخار	کسب نمره کامل (۷) در حداقل یک سؤال	۱۶۲
بدون جایزه		۱۶۰

جدول (۲): نتایج اعضای تیم ایران در پنجاه و هفتمین المپیاد ریاضی

شرکت‌کننده	نمره	مدال
محمدرضا امینیان	۲۴	نقره
فرید اکباتانی	۱۹	برنز
امین رخشا	۲۲	نقره
امیرمجتبی صبور	۲۲	نقره
مهید مجید	۱۷	برنز
علیرضا هدیه‌لو	۲۱	برنز

نیز تیم را همراهی می‌کردند. نتایج اعضای تیم ایران را در جدول (۲) ببینید:

جمهوری اسلامی ایران با کسب مجموع ۱۲۵ نمره، مقام ۲۴ام را به دست آورد. ده تیم برتر المپیاد ریاضی در سال ۲۰۱۶ و مجموع نمرات آن‌ها به ترتیب، عبارت‌اند از:

۱. آمریکا (۲۱۴)
۲. کره جنوبی (۲۰۷)
۳. چین (۲۰۴)

معمولاً براساس درجه سختی، یعنی از آسان‌تر به سخت‌تر است. سؤال‌های المپیاد ریاضی در چهار شاخه ترکیبیات، جبر، نظریه اعداد و هندسه رده‌بندی می‌شوند و همیشه از هر شاخه، حداقل یک سؤال در المپیاد وجود دارد. اما ترکیب نهایی سؤال‌ها، بستگی به رأی سرپرستان تیم‌ها در فرآیند رأی‌گیری جلسه ژوری و ترکیب سؤال‌های پیشنهادی در آن سال دارد.

نحوه انتخاب سؤال‌ها در المپیاد بین‌المللی به این صورت است که چند ماه پیش از مسابقه، هر کشور حداکثر ۶ سؤال پیشنهاد می‌دهد. سپس کمیته‌ای از کشور میزبان، از بین سؤال‌های پیشنهادی، فهرستی شامل ۳۰ سؤال^۲ انتخاب می‌کند که در چهار شاخه مذکور، به ترتیب سادگی به سختی، دسته‌بندی می‌شوند. در نهایت در جلسات ژوری که پیش از مسابقه، با حضور سرپرستان و ناظرهای A همه تیم‌ها که قرنطینه شده‌اند (از ارتباط با دیگران منع شده‌اند) تشکیل می‌شوند، با ساز و کار مشخصی بحث و رأی‌گیری می‌شود تا انتخاب ۶ سؤال برای مسابقه، نهایی شود. تصحیح برگه‌ها نیز بر عهده کشور میزبان است که برای تأمین نیروهای علمی مورد نیاز، اعضای جامعه ریاضی آن کشور را به خوبی به کار می‌گیرد.

پنجاه و هفتمین دوره از المپیاد بین‌المللی ریاضی، در کشور هنگ کنگ و به میزبانی دانشگاه علم و صنعت هنگ کنگ برگزار شد. در هر سال، تمام هزینه‌های برگزاری و اسکان، به استثنای ناظرهای تیم‌ها، بر عهده کشور میزبان است. در هر دوره، میزبان‌های سال‌های آینده با درخواست کشورها و رأی سرپرستان تیم‌ها در جلسه ژوری، مشخص می‌شوند. در این دوره، ۱۰۹ کشور شرکت کرده بودند که بیشترین تعداد در سابقه المپیاد ریاضی بوده است و از بین آن‌ها، ۵ کشور بودند که برای اولین بار در این مسابقه شرکت می‌کردند.

نتایج پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی

در المپیاد ریاضی، هر سؤال ۷ نمره دارد و جمع نمرات هر فرد و هر تیم، حداکثر ۴۲ و ۲۵۲ خواهد بود. بر اساس جمع نمرات، مدال‌ها طوری تعیین می‌شود که تقریباً یک دوازدهم شرکت‌کنندگان مدال طلا، یک ششم مدال نقره و یک چهارم مدال برنز می‌گیرند. علاوه بر آن، کسانی که مدال نگرفته‌اند اما موفق شده‌اند در یکی از شش سؤال المپیاد نمره کامل کسب کنند، دیپلم افتخار دریافت می‌کنند. در دوره پنجاه و هفتم، نحوه اعطای مدال‌ها در جدول (۱) آمده است. آمارهای این بخش از [۱] استخراج شده است.

اعضای تیم ایران در این دوره به ترتیب الفبایی، آقایان محمدرضا امینیان، فرید اکباتانی، امین رخشا، امیرمجتبی صبور، مهید مجید و علیرضا هدیه‌لو بودند. آقایان امید حاتمی (سرپرست)، محسن جمالی (سرپرست دوم)، مرتضی ثقفیان (ناظر A)، علی خزلی (ناظر B) و سیامک عزتی (ناظر C)

۴. سنگاپور (۱۹۶)

۵. تایوان (۱۷۵)

۶. کره شمالی (۱۶۸)

۷. روسیه (۱۶۵)

۸. انگلستان (۱۶۵)

۹. هنگ کنگ (۱۶۱)

۱۰. ژاپن (۱۵۶)

همچنین در این سال، ۶ نفر نمره کامل (۴۲) را به دست

آوردند. نتایج این دوره به تفکیک سؤال‌ها، در جدول (۳)

نشان داده شده است.

جدول (۳): نتایج پنجاه و هفتمین دوره المپیاد ریاضی به تفکیک سؤال‌ها

سؤال	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع
شاخه	هندسه	ترکیبیات	نظریه اعداد (با ایده‌های هندسی)	نظریه اعداد	جبر	ترکیبیات	
کشور طراح	بلژیک	استرالیا	روسیه	لوکزامبورگ	روسیه	چک	
رتبه ایران	۱	۳۲	۱۰	۱	۲۰	۳۹	۲۴
نمره ایران	۴۲	۱۶	۳	۴۲	۱۸	۴	۱۲۵
میانگین نمرات همه تیم‌ها	۲۹/۱۲	۱۱/۲۳	۱/۳۹	۲۶/۲۰	۹/۲۷	۴/۴۵	۸۱/۶۵
میانگین نمرات ده تیم برتر	۴۰/۴	۳۵/۵	۱۰/۶	۴۱/۱	۳۳/۸	۱۹/۷	۱۸۱/۱

تحلیل نتایج تیم ایران

در سال ۱۳۹۵ (دوره پنجاه و هفتم المپیاد ریاضی در سال ۲۰۱۶)، رتبه تیم جمهوری اسلامی ایران نسبت به سال‌های گذشته، ضعیف‌تر بود و علاوه بر این، میانگین رتبه ایران در چند سال گذشته هم ضعیف‌تر از دوره‌های میانی شرکت ایران در المپیادهای بین‌المللی ریاضی بوده است. شناسایی عوامل مختلف اثرگذار بر این موضوع، می‌تواند به کاهش آسیب‌ها و افزایش نقاط قوت کمک کند. در ادامه، به

برخی از آن‌ها به اختصار، اشاره می‌شود. البته این‌ها عواملی است که به تجربه شناسایی شده و هنوز در ایران، پژوهشی در این مورد، انجام نشده است.

ایران از بیست و هفتمین دوره برگزاری المپیاد بین‌المللی ریاضی در سال ۱۹۸۷، به‌صورت رسمی و پیوسته، در آن شرکت کرده است. رتبه ایران در پنج سال نخست، افزایش چشمگیری داشته است، اما پس از آن تا کنون، نوسانات زیادی با میانگین حدود رتبه دهم داشته است. ایران در سال ۱۹۹۸، رتبه اول را کسب نمود و تا به حال، رتبه‌های سوم در سال ۱۹۹۷، چهارم در سال ۲۰۰۵ و پنجم در سال ۲۰۰۸ را به دست آورده است.

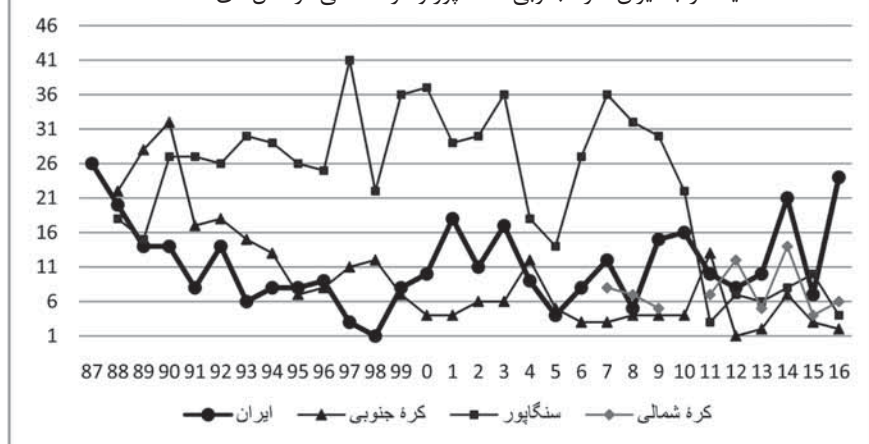
یکی از عوامل پایین آمدن رتبه ایران این است که به نظر می‌رسد میزان شرکت و آمادگی سایر تیم‌ها نسبت به اولین دوره حضور ایران، بیشتر شده است. به عنوان مثال، همان‌طور که شکل ۲ نشان می‌دهد، از بین ۱۰ تیم برتر سال جاری، دو تیم کره جنوبی و سنگاپور در سال‌های اخیر، پیشرفت قابل ملاحظه‌ای داشته‌اند و از ایران پیشی گرفته‌اند و تیم کره شمالی نیز از سال ۲۰۰۷، وارد عرصه مسابقات المپیاد بین‌المللی ریاضی شده است.

از جمله عوامل اثرگذار دیگر، نوع و موضوع سؤال‌ها در سال‌های مختلف است. با بررسی سابقه کشور ما در المپیاد ریاضی، می‌توان دید که ایران در طراحی و حل سؤال‌های هندسه، توانایی زیادی دارد. در صورتی که به‌عنوان مثال، دانش‌آموزان ایرانی در بحث ترکیبیات، معمولاً نمرات کم‌تری کسب می‌کنند. این عدم توازن چندین مطلب را می‌تواند توضیح دهد. با توجه به جدول (۳)، دیده می‌شود که ترکیب سؤال‌ها و درجه سختی آن‌ها، در رتبه کسب شده توسط تیم ایران در سال ۲۰۱۶ (۱۳۹۵)، تأثیرگذار بوده است. به طور مشخص، سؤال‌های اول و سوم در زمینه هندسه بودند که سؤال اول آسان بوده و اکثر تیم‌های قوی، نمره خوبی از آن کسب کردند. سؤال سوم نیز سؤالی زیبا و جالب توجه بود که

ترکیبی از هندسه و نظریه اعداد بود. بنابراین به دلیل این تلفیق، حل آن به خلاقیت ویژه‌ای نیاز داشت و تعداد بسیار کمی موفق به حل آن شدند. با اینکه جمع نمرات ایران در این سؤال ۳ بود، اما تنها ۹ تیم نمره بالاتری برای آن به دست آوردند. نمرات تیم ایران در سؤال‌های دوم و ششم با موضوع ترکیبیات، ضعیف بود، هرچند با توجه به نتایج، درجه سختی سؤال ششم نسبت به سال‌های گذشته، چندان بالاتر نبود.

به عنوان یک عامل مهم، ممکن است واقعاً میزان توانایی تیم‌های ایران در سال‌های اخیر نسبت به گذشته کاهش یافته باشد. شاید به این علت که به‌طور متوسط در سال‌های اخیر، انگیزه دانش‌آموزان در مناطق مختلف

مقایسه رتبه ایران، کره جنوبی، سنگاپور و کره شمالی در سال‌های مختلف



شکل ۲: مقایسه رتبه ایران با کره جنوبی، سنگاپور و کره شمالی از سال ۱۹۸۷ تا ۲۰۱۶

کشور، برای گام نهادن در مسیر المپیاد کاهش چشمگیری داشته است. هم‌چنین، وجود انگیزه‌های جانبی غیر از علاقه به ریاضی، خواه ناخواه بر کیفیت مطالعه ریاضیات در دانش‌آموزان المپیادی، اثر گذاشته است. این موارد روی نتیجه تیمی هم اثر گذار هستند، اما خودشان اهمیت بیشتری از رتبه ایران در المپیاد بین‌المللی دارند. در ادامه در این باره بیشتر بحث می‌کنیم.

آسیب‌ها و مشکلات المپیاد در ایران

انگیزه اصلی ایران برای شرکت در المپیاد بین‌المللی ریاضی، از همان ابتدا تشویق دانش‌آموزان به یادگیری ریاضی بود. در آن زمان، فضای حاکم بر جامعه باعث شده بود که اکثر دانش‌آموزان، رشته علوم تجربی را برای تحصیل در دبیرستان انتخاب کنند. این وضعیت، برای آینده علمی کشور و به خصوص رشته‌های علوم پایه و مهندسی، بسیار نامطلوب بود^۴. با توجه به اینکه در سؤال‌های المپیاد، خلاقیت در حل مسئله بر حفظ کردن درس‌ها غلبه داشت، این مسابقه به سرعت، منجر به انتخاب دانش‌آموزان علاقه‌مند و با استعداد در ریاضی، از سراسر کشور شد. به‌خصوص آنکه در سراسر کشور، مرحله اول المپیاد کشوری ریاضی به‌صورت تستی و مرحله دوم آن به‌صورت تشریحی برگزار می‌شود. اعتبار علمی که کسب مدال المپیاد برای اشخاص به ارمغان می‌آورد، در مسیر آینده تحصیلی آن‌ها نیز مؤثر و انگیزه‌بخش بوده است. المپیاد ریاضی در سراسر کشور، ظرفیت بسیار بالایی در سنجش استعداد دانش‌آموزان متوسط و بالاتر داشته و از دید نویسنده، در جذب دانش‌آموزانی که علاقه و استعداد ویژه‌ای نسبت به ریاضی دارند، و تشویق آن‌ها به ادامه تحصیل در رشته ریاضی، موفق بوده است. اما در سال‌های اخیر، مشکلاتی در این باره به‌وجود آمده است که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنیم.

اعتبار علمی مدال المپیاد و جوایز مادی و معنوی آن باعث توجه بیشتر خانواده‌ها و برخی مراکز آموزشی به آموزش حرفه‌ای المپیاد شده است. با اینکه آموزش به خودی خود امری مثبت است و توانایی افراد را بالا می‌برد، اما این موضوع ناخواسته، یک مشکل جدی در سطح کشوری ایجاد کرده است که دانش‌آموزانی که به مراکز آموزشی قوی دسترسی ندارند، حتی اگر دارای استعداد ویژه در ریاضی باشند، کمتر می‌توانند در این رقابت موفق شوند و در نتیجه اعتمادبه‌نفس آن‌ها نیز کاهش یافته است. این مشکل در طول زمان، به تدریج تشدید شده است، تا جایی که اکنون منجر به کاهش انگیزه برای شروع مطالعه مباحث المپیادی در سطح وسیعی از کشور شده است که با اهداف اصلی المپیاد ریاضی یعنی گسترش علاقه به ریاضی، در تقابل است و حل این معضل، توجه ویژه نخبگان و مسئولان را برای انجام پژوهش برای یافتن راهکارهای جدید و حمایت از اجرای آن‌ها، می‌طلبد. یکی از عوارض دیگر این عدم توازن در رقابت این است

که به صورت خود به خودی، سهم خلاقیت را در موفقیت تیم المپیاد کشوری، کم‌رنگ می‌کند. این عارضه علاوه بر آثار منفی در توانایی شناختن استعدادهای برتر از طریق المپیاد، بر نتیجه بین‌المللی تیم ایران نیز اثر گذاشته است. توجه کنید که در المپیاد ریاضی، به خصوص مرحله بین‌المللی آن، همواره سعی بر این است تا سؤال‌هایی انتخاب شوند که فقط با تکنیک‌های به‌خاطر سپرده شده، قابل حل نباشند و جنبه خلاقیت در آن‌ها، قوی باشد.

در نهایت، لازم است به این نکته اشاره کنیم که لازم است در مورد ابعاد فرهنگی و روان‌شناسی المپیاد، مطالعات بیشتری صورت گیرد. برای نمونه، مدال‌آوردگان المپیادی، ناگهان در کانون توجه و تحسین قرار می‌گیرند و این موضوع، ممکن است آگاهانه یا ناخودآگاه، حس خود برترینی را در آنان تقویت نموده و باعث کاهش تلاش دانش‌آموزان و عدم استفاده از ظرفیت حداکثری‌شان شود. از این گذشته، لازم است که خطر افزایش توقع از دیگران و مسئولان در مدال‌آوران، حسادت دانش‌آموزان و دانشجویان نسبت به افرادی که موفق‌تر هستند، و زمینه بروز مشکلات دیگر، جدی گرفته شود. لازم به ذکر است که موفقیت در المپیاد، تنها یک نشانه است و به هیچ وجه افراد را بی‌نیاز از تلاش و مطالعه برای موفقیت و مفید بودن هرچه بیشتر نمی‌کند. تفاوت ماهوی حل مسئله با آموزش ریاضی و پژوهش علمی نیز نکته‌ای است که باید المپیادی‌ها به آن توجه کنند و خود را برای آن آماده کنند. هم‌چنین دانش‌آموزانی که قصد آماده شدن برای المپیاد دارند، مراقب باشند که وجود منابع و مسیرهای خاص ولی طولانی و زمان‌بر، برای المپیاد، مطالعه شخصی متفرقه و از روی علاقه در مباحث مختلف ریاضی را در بین آن‌ها کم‌رنگ نکند که این اتفاق، امری نامطلوب است.

پی‌نوشت‌ها

1. International Mathematical Olympiad (IMO)

۲. جلسه‌های ژوری (Jury)، سلسله جلساتی با شرکت سرپرستان همه تیم‌هاست که تصمیم‌های مهم المپیاد و انتخاب سؤال‌ها از بین سؤال‌های پیشنهادی، در آن انجام می‌شود. در تصمیم‌گیری‌های این جلسات، وزن رأی همه کشورها با هم برابر است.

۳. معروف به Short List

۴. به نقل از مصاحبه با دکتر رجالی در

<http://iran-imo.persianblog.ir/post/56/>

منابع

۱. وبگاه رسمی المپیاد بین‌المللی ریاضی

(<http://www.imo-official.org>)

۲. وبگاه تیم ملی المپیاد ریاضی ایران

(<http://iran-imo.persianblog.ir>)

آیا جامعه به

مدال آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی: احتیاج دارد؟

سخنرانی پروفیسور سومن کونگ، در اجلاس
پنجاه و هفتمین المپیاد ریاضی در دانشگاه پلی تکنیک
هنگ کنگ - ۱۱ جولای ۲۰۱۶



مترجم: فاطمه حاج‌عزیزی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

عنوان این سخنرانی که تحرک‌آمیز به نظر می‌رسد، به هیچ‌وجه قصد شرمندگی کردن شرکت‌کنندگان و برگزارکنندگان المپیادهای بین‌المللی ریاضی را ندارد، بلکه آن را به منزله‌ی به اشتراک‌گذاری برخی افکار و اندیشه‌ها پیرامون المپیادها یا به‌طور کلی مسابقات ریاضی در نظر بگیرید که توسط معلمی که یک بار سرپرستی اولین تیم هنگ‌کنگ را برای شرکت در بیست‌ونهمین المپیاد بین‌المللی ریاضی که در سال ۱۹۸۸ در کانبرا برگزار شد، به عهده داشته است. هم‌چنان که در هماهنگی‌های لازم برای اجرای سی و پنجمین المپیاد بین‌المللی ریاضی نیز که در سال ۱۹۹۴ در هنگ‌کنگ برگزار گردید، کمک نموده است. سخنران سعی دارد که به این موضوع در زمینه آموزشی و به‌طور گسترده‌تر در زمینه اجتماعی-فرهنگی‌اش، توجه نماید.

کلیدواژه‌ها: سومن کونگ، المپیادهای بین‌المللی ریاضی، پنجاه و هفتمین المپیاد بین‌المللی ریاضی، هنگ‌کنگ

درباره سخنران

خاص، علاقه‌مند به تلفیق تاریخ ریاضی با یاددهی و یادگیری ریاضی است و از اواسط دهه ۱۹۸۰، مشارکت فعالی در «انجمن بین‌المللی تاریخ و پداگوژی ریاضی»^۲ داشته است. ایشان هم‌چنین، بیشتر وقت خود را صرف ارائه دوره‌ای تحت عنوان «ریاضیات: میراثی فرهنگی در سنت مطالعات لیبرال» برای دانشجویان دانشکده‌های

سومن کونگ^۱، مدرک کارشناسی خود را از دانشگاه هنگ‌کنگ و مدرک دکتری خویش را در رشته ریاضی، از دانشگاه کلمبیا دریافت کرد. او به انتشار برخی مقالات در زمینه ریاضی و علوم کامپیوتر، تعداد بیشتری پیرامون تاریخ ریاضی و آموزش ریاضی و کتاب‌های متعددی در زمینه عمومی‌سازی ریاضی پرداخته است. وی به‌طور

مختلف دانشگاه هنگ کنگ کرده است.

آیا جامعه به مدال آوران المپیادهای بین المللی ریاضی نیاز دارد؟

آیا جامعه به مدال آوران المپیادهای بین المللی ریاضی نیاز دارد؟ پاسخ منفی است، جامعه «نیاز»ی به مدال آوران المپیادهای بین المللی ریاضی ندارد. جامعه حتی به ریاضی دانان نیز «نیاز» ندارد. آیا این بدان معنی است که سخنرانی ۳۰ دقیقه‌ای من در اینجا به پایان خواهد رسید؟ در این صورت، باید همین جا توقف نموده و اعتراف کنم که در انتخاب حرفه‌ام در تمام این سال‌ها، اشتباه کرده‌ام. پس ادامه می‌دهم.

حتماً توجه داشته‌اید که من واژه «نیاز» را در گیومه قرار داده‌ام. جامعه به مدال آوران المپیادهای بین المللی ریاضی یا ریاضی دانان «نیاز» (داخل گیومه) ندارد. اما جامعه به تعمیرکاران، مأموران جمع‌کننده زباله، رفتگران، برق‌کاران، لوله‌کش‌ها و نظایر آن، نیاز (بدون گیومه) دارند. حالا شاید متوجه شدید که منظور من چیست. اجازه دهید به موضوع المپیادهای بین المللی ریاضی برگردیم. بعد از ۲۲ سال، المپیاد بین المللی ریاضی به هنگ کنگ بازگشته است و این کشور، میزبان سی و پنجمین المپیاد بین المللی ریاضی در سال ۱۹۹۴ بود و دوست دارم به دو مدال آور در آن المپیاد اشاره کنم. یکی مریم میرزاخانی از ایران که اولین ریاضی‌دان زن بود که مدال فیلدز را در کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانان در سال ۲۰۱۴ دریافت نمود و دیگری سوباش آجیت خات از هند بود که جایزه نوالینا در همان کنگره، به او اعطا گردید.

در سخنرانی‌ای که در سال ۲۰۱۲ با عنوان «خوبی، بدی و لذت (نه فشار) مسابقات ریاضی» داشتم، به ارائه طرحی کلی از نکات مثبت و منفی مسابقات ریاضی پرداختم که از شما اجازه می‌خواهم به‌طور خلاصه، آن‌ها را تکرار نمایم؛

نقاط قوت:

۱. پرورش بیان منطقی و صریح، سرسختی و ممارست و صداقت علمی.
۲. برانگیختن شور و اشتیاق و ایجاد علاقه و انگیزه.

نقاط ضعف:

۱. مسائل مسابقات بر ضد پژوهش هستند.
۲. تمرین بیش از حد؟

همچنین، این سؤال به ذهن می‌رسد که آیا شور و شوق دانش‌آموزان برای ریاضی، واقعی است؟ آیا این علاقه می‌تواند پایدار بماند؟ اجازه دهید تا مورد ۱ را که «مسائل مسابقات بر ضد پژوهش هستند»، از طریق سه مثال که

در پیوست آمده است، توضیح دهم.

از این مثال‌ها چه چیزی دستگیرمان خواهد شد؟ آن‌ها باعث می‌شوند که فکر کنم که برای انجام دادن ریاضی، از دو رویکرد می‌توان استفاده نمود. با قیاسی از وضعیت نظامی، یکی از رویکردها را می‌توان شبیه جنگ‌های موضعی و دیگری را مشابه جنگ‌های چریکی در نظر گرفت. در رویکرد اول که در کلاس‌های درس اکثر مدارس و دانشگاه‌ها در جریان است، به بیان موضوع در قالبی پرداخته می‌شود که به صورت نظام‌وار سازماندهی گردیده، به‌طور دقیقی طراحی شده و با تمرین و فعالیت همراه است. رویکرد دیگر که عمدتاً در آموزش برای مسابقات ریاضی به چشم می‌خورد، به این صورت است که دانش‌آموزان را با انواع مختلفی از مسائل روبه‌رو می‌کنند و به آن‌ها آموزش می‌دهند که بیشتر، به دنبال نقاطی باشند که از آن موضع، بتوانند حمله کنند و بدین وسیله، دسته‌ای از ترفندها و استراتژی‌ها، جمع‌آوری می‌شوند.

هر کدام از این رویکردها، شایستگی جداگانه خود را داراست، مکمل و متمم یکدیگرند و دانش پایه و قاعده منظم و مورد نیاز خود را می‌طلبند. درست همان‌طور که در یک جنگ موضعی، انعطاف‌پذیری و خودانگیختگی لازم است، جنگ‌های چریکی، آماده‌سازی دقیق مقدماتی و کارهای زمینه‌ای خود را می‌طلبند. در یادگیری ریاضی نیز نباید فقط ترفندها و استراتژی‌ها را برای دادن پاسخ به دسته خاصی از مسائل آموزش داد، یا تنها برای توضیح دادن راجع به نظریه‌های عمومی و کارکردن روی مسائلی که با ابزارهای معمول قابل پاسخ‌دهی هستند، زمان را صرف نمود. ما باید اجازه دهیم در کلاس‌های درس، هر دو رویکرد مکمل و متمم باشند. در زندگی‌نامه قهرمان ملی و مشهور چینی از سلسله سونگ جنوبی، یو فی این نوشته را پیدا کرده‌اند:

راه‌اندازی آرایش جنگی، امری عادی و هنر جنگ است. مانورهای جنگی درخصوص آرایش نظامی، به طرز ماهرانه‌ای فقط با ذهن انجام می‌پذیرد.

گاهی اوقات، ممکن است رویکرد اول، در مقابل هیجانی که در رویکرد دوم و هنگام حل مسائل به دست می‌آید، کاملاً ساده و کسل‌کننده به نظر بیاید. با این وجود، نباید از اهمیت این رویکرد به دلیل ظاهر مطلوب و شیرین آن، غفلت کنیم. این رویکرد می‌تواند موقعیت‌های کلی‌تری را پوشش دهد و بسیار قدرتمندتر از یک روش پژوهش یک کاره است که با وجودی که جذاب است، ولی فقط یک مورد خاص را پاسخ می‌دهد. البته باید توجه داشت که یک روش تک‌کاره هوشمندانه نیز، قابل توسعه به یک روش کلی قدرتمند است. یک نمونه کلاسیک در این مورد، ابداع و توسعه حساب دیفرانسیل و انتگرال در طول تاریخ است. در زمان‌های باستان، فقط استادان ریاضی قادر بودند تا مساحت

جامعه «نیاز»ی
به مدال آوران
المپیادهای
بین‌المللی ریاضی
ندارد. جامعه حتی
به ریاضی‌دانان
نیز «نیاز» ندارد.
اما جامعه به
«دوستداران ریاضی»
نیاز دارد. دوستدار
ریاضی کسی است
که ممکن است در
مورد ریاضی چیز
زیادی نداند، اما
می‌فهمد که ریاضی
درباره چیست و به
خوبی در مورد نقش
ریاضی در جامعه
مدرن، آگاه است



از آنجایی که بسیاری از مسابقات ریاضی به دنبال اندازه گیری توانایی شرکت کنندگان در حل مسئله هستند تا آزمودن میزان آشنایی آن‌ها با دانش محتوایی یک موضوع خاص، مسائل در حوزه‌های کلی تری قرار گرفته‌اند که برای جوانان در آن گروه سنی، قابل درک‌اند و مستقل از برنامه‌های درسی مدارس متنوع در کشورها و مناطق مختلف هستند



و حجم اشکال عینی را محاسبه نمایند که می‌توان از بین آن‌ها به ارشمیدس و لیوهری اشاره نمود که درک فرمولی که برای محاسبه مساحت یک دایره تبیین کردند، نیازمند فهمیدن ماهیت قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال است. امروزه با توسعه حساب دیفرانسیل و انتگرال از قرن‌های ۱۷ و ۱۸، به‌طور متوسط دانش‌آموزان مدرسه‌ای که این درس را یاد گرفته‌اند، قادرند که آنچه را که در گذشته، تنها ریاضی‌دانان بزرگ می‌توانستند پاسخ دهند، به آسانی به کار گیرند.

از آنجایی که بسیاری از مسابقات ریاضی به دنبال اندازه گیری توانایی شرکت کنندگان در حل مسئله هستند تا آزمودن میزان آشنایی آن‌ها با دانش محتوایی یک موضوع خاص، مسائل در حوزه‌های کلی تری قرار گرفته‌اند که برای جوانان در آن گروه سنی، قابل درک‌اند و مستقل از برنامه‌های درسی مدارس متنوع در کشورها و مناطق مختلف هستند. این مسائل، شامل موضوعاتی در زمینه نظریه اعداد مقدماتی، جبر، ترکیبیات، دنباله‌ها، نابرابری‌ها، معادلات تابعی، هندسه مسطحه، هندسه فضائی و نظایر آن هستند و بدین سبب و به تدریج، اصطلاح «ریاضیات المپیادی» برای اشاره به این مجموعه از موضوعات، ابداع گردید. سؤالی که همیشه در ذهنم بوده این است که چرا این نوع به اصطلاح ریاضیات المپیادی، نمی‌تواند به خوبی در کلاس‌های درس مدرسه‌ای مورد استفاده قرار گیرد؟ مگر یکی از اهداف آموزش ریاضی این نیست که به دانش‌آموزان اجازه دهد تا بدانند هر موضوع در مورد چه چیزی است و انگیزه و علاقه خود را نسبت به آن پرورش دهند؟ در این صورت، زمانی که از مسائل غیرمعمولی و جالب به عنوان مکمل در تدریس و یادگیری معمولی استفاده می‌شود، باید قادر باشند تا نقش خود را به خوبی ایفا نمایند.

اجازه دهید به سؤالی که در عنوان این سخنرانی طرح کردم، برگردیم. آیا جامعه به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی نیاز دارد؟ خیر، جامعه «نیاز»ی به مدال‌آوران المپیادهای بین‌المللی ریاضی ندارد. جامعه حتی به ریاضی‌دانان نیز «نیاز» ندارد. اما جامعه به «دوستداران ریاضی» نیاز دارد. دوستدار ریاضی کسی است که ممکن است در مورد ریاضی چیز زیادی نداند، اما می‌فهمد که ریاضی درباره چیست و به خوبی در مورد نقش ریاضی در جامعه مدرن، آگاه است. پل ریچارد هالموس ریاضی‌دان گفته است که «این موضوع مرا ناراحت می‌کند که افراد تحصیل کرده، حتی نمی‌دانند رشته و موضوعی که مطالعه می‌کنم، چیست». آلن هاموند، ویرایشگر علوم، یک بار از ریاضی به عنوان فرهنگ نامرئی یاد کرده است. به عبارت دیگر، شاید این یک موهبت بوده است که ریاضی قابل رؤیت نیست. وارد کردن ریاضی به جمع عموم مردم یا

به عبارتی عمومی‌سازی ریاضی، کار آسانی نیست. یکی از الزاماتی که برای تبدیل به دوستدار ریاضی شدن وجود دارد، این است که از روزهای مدرسه، محیطی را به ارمغان بیاورید که در آن‌ها، نه تنها ریاضی لذت‌بخش بوده است، بلکه درک خوبی از آن را نیز ارائه می‌دهد.

در مقدمه کتاب «آلیس در سرزمین اعداد: راهنمای دانش‌آموزان برای لذت از ریاضی» نویسندگان جان بایلیس و راد هاگارتی اشاره می‌کنند که «ریاضی‌دانان حرفه‌ای، با این ایده که سرگرمی‌ها و محتوای رسمی و جدی با هم ناسازگار نیستند، آشنایی دارند. مسئله ما این است که مطمئن شویم که خوانندگان، از سرگرمی‌ها لذت می‌برند. اما از موارد ریاضی آن نیز غفلت نخواهند کرد».

دوست خوب من تونی گاردنر، که چهار مرتبه سرپرست تیم انگلستان بوده است، به من توصیه کرد که «نباید جنبه‌های منفی مسابقات ریاضی را مورد نقد قرار دهم». او در ادامه گفت که یک مسابقه ریاضی، باید به عنوان قلعه یک کوه یخ بزرگ در نظر گرفته شود. به این منظور باید برای هر کشور، انگیزه‌ای ایجاد شود تا هر می‌تواند فعالیت‌ها، برای انبوهی از دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی ایجاد نماید و این، به نفع همه خواهد بود. هم‌چنین درباره این موضوع فکر کنیم که چه فعالیت‌های دیگری را علاوه بر مسابقات ریاضی، می‌توان سازماندهی کرد. این فعالیت‌ها می‌توانند شامل برپا کردن یک کلوپ ریاضی یا انتشار یک مجله باشند تا به افراد علاقه‌مند، این امکان را بدهد که ایده‌ها و شور و اشتیاق خود را با بقیه، به اشتراک بگذارند. علاوه بر این‌ها، برگزاری جلسات حل مسئله و مسابقات برای انجام پروژه‌هایی در سطوح مختلف و نوشتن کتاب و مقالات، ساخت نرم‌افزار، فیلم، بازی، معما، اسباب‌بازی و نظایر آن، می‌توانند از این دست فعالیت‌ها باشند.

در نهایت، ممکن است این سؤال برای هر کسی پیش آید که آیا جامعه به من نیاز دارد؟ ما اغلب این کلیشه‌ها را می‌شنویم که «وجود هیچ‌کس ضروری نیست!»، اما لطفاً در نظر داشته باشید که هر کس ارزش خود را دارد و می‌تواند سهم خود را برای تبدیل این جهان به مکانی بهتر برای زندگی، انجام دهد. یک مدال‌آور المپیاد بین‌المللی ریاضی نیز از این قاعده مستثنی نیست.

پیوست

مثال ۱:

اولین مثال، یک مسئله شناخته شده در یکی از المپیادهاست. وقتی که کمک کردم تا اولین تیم هنگ‌کنگ در المپیاد بین‌المللی ریاضی شرکت کند.

فرض کنید که a و b ، اعداد صحیح مثبتی هستند به طوری که $a^2 + b^2$ بر $ab + 1$ بخش‌پذیر است. نشان دهید که

$$\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}, \text{ مربع یک عدد صحیح است.}$$

یک راه حل آسان و روان این مسئله، توسط یک دانش آموز بلغاری به نام امانوئل آتاناسف ارائه شد که به خاطرش نیز، یک جایزه ویژه دریافت کرد. این راه حل با این فرض شروع می شود که $k = \frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ ، یک مربع کامل نیست. سپس این عبارت را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$a^2 - kab + b^2 = k \quad (*)$$

توجه کنید که برای هر جواب صحیح (a و b) برای (*) داریم $a > 0$ و $b > 0$ زیرا k یک مربع کامل نیست. فرض کنید (a و b) یک جواب صحیح برای (*) باشد، به طوری که $a > 0$ و $b > 0$ و $a + b$ ، کوچک ترین مقدار ممکن باشد. از روی این جواب، می توانیم جواب صحیح دیگری به صورت (a' و b') از (*), تولید کنیم به طوری که $a' > 0$ و $b' > 0$ و $a + b > a' + b'$ این یک تناقض است!

استدلال نحوه رسیدن به چنین جواب (a' و b') را حذف می کنیم.

با وجود آسانی و روانی این اثبات، این راه حل، دو سؤال را مطرح می کند.

۱. چه چیزی باعث می شود که کسی به این فکر بیفتد

که نشان دهد $\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ ، مربع یک عدد صحیح است؟

۲. استدلال باید به طور جدی، مبتنی بر این شرط باشد که k ، یک مربع کامل نیست. به نظر می رسد که در اثبات، این شرط به طور غیر رسمی، گنجانده شده است. در نتیجه فرد نمی تواند بفهمد که واقعاً چه اتفاقی می افتد اگر k ، مربع کامل نباشد. مناسب تر این است که بگوییم اثبات از طریق برهان خلف، توضیح نمی دهد که چرا، $\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ باید یک مربع کامل باشد، هر چند که ضرورت آن را تأیید می کند.

برعکس، اجازه دهید که به راه حلی که کمتر زیباست و تلاش خود من است، بپردازیم. وقتی که این مسئله را بار اول شنیدم، در سفری به اروپا بودم و با قرار دادن $a = N^2$ و $b = N$ ، بینش نادرستی نسبت به آن پیدا کردم. در نتیجه،

$$a^2 + b^2 = N^2(N^2 + 1) = N^2(ab + 1)$$

تحت تأثیر این برداشت که هر جواب صحیح (a, b),

از $k = \frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ به شکل (N^2, N, N^2) است، از این

استراتژی استفاده کردم که از $a^2 + b^2 = k(ab + 1)$ ، معادله $[a - (3b^2 - 3b + 1)]^2 + [b - 1]^2 = \{k - [2b - 1]\} \{[a - (3b^2 - 3b + 1)][b - 1] + 1\}$ را نتیجه بگیریم.

وقتی که این معادله را صورت بندی کردم، توانستم که b را به گام های اول تقلیل دهم تا اینکه به $K = \frac{a^2 + 1}{a + 1}$ برسم

که در آن، $a = k = 1$. با معکوس کردن آن گام ها، می خواستم مسئله را حل کنم. در حالی که با قطار سفر می کردم، سعی نمودم این استراتژی را برای حل این مسئله پیاده کنم، اگر چه بی فایده. تا وقتی که به خانه برسم، دائم در حال بررسی عملیات این معادله برای رسیدن به جواب های واقعی بودم که بخشی از نتیجه این تلاش، در زیر نشان داده می شود.

$$a \ 18 \ 2730 \ 64112 \ 125216240 \ 343 \ 418 \ 512 \dots$$

$$b \ 12 \ 38 \ 430 \ 56277 \ 1128 \dots$$

$$k \ 1494 \ 1642536949464 \dots$$

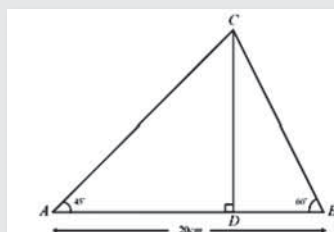
بعد، فهمیدم که این استراتژی، محکوم به شکست است، زیرا راه حل های دیگری به غیر از جواب هایی به صورت (N^2, N, N^2) وجود دارند. اگر چه همه تلاش هایم بیهوده نبود. وقتی که این الگو را شروع کردم، متوجه شدم که برای یک K ثابت جواب ها را می توان به صورت بازگشتی، از (a_i, b_i, k_i) به دست آورد. به طوری که؛

$$a_{i+1} = a_i k_i - b_i, b_{i+1} = a_i, k_{i+1} = k_i = k$$

و تنها کاری که باقی مانده بود، اثبات درستی این جواب بود. به محض انجام این کار، دیگر همه چیز برایم واضح شد. مجموعه ای از جواب های اولیه به شکل (N^2, N, N^2) وجود دارد که در آن، $N \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ، تمام راه حل های دیگر، از همین «راه حل اولیه» و به همان شکل بازگشتی که توضیح داده شد، به دست آمد. به طور مشخص، $k = \frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ ، مربع یک عدد صحیح است. من احساس می کنم که بدین طریق، این پدیده را خیلی بیشتر می فهمم تا اینکه فقط آن جواب آسان و روان را یاد می گرفتم.

مثال ۲:

مسئله ۵ در بیست و یکمین مسابقه ریاضی دوره ابتدایی هنگ کنگ که در ماه می ۲۰۱۰ برگزار شد، به قرار زیر بود. فقط با استفاده از خط کش، مثلث ABC را روی یک کاغذ A3 به گونه ای رسم کنید که طول AB = ۲۰ cm زاویه $BAC = 45^\circ$ و زاویه $ABC = 60^\circ$. کوتاه ترین فاصله از C به AB را تا یک رقم اعشار، پیدا کنید.



چندین راه حل برای این مسئله وجود دارد که احتمالاً، هدفشان این بوده است که ببیند آیا دانش آموزان دوره

مثال ۳

یک مسئله مشهور است که به ریاضی‌دان معروف جان فون نویمان (۱۹۵۷-۱۹۰۳) نسبت داده شده است. گفته می‌شود که روزی یکی از دوستان فون نویمان، به او مسئله‌ای داد که حل کند.

دو دوچرخه‌سوار A و B، به فاصله ۲۰ مایل از یکدیگر، به سمت هم در حرکت بودند و سرعت هر کدام، ۱۰ مایل در ساعت بود. یک زنبور عسل، با سرعت ۱۵ مایل در ساعت، بین A و B در حرکت بود، بدین ترتیب که از A شروع می‌کرد و بعد از رسیدن به B، به سمت A برمی‌گشت و این کار را همین‌طور، ادامه داد تا آنکه دو دوچرخه‌سوار، به هم رسیدند. آن موقع، زنبور عسل چند مایل حرکت کرده بود؟ در یک چشم برهم زدن، فون نویمان جواب ۱۵ مایل را داد. با شنیدن این پاسخ، عکس‌العمل دوستش این بود که فون نویمان باید ترفند رسیدن به جواب را می‌دانسته که به آن سرعت، پاسخ داده بود.

راه حل زیرکانه و سریعی که دوستش در ذهن داشت این بود که دوچرخه‌سوارها، بعد از یک ساعت به هم رسیدند و در آن یک ساعت، زنبور عسل ۱۵ مایل حرکت کرده بود.

اما فون نویمان به دوستش گفت که هیچ ترفندی را نمی‌دانسته ولی فقط مجموع جملات یک سری بی‌نهایت را حساب کرده است که این پاسخ، دوستش را متحیر کرد. برای من، این داستان خیلی آموزنده است. (۱) مردم مختلف ممکن است راه‌های متفاوتی برای حل یک مسئله ریاضی داشته باشند. هیچ معنایی ندارد که همه را وادار کنیم که یک مسئله را، درست به همان روشی که شما حل کرده‌اید، انجام دهند. به‌طور مشابه، هیچ دلیلی هم وجود ندارد که همه را مجبور کنیم که ریاضی را، دقیقاً همان‌گونه که شما یاد گرفته‌اید، یاد بگیرند.

(۲) هر دو روش حلی که برای این مسئله ارائه شد، از شأنیت جدایی برخوردارند.

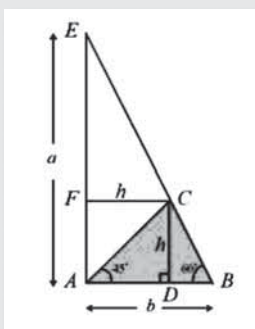
روش اول، یعنی محاسبه رسیدن دوچرخه‌سواران به هم‌دیگر، روشی زیرکانه است و نکته کلیدی مسئله را گرفته است. روش دیگر که به دست آوردن مجموع جملات یک سری نامتناهی است، که روشی کندتر است (البته نه برای فون نویمان!) و به‌نظر می‌رسد که سخت‌تر بوده و به اندازه اولی هوشیارانه نباشد، اقدام به حل مسئله به روشی نظام‌وار کرده است. این روش بر حوصله، عزم، رویکردی زمینی و دقت زیاد تأکید دارد. هم‌چنین، این روش کمک می‌کند تا بعضی از مهارت‌های اولیه در هم ادغام شوند و در دانش‌آموز، یک عادت کاری خوب، پرورش یابد.

پی‌نوشت‌ها

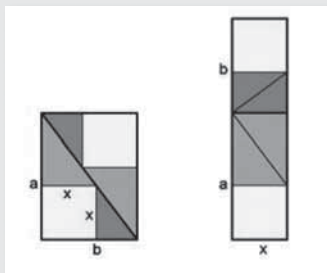
1. Siu Man Keung
2. International Community for the History and Pedagogy of Mathematics: HPM

ابتدایی، می‌دانند که چگونه با استفاده از کاغذ و تا، مثلث مورد نظر را بسازند و دوباره، با همان کاغذ و تا، خط عمود بر قاعده را رسم نموده و طول آن را با خط‌کش، اندازه بگیرند. بعضی‌ها که ریاضی بالاتر را از پایه‌های پایینی شروع کرده بودند (جهشی)، سعی کرده بودند که با کمک مثلثات این مسئله را حل کنند که جزو محتوای برنامه درسی دوره ابتدایی است. آن‌ها حتی قانون سینوس - کسینوس را می‌دانستند. ولی موقع محاسبه اندازه زاویه‌های ۳۰، ۴۵ یا ۶۰ درجه، گیج شده بودند.

در اینجا، یک راه حل زیرکانه هست که متکی بر ریاضیات دوره متوسطه نیست. در این راه حل شکل بالا ادامه می‌دهیم تا یک مثلث قائم‌الزاویه بزرگ‌تر ساخته شود و با استعانت از خرد ریاضی‌دان‌های چین باستان، مسئله را حل می‌کنیم.



مسئله ۱۵ در فصل ۹ کتاب کلاسیک ریاضی چینی باستان به نام **جی ژوانگ سی آن شو** (Jiuzhang Suanshu)، خواسته است که طول ضلع مربعی که درون مثلث قائم‌الزاویه محاط شده است، برابر $\frac{ab}{a+b}$ است [بگذارید که نتیجه را که با روش برش دادن و دوباره کنار هم قرار دادن به دست آمده، نشان دهیم که در قرن سوم، توسط ریاضی‌دان چینی لیو هوی (Liu Hui)، حل شده است].



بدین ترتیب، ارتفاع مثلث اولیه را می‌توان محاسبه کرد. این راه حل زیرکانه به شرطی جواب می‌دهد که اندازه دو زاویه قاعده دلخواه باشند، در حالی که روش نه چندان زیرکانه «خشک» که متکی بر قانون سینوس - کسینوس است، هم‌چنان کارآمد است.

طراحی فعالیتی برای درک کسر متعارفی به عنوان یک عدد

مریم بهاء‌لو

کارشناس ارشد آموزش ریاضی

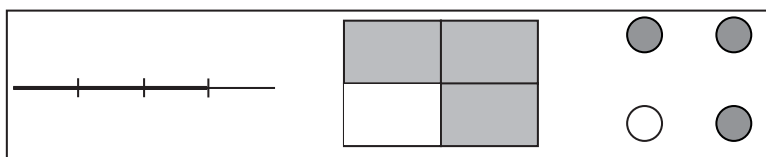
اشاره
به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.
از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.
در ضمن، گاهی هم به جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.
رشد آموزش ریاضی

فعالیتی به صورت مختصر در مقاله‌ای تحت عنوان «نقش فرهنگ در آموزش مفهوم کسر در ریاضی پایه چهارم ابتدایی»، در همایش فرهنگ و برنامه درسی در شهریور ۱۳۹۵ در دانشگاه بوعلی سینای همدان برگزار شد. در این مقاله، سعی بر آن است که بعد از مروری بر پیشینه، فعالیت ارائه شده در آن همایش، به صورت کامل‌تر و نیز با جزئیات بیشتری، شرح داده شود. این، برای حصول اطمینان از کارایی و عملی بودن و نحوه اجرای این فعالیت در کلاس درس، به نظر سه تن از معلمان ابتدایی رسید و آنان، مراحل کار را دوره کردند.

شواهد پژوهشی حاکی از این هستند که بیشترین تمرکز آموزش مدرسه‌ای، بر کسب دانش رویه‌ای است. دانش‌آموزان معمولاً قواعد را با انجام تمرین‌های تکراری یاد می‌گیرند که این امر در بسیاری موارد، منجر به درک نادرستی از نمادهای ریاضی می‌شود. در نتیجه، بسیاری از اشتباهات دانش‌آموزان در کسر، به دلیل ضعف درک مفهومی‌شان است (گبریل و همکاران، ۲۰۱۳). کرسلیک (۱۹۸۶) استدلال کرده بود که تمرین‌های مدرسه‌ای، به اندازه کافی دانش‌آموزان را به این سمت هدایت نمی‌کنند که کسرها را عدد

در نظر بگیرند. از طرف دیگر، انگلیش و هالفورد (۱۹۹۵، نقل شده در آماو، ۲۰۰۵) نیز در مورد اهمیت تمثیل‌ها و استدلال‌ها در کمک به دانش‌آموزان برای ایجاد دانش ریاضی جدید بر پایه دانش قبلی، بحث کردند. از نظر آنان، انتخاب تمثیل‌ها و عملیاتی که روی آن‌ها انجام می‌شود، می‌تواند پیامدهای مهمی در یادگیری ریاضی فرد داشته باشد. برخی تمثیل‌ها حتی می‌توانند نامفهوم یا مبهم باشند، در صورتی که قرار است دانش‌آموزان را در امر یادگیری، یاری دهند. بعضی از تمثیل‌ها، شبیه داستان‌های خیالی‌اند که شاید به دانش‌آموزان کمک کنند که روند کار را به یاد آورند، اما هیچ کمکی به توسعه درک مفهومی آن‌ها نمی‌کنند. (چاپین، ۱۹۹۸، ص. ۶۱۱)

هدف اصلی برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی این است که درک دانش‌آموزان از مفهوم عدد، توسعه یابد تا آن‌ها بتوانند با اطمینان، چنین درکی را در توصیف پدیده‌های دنیای واقعی و حل مسائل به کار گیرند (چیناپان و لاوسون، ۲۰۰۲، به نقل از شورای ملی معلمان ریاضی، ۲۰۰۰؛ شورای آموزش و پرورش استرالیا، ۱۹۹۰). برای این منظور فرودنتال و گراوی میجر (۱۹۹۴)، بر طراحی فعالیت‌های واقعی برای یادگیری ریاضی، تأکید کردند. از نظر آن‌ها فعالیت باید به‌طور مشهود، شامل موضوع و مبحث ریاضی برگرفته از واقعیت باشد. در واقع، بعضی از محققان بر این باورند که افزایش درک دانش‌آموزان از مفهوم کسر، نیازمند طراحی فعالیت‌هایی است که از طریق آن‌ها، بازنمایی‌ها و مدل‌های مختلف نمایش داده شوند (بريجلال و همکاران، ۲۰۱۱). در کتاب‌های ریاضی دوره‌های ابتدایی و متوسطه اول، معمولاً از سه مدل خطی، پیوسته و گسسته، برای ارائه کسرها استفاده می‌شود. استفاده از این سه مدل که در شکل (۱) نشان داده شده است، وجه غالب را در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی دارد (واتانایی، ۲۰۰۲).



شکل ۱. سه مدل خطی، پیوسته و گسسته برای ارائه کسر (نقل شده در واتانابه، ۲۰۰۲)

در کتاب تازه‌تألیف ریاضی پایه چهارم ابتدایی در بخش کسر، با استفاده از فعالیت‌های مختلف، به معرفی عدد مخلوط، مقایسه کسرها با مخرج‌های مساوی و نامساوی، تساوی کسرها و جمع و تفریق کسرها با مخرج‌های مساوی و غیرمساوی پرداخته شده، ولی مفهوم هیچ‌یک به درستی، آموزش داده نشده است. برای این منظور، فعالیتی طراحی شد که به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم اصلی و عملیات با کسرها را از طریق تقسیم‌بندی به قسمت‌های مساوی، جمع و تفریق و مقایسه کسرها را با مخرج‌های مساوی و نامساوی، یاد بگیرند و در نهایت، قادر شوند که کسر را به عنوان «عدد» درک کنند.

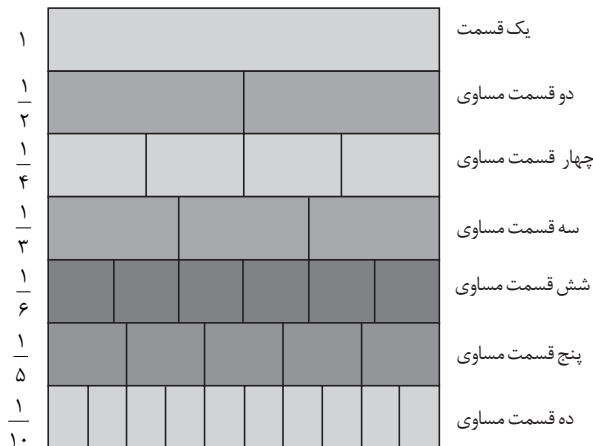
این فعالیت برای ۷ تا ۱۲ جلسه آموزشی، بسته به پیشرفت کلاس، طراحی شده است و نیاز به راهنمایی معلم در مراحل مختلف کار دارد. با انجام این فعالیت، شاید دیگر نیازی به ظرفیت‌های کتاب مانند «حل کردن تمرین» و «کار در کلاس» در فصل کسر، نباشد. پیشنهاد می‌شود برای کارایی بهتر، دانش‌آموزان گروه‌بندی شوند. تجربه معلمان و نویسندگان نشان داده است که برای جلسه اول و دوم، گروه ۳ نفری و برای بقیه جلسات گروه ۵ نفری مناسب است تا دانش‌آموزان بتوانند با یکدیگر مشورت کنند و از نظرهای یکدیگر در رسیدن به جواب، بهره ببرند. گروه‌بندی دانش‌آموزان در سطوح مختلف ضعیف، متوسط و قوی، کمک می‌کند که همه گروه‌ها با هم پیش بروند. معلم گرمای، خودتان را در جایگاه دانش‌آموز چهارم ابتدایی قرار دهید و مرحله به مرحله با ما همراه شوید.

جلسه اول آموزشی

موضوع تدریس: آموزش تقسیم به قسمت‌های مساوی، بیان سهم هر قسمت با عدد کسری و معرفی واحد کامل.

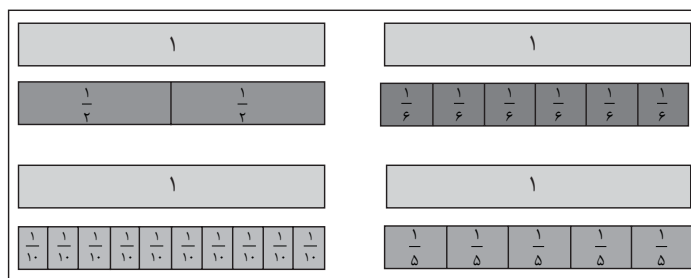
در مرحله اول، مستطیلی به طول ۶۰ واحد و با عرض دلخواه که به هفت بخش پذیر باشد (عددهای پیشنهادی ۴۹ یا ۵۶)، روی کاغذ، مقوا، فوم، یونولیت یا نی (دقت کنید که با انتخاب نی، دیگر عرض کارایی ندارد و از ۷ نی استفاده کنید) یا امثال این‌ها که در اختیار دانش‌آموز قرار دارد، رسم می‌کنیم. به دلیل بزرگی عدد ۶۰، این اندازه‌ها را با استفاده از اِشِل (گونیا ی خیاطی)، رسم می‌کنیم (با استفاده از خط کش نیز، می‌توان هر یک سانت را به نیم‌سانت تبدیل کرد). با توجه به اینکه دانش‌آموزان در پایه دوم و سوم، با اندازه‌گیری و تقسیم‌بندی نوارهای کاغذی به قسمت‌های مساوی آشنا شده‌اند، اصولاً با تقسیم‌بندی مشکلی ندارند. از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌هایشان، عرض این مستطیل را به هفت قسمت مساوی تقسیم کنند. در سطر اول، طول بدون تقسیم‌بندی به عنوان واحد کامل در نظر گرفته می‌شود. طول سطر دوم را، با استفاده از جدول ضرب (30×2) یا با عمل تقسیم دو رقمی بر یک رقمی $(60 / 2)$ ، به دو قسمت مساوی تقسیم کنند. اگر دانش‌آموزان با مشکل مواجه شدند، معلم می‌تواند در مراحل مختلف کار، با توجه به مطالبی که در پایه‌های قبل آموخته‌اند، آن‌ها را راهنمایی کند. بعد از انجام تقسیم‌بندی، از دانش‌آموزان بخواهید که سهم هر قسمت را مشخص کنند؛ انتظار این است که عدد $\frac{1}{2}$ را نمایش دهند. دانش‌آموزان با عدد کسری و نمایش آن در پایه سوم آشنا شده‌اند. (اگر از نظر معلم، دانش‌آموز در مرحله تقسیم‌بندی با دشواری مواجه شود، می‌توان شکل (۱) را تکثیر و در اختیار دانش‌آموزان قرار داد). می‌توان دانش‌آموز را به این سمت هدایت نمود که با استفاده از سطر دوم $(\frac{1}{2})$ ، طول سطر سوم را به چهار قسمت مساوی تقسیم کند و متوجه دو دسته دوتایی (2×2) شود و به این نتیجه برسد که سهم هر قسمت، $\frac{1}{4}$ است. منظور این است که هر $\frac{1}{2}$ را مجدداً به ۲ قسمت مساوی تقسیم کند و به این نتیجه برسد که چگونه $\frac{1}{4}$ به $\frac{1}{2}$ تبدیل شده و ارتباط بین این دو کسر را درک کند. به این دلیل که بعداً برای بیان مخرج مشترک‌گیری در جمع و تفریق کسرها، متوجه شود که چرا در جمع دو کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ ، عدد ۴ به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود و به همین نحو، از آن‌ها خواسته شود که طول سطر چهارم را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند و سهم هر قسمت را $\frac{1}{3}$ در نظر بگیرند. با استفاده از سطر چهارم (یعنی سطر $\frac{1}{3}$ ها)، دانش‌آموزان طول سطر پنجم را به شش قسمت مساوی تقسیم کنند و متوجه سه دسته دوتایی (3×2) که سهم هر دسته معادل $\frac{1}{6}$ است، بشوند و نیز با مقایسه سطر دوم (یعنی سطر $\frac{1}{4}$ ها)، متوجه دو دسته سه تایی (2×3) شوند و ارتباط بین کسرهای $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ را نتیجه بگیرند. طول سطر ششم را به پنج قسمت مساوی تقسیم کنند و سهم هر قسمت را برابر $\frac{1}{5}$ بدانند. سپس از دانش‌آموزان می‌خواهیم با استفاده از سطر ششم (یعنی سطر $\frac{1}{5}$ ها)، طول سطر هفتم را به ده قسمت مساوی که سهم هر قسمت معادل $\frac{1}{10}$ است، تقسیم کنند و متوجه پنج دسته دوتایی (5×2) شوند و نیز با مقایسه با سطر دوم (یعنی سطر $\frac{1}{4}$ ها)، متوجه دو دسته پنج تایی (2×5) شوند و به ارتباط بین کسرهای $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{10}$ پی ببرند که لازم است این موارد، حتماً با راهنمایی معلم صورت گیرد. در شکل (۲)، نمونه این کار دیده می‌شود. بعد از اتمام تقسیم‌بندی‌ها، می‌توان به واحد کامل نیز اشاره کرد. به این صورت که از دانش‌آموزان بخواهیم ابتدا شکل (۲) را از خطوط عرضی برش بزنند، سپس هر یک از این تکه‌ها را با تکه واحد برابر، مقایسه کنند. مثلاً با چند تکه از $\frac{1}{6}$ ها، به یک قسمت کامل می‌رسیم؟ و سؤال‌هایی از این قبیل، تا دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ ، $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$ ، $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$ ، $\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$ ، در این قسمت برای نمونه، واحد کامل را معرفی می‌کنیم که در جلسات آتی، برای بیان عدد مخلوط آن را به کار ببریم. در پایان این فعالیت از دانش‌آموزان بخواهیم که تمام قسمت‌های مشخص شده را روی طول، قیچی کنند. تا اینجا،

منظور این است که
هر $\frac{1}{2}$ را مجدداً به ۲
قسمت مساوی تقسیم
کند و به این نتیجه
برسد که چگونه $\frac{1}{4}$
به $\frac{1}{2}$ تبدیل شده و
ارتباط بین این دو
کسر را درک کند.
به این دلیل که بعداً
برای بیان مخرج
مشترک‌گیری در
جمع و تفریق کسرها،
متوجه شود که چرا در
جمع دو کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ ،
عدد ۴ به عنوان مخرج
مشترک در نظر گرفته
می‌شود



شکل ۲. تقسیم‌بندی مستطیل به قسمت‌های مساوی

برای یک جلسه آموزشی طراحی شده است. (بسته به بازدهی کلاس، ممکن است به دو جلسه هم، نیاز باشد) در شکل (۳)، نمونه این کار دیده می‌شود.



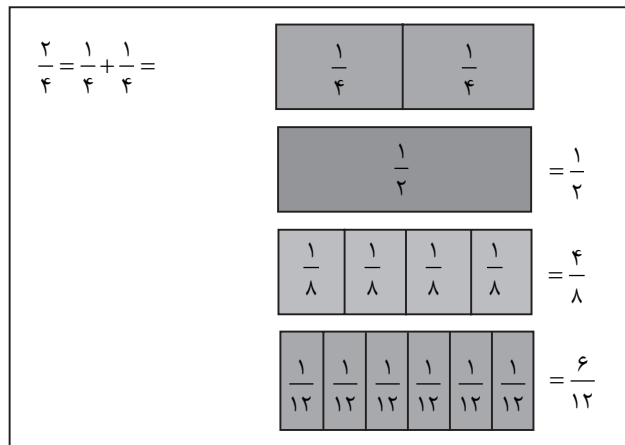
شکل ۳. مقایسه واحد کامل با قطعه‌های عرضی متفاوت

جلسه دوم آموزشی

موضوع تدریس: آموزش مفاهیم جمع کسر با مخرج‌های برابر و کسر مساوی.

به عنوان مثال، می‌خواهیم $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ را محاسبه کنیم. برای انجام این کار، از دانش‌آموزان می‌خواهیم در گروه‌هایشان، با استفاده از قطعه‌های بریده شده، دو قطعه $\frac{1}{4}$ را کنار یکدیگر قرار دهند، و ۲ تا $\frac{1}{4}$ را ببینند و به کار بردن قطعات دیگر، با حدس و آزمایش قطعه یا قطعه‌هایی که دو قطعه $\frac{1}{4}$ را می‌پوشانند (برای بیان کسر معادل)، بیابند. در نهایت برای این مثال، ایده آل این است که به این نتیجه برسند که $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{4}$ معادل یکدیگرند که این مرحله، زمینه‌سازی برای جمع دو عدد کسری با مخرج‌های غیرمساوی است. پس از انجام این مرحله، از دانش‌آموزان بخواهیم که مثال‌ها و نمونه‌های بیشتری را مطرح کنند و به دنبال پاسخ آن‌ها باشند. (در حین کار هر جا که دانش‌آموزان با کمبود قطعه مواجه شدند، می‌توانند قطعه‌های جدیدی بسازند). در این قسمت، هدف اصلی این است تا به این نکته پی ببرند که زمانی که مخرج کسرها برابرند، فقط صورت‌های کسر با همدیگر جمع می‌شوند و در بیان کسر معادل، ارتباط بین مخرج‌های کسر را بیابند. آخر سر، از دانش‌آموزان خواسته شود که بدون استفاده از قطعه، جمع کسرهای با مخرج‌های مساوی و کسرهای معادل را بیابند و مثال‌های متنوعی را مطرح و پاسخ دهند. معمولاً دانش‌آموزان از به کار بردن اعداد بزرگ در صورت و مخرج کسرها هراسانند. برای رفع این مشکل، مثال‌هایی می‌زنیم (مانند $\frac{11}{110}$ ، و $\frac{120}{480}$ غیره) و به کمک دانش‌آموزان، به حل آن می‌پردازیم. نمونه این کار، در شکل (۴)، نشان داده شده است.

دانش آموز می تواند از بین این دو مورد، یکی را انتخاب کند. می توان دانش آموز را به این سمت هدایت کرد که ۲۴، ضربی از ۱۲ است (۱۲×۲) و برای انتخاب مخرج مشترک، بهتر است کوچک ترین عدد مشترک در مخرج را انتخاب کرد. نمونه کار در شکل (۵) دیده می شود. بعد از درک این مطلب، در نهایت از دانش آموزان بخواهید بدون استفاده از قطعه ها، جمع دو عدد کسری را با استفاده از کسر معادل یا مضرب اعداد، بیابند (از هر روشی که خود دانش آموز به آن پی برده است). از آنان بخواهید تا مثال های متنوعی با اعداد بزرگ در صورت و مخرج کسر، بزنند و با کمک یکدیگر، به حل آن ها بپردازند. بعد از اینکه اطمینان حاصل کردید دانش آموزان این مبحث را آموخته اند، در جلسه بعد می توانید ساده کردن کسرها را مطرح کنید. مثلاً با استفاده از $\frac{1}{12}$ یا $\frac{2}{24}$ که دانش آموزان در عملیات قبلی به این نتیجه رسیدند، از آنان بخواهیم که کسره های معادل با هر عدد کسری را بیابند با این تفاوت که در مرحله قبلی صورت و مخرج را در یک عدد ضرب می کردند، حالا از آن ها می خواهیم عکس آن را انجام دهند، یعنی صورت و مخرج را به یک عدد تقسیم کنند. برای کسر $\frac{1}{12}$ ، با یک مرحله تقسیم به کسر $\frac{5}{6}$ می رسند و برای کسر $\frac{2}{24}$ ، با دو مرحله تقسیم و رسیدن به $\frac{1}{12}$ و $\frac{5}{6}$ ، به کسر مورد نظر می رسند. اگر دانش آموزان با تقسیم صورت و مخرج کسر به یک عدد مشکل دارند، می توان کسرهایی مانند $\frac{3}{6}$ یا $\frac{2}{6}$ را برایشان مثال زد و با استفاده از قطعه ها از آن ها خواست که کسره های معادل را بیابند و این بار، یک عدد کسری را برگزینند که مخرج کوچک تری دارد. سپس ارتباط بین کسر انتخابی و کسر اصلی را پیدا کنند و به کسر $\frac{1}{4}$ برسند، مانند شکل (۶).

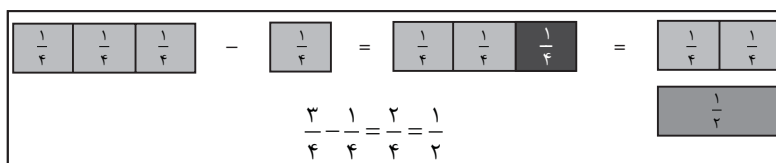


شکل ۶: نمایش مراحل کسر معادل

جلسه پنجم آموزشی

موضوع تدریس: آموزش تفریق دو کسر با مخرج های مساوی.

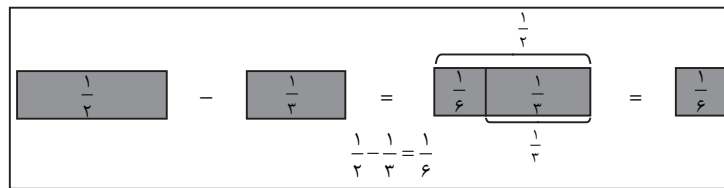
به عنوان مثال، می خواهیم $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ را محاسبه کنیم، برای انجام این کار، از دانش آموزان می خواهیم با استفاده از قطعه های بریده شده، ابتدا قطعه $\frac{3}{4}$ را بسازند، سپس قطعه $\frac{1}{4}$ را روی قطعه $\frac{3}{4}$ قرار دهند و با به کار بردن قطعات دیگر، با حدس و آزمایش، قطعه یا قطعه هایی که فضای باقی مانده را پر می کنند، بیابند.



شکل ۷: نمایش تفریق دو عدد کسری با مخرج مساوی

جلسه ششم آموزشی

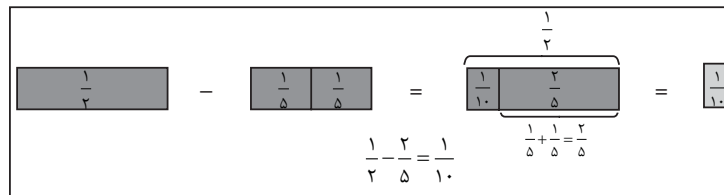
موضوع تدریس: آموزش تفریق دو کسر با مخرج‌های غیر مساوی. نمونه این کار در شکل (۸)، دیده می‌شود.



شکل ۸. نمایش تفریق دو عدد کسری با مخرج‌های غیر مساوی

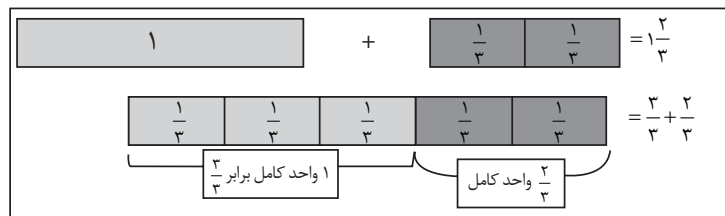
جلسه هفتم آموزشی

موضوع تدریس: ترکیب عمل جمع و تفریق کسرها و بیان عدد مخلوط. می‌توان جمع و تفریق کسرها را با یکدیگر ترکیب کرد. مانند شکل (۹).



شکل ۹. نمایش ترکیب جمع و تفریق دو عدد کسری با مخرج‌های غیر مساوی

برای بیان عدد مخلوط نیز می‌توان از این فعالیت استفاده نمود. بدین صورت که مثلاً برای بیان عدد $1\frac{2}{3}$ ، با توجه به جلسه اول آموزشی که دانش‌آموزان با واحد کامل آشنا شده‌اند، می‌توان از آنان پرسید که یک واحد کامل با چند قطعه $\frac{1}{3}$ ، پر می‌شود. انتظار این است که دانش‌آموزان، به این نتیجه برسند که برای این نمونه، $1 = \frac{3}{3}$ است. پس مانند شکل (۱۰)، از آنان خواسته شود که این چیدمان را درست کنند. با انجام مثال‌های مختلف، انتظار می‌رود دانش‌آموزان درک کنند که تفاوت واحد کامل، برابر چه عدد کسری است.



شکل ۱۰. نمایش عدد مخلوط

پروژه تحقیقی

به‌عنوان حسن ختام این فعالیت و به‌عنوان پروژه تحقیقی، از دانش‌آموزان خواهیم پاسخ این سؤال را با جست‌وجو در کتاب‌ها و اینترنت و مصاحبه با دیگران، بیابند که «کاربرد اعداد کسری در زندگی روزانه ما چیست و چگونه از آن‌ها استفاده می‌کنیم؟»

انتظار می‌رود در پایان این فعالیت، دانش‌آموزان علاوه بر اندازه‌گیری و تقسیم‌بندی به قسمت‌های مساوی، قادر به انجام عملیات روی کسرها - هم با استفاده از شکل و هم بدون آن - باشند. این عملیات شامل مقایسه کسرها، جمع و تفریق اعداد کسری با مخرج‌های مساوی و غیر مساوی، کسر برابر واحد، تساوی کسرها و ساده کردن کسرها است. هدف غائی این فعالیت این است که دانش‌آموزان به این موضوع پی ببرند که خود $\frac{a}{b}$ ، یک عدد است که «عدد کسری» نامیده می‌شود، که صورت و مخرج آن، عددهای صحیح هستند، نه اینکه دو عدد صحیح مجزا به روی هم، کسر را تشکیل می‌دهند.

تشکر و قدردانی

بر خود لازم می‌دانم از استاد عالیقدرم سرکار خانم دکتر زهرا گویا که مرا در زمینه تکمیل و تصحیح این مقاله یاری نمودند، تشکر نمایم.

منابع

1. Amato, S. (2005). Developing Students' Understanding of the Concept of Fractions as Numbers. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 49-56. Mel-bourne: PME.
2. Brijlall, D.; Maharj, A.; & Molebale, J. (2011). Understanding the Teaching and Learning of Fractions: A South African Primary School Case Study. *US-China Education Review*, pp. 497-510, DAVID.
3. Chinnappan, M.; & Lawson, M. (2002). Year 3 Children's Understanding of Fractions: Are We Making Progress? In B. Barton, K. Irwin, M. Pfannkuch & M. Thomas (Eds.), *Proceedings of the 25th Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, vol. 1 pp. 195- 202. Auckland, New Zealand: Mathematics Education Group of Australasia. MERGA.
4. Gabriel, F.; & Coché, F.; & et al. (2013). A Componential View of Chil-dren's Difficulties in Learning Fractions. *Frontiers in Psychology*, V. 4; NCBI. Published online 2013 Oct 10. Doi: 10.3389/fpsyg.2013.00715. PMID: PMC3794363.
5. Watanabe, T. (2002). Representations in Teaching and Learning Fraction. *Teaching Children Mathematics*, pp. 457- 463, NCTM.



آموزش مفاهیم ریاضی به کمک بازنمایی‌های چندگانه

حمید دافعی

مدرس دانشگاه فرهنگیان زنجان و کارشناس ارشد آموزش ریاضی

اشاره

یکی از روش‌هایی که می‌توان به کمک آن، بین تجربیات و دانش غیررسمی کودکان با دانش رسمی ریاضی آن‌ها ارتباط برقرار کرد، استفاده از «بازنمایی‌های چندگانه»^۱ می‌باشد. بازنمایی‌های چندگانه؛ به معنای معرفی یا نشان دادن یک مفهوم ریاضی، با استفاده از وضعیت‌ها و شکل‌های مختلف است. به اعتقاد آل^۲ (۲۰۰۸) توانایی نشان دادن یک مفهوم با شیوه‌های گوناگون، درک عمیقی از آن مفهوم را در ذهن ایجاد می‌کند. بدین سبب، بازنمایی‌های ریاضی به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا مفاهیم ریاضی را از منظرهای متفاوت ببینند و با استفاده از برقراری ارتباط بین آن‌ها، به درک بهتری از یک مفهوم دست یابند [۱].

کلیدواژه‌ها: بازنمایی‌های چندگانه، آموزش ریاضی، جدول شگفت‌انگیز

بازنمایی‌های چندگانه ریاضی و اهمیت برقراری ارتباط بین آن‌ها

شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM)^۳ در سال ۲۰۰۰ میلادی، در سند خود تحت عنوان «اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه» یک استاندارد فرایندی به نام «بازنمایی‌ها» معرفی نمود و بر اهمیت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه در یاددهی و یادگیری مفاهیم و روابط ریاضی، تأکید کرد و آن را یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه درسی ریاضی به حساب می‌آورد (دافعی، ۱۳۸۹). به اعتقاد این شورا استفاده دانش‌آموزان از بازنمایی‌ها به‌خصوص آن‌هایی که برایشان ملموس‌تر است، امری ضروری در یادگیری ریاضی محسوب می‌شود [۵]. در واقع دانش‌آموزان پایه‌های ابتدایی از بازنمایی‌های متنوع و ارتباط و اتصال بین مفاهیم برای ساخت و ساز دانش ریاضی و

بیان ایده‌های ریاضی خود استفاده می‌کنند و با این کار فرایند حرکت به سمت تجرید را تسریع می‌کنند. البته این شورا به استناد پژوهش‌های انجام شده به این نتیجه رسیده است که اهمیت استفاده از بازنمایی‌های چندگانه، بایستی در طول دوره آموزشی دانش‌آموزان، مورد توجه قرار گیرد و استفاده از بازنمایی‌های مختلف برای درک عمیق‌تر مفاهیم ریاضی، بخش مهمی از فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی را تشکیل دهد [۳] و [۵]. آموزش‌گران ریاضی مدل‌های مختلفی برای به‌کارگیری بازنمایی‌های چندگانه در آموزش مفاهیم و روابط ریاضی پیشنهاد داده‌اند. یکی از این مدل‌ها، مدلی است که توسط لیش^۴ پیشنهاد شده است و براساس نظریه‌های پیاز، برونر و دیزین ساخته شده

است. این مدل بر این نکته تأکید می‌کند که درک عمیق ایده‌های ریاضی در پنج شیوه مختلف و توانایی برقراری اتصالات بین این پنج شیوه، بازتاب داده می‌شود [۴]. این پنج شیوه متمایز از بازنمایی‌ها که در یادگیری و حل مسئله‌های ریاضی رخ می‌دهند، عبارت‌اند از:

بازنمایی ملموس (دنیای واقعی): در این حالت مفهوم مورد نظر در ارتباط با رویدادها و کاربردهای آن در دنیای واقعی، سازمان‌دهی می‌شود [۴].

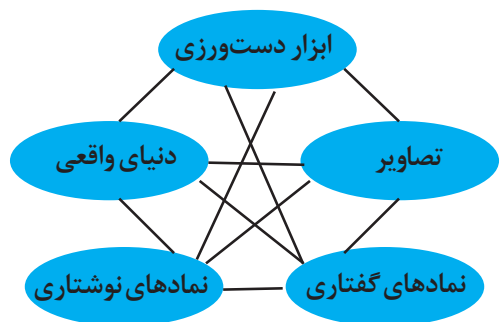
بازنمایی فیزیکی (ابزار دست‌ورزی): در این حالت دانش‌آموزان برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی، از دست‌ورزی روی اشیاء استفاده می‌کنند [۳].

بازنمایی تصویری (اشکال و تصاویر): در این حالت دانش‌آموزان با مشاهده و یا رسم یک شکل، نمودار یا تصویر، از آن‌ها برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی به طور شهودی، استفاده می‌کنند [۳].

بازنمایی گفتاری (شفاهی): کلمات گفته شده و توضیحاتی هستند که دانش‌آموزان برای صحبت کردن در مورد یک مفهوم ریاضی به کار می‌برند [۳].

بازنمایی نوشتاری (ذهنی): نمادگذاری‌هایی هستند که دانش‌آموزان، آن‌ها را برای فکر کردن و ارتباط برقرار کردن با یک مفهوم ریاضی در نوشتن به کار می‌برند و شامل نام‌ها، نمادها، اصول و توصیفات‌اند [۳].

مدل بازنمایی‌های لَش فقط شامل پنج نوع متمایز از بازنمایی نیست؛ بلکه ارتباطات میان این بازنمایی‌ها نیز می‌باشد [۴]. (شکل ۱).



شکل ۱:

مدل لَش از بازنمایی‌های چندگانه و ارتباط آن‌ها

به اعتقاد دیپینز^۵، کودکان در زندگی روزانه‌شان با مفاهیم انتزاعی ریاضی آشنا نمی‌شوند؛ از این‌رو این مفاهیم باید در محدوده‌ای از تجربیات عینی و ملموس و به‌صورت بازنمایی‌های چندگانه به آن‌ها معرفی شوند [۴].

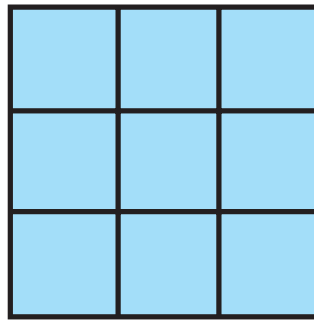
استفاده از بازنمایی‌های گوناگون و مرتبط کردن آن‌ها به یکدیگر، باعث درک بهتر دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی می‌شود. تحقیقات صورت گرفته در این حوزه نشان می‌دهد اگر بازنمایی‌ها به‌صورت مؤثری با هم متصل شوند، زمینه درک موضوعات ریاضی فراهم می‌شود. در نتیجه ایجاد ارتباط و اتصال بین بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، نمادین، نموداری، شفاهی و ذهنی از یک ایده ریاضی، نقش کلیدی در درک عمیق‌تر آن ایفا می‌کند [۳].

یک مثال عملی از به‌کارگیری بازنمایی‌های چندگانه در ریاضی دوره ابتدایی (مدل لَش)

مثال زیر به‌عنوان تجربه آموزشی یکی از دانشجو-معلمان رشته آموزش ابتدایی دانشگاه فرهنگیان، به‌عنوان کار عملی برای درس «آموزش ریاضی در دوره ابتدایی» با استفاده از بازنمایی‌های چندگانه و برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های مختلف، برای آموزش جدول شگفت‌انگیز به دانش‌آموزان، در کلاس اول ابتدایی انجام شده است:

بازنمایی ملموس (دنیای واقعی): در این بازنمایی، معلم کلاس، یک جدول مقوایی ۹ خانه‌ای 3×3 که خودش درست کرده بود (شکل ۲) به همراه ۳ مداد، ۳ تراش و ۳ پاک‌کن به کلاس آورد و به دانش‌آموزان گفت می‌خواهد به کمک آن‌ها یک بسته جایزه برای کمد جایزه‌ای که در کلاس بود، درست کنند به‌طوری‌که هر سطر یا ستون این بسته، شامل فقط یک مداد، یک تراش و یک پاک‌کن باشد تا هر دانش‌آموزی که جایزه به او تعلق می‌گیرد با هر انتخابی (انتخاب فقط یک سطر یا یک ستون دلخواه بسته جایزه) بتواند ۱ مداد، ۱ تراش و ۱ پاک‌کن جایزه بگیرد. سپس معلم با دادن یک جدول کاغذی 3×3 به تمام دانش‌آموزان (در قالب گروه‌های ۳ نفره) از آن‌ها خواست تا چگونگی قرار گرفتن جایزه‌ها را در کنار همدیگر با شرط گفته شده و با روش‌های مختلف به‌دست آورند (از طریق: چینش جایزه‌ها در جدول، رسم شکل جایزه‌ها، نوشتن نام جایزه‌ها، گفت‌وگو با

به اعتقاد دیپینز،
کودکان در زندگی
روزانه‌شان با مفاهیم
انتزاعی ریاضی
آشنا نمی‌شوند؛ از
این‌رو این مفاهیم
باید در محدوده‌ای
از تجربیات عینی و
ملموس و به‌صورت
بازنمایی‌های چندگانه
به آن‌ها معرفی شوند



شکل ۲: جدول شگفت‌انگیز ۳×۳

یکدیگر در مورد نحوه قرار گرفتن جایزه‌ها در جدول شگفت‌انگیز).

بازنمایی فیزیکی (ابزار دست‌ورزی): در این مرحله دانش‌آموزان هر گروه دست به کار شده و مدادها، پاک‌کن‌ها و تراش‌هایی را که معلم‌شان به آن‌ها داده بود، در جدول قرار دادند.

بازنمایی تصویری (رسم شکل): در این مرحله از دانش‌آموزان هر گروه خواسته شد شکل مدادها، تراش‌ها و پاک‌کن‌ها را در جدول مورد نظر رسم کنند (با رسم شکل‌های ساده).

بازنمایی نوشتاری (نوشتن نام): در این مرحله از دانش‌آموزان هر گروه خواسته شد تا با نوشتن نام مداد، تراش و پاک‌کن در خانه‌های جدول داده شده، جدول را کامل کنند. (اجرای این مرحله نیز بعد از یادگیری و توانایی نوشتن برخی از حروف فارسی توسط دانش‌آموزان و البته با کمک و راهنمایی معلم انجام شد).

بازنمایی گفتاری (بحث و گفت‌وگوی کلامی): این مرحله شامل گفت‌وگوی دانش‌آموزان درباره چگونگی قرار گرفتن اشیاء (مدادها، تراش‌ها و پاک‌کن‌ها) در هر یک از بازنمایی‌های فیزیکی، تصویری، نوشتاری و ملموس می‌باشد.

نتیجه‌گیری

یاددهی و یادگیری مفاهیم و ایده‌های ریاضی به دانش‌آموزان همواره با مشکلاتی مواجه بوده است. فرایند یاددهی و یادگیری ریاضیات در مدارس باید به گونه‌ای باشد تا دانش‌آموزان بدانند که اغلب ایده‌های ریاضی می‌توانند به صورت ملموس، نموداری، نمادین و... معرفی شوند. باید تلاش کرد تا با فراهم

کردن یک دیدگاه شهودی برای دانش‌آموزان و حرکت تدریجی از تجربه‌های عینی و ملموس آن‌ها به سمت ایده‌های مجردتر و استفاده مناسب از بازنمایی‌های چندگانه به ساخته شدن مفاهیم و ایده‌های ریاضی، به آن‌ها کمک شود. یکی از روش‌های مفید برای نشان دادن ارتباط درون یک حوزه یا بین حوزه‌های گوناگون ریاضی و برقراری ارتباط بین بازنمایی‌های چندگانه یک مفهوم ریاضی، استفاده از نرم‌افزارهای آموزشی مناسبی است که دانش‌آموزان می‌توانند به صورت همزمان و با بیشترین سرعت و دقت، برای یادگیری یک مفهوم، ارتباط بین فرمول‌ها، جدول‌ها و نمودارها را به سادگی مشاهده کرده و با تغییر یکی از بازنمایی‌ها، تغییر حاصل در دیگر بازنمایی‌ها را ببینند و ارتباط بین آن‌ها را درک کنند. نرم‌افزارهای Cabri و Geogebra دو نمونه از نرم‌افزارهای ریاضی هستند که می‌توان برای آموزش مفاهیم ریاضی و مشاهده ارتباطات بین بازنمایی‌های گوناگون در کلاس‌های ریاضی از دوره ابتدایی تا دوره متوسطه مورد استفاده قرار داد.

پی‌نوشت‌ها

1. Multiple Representation
2. Ozel
3. National Concile of Teachers of Mathematics
4. Lesh
5. Dienes

منابع

۱. دافعی، حمید (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه در آموزش ریاضی. *مجله رشد آموزش ریاضی*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. شماره ۱۰۰. صص: ۷۵-۷۰.
۲. داودی، خسرو و همکاران (۱۳۹۱). *ریاضی اول دبستان*. وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. چاپ دوم.
۳. گویا، زهرا و امامی، علی (۱۳۹۲). بازنمایی‌ها و نقش آن در درک مفهوم تابع. *مجله رشد آموزش ریاضی*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. شماره ۱۱۴. صص: ۳۵-۲۴.
۴. نوروزی لرکی، فرزانه و همکاران (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه: فرایندی مهم در یاددهی و یادگیری کسرها. *نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش* (دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران). جلد ۵، شماره ۱. صص: ۲۲-۱۳.
5. National Council of Teacher of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM-2000).pp:67- 70,360- 363.

ایجاد ارتباط و اتصال

بین بازنمایی‌های

فیزیکی، تصویری،

نمادین، نموداری،

شفاهی و ذهنی از

یک ایده ریاضی،

نقش کلیدی در

درک عمیق‌تر آن

ایفا می‌کند



دومفهوم کلیدی

ریاضی دوره ابتدایی

محمد حسام قاسمی

دبیر ریاضی شهرستان شهریار و کارشناس ارشد ریاضی

اشاره

مشکلات زبان در ریاضی و جنسیت ریاضی دو مفهوم از کتاب «مفاهیم کلیدی در تدریس ریاضیات دوره ابتدایی» نوشته «درک هاپلوک» و «فیونا تانگاتا» هستند، نویسندگان این کتاب با تألیف آن تلاش دارند چهل و چهار مفهوم مطرح در برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی را به شیوه‌ای موجز و به نسبت جذاب و با ادبیاتی علمی اما نه چندان پیچیده، معرفی و تبیین نمایند.

کلیدواژه‌ها: یادگیری مفهوم، برقراری ارتباط و اتصال، فرآیند مدل‌سازی (نمایش)، گفت‌وگو، خلاقیت در ریاضی، خطاها، اضطراب از ریاضی، گفت‌وگو

مشکلات زبان در ریاضی^۱

تعریف

هرگاه سخن از مشکلات مربوط به زبان در حوزه ریاضی مطرح می‌شود (به‌ویژه در این کتاب)، منظور مشکلاتی است که دانش‌آموزان در پنج زمینه واژه‌های تخصصی، دستور و قواعد زبان، زبان مجرد و رسمی ریاضی، برداشت نادرست از مسائل کلامی و غالب شدن موضوع بر محتوا، با آن‌ها روبه‌رو می‌شوند. در این بخش، مشکلات ناشی از زبان را در همین پنج حوزه عنوان شده، دنبال و تشریح می‌کنیم.

توضیح و بحث

اهمیت زبان در یادگیری ریاضی غیر قابل انکار است و حتی می‌توان آن را از کلیدی‌ترین ارکان در حوزه تدریس

ریاضی دانست. ما زمانی درک درستی از دیدگاه‌های ریاضی خواهیم داشت که قادر باشیم ارتباط مناسبی بین زبان، نمادها، تصویرها و شکل‌ها و موقعیت‌های واقعی برقرار کنیم (هایلاک و کوکبرن، ۲۰۰۳: ۱۹-۱). هر مفهوم یا ایده ریاضی، برای آن‌که فهمیده شود و این درک و فهم قابلیت انتقال به دیگران را پیدا کند، راهی جز این ندارد که از گذرگاه ارتباطی واژه‌ها و عبارات‌ها گذر کند. پری و داکت^۲ (۲۰۰۲: ۱۰۱)، در زمینه موفقیت کودکان در یادگیری ریاضی، تا جایی که به مقوله زبان مربوط است، به‌طور خلاصه بیان می‌کنند که «بدون یک زبان ارتباطی مخصوص، ساده و کامل در ریاضی که به کمک آن، دانش‌آموز با دانش‌آموزان و معلم ارتباط برقرار کند، روند پیشرفت در مسیر رسیدن به هدف‌ها، بسیار کند و طولانی خواهد شد.»

و دقیق» است و مسلماً، با مفهوم تخصصی ریاضی آن در کلمه «Right angle» (قائم‌الزاویه) متفاوت است. به همین ترتیب در نمونه دیگر، واژه «Odd» که در ریاضی به اعداد فرد گفته می‌شود که بر ۲ بخش‌پذیر نیستند، در زبان عامیانه، به معنای «عجیب و غریب» به کار می‌رود و مردم نیز به این معنا عادت کرده‌اند و به محض شنیدن آن، همین برداشت و تصور را از کلمه مورد نظر خواهند داشت. برای آشنایی با نمونه‌های بیشتر، به پیم^۳ (۱۹۸۷: ۸۹) مراجعه کنید. لازم است که معلمان هنگام استفاده از این واژه‌ها که بار معنایی متفاوتی در زندگی روزانه و در ریاضی دارند، با هوشیاری عمل کرده و تفاوت معنایی این واژه‌ها را با آن چه که کودکان در خارج از مدرسه می‌شناسند، به‌طور برجسته‌تری گوشزد کنند.

۳. دسته سوم، واژه‌هایی‌اند که در زبان ریاضی و در زبان عامیانه، تقریباً از بار معنایی یکسان برخوردارند، اما با این تفاوت که در ریاضی تعریف دقیق‌تر و جزئی‌تری از آن‌ها مورد نظر است در حالی که در مصداق عمومی، این واژه‌ها لزوماً با آن دقت ریاضی، به کار نمی‌روند. برای مثال، وقتی که از عبارت‌های «یک کله قند مخروطی شکل» یا «یک حبه قند مکعبی شکل» استفاده می‌کنیم، در ذهن خود، واژه‌های «مخروط» و «مکعب» را با همان تعریف‌های دقیق و مشخص ریاضی تصور نمی‌کنیم یا اصلاً هنگام استفاده عمومی از این واژه‌ها، به ویژگی‌های جزئی مخروط و مکعب فکر نمی‌کنیم، بلکه مخروط و مکعب را در ذهن خود، با ویژگی‌هایی عینی و کلی‌تر آن‌ها می‌شناسیم. یا در عبارت «کسری از ثانیه»، واژه «کسر» لزوماً مشخص نمی‌کند که کدام کسر یا نسبت از یک ثانیه مورد توجه است؛ بلکه تنها اصطلاحی است که بزرگ‌ترها، برای بیان بخش کوچکی از زمان به کار می‌برند و تصور دقیقی از کسر با معنا و مفهوم ریاضی آن در ذهنشان نیست. یا کلمه «دو نیم» در عبارت «سیبی که از وسط دو نیم شده است» که هر چند به نصف شدن سیب اشاره دارد، ولی به معنای آن نیست که سیب دقیقاً به دو نیمه کاملاً مساوی و متقارن، تقسیم شده است.

نکته مهمی که باید در مورد نوع سوم از واژه‌ها که به مثال‌هایی از آن‌ها نیز اشاره شد، مورد توجه قرار داد، آن است که گاهی خود معلمان نیز، به دام چنین واژه‌هایی گرفتار می‌شوند. معلمی که به‌طور مداوم بر به کارگیری معنای دقیق واژه‌ها اصرار دارد، گاهی که می‌خواهد آن کلمه را با منظور عام و غیر دقیق بیان کند موجب گمراهی دانش‌آموزانش می‌شود. مثلاً واژه «مقدار» در عبارت «چه مقدار باید به ۱۴ اضافه شود تا به ۱۶ برسیم؟»، هرچند منظور را به دانش‌آموز منتقل

بنابراین، به دلیل همین ویژگی بسیار مهم زبان در یادگیری ریاضی، لازم است معلمان از مسائل و مشکلات پیچیده‌ای که زبان و نحوه به کارگیری آن می‌تواند در مسیر یادگیری ایجاد کند، آگاه باشند. به همین خاطر، مشکلات ناشی از زبان را در پنج دسته واژه‌ها، دستور و قواعد، زبان مجرد و رسمی، برداشت نادرست از مسائل کلامی و غلبه موضوع بر محتوا، به‌طور جداگانه مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم.

واژه‌ها

مشکلات زبانی ناشی از واژه‌های تخصصی ریاضی، در سه شکل متفاوت بروز می‌کنند:

۱. دسته‌ای از واژه‌های تخصصی ریاضی هستند که تقریباً هیچ‌گاه در خارج از محیط مدرسه ابتدایی و کلاس درس، به کار نمی‌روند و دانش‌آموز فقط آن‌ها را در کلاس درس ریاضی می‌شنود که «متوازی‌الاضلاع» و «عمودمنصف» از این نوع هستند. این گروه از واژه‌ها، چون در خارج از کلاس و در زندگی روزانه کودکان، چه در صحبت‌های عادی (شفاهی) و چه در سایر متون (مکتوب)، استفاده نمی‌شوند و به این دلیل که موقعیت‌های واقعی تقویت‌کننده آن‌ها نیستند، ممکن است این حس را در کودکان تداعی کنند که ریاضی، مستقل و جدا از زندگی روزانه آن‌هاست و یا اینکه ریاضی، چیزی است که فقط در مدرسه و کلاس درس، اتفاق می‌افتد.

۲. دسته دوم، واژه‌هایی هستند که هم در دایره لغات ریاضی قرار دارند و هم در دایره لغات عمومی؛ اما با معنا و مفهوم متفاوت و با کاربری مختلف در هر یک از این دو حوزه استفاده می‌شوند. برای مثال، در عبارت «اختلاف عدد ۸ و ۱۳» از واژه «اختلاف» استفاده شده است که حتی منظور از آن، معنای عمومی آن یعنی تفاوت و تضاد نیست. حتی به این معنا هم نیست که عدد ۸، یک عدد یک‌رقمی و عدد ۱۳ یک عدد دورقمی است و از این نظر با هم اختلاف دارند. واژه «اختلاف» در ریاضیات ابتدایی، معادل تفاضل دو عدد یا تعداد واحدهای بین آن دو عدد است و فاصله آن‌ها را نشان می‌دهد. یا در مثال دیگری از این نوع واژه‌ها، می‌توان به واژه «Volume» در زبان انگلیسی اشاره کرد که کاربرد عمومی آن، به معنی میزان و شدت صوت است. در حالی که در ریاضی، همین واژه برای مفهوم «حجم» در شکل‌های فضایی به کار می‌رود. همچنین کلمه «Right» نیز در زبان عمومی انگلیسی، از معنای مشخصی برخوردار است که معادل «راست» یا «درست

بدون یک زبان
ارتباطی مخصوص،
ساده و کامل در
ریاضی که به کمک
آن، دانش‌آموز با
دانش‌آموزان و معلم
ارتباط برقرار کند،
روند پیشرفت در
مسیر رسیدن به
هدف‌ها، بسیار کند و
طولانی خواهد شد

می‌کند، اما کلمه مناسب‌تر برای این جمله، «تعداد» است و نه «مقدار» و اگر معلم قبلاً بیش از حد در به‌کارگیری درست و دقیق این واژه‌ها سخت‌گیری کرده باشد، اکنون خود را در دام این مشکل گرفتار می‌کند و دانش‌آموزان نکته‌سنج، سریعاً به معلم در این مورد خرده می‌گیرند. دانش‌آموزان ضعیف‌تر نیز، در گیر چرایی به‌کارگیری کلمه «مقدار» به‌جای کلمه «تعداد» شده و فکر می‌کنند که شاید معلم، واقعاً چیز دیگری در نظر دارد و این، همان همراه شدنی است که قبلاً به آن اشاره کردیم. هم‌چنین مفهوم واژه «رقم» در عبارت «ارقام نجومی»، ممکن است این شبهه را در ذهن دانش‌آموز ایجاد کند که اگر معلم من دائماً در کلاس خود، بر تفاوت بین «رقم» و «عدد» تأکید داشت و رقم را همان اجزای ۱ تا حداکثر ۹ معرفی می‌کرد که در عددهای مختلف در ارزش‌های مکانی مختلف قرار می‌گیرند، پس چرا خودش از «ارقام نجومی» دم می‌زند؟ و یک رقم نجومی چطور می‌تواند از رقم ۹ بیشتر باشد؟

دستور و قواعد

مشکلات زبانی که از ساختار زبان و قواعد آن سرچشمه می‌گیرند و فراوانی آن‌ها نسبت به دیگر مشکلات مشابه بیشتر است، به دو دسته مهم تقسیم می‌شوند:

۱. مشکل اول در مورد جایگاه اشتباه اعداد یا حروف اضافه در جمله‌های ریاضی است. مثلاً وقتی که جمله «تفریق ۱۰ از ۵» را به‌جای «تفریق ۵ از ۱۰» به اشتباه به‌کار می‌بریم، مشکل ساختاری جایگاه نادرست اعداد اتفاق افتاده است. یا در جمله «تخفیف بده تا ۲۰ پوند» به‌جای «تا ۲۰ پوند بهم تخفیف بده»، در جمله اول حرف اضافه «تا» به محل توقف قیمت (قیمت نهایی ۲۰ پوند) برای کالای مورد نظر اشاره دارد در حالی که در جمله دوم حرف اضافه «تا» به میزان تخفیف درخواستی و نه قیمت کالا اشاره دارد. پس لازم است که معلم، نسبت به ابهامی که چنین مشکلات ساختاری در مفهوم جمله‌ها ایجاد می‌کنند، آگاه باشند. از نمونه‌های دیگر مشکلات ساختاری از این نوع، می‌توان به جمله‌بندی نادرست، به‌کارگیری ابهام‌آلود افعال، حروف اضافه، مخفف کردن جمله‌ها به شکلی نادرست و نظایر آن، اشاره کرد. برای مثال، در جمله «تقسیم ۱۰ و ۵ چی میشه؟» که قصد معلم، ساده و خلاصه کردن جمله بوده است، ممکن است دانش‌آموز را در فهم دقیق منظور معلم دچار سردرگمی کند و یکی از دو پاسخ ۵/۰ یا ۲ را در پاسخ به این سؤال، ارائه کند.

۲. مشکل دوم وقتی اتفاق می‌افتد که معلم به‌جای استفاده از جمله‌های پرسشی ساده، از جمله‌هایی ثقیل و با ادبیاتی که معمولاً نویسندگان و گویندگان حرفه‌ای، برای زیباتر کردن و بخشیدن بار ادبی بیشتر از آن‌ها بهره می‌گیرند، استفاده می‌کند. در این حالت، جمله‌ها از نظر دستوری و قواعد زبانی هیچ مشکلی ندارند اما در چارچوب ساختار زبانی شناخته شده و معمول دانش‌آموزان آن رده سنی نیستند. در نتیجه، دانش‌آموز به‌جای توجه به خواسته اصلی معلم در آن پرسش، درگیر خود جمله و برقراری با ساختار عجیب آن می‌شود. برای نمونه، جمله پرسشی و ثقیل «کدام اعداد بین ۲۵ و ۳۰ قرار دارند که نمی‌توانند هنگام تقسیم بر اعداد دیگر، هم بر عدد ۲ و هم بر عدد ۳ بخش‌پذیر باشند؟» را در نظر بگیرید. این جمله توجه دانش‌آموز را به مثبت یا منفی بودن جمله (با توجه به به‌کارگیری هم‌زمان فعل منفی «نمی‌توانند» و فعل مثبت «باشند») و مفهوم عبارت‌های «هم ۲ و هم ۳» و «تقسیم بر اعداد دیگر» سوق می‌دهد و ممکن است او را از خواسته اصلی یا شرط‌های مسئله (اعداد بین ۲۵ و ۳۰ باشند) دور کند. معلم می‌تواند به‌جای این جمله، از جمله‌ای ساده‌تر مانند «اعدادی بین ۲۵ و ۳۰ مثال بزنید که بر ۲ و ۳، بخش‌پذیر نباشند» استفاده کند. بنابراین در اینجا، مشکل در درست یا نادرست بودن جمله از لحاظ قواعد و دستور زبان نیست، بلکه مشکل مربوط به نوع و سطح قواعد و دستور زبان استفاده شده در جمله است. این نوع مشکل برای معلمان تازه وارد که سال اول تدریس خود را تجربه می‌کنند، بیشتر اتفاق می‌افتد، شاید به این دلیل که آن‌ها، از محیط دانشگاهی که ادبیات و ساختار زبانی خاص خود را دارد، بی‌فاصله وارد به محیط مدرسه و کلاس درس ابتدایی می‌شوند و این معلمان برای ارتباط با کودکان هنوز طبق عادت، از همان جمله‌ها و اصطلاحات دانشگاهی استفاده می‌کنند.

زبان رسمی و مجرد ریاضی

اینکه متون ریاضی دارای زبانی رسمی، نمادین و مجرد هستند، یک نقطه قوت برای دانش ریاضی محسوب می‌شود که مزایا و محاسن زیادی را به دنبال داشته و خواهد داشت. اینکه چرا دانش‌آموزان مجبورند ریاضی را با همان شکل و بیان خاص و رسمی خود یاد بگیرند، مورد بحثمان در اینجا نیست، بلکه تمرکزمان بر بیان درست جمله‌ها، تلفظ درست اصطلاحات و استفاده از روش‌هایی است که در این زمینه، برای کمتر شدن مشکل دانش‌آموزان مطرح می‌شوند. دانش‌آموزان

یکی از بهترین
شیوه‌های تقویت
درک و فهم
دانش‌آموزان از
ایده‌های ریاضی
نهفته در لابه‌لای
زبان و نمادهای
ریاضی، آن است که
دانش‌آموزان را به
ساختن یک داستان
برای عملیات یا
عبارتی که دارند،
تشویق کنیم

دقت کنید. در اینجا به دلیل وجود کلمه گمراه کننده «بیشتر» در صورت مسئله، برداشتی نادرست از منظور آن در ذهن دانش‌آموز شکل می‌گیرد و امکان دارد که او به اشتباه، پاسخ $25=18+7$ را برای این مسئله، بنویسد.

غلبه موضوع بر محتوا

قبلاً به موضوع توجه بیش از حد ساختار و قواعد به کار رفته در جمله نسبت به محتوای جمله، اشاره کردیم. این بار، ممکن است مشکلی مشابه با این، اما در مورد داستان یا موضوع به کار گرفته شده در مسئله، ایجاد شود. به این پرسش معلم از دانش‌آموزان، دقت کنید: «مگ موفق شده مقدار $18/8$ پوند را برای خرید مجموعه دی‌وی‌دی‌های فیلم ارباب حلقه‌ها، پس‌انداز کند. این در حالی است که قیمت این مجموعه فیلم در ویدئو کلپ شهرشان، $26/5$ پوند است. او به چه مقدار پول دیگر نیاز دارد؟». معلم پس از پرسیدن این سؤال، با پاسخ‌هایی ناشیانه یا شاید زیرکانه کودکان روبه‌رو می‌شود. مثلاً «اون می‌تونه ارزونترش رو به‌صورت اینترنتی سفارش بده، چون تخفیف می‌دن»، «خوب با یکی دیگه از دوستانش شریک بشه» یا «فعلاً مجموعه کاملش رو نخره، چون دیدن چندتا از دی‌وی‌دی‌هایش هم، کلی زمان می‌خواد و تا اون موقع، برای بقیه دی‌وی‌دی‌ها می‌تونه پول جمع کنه». این پاسخ‌ها نشانه غالب بودن موضوع و داستان در مسئله است. در این مسئله، خرید دی‌وی‌دی‌های فیلم مشهور و پر سروصدای ارباب حلقه‌ها که بحث داغ محافل است، بر محتوای ریاضی مسئله که استفاده از عمل تفریق برای اعداد اعشاری است، غلبه دارد.

هر چند اضافه کردن عنوان‌ها و زمینه‌های جذاب به مسئله‌ها، می‌تواند باعث افزایش انگیزه، جلب توجه بیشتر و علاقه‌مندی دانش‌آموزان شود، اما باید از میزان تسلط زمینه داستانی بر محتوا آگاه بود و اجازه نداد که تناسب و توازن بین زمینه و محتوا به هم خورده و محتوا و هدف مسئله، در سایه زمینه آن مسئله، قرار گیرد.

مثال‌های عملی

در ادامه، به دو نمونه عملی همراه با پیشنهادهایی برای توجه بیشتر معلمان به مشکلات ناشی از زبان در ریاضی، اشاره می‌کنیم.

ساخت داستان برای یک عبارت ریاضی

یکی از بهترین شیوه‌های تقویت درک و فهم دانش‌آموزان از ایده‌های ریاضی نهفته در لابه‌لای زبان و نمادهای ریاضی، آن است که دانش‌آموزان را به ساختن

نیاز دارند که علاوه بر فهم و درک عبارت‌های ریاضی، گویش درست و رسمی آن‌ها را نیز یاد بگیرند. این کار باعث سهولت در برقراری ارتباط و ساده‌تر شدن انتقال مفاهیم برای آنان می‌شود. مثلاً عبارت « $23=14-37$ » دارای تلفظ درست و رسمی «سی و هفت منهای چهارده مساوی است با بیست و سه» است. این جمله، کوتاه‌ترین و در عین حال انتزاعی‌ترین جمله برای بیان این عبارت است، در حالی که دانش‌آموز ممکن است در زندگی روزانه و موقعیت‌های واقعی، هیچ‌گاه با این بیان خاص، عبارت‌ها را ادا نکند. در موقعیت واقعی، جمله‌هایی مانند «من ۳۷ پوند داشتم که ۱۴ تاش رو خرج کردم و حالا ۲۳ پوند دیگه برام مونده» به کار می‌روند. نکته اساسی دیگر در اینجا، ارتباط بین زبان رسمی و زبان عمومی است که معلمان باید زمان و فرصت کافی را برای شکل‌گیری و تثبیت این ارتباط بسیار مهم، ایجاد کرده و در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند.

درک ملموس از نمادهای مجرد ریاضی، در قالب زبانی عامیانه و واقعی، از اصول اصلی دستورالعمل معلمان دوره ابتدایی است. بوئرو و همکاران (۲۰۰۲: ۲۴۳)، در نتیجه پژوهشی در این رابطه، بر اهمیت زبان روزانه، به‌عنوان «یک میانجی بین فرآیندهای ذهنی، نمادها و اصطلاحات خاص و سازماندهی منطقی فعالیت‌های ریاضی» تأکید کرده‌اند. ولی اکنون با وجود همه این تفسیرها، مشکل اصلی این است که چگونه دانش‌آموزان می‌توانند بین زبان نمادها و زبان مرسوم و عامیانه‌ای که در موقعیت‌های واقعی زندگی با آن‌ها مواجه هستند، ارتباطی معنادار برقرار سازند. این مشکل، در مورد کلمات و اصطلاحات مشترک بین ریاضی و زندگی دانش‌آموز، نمود بیشتری دارد و از اهمیت بیشتری نیز برخوردار است. مثلاً مفاهیم و اصطلاحاتی هم‌چون «مجموعه»، «پول»، «طول»، «مدت زمان»، «جرم»، «وزن» و «ظرفیت»، از این گونه‌اند (هایلاک و کوکبرن، ۲۰۰۳: ۵۸-۴۶).

برداشت نادرست از مسائل کلامی^۴

یکی دیگر از مشکلات زبانی دانش‌آموزان دوره ابتدایی، زمانی خودش را نشان می‌دهد که تفسیر و برداشت شفاهی نادرستی از یک مسئله کلامی وجود داشته باشد. برای نمونه، اگر در یک مسئله کلامی که هدفش، کاربرد عمل است، از کلمه «بیشتر» استفاده شده باشد، ممکن است ذهن دانش‌آموز به‌طور ناخودآگاه، به سمت عمل جمع کشیده شود. به مسئله «جان ۱۸ بلیط اتوبوس دارد، این تعداد ۷ تا بیشتر از تعداد بلیط‌های او در روز قبل است. او روز قبل چند تا بلیط داشته است؟»

یک داستان برای عملیات یا عبارتی که دارند، تشویق کنیم. مثلاً دانش‌آموزی برای عبارت $3 \div 12$ این داستان را ساخت که «تام ۱۲ بیسکویت دارد و می‌خواهد آن‌ها را بین ۳ نفر از دوستانش تقسیم کند» (هایلاک و کوکبرن، ۲۰۰۳: ۷۹). یا دانش‌آموز دیگری برای عبارت $3 - 12$ این داستان را ساخت که «۱۲ سرباز بودند، ۳ نفر زخمی شدند. چند نفر دیگر سالم هستند؟» (هایلاک و کوکبرن، ۲۰۰۳: ۴۸).

الگوهای زبانی

به دلیل پیچیدگی‌های ساختاری موجود در بیشتر جمله‌ها و عبارت‌های ریاضی، لازم است که معلمان ریاضی، جهت کمک به دانش‌آموزان برای فهم و تفسیر عبارت‌ها، بیشتر تلاش کنند و با صرف زمان بیشتر برای رفع ابهامات و مشکلات ناشی از زبان، کوشش کنند. یکی از راهکارهای پیشنهادی به معلمان، داشتن الگوهای زبانی مشخص برای انجام عملیات خاص ریاضی است، به‌طوری که در این الگوها، فقط مقدار یا جای اعداد عوض می‌شود و الگو یا قالب جمله تغییر نمی‌کند. الگوها، قالب‌های تقریباً ثابتی هستند که بارها و بارها در کلاس‌های ریاضی شنیده و به کار گرفته می‌شوند. برای مثال، جمله «اگر ۲۴ را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کنیم، حاصل ۸ می‌شود»، دارای یک الگوی زبانی مشخص است که همواره در موقعیت‌های دیگر نیز از آن استفاده می‌شود و فقط اعداد به کار رفته در آن عوض می‌شوند، مثل جمله «اگر ۱۰۰ را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم، حاصل ۲۵ می‌شود». استفاده درست از الگوها و رعایت قالب آن‌ها خیلی مهم است، مثلاً جمله «رادیکال ۸ با فرجه ۳ برابر با ۲ است»، حاوی یک الگوی شناخته شده ریاضی (البته در سطح بالاتر ریاضی) است که اگر کسی آن را به صورت «۸ در رادیکال با فرجه ۳، مساوی با ۲ است» به کار ببرد، با وجود اینکه ممکن است همان منظور را دنبال کند، ولی این الگو برای شنوندگان شناخته و عادی نیست.

یکی از وظایف اصلی معلمان ابتدایی، ارائه درست الگوهای زبانی ریاضی است. اگر الگوها به صورت درست آموزش داده شوند، استفاده از آن‌ها به عنوان قالب‌هایی برای انتقال مفاهیم ریاضی، آسان‌تر می‌شود. این دقیقاً مثل الگوهای مرسوم زبانی است که هنگام احوال‌پرسی به کار می‌روند، چون در احوال‌پرسی معمولاً رفتارها، جمله‌ها و الگوهای ثابت و مرسوم به کار می‌روند، اگر شخصی از آن‌ها به همان صورت عادی خود استفاده نکند، باعث جلب توجه یا عدم موفقیت او در برقراری ارتباط با مخاطبش می‌شود.

اگر در ریاضی، الگویی به صورت «۱۲، ۳ تا بیشتر از ۹ است» به کار گرفته می‌شود، همین الگو می‌تواند اساسی برای جمله‌های دیگری مانند: «۱۲ تا کتاب، ۳ تا بیشتر از ۹ کتاب است»، «۱۲ کیلو گوجه‌فرنگی، ۳ کیلو بیشتر از ۹ کیلو گوجه‌فرنگی است» و «۱۲ سانتی‌متر نخ، ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۹ سانتی‌متر نخ است»، باشد. البته بسیاری از الگوهای زبانی، دارای معادل هستند و ممکن است دقیقاً با همان قالب مشخص استفاده نشوند. در عبارت بالا، الگوهای معادل عبارت‌اند از «۹، ۳ تا کمتر از ۱۲ است»، «۹ کتاب، ۳ تا کمتر از ۱۲ کتاب است»، «۹ کیلو گوجه‌فرنگی، ۳ کیلو کمتر از ۱۲ کیلو گوجه‌فرنگی است» و «۹ سانتی‌متر نخ، ۳ سانتی‌متر کمتر از ۱۲ سانتی‌متر نخ است».

مطالعه بیشتر

فصل «ورود به عرصه عدد از طریق زبان»^۵ نوشته وایلی^۶ (در تامسون، ۱۹۹۷)، به برخی از جنبه‌های مهم زبان و تأثیر آن بر یادگیری شمارش اشاره دارد. یکی از منابع کلیدی برای موضوع زبان در ریاضی، پیم (۱۹۸۷) است. هم‌چنین فرشافل و دی‌کورت^۷، بحث مفصل و مفیدی را در رابطه با واکنش کودکان نسبت به مسائل «قلم-کاغذی» حساب، تهیه کرده‌اند (فصل ۴ در نونز و بریانت^۸، ۱۹۹۷). گرابرگ^۹ (۱۹۹۸) نیز منبع مفیدی برای معلمان است که علاقه‌مندند تا راهکارها و روش‌های کمک به دانش‌آموزان با مهارت‌های زبانی ضعیف‌تر را، یاد بگیرند.

جنسیت و ریاضی^{۱۰}

تعریف

در علم آموزش ریاضی، منظور از «جنسیت»، آن دسته از تفاوت‌های جسمی و روانی بین دخترها و پسرهاست که ممکن است بر یادگیری ریاضی، تأثیرگذار باشد. در این بخش، تفاوت‌های جنسیتی را در چهار زمینه «میزان موفقیت»^{۱۱}، «نگرش‌ها»^{۱۲}، «رفتار»^{۱۳} و «فرصت‌های برابر»^{۱۴} آموزشی، مورد بررسی قرار می‌دهیم.

توضیح و بحث

قبل از هر چیز، باید این نکته بسیار مهم را تذکر دهیم که اگرچه برخی از مطالعات از نظر آماری نشان‌دهنده وجود تفاوت‌هایی اندک بین دو جنس از لحاظ میزان موفقیت، نگرش، فرصت‌ها و رفتارهاست، اما به‌طور کلی، تجربه نشان داده است که دانش‌آموزان از هر دو جنس و در یک رده سنی، تقریباً هم‌گام با هم، در مسیر یادگیری پیش رفته‌اند.

یکی از وظایف اصلی معلمان ابتدایی، ارائه درست الگوهای زبانی ریاضی است. اگر الگوها به صورت درست آموزش داده شوند، استفاده از آن‌ها به عنوان قالب‌هایی برای انتقال مفاهیم ریاضی، آسان‌تر می‌شود

جدول شماره ۱: میانگین درصد موفقیت دخترها و پسرهای پایه ششم در سطح ۴ از آزمون‌های ملی
(منبع: www.dfes.gov.uk)

موضوع	دخترها	پسرها
زبان انگلیسی	۸۵	۷۴
خواندن	۸۷	۷۹
نوشتن	۷۵	۵۹
علوم	۸۷	۸۷
ریاضی	۷۵	۷۷

جدول شماره ۲: میانگین درصد موفقیت دخترها و پسرهای پایه ششم در سطح ۵ از آزمون‌های ملی
(منبع: www.dfes.gov.uk)

موضوع	دخترها	پسرها
زبان انگلیسی	۳۹	۲۶
خواندن	۵۳	۴۱
نوشتن	۲۳	۱۳
علوم	۴۶	۴۵
ریاضی	۳۱	۳۶

از تجزیه و تحلیل آن‌ها، به این نتیجه مهم رسیدند که نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی، با تفاوت‌های جنسیتی آن‌ها در ارتباط است. به این معنا که دختران نسبت به نتایج فعالیت‌های ریاضی خود، اعتمادبه‌نفس کمتری دارند و خودشان را دست‌کم می‌گیرند، در حالی که پسرها تمایل دارند به موفقیت‌های بیشتری در زمینه ریاضی دست پیدا کنند. این یافته‌ها با نتایج به‌دست آمده توسط پومرانتر^{۱۸} و همکاران (۲۰۰۲)، مطابقت دارد. آن‌ها دریافتند که دختران با دقت بیشتری به ارزیابی عملکرد و کارکرد علمی خود می‌پردازند، در حالی که پسرها تمایل دارند خودشان را بی‌تفاوت، یا کمتر حساس نشان دهند و گاهی نیز در بیان میزان موفقیت‌های خود، مبالغه کنند. هایلاک (۱۹۸۴) دریافت که از بین دانش‌آموزان موفق‌تر ۱۱ تا ۱۲ ساله، دختران اضطراب بیشتر و اعتمادبه‌نفس کمتری در ریاضی نسبت به پسرها از خود نشان می‌دهند. این اضطراب همراه با اعتمادبه‌نفس کمتر، در آزمون‌هایی که در آن‌ها خلاقیت ریاضی محور قرار می‌گیرد، بیشتر خود را نشان داده و بر روی نتایج تحصیلی دختران، اثر منفی می‌گذارد. در مطالعه دیگری در همین رابطه،

میزان موفقیت

دختران دوست دارند کارهای خود را در مدرسه، بهتر و منظم‌تر از پسرها انجام دهند، اما در ریاضی، نتایج و عملکرد آن‌ها نسبت به پسرها ضعیف‌تر است. همین مشاهدات دلیلی شد که موضوع جنسیت به یکی از موضوعات مهم و جذاب تحقیقی در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ میلادی، تبدیل شود. بسیاری از این پژوهش‌ها در آن سال‌ها که عمدتاً در مورد دوره دبیرستان و گروه سنی ۱۶ سال به بالا انجام می‌گرفت، بر میزان موفقیت نسبتاً کمتر دختران در درس ریاضی متمرکز بود. با این وجود، یافته‌های برخی از همین مطالعات، حاکی از موفقیت کمتر پسرها در انجام سایر موضوع‌های درسی نسبت به دخترها بود؛ به دلیل اهمیت هر دو، هدف پژوهش‌های اخیر در حوزه جنسیت، بر چگونگی ارتقای عملکرد دخترها در ریاضی و پسرها در دیگر درس‌ها متمرکز بوده است (برای مثال، می‌توانید به «پروژه افزایش موفقیت پسرها»^{۱۹}، که توسط دانشگاه کمبریج انجام شده و در پایگاه www-rba.educ.com.ac.uk قابل دسترس است، مراجعه کنید).

به جدول‌های ۱ و ۲ دقت کنید. این جدول‌ها، نتایج آزمون‌های ملی را برای دو سطح ۴ و ۵ در انگلستان، نشان می‌دهند. این آزمون‌ها بر روی دانش‌آموزان پایه ششم (۱۰ تا ۱۱ ساله‌ها) و در سال ۲۰۰۶ اجرا شده است. با مشاهده این جدول‌ها، به پیش‌تازی عجیب دخترها در همه زمینه‌ها به جز ریاضی، پی می‌بریم. (یادآور می‌شویم که منظور از سطح چهارم طبق برنامه^۶، سطحی است که انتظار می‌رود بیشتر دانش‌آموزان پایه ششم، از عهده آن برآیند. ولی آزمون سطح پنجم، یک سطح بالاتر از انتظارات و توانایی‌های مورد نظر برای این پایه است.)

همان‌طور که از جدول‌ها مشخص می‌شود، عملکرد پسرها در همه موضوع‌های درسی به‌خصوص در زبان انگلیسی و نوشتن، ضعیف‌تر از دخترهاست، اما این درس‌ها و دلایل عدم موفقیت پسرها در آن‌ها، موضوع بحثمان نیستند. تمرکز اصلی ما در اینجا، بر روی عملکرد ضعیف دخترها در درس ریاضی است و این عدم موفقیت در درس ریاضی در سطوح بالاتر، متأسفانه نمایان‌تر است (جدول شماره ۲). نتایج نشان می‌دهد که در این آزمون‌ها، تعداد کمی از دخترها موفق به کسب نمرات مطلوب در درس ریاضی شده‌اند.

نگرش‌ها

جاف و فاکسمن^{۱۷} (۱۹۸۶)، یک سری پرسش‌نامه را در اختیار دانش‌آموزان ۱۱ تا ۱۵ ساله قرار دادند و

هایلاک (۱۹۸۴)،
برای بررسی میزان
خطرپذیری، هنگام
کار بر روی مسائل
غیر معمولی و جدید،
طی یک مطالعه
موردی بر روی
دخترها، به این نتیجه
رسید که آن‌ها، از
قدرت خطرپذیری
کمتری برخوردار
هستند و تمایل دارند
فقط به محدودهای
از روش‌هایی که قبلاً
آموخته‌اند، فکر کنند

پورد^{۱۹} (۲۰۰۶: ۶۵-۶)، موضوع اعتماد به نفس را یک نوع مشکل نگرشی خاص نسبت به ریاضی می‌داند و به گفته وی، پسران در یادگیری ریاضی نسبت به دخترها، لجوج و سخت‌گیرتر هستند و این، به نوع نگرش و ذهنیتشان نسبت به خود برمی‌گردد که دوست ندارند در کارهای سخت‌تر، به اصطلاح کم بیاورند. پسرها نسبت به دخترها در حل مسائل سخت‌تر استوارتر هستند، به این معنا که دائماً تلاش می‌کنند مسئله را از راه‌های مختلف حل کنند تا به نتیجه برسند. در حالی که دخترها، هنگام مواجهه با یک مسئله خیلی سخت، کمتر بر روی حل آن پافشاری کرده، زود تسلیم شده و از حل آن منصرف می‌شوند.

رفتار

هایلاک (۱۹۸۴)، برای بررسی میزان خطرپذیری، هنگام کار بر روی مسائل غیر معمولی^{۲۰} و جدید، طی یک مطالعه موردی بر روی دخترها، به این نتیجه رسید که آن‌ها، از قدرت خطرپذیری کمتری برخوردار هستند و تمایل دارند فقط به محدوده‌ای از روش‌هایی که قبلاً آموخته‌اند، فکر کنند. آن‌ها ترجیح می‌دهند بر روی افکار خود ثابت قدم باشند و در به کارگیری روش‌های متفاوت، از خود انعطافی نشان ندهند. در این بین، بعضی از پژوهشگران معتقدند که تفاوت‌های ناشی از جنسیت در یادگیری ریاضی و رفتارهای مرتبط با آن، برای اولین بار به‌طور محسوس، خود را در سال‌های ابتدایی مدرسه نشان می‌دهد. از جمله این پژوهشگران، می‌توان به پورد (۲۰۰۶: ۱۳۲) اشاره کرد که معتقد است دخترها، علاقه دارند که فعالیت‌هایشان به تحسین و تشویق و دریافت پاداش از طرف معلم منجر گردد. به همین دلیل، به انجام فعالیت‌های غیر رقابتی و ایمن علاقه دارند و کمتر وارد یک حوزه فکری جدید و ناشناخته در حل مسائل می‌شوند. از دید آن‌ها در حل مسائل غیر معمولی، لزوماً موفقیت با به کارگیری روش‌های ابتکاری و حدس و آزمایش کردن تضمین نمی‌شود. هم‌چنین ناتراون^{۲۱} (۲۰۰۶: ۵۴-۵)، دیدگاه جدیدی مطرح کرده و معتقد است که بسیاری از این تفاوت‌ها، در رفتار آموزشی دخترها با پسرها، بیشتر از آنکه ناشی از جنسیت باشد، ناشی از نگرش و انتظارات متفاوت معلم از آن‌هاست. مثلاً در سنین پایین‌تر و در مهد کودک‌ها، پرستارها به گونه‌ای با دخترها و پسرها رفتار می‌کنند که انگار از همان ابتدا تأثیر تفاوت‌ها در نوع آموزش را به رسمیت شناخته‌اند. برای نمونه، برخی از فعالیت‌های کودکان را به گونه‌ای طراحی می‌کنند که برای دخترها، متناسب با آشپزی و خانه‌داری و برای پسرها متناسب با امور فنی یا کامپیوتر باشد که انگار،

قرار است آینده آن‌ها نیز به همین سمت و سو پیش برود. حتی خود مربیان مهد کودک نیز تصور می‌کنند که این شیوه، متناسب با طبیعت متفاوت دخترها و پسرهاست. پذیرش متفاوت بودن دختر و پسر از جانب معلم یا مربی، به تدریج این حس را نیز در کودکان تداعی و تقویت می‌کند که بعضی از موضوع‌های درسی و کارهای درسی، برای دخترها و بعضی دیگر برای پسرها طراحی و ساخته شده است و هر دو، نمی‌توانند همه را انجام دهند. ناتراون معتقد است که مربیان با مشاهده تمایل بیشتر پسرها به تجهیزات فنی و کامپیوتر (و در سطحی بالاتر، کارهای محاسباتی و ریاضی)، انتظارات و فعالیت‌های کلاس را نیز به شکل جهت‌داری، با همین نگرش طراحی می‌کنند، در حالی که باید از همان کودکی، انتخاب‌ها تقریباً آزادانه باشند.

گورا^{۲۲} (۱۹۹۲) بیان می‌کند که نقش و اثرگذاری بزرگ‌ترها در افزایش یا کاهش بروز تفاوت‌ها در میزان یادگیری دخترها و پسرها بسیار مهم است. مثلاً در بازی با بلوک‌های اسباب‌بازی (لگو)، به‌طور طبیعی به دلیل علاقه بیشتر پسرها به ساخت و سازهای فنی، بین عملکرد دخترها و پسرها تفاوت‌هایی وجود دارد؛ اما این تفاوت‌ها بسیار ناچیزند و با مداخله بزرگ‌ترها در بازی، می‌توان این تفاوت را برطرف کرد. بزرگ‌ترها می‌توانند با ایجاد فرصت‌های بیشتر و دادن زمان کافی به دخترها برای بررسی بلوک‌ها و راهنمایی آن‌ها، این تفاوت‌های رفتاری را به حداقل برسانند.

یکی دیگر از جنبه‌های رفتاری متفاوت دخترها، تمایل آن‌ها به هم‌کلام شدن با یکدیگر و انجام کارها به شکل گروهی است و از انجام کارها به‌صورت انفرادی که خطر بالایی دارد، دوری می‌کنند. معلمان مدارس ابتدایی اغلب شاهد آن هستند که دخترها در به اشتراک‌گذاری نظرها، گوش دادن به یکدیگر و به تصویر کشیدن تصورات خود، بهتر از پسرها رفتار می‌کنند. این مشاهدات، با یافته‌های علمی در جدول ۱ و ۲ مطابقت دارد که نشان می‌دهد دخترها در «مشاهده» و «مهارت‌های زبانی»، عملکرد بهتری دارند. از سویی دیگر، پسرها غالباً رقابتی‌تر هستند و علاقه دارند در فعالیت‌هایی مشارکت کنند که برنده و بازنده داشته باشد و بتوانند با برنده شدن، توانایی‌های خود را به رخ دیگران بکشانند.

فرصت‌های برابر

در برخی از نمونه‌های مشاهده شده در رابطه با تفاوت‌های ناشی از جنسیت در میزان عملکرد ریاضی، نقش نگرش و رفتار، از همه پررنگ‌تر است. اما آنچه که

یکی دیگر از جنبه‌های رفتاری متفاوت دخترها، تمایل آن‌ها به هم‌کلام شدن با یکدیگر و انجام کارها به شکل گروهی است و از انجام کارها به‌صورت انفرادی که خطر بالایی دارد، دوری می‌کنند

پیچیدگی مطالب بالا ببرد، ممکن است هم در تدریس خود و هم در یادگیری آن‌ها، مشکلاتی به وجود آید. پس با انتخاب یک روش تدریس بی‌خطر و بدون چالش و تقریباً بدون توجه به رویکرد حل مسئله، به خیال خود در حق دخترها لطف کرده و متناسب با ظرفیت آن‌ها، عمل کردند. این در حالی است که همین معلمان، برای پسرها فرصت‌های چالش‌برانگیز و مبتنی بر حل مسئله بیشتری ایجاد نموده و مسائل را تا آنجایی که امکان داشت، دشوار و سطح بالا انتخاب کردند و در کلاس خود، ارائه نمودند. نتیجه این دیدگاه، چیزی جز بی‌عدالتی آموزشی و ایجاد فرصت‌های نابرابر برای جنسیت‌های مختلف (قوی و قوی‌تر کردن پسرها و ضعیف و ضعیف‌تر کردن دخترها) نبود.

مثال‌های عملی

واضح است که آموزگاران مدارس ابتدایی، به تنهایی قادر نیستند نگاه جامعه را نسبت به تفاوت‌های جنسیتی بین دخترها و پسرها تغییر دهند، اما می‌توانند روش‌هایی در تدریس خود به کار گیرند که تضمین‌کننده فرصت‌های برابر آموزشی برای هر دو جنس باشد. با این کار، دانش‌آموزان می‌توانند از حداکثر توان خود بهره ببرند. در وجود اصل تفاوت جنسیتی بین دخترها و پسرها و تأثیرشان بر عملکرد آن‌ها در درس ریاضی، شکی نیست. اما این موضوع، نمی‌تواند به بهانه‌ای برای ارائه فرصت‌های متفاوت و اعمال نابرابری‌های آموزشی نسبت به دختران تبدیل شود. اصل و ماهیت ریاضی، «فرا جنسیتی» است و جدای از همه این تفاوت‌ها و نگرش‌های موجود بین افراد جامعه و معلمان، ریاضی مقوله‌ای انسانی است و فرصت‌های یادگیری آن نیز باید انسانی و همگانی باشد، نه اینکه متأثر از جنسیت افراد، تدریس در دو سطح متفاوت ارائه شود.

در همین راستا، به برخی از اقدامات عملی که می‌توانند در کاهش نابرابری در فرصت‌های آموزشی برای دخترها و پسرها، مؤثر باشند، اشاره می‌کنیم: (به دلیل ارتباط این بحث با بخش «اضطراب از ریاضی»، به توصیه‌های پایانی آن بخش رجوع کنید)

۱. سعی کنید که بین فعالیت‌های فردی، دو نفری یا گروهی در درس ریاضی، یک نوع تعادل ایجاد کنید به گونه‌ای که بین فعالیت‌های ریاضی از نظر محتوا و سطح، تفاوتی نباشد.

۲. سعی کنید که گروه‌های کلاسی، شامل هر دو جنس باشند. اما با این وجود، حواس‌تان باید بیشتر متوجه گروه‌هایی باشد که در آن‌ها، دانش‌آموزهایی از یک جنس

مهم‌تر است، تأثیرات این تفاوت‌ها بر آموزش است و نگرانی از اینکه این عوامل، منجر به نابرابری‌های آموزشی شوند. نگرش کودکان خردسال نسبت به ریاضی، تا حدود زیادی تحت تأثیر نگرش و رفتار معلمان و والدین شکل می‌گیرد. مثلاً گاهی از بزرگ‌ترهای خود می‌شنوند که درس ریاضی و فعالیت‌های مرتبط با آن، پسرانه و مردانه است و چون برای دخترها نامناسب است، پس خیلی مهم نیست که دخترها در این درس خوب باشند. موضوع مهم‌تر این است که این نوع نگرش‌های منفی نسبت به ریاضی، می‌تواند به‌طور ناخودآگاه، حتی از نسلی به نسل دیگر منتقل شود (بارنت و ویچمن، ۱۹۹۷)^{۲۳}.

نگرش متفاوت معلمان به توانایی دخترها و پسرها، همچنین نگرش متفاوت دخترها و پسرها نسبت به ریاضی، می‌تواند منجر به ایجاد فرصت‌هایی ناعادلانه و نابرابر برای دخترها و پسرها شود. این خطر همیشه وجود دارد که رفتار آموزگار با دخترها و پسرها در کلاس ریاضی، یکسان نباشد^{۲۴} و در نتیجه آن، فرصت‌های متفاوتی را در اختیار هر کدام قرار دهد. بعضی از معلمان بر این باورند که چون به‌طور ذاتی، دخترها و پسرها با هم متفاوت هستند، پس باید انتظارات متفاوتی نیز از آن‌ها داشت که این نوع نگاه معلمان نیز، تحت تأثیر هنجارهای جامعه شکل می‌گیرد. برای مثال، سورو (۲۰۰۲)^{۲۵} گزارش می‌دهد که در کشور فنلاند، بیشتر معلمان بر این باورند که دختران در ریاضی، به فرآیندهای حفظ کردنی، متداول و دارای الگوریتم‌های معین، تمایل بیشتری دارند و برعکس، پسرها علاقه و توجه‌شان هنگامی برانگیخته می‌شود که معلم، مباحث را از حالت معمول و معین خود خارج کرده و مسائلی جدید و چالش‌برانگیز مطرح کند. همچنین، این تصور بین معلمان فنلاندی وجود دارد که دخترها، انرژی خود را در استمرار، سخت‌کوشی، زیاد خواندن و حفظ کردن صرف می‌کنند، در حالی که پسرها بدون نیاز به سخت‌کوشی و زحمت دادن به خود، از مغزشان کار می‌کشند.

سورو (۲۰۰۲)، نسبت به احتمال افزایش این حس «ترسناک»^{۲۶} در بین معلمان هشدار می‌دهد و معتقد است که بسیاری از معلمان فنلاندی، به اشتباه بر این باورند که باید در اتخاذ روش‌های آموزشی بین دخترها و پسرها، تفاوت قائل شد. معلمان فنلاندی، به‌خصوص معلمان مرد، گاهی اوقات در نوع ارتباط با مسائل یا در شیوه تدریس خود در درس ریاضی، برای دخترها محافظه‌کارانه‌تر عمل می‌کردند. به این معنا که معلم، به تصور اینکه دخترها در ریاضی، به‌ویژه ریاضی سطح بالاتر، مشکل دارند و اگر سطح تدریسش را از نظر

نگرش متفاوت معلمان به توانایی دخترها و پسرها، همچنین نگرش متفاوت دخترها و پسرها نسبت به ریاضی، می‌تواند منجر به ایجاد فرصت‌هایی ناعادلانه و نابرابر برای دخترها و پسرها شود. این خطر همیشه وجود دارد که رفتار آموزگار با دخترها و پسرها در کلاس ریاضی، یکسان نباشد و در نتیجه آن، فرصت‌های متفاوتی را در اختیار هر کدام قرار دهد

مفید را گردآوری کرده‌اند که به‌خوبی نشان‌دهنده علاقه پژوهشگران، به موضوع جنسیت است. در این منبع، از ابعاد مختلف روان‌شناسی هم‌چون شناخت‌گرایی، اجتماعی، شخصیت، خودنگرشی^{۲۹} و روان-زیست‌شناختی، انجام شده به مقوله جنسیت نگاه شده است. برای اطلاعات بیشتر درباره نمونه‌هایی از تفاوت‌های جنسیتی و تأثیر آن‌ها بر موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان در بریتانیا و ایالات متحده، می‌توانید به منبع فریمن^{۳۰} (۲۰۰۳) مراجعه فرمایید.

پی‌نوشت‌ها

1. Language difficulties in mathematics
2. Perry and Dockett
3. Pimm
۴. Word Problem (مسائل کلامی، نوع خاصی از مسائل ریاضی است که به توصیف موقعیتی از دنیای واقعی می‌پردازد. در واقع، منظور از مسائل کلامی، مسئله‌هایی هستند که در آن‌ها، صورت مسئله حاوی داستان یا ماجرای بسیار کوتاه است که قصد دارد به‌کارگیری چهار عمل اصلی را در قالب موقعیت‌های واقعی، نشان دهد).
5. Approaching number through language
6. Wighley
7. Verschaffel and De corte
8. Nunes and Bryant
9. Grauberg
10. Gender and Mathematics
11. Achievement
12. Attitudes
13. Behavior
14. Equal opportunities
15. Raising Boys Achievement project
۱۶. برنامه درسی ملی انگلستان
17. Joffe and foxman
18. Pomerantz
19. Pourd
20. Non- routine
21. Nutbrown
22. Gura
23. Burnett and Wichman
۲۴. در انگلستان نیز مانند ایران، اغلب آموزگاران زن هستند. اما در انگلستان، مدارس مختلط‌اند و بدین سبب این بحث موضوعیت دارد. در صورتی که در ایران، همیشه مدارس - به جز در موارد خاص- به تفکیک پسرها و دخترها بوده و شاید این مورد، برای کلاس درس در ایران موضوعیت جدی نداشته باشد.
25. Soro
26. Appalling
27. Hanna
28. Gallagher and kaufman
29. Self-oriented
30. Freeman

خاص، می‌خواهند برتری خود را به تمام گروه تحمیل کنند. اطمینان حاصل کنید که همه دانش‌آموزان، به منابع برابر و فرصت‌های یکسان، دسترسی داشته باشند. ۳. در تمام فعالیت‌ها، باید تمام گروه‌ها مشارکت داشته باشند و این طور نباشد که بعد از مدتی، گروهی از یک جنس خاص (مثلاً پسرها)، حرف اول و آخر را در انجام همه فعالیت‌ها بزند و گروه دیگری از جنس مخالف، به حاشیه رانده شود.

۴. از تأکید بیش از حد بر رقابت و سرعت در عملکرد، خودداری کنید و هرگز رقابت بین دخترها و پسرها را معیاری برای قضاوت خود قرار ندهید.

۵. دانش‌آموزانی را که ممکن است در یک گروه، تمایل بیشتری به یادگیری طوطی‌وار داشته باشند (معمولاً دخترها) شناسایی کنید و با پرسش و توجه بیشتر، آن‌ها را به درک و فهمیدن محاسباتی که انجام می‌دهند، تشویق کنید.

۶. در فعالیت‌هایی که از ابزارهای فنی و کامپیوتر استفاده می‌شود، مطمئن شوید که تمام دانش‌آموزان، به آن وسایل، دسترسی یکسان دارند. این خطر وجود دارد که یک جنس خاص (معمولاً پسرها)، به این دلیل که خود را دانای کل در امور کامپیوتر و فنی می‌پندارند، در گروه به یک راهبر دیکتاتور مبدل شده و جنس دیگر (معمولاً دخترها) را در گروه، به حاشیه برانند.

۷. در کلاس درس خود، رویه‌ای اتخاذ کنید که بر اساس آن، دانش‌آموزان به انجام خطرهای منطقی تشویق شوند و شما نیز، نسبت به خطاهای دانش‌آموزان، مثبت فکر کنید.

۸. نگذارید که نظرها و ایده‌های افرادی در خارج از کلاس که نگاه متفاوتی نسبت به یادگیری ریاضی دختران و پسران دارند، بر برنامه، روش و طراحی تدریس شما، اثر بگذارند.

۹. ممکن است در کلاس درس، به‌طور طبیعی بارها تفاوت‌های جنسیتی بروز کند یا در کلاس درس، افرادی از یک جنس خاص، همیشه موفق‌تر باشند. اما به هیچ وجه نگذارید این موضوع برجسته شده و به تقویت فرضیه‌ای نادرست در مورد جنسیت، در ذهن دانش‌آموزان دامن بزند که اگر این فرضیه به یک باور تبدیل شود، تغییر این باور نادرست از ذهن کودکان، کار آسانی نخواهد بود.

مطالعه بیشتر

یکی از بهترین منابع در رابطه با برابری جنسیتی در ریاضی، توسط حنا^{۲۷} (۱۹۹۶) نگاشته شده است. گالاگر و کافمن^{۲۸} (۲۰۰۵) نیز، مجموعه‌ای از مقالات

چگونه حل کنیم؟

گزارشی از چهلمین کنفرانس بین‌المللی
روان‌شناسی آموزش ریاضی

۳ تا ۷ آگوست، سِگِد، مجارستان

زهرا گویا

دانشگاه شهید بهشتی



اشاره

شهر بوداپست، می‌شد حس کرد که ریاضی، اگر نه با زندگی - که قضاوت عجولانه‌ای برآیم بود- ولی با فرهنگ و رسوم و زیستن مردم این کشور، عجین است. از فون نیمین واضح سیبرنیتیک گرفته تا اردوش و روبیک و پولیا و... و ظاهراً تا همیشه، این کشور مهد ریاضی‌دانان بوده و هست. چهلمین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME40)، در دیار جوج پولیا و به نام و یاد او، با شعار «چگونه حل کنیم؟»، در دانشگاه شهر سِگِد (Zseged) در مجارستان، برگزار شد. سخنران افتتاحیه، آلن شونفیلد، چهره سرشناس حل مسئله ریاضی از دانشگاه برکلی بود که از قضا، او هم مجاری از آب در آمد! چیزی که تا به حال، نمی‌دانستم و نمی‌دانستیم!

شونفیلد قبل از شروع سخنرانی‌اش، توضیح داد که اصلیتش مجاری است و پدربزرگش در مجارستان، به تولید و صادرات فلفل قرمز (Paprika) - معروف‌ترین محصول کشاورزی این کشور- به آمریکا بوده است و آلن نوجوان، مسئول بازاریابی برای فلفل‌ها شده است! او گفت قبل از اینکه پا روی خاک مجارستان گذاشته باشد، آن خاک را در آمریکا، با فلفل قرمزها حس و لمس کرده بود. بعد از این مقدمه شیرین، شونفیلد به ارائه سخنرانی خود با عنوان «حل مسئله تدریس قوی» در ریاضی و مرور فعالیت‌هایش در زمینه حل مسئله ریاضی پرداخت. او بیان کرد که در سال ۱۹۷۴- یک سال پس از دریافت مدرک دکترای ریاضی خود از دانشگاه استنفورد، به‌طور تصادفی با کتاب معروف جورج پولیا، ریاضی‌دان معروف مجاری با عنوان «چگونه حل کنیم؟» آشنا شد و همین آشنایی، مسیر زندگی حرفه‌ای او را تغییر داد و باعث شد که به‌طور

در سال ۱۹۷۶، با مشارکت تعدادی از ریاضی‌دان‌ها و روان‌شناسان که به آموزش ریاضی علاقه‌مند بودند و به‌طور حرفه‌ای یا تجربی، به این حوزه می‌پرداختند، یک نهاد پژوهشی به نام «گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی» دایر شد. این نهاد، تبدیل به درختی تنومند شد که به‌طور مستمر، کنفرانس‌های سالانه خود را برگزار کرده و انتخابات اعضای کمیته بین‌المللی را طبق اساس‌نامه خود که به «قانون اساسی» این گروه معروف است، انجام می‌دهد و امسال، چهلمین سال تأسیس خود را به نام جورج پولیا ریاضی‌دان و آموزشگر ریاضی مجاری، در زادگاهش جشن گرفت. نکته مهم در حفظ تعادل، دموکراسی و جلوگیری از انحصارطلبی در این گروه این است که در هر موردی که در آن، بحث «انتخاب» است، کسی بیش از یک بار، امکان «انتخاب شدن» ندارد. این بخش‌ها شامل رئیس (به مدت سه سال)، عضو کمیته بین‌المللی (به مدت چهار سال)، عضویت در میزگرد کنفرانس و سخنران عمومی است.

کلیدواژه‌ها: گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی، مجارستان، جورج پولیا

پرسیدم که «سوغات اصلی اینجا چیست که بخرم و با خودم ببرم؟»، بی‌تأمل گفت «مکعب روبیک! تازه یادم آمد که در مجارستان هستم! کشوری که در دو سده گذشته، شاید بیش از هر نقطه دیگری در کره خاکی- نه به نسبت جمعیت- ریاضی‌دان به جهان تقدیم کرده و شاخه‌های ریاضیات مدرن را پایه‌گذاری کرده است. از پاسخ فوری یک صاحب دکه در کنار یکی از آثار دیدنی

مستمر، در حوزه پژوهش در حل مسئله ریاضی، علوم شناختی، هوش مصنوعی و برنامه درسی ریاضی بپردازد. لازم به توضیح است که در سال ۲۰۱۱، «کمسیون بین‌المللی تدریس ریاضی» (ICMI)، شونفیلد را به پاس تلاش‌های بی‌وقفه‌اش در حوزه پژوهش حل مسئله ریاضی و برنامه درسی ریاضی دوره متوسطه و دانشگاه و ده‌ها و ده‌ها فعالیت ارزشمند و ماندگار دیگر طی ۳۰ سال گذشته، برنده جایزه معتبر فلیکس کلاین اعلام کرد و این جایزه، در سال ۲۰۱۲ در «دوازدهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی» (ICME13) به وی اعطا شد.

شونفیلد در سخنرانی خود، به تشریح نظریه جدیدش در مورد «تدریس برای فهم و درک دقیق و قوی»: (TRU) (Teaching for Robust Understanding) پرداخت. وی رد تمایز بین تحقیقات ریاضی با آموزش ریاضی، ابراز داشت که در اولی، تلاش برای ساختن یک مدل ریاضی است و علامت «والسلام» (QED) که پای اثباتی گذاشته شود، بیان‌گر این است که فرد، به چیزی که از نظرش قطعی (Certain) است، رسیده است. در صورتی که در تحقیقات آموزشی، مسئله مهم، سازگاری درونی (Internal Consistency) یافته‌هاست.

پس از آن، به ارائه ملی (National Presentation) مجارستان در حوزه ریاضی و آموزش ریاضی رسید. این برنامه شامل چندین سخنرانی کوتاه بود که طی آن‌ها، هر یک از ارائه‌دهندگان، به وجه خاصی از ریاضیاتی که مجارستان مبدع و مبتکر آن بوده پرداختند، و نقش ریاضی‌دان‌های برجسته را در تدوین و نظارت بر برنامه‌های درسی ریاضی از پیش‌دبستانی تا دوره‌های دکتری، مرور کردند.

سخنران روز دوم، روزا لیکین (RozaLeikin) بود که در مورد «تعامل بین خلاقیت و مهارت دانستن (تخصص) در تدریس و یادگیری ریاضی» (Interplay between Creativity and Expertise in Teaching and Learning of Mathematics)، صحبت کرد.

سخنران روز سوم، ماساتاکا کویاما (Masataka Koyama) بود که با روش پیشنهادی پولیا، ابتدا به ارزیابی دو الگوی موجود در پژوهی پرداخت و سپس از تعامل و تقابل آن‌ها، روش سومی را نتیجه گرفت که ویژگی اصلی آن، پویایی‌اش بود. عنوان سخنرانی «چرخه پویایی که از بازتاب بر تعامل یا تقابل دو چرخه مکمل درس‌پژوهی در ریاضیات مدرسه‌ای حاصل می‌شود» (Dynamic Cycle Driven by the Dialectic Cycle of Two Complementary Reflections in Lesson Study on School Mathematics) بود.

طبق سنت همیشگی این کنفرانس، روز چهارم به میزگرد اختصاص داشت که در سال ۲۰۱۵، روش اجرای آن را تبدیل به مناظره کردند و چون مورد استقبال

شرکت‌کنندگان واقع گردید، قرار شد که فعلاً، همین شیوه اجرا ادامه یابد. موضوع میزگرد امسال این بود که «یا حل مسئله، قابل تدریس است؟» (Is Problem Solving Teachable?) و گرداننده میزگرد، هلن چیک (Helen Chick) بود. زیلارداندریاس (Andras Szilard) و مارکو هانولا (MarkkuHannula) نقش مخالفان و بریندرجت کار (Brinderjeet Kaur) و میرام آمیت (Miriam Amit)، نقش موافقان را اجرا کردند و در پایان با جمع‌بندی هلن چیک، معلوم شد که پاسخ مخالفان هم به سؤال میزگرد، به‌طور مشروط مثبت بود و تدریس و آموزش حل مسئله را طبق شرایطی که بیان کردند، ممکن دانستند.

آخرین سخنرانی، به باربارا یاورسکی (Barbara Jaworski) بود که با عنوان «چگونه حل کنیم: با تمرکز بر مسائل تدریس ریاضی» (How to Solve it: With a Focus on Problems in Mathematics Teaching)، انجام شد.

در مجموع در این کنفرانس که بیش از ۴۰۰ نفر در آن شرکت داشتند، ۱۵۳ گزارش تحقیقی، ۱۷۱ ارائه کوتاه از پژوهش‌هایی که در حال انجام هستند، سه مجمع تحقیق (Research Forum)، دو گروه کاری، چهار گروه بحث، ۶۸ پوستر، دو نمایشگاه کتاب غیرتجاری متعلق به انتشارات اسپرینگ (Springer) و سِنس (Sense) و چندین فعالیت دیگر علمی انجام شد.

اما به نظر من، مهم‌ترین بخش هر کنفرانس، توانایی ایجاد فضای علمی و امکان تعامل بین پژوهشگران سراسر جهان با هم است. این فرصت، برای هر پژوهشگر تازه‌کار، میانه راه و کهنه‌کار، بسیار مغتنم است و حیف است که تنها، به عنوان «شرکت در کنفرانس» یا حداکثر «شرکت با ارائه مقاله» تصور شود که به عنوان امتیاز، بیشتر در اختیار افراد حقوقی قرار گیرد. شرکت در کنفرانس‌های معتبر، به شرط الزام داشتن در به اشتراک گذاشتن دستاوردهای آن، می‌تواند سوخت سالانه پژوهشگرانه را تأمین کند. در غیر این صورت، واقعاً به قول قدیمی‌ها، «بی‌مایه، فطیر است» و خمیری که به زور مواد افزودنی ور بیاید، اگرچه در کوتاه‌مدت گرسنگی را برطرف می‌کند، اما در میان‌مدت، باعث درد و نابسامانی می‌شود که شاید صدماتی که می‌زند، امکان جبران نیابد.

در حاشیه: اسم یکی از هتل‌های نزدیک دانشگاه که تعدادی از شرکت‌کنندگان در آن اقامت داشتند، «علم» (Science) بود و در آستانه ورودی هتل، دو تخته گچی سیاه نصب شده بود که روی هر کدام، اثبات یک قضیه ریاضی با گچ نوشته شده بود و در کنارشان، یک لباس فارغ‌التحصیلی هم آویزان شده بود! زبانی که قوی‌تر از هر کلامی بود و توجه افراد را ناخواسته، به شهر و کشوری که شهرتش ریاضیات آن است، جلب می‌کرد!

مهم‌ترین بخش هر
کنفرانس، توانایی
ایجاد فضای علمی
و امکان تعامل
بین پژوهشگران
سراسر جهان با هم
است. این فرصت،
برای هر پژوهشگر
تازه‌کار، میانه راه
و کهنه‌کار، بسیار
مغتنم است و حیف
است که تنها، به
عنوان «شرکت
در کنفرانس» یا
حداکثر «شرکت با
ارائه مقاله» تصور
شود که به عنوان
امتیاز، بیشتر
در اختیار افراد
حقوقی قرار گیرد

سیزدهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی



(۳ تا ۱۰ مرداد ۱۳۹۵)

فاطمه احمدپور

دانشجوی آموزش ریاضی، دانشگاه شهید باهنر کرمان



بعد از چهار سال، این بار دانشگاه هامبورگ میزبان بزرگ‌ترین اجتماع آموزشگران ریاضی شد. سیزدهمین ای‌کمی (ICME)، کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی، در جولای سال ۲۰۱۶ توسط جامعه آموزش ریاضی کشورهای آلمانی زبان برگزار شد. نام و چهره گابریل کایزر، دبیر علمی کنگره بیش از هر شخص دیگری دیده می‌شد و به حق، باید از او و دیگر اعضای کمیته اجرایی برای مدیریت مناسب کنگره‌ای با جمعیت ۳۴۸۶ ثبت‌نام‌کننده، تقدیر کرد.

برنامه‌های علمی کنگره روز اولی‌ها

روز اول، برنامه‌ای شامل سه بخش اصلی برای ۴۰۰ پژوهشگر تازه‌کار آماده شده بود. در برنامه صبح، ۱۱ کارگاه موازی، هر یک به یکی از روش‌های پژوهش (اغلب کیفی) اختصاص یافته بود؛ از جمله تحلیل محتوای کیفی، نظریه زمینه‌ای، تحقیقات ویدئومحور، روش‌های آمیخته، مطالعات اجتماعی-فرهنگی، مطالعات قوم‌نگاری، تحلیل گفتمان^۱، تحلیل اثر متقابل^۲. سه سخنرانی موازی نیز به جنبه‌های نظری‌تر تحقیقات آموزش ریاضی پرداخت. از جمله استفان لرمِن از جنبه‌های نظری تحقیقات آموزش ریاضی سخن گفت.

بعد از ظهر چندین کارگاه به صورت موازی به نحوه نوشتن یک مقاله علمی، باید‌ها و نبایدها پرداختند. چگونه مقاله بنویسیم که توسط داور پذیرفته شود!

پایان خوش روز اول، سخنرانی آلن شونفیلد بود. اساس صحبت‌های وی بر این بود که پژوهش و عمل می‌توانند و باید در یک تعامل سازنده در کنار هم باشند و به غنای یکدیگر کمک کنند.

سخنرانی‌های عمومی

از تاثیرگذارترین آن‌ها سخنرانی بیل بارتون در مورد آموزش ریاضی و تأثیر آن بر فرهنگ و اخلاق فردی و اجتماعی بود. گزارشی از نتایج تحقیقات گروه ریاضیات قومی ارائه نمود. یکی دیگر از سخنرانی‌های این بخش مربوط به تسیگلر^۲، ریاضی‌دان آلمانی بود، که ما او را از «کتاب اثبات»^۴ می‌شناسیم. این کتاب برای بزرگداشت پاول اردوش نوشته و به فارسی نیز ترجمه شده است. سخنرانی او در راستای فعالیت‌های چندین ساله‌اش در عمومی‌سازی ریاضیات بود.

گروه‌های مطالعاتی موضوعی

وجود ۵۴ گروه مطالعاتی، نشان‌دهنده این بود که به موضوعات تحقیقاتی متنوع توجه شده است. از حوزه‌های محتوایی چون جبر و هندسه تا موضوعات فرایندی مانند اثبات و مدل‌سازی. از گروه‌های مربوط به فلسفه و تاریخ، تا حوزه‌هایی که طعم روانشناسی می‌دهند. گروه‌هایی که بر سطوح آموزشی از ابتدایی تا دانشگاه تمرکز داشتند، تا گروه‌هایی که به نیازهای دانش‌آموزان خاص و معلمان توجه می‌کردند. شرکت‌کنندگان با توجه به تخصص خود و حوزه مورد علاقه‌شان، در سخنرانی‌های کوتاه و بحث‌ها شرکت می‌کردند.

سخنرانی‌های مدعو

یک بخش هم سخنرانی‌های مدعو بود که به‌صورت موازی، سخنرانی‌های موضوعی برگزار می‌شد.

بعد از ظهرهای موضوعی

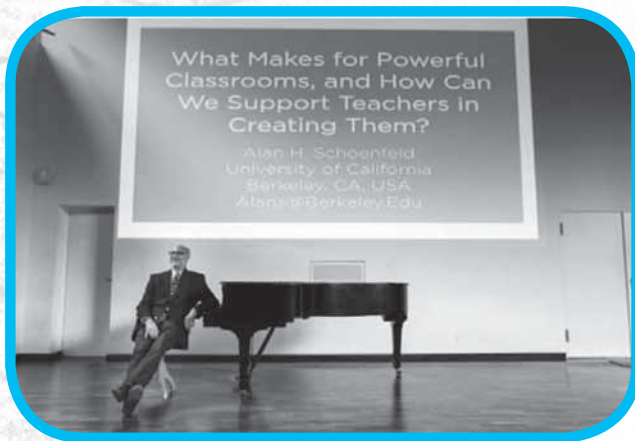
آشنایی با سنت‌های آموزش ریاضی در اروپا، آلمان، و نیز نقش فلیکس کلاین در آموزش ریاضی، موضوع کلی ده‌ها مقاله بود که به‌صورت موازی ارائه شدند.

پوستر

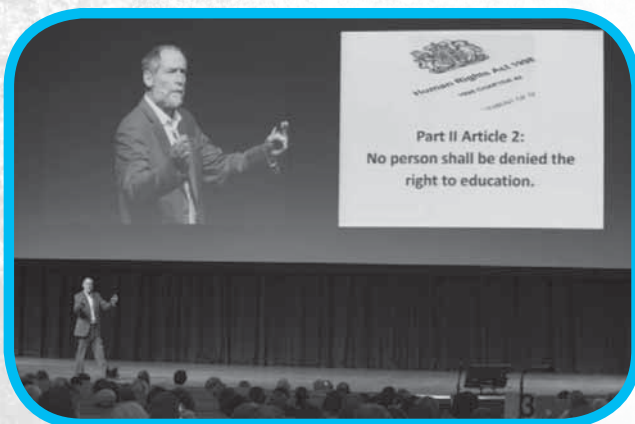
از دیگر برنامه‌های کنگره، ارائه پوستر همان گروه‌های مطالعاتی بود که با استقبال خوب شرکت‌کنندگان همراه بود.

گروه‌های بحث و کارگاه

دو بعد از ظهر از ۸ روز به گروه‌های بحث و کارگاه گذشت که یکی از آن‌ها در مورد خانه‌های ریاضیات بود. نمایندگان خانه‌های ریاضیات ایران، بلغارستان و فرانسه حضور داشتند. بعد از معرفی خانه‌ها و قابلیت‌های آن‌ها، در مورد مشکلات بحث شده و برای رفع آن‌ها ایده‌پردازی شد.



شونفیلد؛ یکی از سخنران‌های مدعو



سخنرانی عمومی بیل بارتون، رئیس قبلی ICMI



بازدیدکنندگان از مقاله‌های ارائه شده به‌صورت پوستر

از راست به چپ:
 فردریک لونگ^۶،
 میشل آرتیک،
 چریل پراگر^۷،
 آلن بیشاب،
 هاگ بورخارت^۸



جوایز

امسال علاوه بر جایزه فلیکس کلاین و فرودنتال، برای اولین بار جایزه «ما-کستلنووو»^۹ نیز اهدا شد. بعد از آن هر یک از تقدیرشدگان طی یک سخنرانی، دستاوردها و حاصل تلاش سالیان خود را ارائه نمودند.

متمتیکم^۹

از برنامه‌های جنبی جالب این کنفرانس حضور کوچک ولی پررنگ متمتیکم از «موزه تعاملی ریاضیات» از گیسن^{۱۰} بود. محیطی شبیه یک آزمایشگاه ریاضی کوچک دایر کرده بودند که هر روزه افراد زیادی درگیر ایده‌های ریاضی هر یک از وسایل موجود در آنجا می‌شدند.



نمایشگاه غیرتجاری آموزش ریاضی

آخرین روز کنفرانس

در مراسم اختتامیه، رئیس ایکمای^{۱۱} به کارهای انجام شده و معرفی برنامه‌های آتی پرداخت. آموزشگران چینی، ایکمای ۱۴ را معرفی و همگان را برای چهار سال آینده به شانگهای دعوت کردند. در انتها، تغییرات اعمال شده در اعضای کمیته اجرایی کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی اعلام شد و اعضای جدید معرفی شدند. خانم دکتر زهرا گویا از ایکمای گذشته همچنان به کار خود در این کمیته ادامه خواهند داد.

در پایان این گزارش از برنامه پایانی روزهای برگزاری کنگره باید گفت. یکی از مهم‌ترین برنامه‌هایی که وقت اختصاصی برای آن گذاشته شده بود، زمانی برای گپ و گفت و آشنایی افراد با هم بود. فضایی بسیار صمیمی و دوستانه، که به راحتی امکان صحبت با اساتید پیش‌کسوت و جوان فراهم بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Argumentation Analyses
2. Interaction Analyses
3. Ziegler
4. Proofs from the book
5. Emma-Castelnuovo
6. Frederick Leung
7. Cheryl Praeger
8. Hugh Burkhardt
9. Mathematicum
10. Giessen
11. International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)



پیامدهای کتاب‌درسی

پزشک ریاضی، فرار از رشته ریاضی، تنفر از ریاضی

سید جمال‌الدین محمودی جزیی

دبیر ریاضی شهرستان‌های استان تهران (کهریزک)

چکیده

طی چندین سالی که از تدریسم در آموزش و پرورش می‌گذرد، تا بدین اندازه برای ارائه درس به دانش‌آموزان، مستأصل نشده بودم. همه این‌ها یک طرف و اینکه مرتب دانش‌آموزان می‌گفتند که «آقا! مثل سال‌های قبل، فصلی از کتاب حذف می‌شود؟ معلم سال گذشته وقت نکرد، فصل آخر را درس نداد»، حکایت از این می‌کرد که آنان، به ورطه بی‌اعتمادی افتاده بودند. به نظر می‌رسید که مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی تازه تألیف هم به این نکته کمتر توجه کرده بودند که عموم دانش‌آموزان - نه فقط آن‌ها که تحت آموزش‌های ویژه هستند - تمام متن کتاب‌ها و حتی تک‌تک جمله‌ها، برایشان مهم‌اند و از آن‌ها، انتظار یاد گرفتن چیزی را دارند. علاوه بر این، اگر می‌دانستند که صدور چنین بخشنامه‌هایی از جمله برای حذف فصلی یا بخشی از کتاب، چه آسیب‌های جدی به اعتماد دانش‌آموزان وارد می‌کند، بیشتر دقت می‌کردند.

در هر صورت، معلم به سبب مسئولیت حرفه‌ای خود، تلاش می‌کند تا راه‌حل‌های مناسب پیدا کند و در شرایط نامساعد هم، یاور دانش‌آموزان برای درک مفاهیم باشد. در نتیجه، تلاش کردم تا راهی بیابم و در این بین، نور امیدی تابید و به کمک یکی از دوستان که در زمینه طراحی نوین برنامه درسی ریاضی کار می‌کرد، تدریس خود را از نو طراحی نموده و به پیش بردم. این مقاله، گزارش تدریس یک موضوع با طراحی جدید، و نشان دادن آموختن آن توسط دانش‌آموزان است. براساس نتایجی که از تدریس ریاضی با این رویکرد به برنامه درسی به دست آمد، چند پیشنهاد به برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی ارائه می‌شود. این رویکرد به طراحی و تألیف کتاب درسی، فرصت را از سودجویانی که از این آشفته‌بازار، به فکر بستن بارشان هستند، سلب می‌کند؛ زیرا به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا قدرت استدلال، امکان لذت بردن از ریاضی، بالا بردن اعتماد به نفس، افزایش یادگیری و درک عمیق نسبت به مفاهیم ریاضی را تجربه کنند.

کلیدواژه‌ها: برنامه درسی، لذت ریاضی، اعتماد به نفس، یادگیری، بینش صحیح

مقدمه

در ابتدای سال ۹۵، کارت تبلیغی به دستم رسید که روی آن نوشته شده بود «پزشک ریاضی». این کارت، حکایت از آن داشت که تعدادی از افراد به ظاهر مجرب با تأسیس مرکزی،

به دنبال درمان افرادی هستند که از ریاضی، فراری‌اند. در این تبلیغ، وعده داده شده بود که پس از آسیب‌شناسی یادگیری ریاضی، به تبیین راهکارهای مناسب مبتنی بر علم عصب‌شناسی جهت رفع این آسیب، مبادرت می‌گردد. آنچه ناراحتی مرا موجب شد و باعث گردید تا این مقاله نوشته شود، یکی از پیامدهای کتب درسی تازه تألیف است که در این کارت تبلیغی، قابل مشاهده بوده و آن، «سم‌زدایی ریاضی» است. چیزی که از این واژه در ذهن متبادر می‌شود، این است که دانش‌آموزانمان مسموم شده‌اند و لازم است که بدن و ذهن آن‌ها، از این سموم زدوده شود و مراقب بود که دیگر در معرض سم، قرار نگیرند.

با این منطق، تبلیغات بسیاری به‌طور ضمنی یا صریح، شکل گرفته‌اند. برای مثال، در برنامه‌ای به نام «کنکور آسان است» که از رسانه ملی پخش می‌شد، مدرس برنامه با هیجان کف دست‌ها را به هم می‌زد و راه‌هایی ارائه می‌داد که «این چنین تست را بنویس و جواب دهی» تا از راه طولانی و «مزخرف» (بخوانید تشریحی!) خلاص شوید. یا اینکه تبلیغ «پزشک ریاضی»، حکایت از وجود «بیمار» دارد و در این مورد، «بیماران» اصلی کودکان معصوم‌اند.^۱

برای مقابله منطقی با این هیاهوها، بر آن شدم تا روایت کلاس درس ریاضی خود را بیان کنم، شاید بتوان با مستند کردن روایت‌های معلمان، برای جلوگیری از این اغتشاشات ذهنی دانش‌آموزان به دلیل مشکلات برنامه‌ای و تبلیغات ناروا، چاره‌ای علمی اندیشید.

کلاس امسال من مثل همیشه، پر از دانش‌آموزان خوب بود که با تدریس از روی کتاب درسی جدید، احساس می‌شد به تدریج، انگیزه خود را از دست می‌دهند. در تلاش برای پیدا کردن راه‌حل و برگرداندن نشاط قبلی به کلاس، یک‌باره نور امیدی تابیده شد و جنب‌وجوش در کلاس موج زد و انگیزه‌ها دوچندان شد، تا جایی که دانش‌آموز به اصطلاح ضعیف کلاس هم گفت که «تازه می‌فهمم ریاضی یعنی چه» و دیگری، با هیجان مسئله‌ای را که حل کرده بود نشان می‌داد، بدون آنکه «سم‌زدایی» شود، بدون آنکه انگ بیمار به او زده شده باشد، بدون آنکه به کلینیک رفته باشد و از همه بالاتر، بدون آنکه بر وی، هزینه‌ای تحمیل شده باشد. این مقاله، بازگویی «راز موفقیت بچه‌های کلاس من» است که برایتان روایت می‌شود. به امید آنکه باب خیری برای کسانی باشد که کتاب درسی تألیف می‌کنند.

دانش‌آموزان را باید از زاویه جدیدی نگریست و به قول سهراب سپهری، «چشم‌ها را باید شست، جور دیگر باید دید».

شروع ماجرا

در سال تحصیلی ۹۵-۹۴ برای تدریس پایه نهم دوره اول متوسطه، به مدرسه‌ای در یک منطقه محروم از شهرستان‌های استان تهران، معرفی شدم. بعد از آشنایی با دانش‌آموزان و پرسیدن نظرشان نسبت به ریاضی، به بیان چند معمای ریاضی پرداختم و برای حلشان، جایزه تعیین کردم. شروع درس با طرح معماها و شور و شوقی که در دانش‌آموزان ایجاد کرد، باعث شد که از همان جلسه‌های اول سال، ترس و نفرت از ریاضی و از معلم ریاضی (که خودم بودم)، تا حدودی از بین رفت و بچه‌های بدبینی، شروع به آب شدن کرد. چنین شروعی، مبتنی بر این است که باور دارم دوست داشتن، بیزاری و ترس، اکتسابی است و از تجربه‌های افراد ناشی می‌شود. به همین دلیل، برای کسب تجربه‌ها و نگرش مثبت نسبت به ریاضی، لازم می‌دانم که دانش‌آموز با آن، به‌عنوان یک چالش شیرین روبه‌رو شود تا تجربه‌های یادگیری از ریاضی، برایش موفقیت‌آمیز و اغناکننده باشد. با این باور معلمی و پس از ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان، به عادت همیشگی معلمی‌ام، کار تدریس را از روی کتاب آغاز نمودم. ولی کتاب درسی تازه تألیف، پیوستگی و انسجام لازم را نداشت؛ بعضی از بخش‌ها چنان نوشته شده بود که شتاب‌زدگی در آن، مشهود بود. سازمان‌دهی و نوع نگارش کتاب از جمله تمرین‌ها و فعالیت‌های غیرمنسجم و کار در کلاس، انگیزه مثبتی را که از طریق شروع با معماها و نظایر آن در دانش‌آموزان ایجاد کرده بودم، به نوعی از بین رفت.

بعد از چند هفته تدریس از روی کتاب، متوجه شدم که انگیزه خودم نیز دست‌خوش تغییراتی شده و روحم در حال آزرده شدن است تا چه رسد به دانش‌آموزان معصوم و بی‌دفاع، که با نگاه‌های ملتسمانه خود می‌گفتند «آقا به خدا نمی‌فهمیم!». بنابراین برای جلوگیری از ادامه این روند منفی، کتاب جدید را کنار گذاشته و شروع به تنظیم درس و ارائه آن به کلاس شدم. با این کار، تا حدودی وضعیت کلاس بهتر شد، اما تا ایده‌آل فاصله زیادی بود. البته تجربه تدریس نشان داده است که هر کار مثبتی هم انجام شود، چند نفری در کلاس هستند

دیدگاه ساخت و سازگرایی نسبت به یادگیری این است که تا یادگیرنده، خود را در تولید یا کشف دانش سهمیم نداند، انگیزه کافی برای یادگیری و تداوم آن نخواهد داشت

که به دلیل انواع محدودیت‌های شخصی یا پیرامونی، انگیزه‌ای برای یادگیری ندارند یا آنکه درس خواندن برایشان در اولویت نیست. اما روایتی که بیان می‌شود، بر اساس اکثریت دانش‌آموزان کلاس است. به هر حال امتحانات ترم برگزار شد و نتایج امتحان نیز، مطلوب نبود. پس عزم خود را جزم کردم که راه متفاوتی به غیر از کتاب درسی را پیش بگیرم و این، روایت اصلی است.

همکاری با یک آموزشگر ریاضی

در ایام امتحانات بود که با یکی از دانشجویان دکتری آموزش ریاضی آشنا شدم و در مورد مشکلات کتاب درسی جدید و تأثیرش بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان، به گفت‌وگو پرداختم. بنا شد که ایشان، فصل ششم کتاب یعنی «معادله خط» را براساس یک الگوی جدید برنامه درسی طراحی کرده بود، تدریس کند و من نیز به عنوان مشاهده‌گر، حضور داشته باشم.

تفاوت بین درس دادن و آموزش دادن

همه ما، هنگامی که درس می‌دهیم، به انجام فعالیت‌هایی مانند حرف زدن، روی تخته نوشتن، رسم نمودار، اثبات کردن، نشان دادن چیزی یا سؤال کردن از دانش‌آموزان و بالاخره پرسش و تمرین می‌پردازیم. اما آموزش دادن، صرفاً انجام این فعالیت‌ها نیست، بلکه کارهای مهم‌تر دیگری نیز هست که باید صورت گیرد که برای نمونه، می‌توان به هدایت دانش‌آموز به سمت زنجیره‌ای از فعالیت‌ها و ایجاد انگیزه در وی، فراهم کردن فرصت‌های مناسب برای همکاری او با همکلاسی‌ها و یادآوری مطالب گذشته از طریق طراحی مناسب تدریس، اشاره نمود. زیرا معلمی و «تدریس»، تنها به معنای ارائه مطالب به یادگیرنده نیست و ده‌ها و ده‌ها ویژگی دارد که همگی، لازمه یادگیری‌اند که ایجاد تعامل سازنده بین یاددهنده و یادگیرنده، از مهم‌ترین آن‌هاست.

شروع آموزش

دیدگاه ساخت و سازگرایی نسبت به یادگیری این است که تا یادگیرنده، خود را در تولید یا کشف دانش سهمیم نداند، انگیزه کافی برای یادگیری و تداوم آن نخواهد داشت. در فرایند تدریس ساخت و سازگرایی، معلم و همه امکانات، تسهیل‌کننده هستند و از ملزومات آموزش، به حساب می‌آیند و در این روش، دانش‌آموز

نقش محوری را ایفا می‌کند. هدف جست‌وجوی فعالانه یادگیرندگان، از طریق درگیر شدن با فعالیت‌های گوناگون برای کشف و تعمیم راه‌حل‌ها، درک مفاهیم و اصول و سرانجام، پیدا کردن و کشف قوانین است. پرورش روحیه کاوشگری برای طرح سؤال، و جست‌وجو برای راه‌حل‌های مختلف، از جمله ویژگی‌های ساخت و سازگرایی است. با این دیدگاه، درس طراحی شده تدریس گردید.

تدریس با مروری بر دستگاه مختصات که مربوط به سال قبل بود، شروع شد. ابتدا چند صفحه راجع به همین موضوع که براساس الگوی جزئی برنامه درسی طراحی شده بود، بین دانش‌آموزان توزیع گردید، سپس معلم شروع به معرفی درس نمود.

معلم: اگر بخواهیم از نقطه A به نقطه B یا C برسیم، به‌طوری که روی خط‌های افقی یا عمودی حرکت کنیم، چگونه می‌توانیم به کسی آدرس بدهیم؟ (آدرس‌دهی چگونه باید انجام گیرد)

نمونه‌های زیر، دربرگیرنده تنوع پاسخ‌های دانش‌آموزان است: (د، نشان‌دهنده دانش‌آموز است.)

د: دو خانه به راست و دو خانه به بالا

د: دو تا راست، دو تا بالا

د: دو خانه به بالا، دو خانه به راست

د: دو خانه بالا، دو خانه راست

د: دو تا روی خط افقی دو واحد روی خط عمودی.

معلم: می‌توانیم برای خلاصه کردن این نوشته‌های فارسی، با استفاده از ریاضی یک قرارداد کنیم و همگی، طبق آن عمل کنیم، قراردادی که همه آن را می‌شناسند،

استفاده از نماد $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ برای نمایش و معرفی مختصات

یک نقطه است. حالا شما بگویید که برای نشان دادن

راست، چپ، بالا و پایین، چطوری عمل کنیم؟ چه کار کنیم؟ دانش‌آموزان به اتفاق گفتند که:

د: از علامت مثبت و منفی استفاده کنیم.

در ادامه درس، فعالیت‌های کتاب درسی با فعالیت‌های دیگری جایگزین شدند که برای نمونه، به چند مورد اشاره می‌شود.

معلم: لطفاً فعالیت‌های صفحه بعد را انجام دهید.

درس‌های آموخته شده از مشاهده این تدریس ۱. طرح پرسش‌های پیش‌بینی شده

هدف تدریس، تنها درخواست از دانش‌آموزان برای کار کردن با مفاهیم ارائه شده نبود، بلکه هدف اصلی

این بود که به کمک آنان، این مفاهیم ساخته شود و در حین یادگیری، از درس ریاضی لذت هم ببرند و انگیزه آن‌ها بیشتر شود. هنگامی که شروع درس با یک جمله یا پرسش پیش‌بینی شده یا مسئله‌ای برای حل کردن همراه بود، علاقه دانش‌آموزان برانگیخته می‌شد و وقتی هم که با تلاش خود و تعامل با سایر هم‌کلاسی‌ها، تجربه خوشایندی به‌دست می‌آوردند، نسبت به پیگیری مطلب مصمم‌تر شده و برای فعالیت بیشتر، میل و رغبت نشان می‌دادند. با انجام این فعالیت‌ها، تنها موضوع درسی نبود که آموخته شد، بلکه دانش‌آموزان چیزهای بیشتری یاد گرفتند و چندین مهارت فرایندی ریاضی را کسب نمودند که دانستن آن‌ها برای تداوم با کیفیت تدریس، حیاتی است. این در حالی است که بعضی از معلمان، اگرچه نسبت به آنچه که آموزش می‌دهند آگاهی دارند، اما نسبت به چیزی که دانش‌آموزان آموخته‌اند، کمتر آشنایی دارند و این امر، شروع درس بعدی را با مشکل مواجه می‌کند.

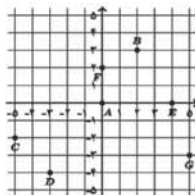
۲. پر کردن خلأهای دانش قبلی

اکثر دانش‌آموزان که به مدرسه می‌آیند، هم خواستار یادگیری هستند و هم توانایی آن را دارند، فقط برخی کندتر از دیگران هستند. اینجاست که دیدگاه ساخت و سازگرایی کمک می‌کند تا معلم، درس را براساس دانش قبلی دانش‌آموزان از موضوع، بنا ساخته و از آنجا به تدریس ادامه دهد. برای اجرای تدریس نیز، از طریق تعامل با دانش‌آموزان مفهوم را می‌سازد و به فعالیت‌ها و حل مسائل می‌پردازد. در این رویکرد، اطمینان از داشتن دانش قبلی، تنها با یادآوری‌های یکنواخت و گاهی کسالت‌بار، ایجاد نمی‌شود و نیاز به تنوع و طراحی فعالیت‌های مناسب دارد. مثلاً، نمی‌توان و نباید از دانش‌آموزی که هنوز دستگاه مختصات را یاد نگرفته، انتظار یادگیری خط و طریقه رسم آن را داشت، اما می‌توان از طریق طراحی «فعالیت»های منسجم، پرچالش، دقیق و انگیزه‌بخش، خلأهای دانش قبلی را پر نمود.

۳. کسب بینش صحیح

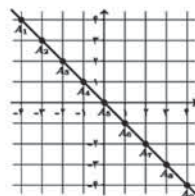
یکی از اهداف آموزش از طریق این برنامه، درک مفهومی نسبت به یک موضوع، توسط دانش‌آموزان است. نتایج این تدریس نشان داد که از طریق انجام این فعالیت‌ها و تمرین‌ها، دانش‌آموزان به چنین درکی

* مثال مختصات نقاط زیر را بیابید و در هر نقطه مقادیر x و y را تعیین کنید.



$A = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$B = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$C = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$D = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$E = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$F = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$
$G = [\quad]$,	$x = \quad$,	$y = \quad$

(II) در شکل زیر یکی از نیم‌سازهای زاویه بین محورهای عمودی و افقی رسم شده است. مختصات نقاطی را که در این شکل مشخص شده‌اند، بیابید:



$A_1 = [\quad]$,	$A_2 = [\quad]$,	$A_3 = [\quad]$,	$A_4 = [\quad]$,	$A_5 = [\quad]$
$A_6 = [\quad]$,	$A_7 = [\quad]$,	$A_8 = [\quad]$,	$A_9 = [\quad]$,	$A_{10} = [\quad]$

ویژگی مشترک این نقاط چیست؟

آیا سایر نقاط روی این خط هم دارای این ویژگی هستند؟

چه رابطهای بین x و y این نقاط وجود دارد؟

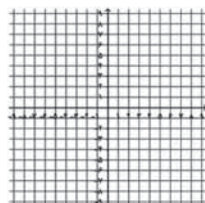
رابطه بین x و y این نقاط را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید.

(۱) عرض نقاط زیر چنان بیابید که بین عرض و طول هر نقطه رابطه $y = 3x$ برقرار باشد. یعنی عرض آنها ۳ برابر طول آنها باشد.

$A_1 = [-3]$,	$A_2 = [-2]$,	$A_3 = [-1]$,	$A_4 = [0]$,
$A_5 = [1]$,	$A_6 = [2]$,	$A_7 = [3]$,	

نقاط فوق را در دستگاه مختصات رسم کنید.

اگر این نقاط را به هم وصل کنیم چه شکلی به‌دست می‌آید؟



(۱) رابطه $y = 4x$ را در نظر بگیرید. عرض نقطه زیر را طوری بیابید که بین طول و عرض این نقطه رابطه $y = 4x$ برقرار باشد. سپس این نقطه را روی دستگاه مختصات مشخص کنید و خطی را که از مبدأ مختصات و این نقطه می‌گذرد رسم کنید.

$$A = [1]$$

عرض نقاط زیر چنان بیابید که بین عرض و طول این نقاط هم رابطه $y = 4x$ برقرار باشد.

$A_1 = [-2]$,	$A_2 = [-1]$,	$A_3 = [2]$
------------------	------------------	---------------

نقاط فوق را در دستگاه مختصات رسم کنید.

این نقاط با خطی که در قسمت قبل رسم کردیم چه رابطه ای دارند؟

رسیدند. به گفته اسکمپ (۱۹۸۱) از نظر یادگیری ریاضی، هنگامی که از یک شیء معین، مفهومی در ذهن داریم، در واقع دارای اندیشه و تصویری از خصیصه‌های اصلی آن شیء هستیم. مثلاً وقتی به دانش‌آموزی می‌گوییم که «مدرسه را توصیف کن»، او سعی می‌کند تصویری را که از مدرسه در ذهن خود دارد، بیان کند. اما اگر بپرسیم، «معنای مدرسه چیست»، پاسخ وی فرق می‌کند و ممکن است بگوید که «جایی برای یاد گرفتن» است. بنابراین، باید تلاش نمود تا مفاهیمی که در ذهن دانش‌آموزان شکل می‌گیرد، نسبتاً درست باشند. سپس می‌توان به تدریج آن مفاهیم را بسط و گسترش داد و بدین ترتیب، آن‌ها را عمیق‌تر نمود. برای نمونه، هنگامی که دانش‌آموز می‌خواهد بداند که آیا نقطه $A\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ روی خط $y = 2x + 1$ قرار دارد یا خیر، یا وقتی که از خود می‌پرسد که چند نقطه روی خط $y = 2x + 1$ می‌تواند بنویسد، یا اگر $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ و $A\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 11 \end{smallmatrix}\right)$ روی خط $y = 2x + 1$ قرار داشته باشند، چه x برای B و چه y برای A در جای خالی باید قرار بگیرد؟ معلوم می‌شود که وی، در تلاش برای درک عمیق‌تر مفهوم است و هر سه سؤال، بیانگر این است که دانش‌آموز، پیشرفت مستمری داشته و مفهوم را به خوبی درک کرده است.

۴. لذت بردن از یادگیری

اگرچه تا قبل از تدریس خط، دانش‌آموزان تکلیف‌هایشان را انجام می‌دادند و طی تدریس نیز، معلم را یاری می‌نمودند، اما آنچه مشهود بود، بی‌توجهی یا شاید بی‌انگیزگی اکثرشان نسبت به یادگیری ریاضی بود. در حالی که با شروع تدریس معادله خط، به تدریج توجه آنان بیشتر شد. این تدریس نشان داد که دانش‌آموزان، به شرطی با یک مسئله درگیر می‌شوند که خواستار حل آن باشند. طی تدریس، دانش‌آموزان آنچنان عمیق درگیر حل مسئله می‌شدند که گاهی برای یک موضوع، با هم کلاسی‌های مجاور خود به بحث می‌پرداختند و آن قدر تعامل با هم را ادامه می‌دادند، تا همدیگر را قانع کنند.

۵. بالا رفتن حس اعتماد به نفس

در این تدریس، هر مسئله جزئی برای دانش‌آموزان، به صورت حل معمایی جذاب خودنمایی می‌کرد و آن‌ها، بدون آنکه بخواهند به حافظه‌های خود فشار بیاورند، در ساختن دانش خود نقش داشته، به کشف رابطه‌ها پرداخته و به خلق دانش جدید می‌رسیدند. برای نمونه، هنگامی که دانش‌آموزان می‌خواستند رابطه بین x و y را در نقاط $\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$ ، $\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 6 \end{smallmatrix}\right)$ و $\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ -3 \end{smallmatrix}\right)$ کشف کنند، یا وقتی از رابطه $y = \frac{1}{2}x$ مقدار x را در نقطه $\left(\begin{smallmatrix} x \\ 8 \end{smallmatrix}\right)$ بیابند، به هیجان می‌آمدند. برای مثال، در مورد اخیر می‌گفتند که «برای به دست آوردن x باید داشته باشیم $\frac{1}{2}x = 8$ و به جای آنکه به حل معادله بپردازند، از خود می‌پرسیدند که چه عددی به جای x قرار دهند تا تساوی برقرار باشد و با این سؤال از خود، فوراً به جواب ۱۶ می‌رسیدند. با توسعه درک مفهومی، رضایت دانش‌آموزان نیز از یادگیری ریاضی، افزایش می‌یافت. این رضایت‌مندی، احساس اعتماد به نفس آن‌ها را بالا برده و به عامل تشویقی برای تلاش‌های بعدی تبدیل شد.

۶. تنظیم فعالیت‌ها بر اساس توانایی دانش‌آموزان
به‌طور قابل انتظار، یادگیری یک موضوع، موجب علاقه دانش‌آموز می‌شود. اما چنانچه فرد مشاهده کند که در کار و فعالیت خود پیشرفتی ندارد، ممکن است دل‌سرد شود و علاقه‌اش را به ادامه کار، از دست بدهد. بنابراین، تنظیم سؤال‌ها به گونه‌ای که دانش‌آموزان به این وضعیت دچار نشوند، از ویژگی‌های تدریس طراحی شده برای این کلاس بود. همچنین، تمام فعالیت‌ها با وجودی که چالش‌برانگیز بودند، به این نکته توجه داشتند که دانش‌آموزان مبتدی را هم، همراه خود کنند.

۷. کشف برخی از عادت‌های بازدارنده دانش‌آموزان

بسیاری از افراد، به خاطر عادت به رفتارهای نادرست در یادگیری و حل مسائل، دچار مشکل می‌شوند. در مشاهده این تدریس، دیده شد که بعضی از دانش‌آموزان، هنوز برای جمع و تفریق، از انگشتان دست

با توسعه درک مفهومی، رضایت دانش‌آموزان نیز از یادگیری ریاضی، افزایش می‌یافت. این رضایت‌مندی، احساس اعتماد به نفس آن‌ها را بالا برده و به عامل تشویقی برای تلاش‌های بعدی تبدیل شد

خود کمک می‌گیرند. این عمل، هر چند در توانایی آن‌ها برای جمع‌های ساده، مشکلی ایجاد نمی‌کند، اما در محاسبات پیشرفته مانع سرعت عملشان می‌شود. یکی دیگر از عادت‌های بازدارنده دانش‌آموزان این بود که قبل از آنکه سؤال را کامل بخوانند و درک درستی از مسئله بیابند، شروع به حل می‌کردند. دیدن اینکه درک مسئله، نیمی از حل مسئله است، برایشان بسیار با اهمیت بود.

۸. بار معانی کلمات و استفاده به موقع از آن‌ها

نقش و بار کلمات، بسیار مهم است^۲. در شروع این درس و یادآوری دستگاه مختصات، از کلمه «آدرس‌دهی» استفاده شده بود. نکته‌ای که بار معنایی خوبی در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کرد و آنان را به یکی از نیازهایی که ممکن است پیدا کنند، آگاه می‌نمود. این کار به خصوص، به کسانی که بیشتر از طریق تصویرسازی یاد می‌گیرند، کمک زیادی کرد. دانش‌آموزان، تجسمی از مفهوم را در ذهن خود ایجاد می‌کردند و سپس، این تجسم با موضوع درسی گره می‌خورد و نتیجه آن شد که هرگاه می‌خواستند دستگاه مختصات را به یادآورند، این تصویرسازی در ذهنشان فعال می‌شد و دسترسی به موضوع، برایشان راحت‌تر می‌گردید.

۹. آگاه شدن دانش‌آموزان از دلایل پیشرفت و عدم پیشرفت خود

یکی از اتفاقات جالب طی جلسات تدریس، آن بود که دانش‌آموزان در جریان فعالیت‌ها و حل تمرین‌ها، چنانچه با مشکلی مواجه می‌شدند یا راه را اشتباه می‌رفتند، مدرس با پرسش‌های مناسب، آن‌ها را از اشتباهاتشان آگاه می‌نمود و آن‌ها، علت اصلی اشتباه خود را در حل مسئله، همان جلسه متوجه می‌شدند و به رفعشان می‌پرداختند. این اتفاق، نیرو و توانی مضاعف به آن‌ها می‌داد تا کارشان را پیش ببرند و با شور و هیجان بیشتری، برای دانستن و کشف موارد بعدی، بکوشند.

نتیجه‌گیری

تمام تلاش معلمان برای آن است که دانش‌آموزانی خلاق، توانمند، کوشا، با تفکر و سازنده دانش، پرورش دهند و این مهم، وقتی حاصل می‌شود که کتاب‌های نوشته شده، به گونه‌ای باشد که این امکان را ایجاد

کند، که در کتاب‌های تازه تألیف، چنین موقعیت‌هایی به ندرت وجود دارد. در این مقاله، گوشه کوچکی از طراحی یک بخش درسی توسط یک آموزشگر ریاضی و براساس طراحی نوین برنامه درسی ارائه شد. از جمله دستاوردهای این برنامه، افزایش توانمندی دانش‌آموزان در حل مسئله، افزایش اعتمادبه‌نفس، لذت بردن از آموزش و مشارکت در فعالیت‌ها را می‌توان برشمرد. به دلیل اینکه دانش‌آموزان به ساختن دانش خود پرداخته و در آن سهیم شدند، نسبت به آن احساس مالکیت کردند و برایشان ارزشمند شد. دوست دارم به عنوان حسن ختام و نتیجه‌گیری اصلی، این مقاله را با قسمتی از شعر علیرضا قزوه، به پایان ببرم.

ما کتاب کهنه‌ای هستیم، سر تا پا غلط خواندنی‌ها را سراسر خوانده‌ایم، اما غلط سال‌ها تدریس می‌کردم خطا را با خطا سال‌ها تصحیح می‌کردم غلط را با غلط بی‌خبر بودم دریا از اصول‌الدین عشق خط غلط، انشا غلط، دانش غلط، تقوا غلط

پی‌نوشت‌ها

۱. ماجرای پزشک ریاضی، مرا یاد حکایتی انداخت که «گویند شهری بود که مردمانش مبتلا به مرض خارش بدن بوده و تمام روز، به خاراندن خویش مشغول بودند. روزی جهانگردی وارد شهر شد که خود را نمی‌خاراند! مردم شهر او را گرفته و اسیر کردند که بیمار است و باید درمان شود، چون خود را نمی‌خاراند.»

۲. در سالیان دور، به اهمیت نقش کلمات و بار معانی آن‌ها پی برده بودم و در این اهمیت، خاطرات بسیاری دارم مثلاً در سال ۸۲ در بانک بودم که یک‌باره، مردی مسن با متصدی باجه، درگیری لفظی پیدا نمود و شروع به گفتن بد و بیراه کرد. هر چه این روند ادامه پیدا می‌کرد، متصدی آرامش خود را بیشتر از دست می‌داد و نمی‌توانست کارش را به درستی ادامه دهد. از نظر اخلاقی و تربیتی هم، این مشاجره برای دیگران، اثر سوء داشت. بنابراین به کنار وی رفتم و در گوشش به آرامی گفتم «پدر جان، در شأن شما نیست». کلمه شأن چنان اثری داشت (البته خدا خواست) که باور کردنی نبود.

منابع

۱. سرکارآرانی، محمدرضا و مقدم، علی‌رضا. (۱۳۸۴). فناوری برای آموزش، ترجمه، نشر نی، تهران.
۲. خواجه‌ی نوری، نظام. (۱۳۸۶). کاربرد روان‌شناسی در آموزش. ترجمه، نسل نو اندیش. تهران.



مُنحَنِ قَامَتَم، تَابِع اِبْرُوی توست!

کاظم قاسمی

دانشجوی کارشناسی ارشد ایران شناسی دانشگاه شهید بهشتی تهران
دبیر آموزش و پرورش شهرستان چالوس

مشخصات اثر:

نام کتاب: منحنی قامتَم تابع ابروی توست (مفاهیم ریاضی در گستره ادب فارسی)
تألیف: علی اکبر قاسمی گل افشانی
نشر: رسانش نوین، (تلفن: ۷۷۵۳۰۵۳۶)
چاپ اول، تابستان ۱۳۹۳

منحنی قامتَم تابع ابروی توست
خطِ مجانب بر آن سلسله گیسوی توست

تصویر روی جلد کتاب آرامگاه خیام نیشابوری شاعر و ریاضی دان مشهور قرن پنجم هجری قمری است که با محتوای اثر که پیوند شعر و ریاضی است، هم خوانی دارد. مؤلف، کتاب را به پروفسور فضل الله رضا، دانشمند مشهور ایران، و دانش آموزان و معلمان گروه ریاضی شهرستان سوادکوه تقدیم کرده است. کتاب از پنج بخش تشکیل شده است.

بخش اول

بخش اول پیش درآمد است. نویسندگان در این بخش ایده تألیف کتاب را حاصل ارائه دو مقاله خود در کنفرانس داخلی و خارجی می دانند. مقاله نخست با عنوان مفاهیم ریاضی در گستره شعر فارسی است که در یازدهمین کنفرانس ملی آموزش ریاضی ایران ارائه گردید و مقاله دوم را با عنوان منحنی قامتَم تابع ابروی توست در کنفرانس بین المللی ابومحمود خجندی در کشور تاجیکستان ارائه کرد.

بخش دوم

مؤلف در بخش دوم که گنجینه ادب پارسی نام دارد، به نفوذ زبان و ادبیات فارسی در مجامع علمی کشورهای مختلف اشاره نموده است. اینکه امروزه زبان و ادبیات فارسی موضوع مورد مطالعه و تحقیق بسیاری از انجمن های ایران شناسی دانشگاه های معروف جهان است.

نویسندگان در ادامه همین بخش به بزرگان داخلی و خارجی که زبان و ادبیات فارسی را مورد توجه و مطالعه قرار داده اند، اشاره نموده است. در خارج از ایران می توان به

یادگیری یکی از اساسی ترین فرایندهای روان شناختی است. نحوه انتقال اطلاعات به فراگیران به طوری که فرایند یاددهی- یادگیری را پویاتر و کاراتر سازد، همواره موضوع مورد اهمیت در نظام یادگیری بوده است. «عده ای از روان شناسان معتقدند معلمان باید بر مهارت های تفکر، مطالعه و یادگیری مجهز باشند؛ زیرا وظیفه آن ها آموزش روش یادگیری به دانش آموزان است نه آموزش موضوعات درسی.» (کدیور، ۱۳۸۷: ۹) اگر در فرایند یاددهی- یادگیری از روش های متنوع و خلاقانه استفاده گردد، استقبال فراگیران از آن بیشتر خواهد بود و نتیجه آنکه یادگیری کامل تر و موفق تر صورت خواهد گرفت. یکی از این روش ها، استفاده از زبان شعر است. فراگیر بودن شعر و ادبیات فارسی همواره مایه فخر فارسی زبانان بوده است. در شعر فارسی می توان سراغ از علوم مختلف همچون ریاضیات، نجوم، پزشکی، فلسفه، اخلاق و ... را گرفت. این خود دلیلی است بر ادعای همه جانبه بودن شعر فارسی. ما در اینجا سعی در معرفی و نقد کتابی که به مفاهیم ریاضی در گستره ادب فارسی پرداخته، داریم.

کتاب منحنی قامتَم تابع ابروی توست در تابستان ۱۳۹۳ به قلم علی اکبر قاسمی گل افشانی منتشر شد. انتشارات رسانش نوین مسئولیت نشر این کتاب ۲۱۰۰ نسخه ای را برعهده گرفت. خواندن این کتاب برای دانش آموزان، دانشجویان، دبیران و هر کسی که به ادبیات فارسی و ریاضی علاقه مند است، می تواند مفید واقع شود.

عنوان کتاب مصرعای از شعر روانشاد پروفسور محسن هشترودی یکی از برجسته ترین استادان ریاضی ایران است.



۲. نویسنده برای نشان دادن جدول تناسب از شعر خاقانی استفاده کرده. شعری که خاقانی بعد از مشاهده ویرانه‌های کاخ ساسانیان در مداین از زبان کاخ سروده است:

ما بارگه دادیم، این رفت ستم بر ما
بر قصرِ ستمکاران گویی چه رسد خذلان؟
(همان: ۳۲)

به جانت	نگارا	که داری	وفا
نگارا	وفا کن	به دل	بی جفا
که داری	به دل	دوست‌تر	مَرَمرا
وفا	بی جفا	مرمر	خوش‌ترا

۳. نویسنده برای ترسیم مربع از آرایهٔ تربیع استفاده می‌کند: صنعت تربیع آن است که مثلاً چهار بیت یا چهار مصراع آورند که هم از طول و هم از عرض بتوان آن‌را خواند به‌طوری که در معنا و مفهوم آن خللی بوجود نیاید. اگر مسیر طولی و عرضی خواندن آن را با خطی نشان دهیم، مربع شکل می‌گیرد.

قصر ستمکاران	بارگه عدل و داد
X	ویرانی

مثال: به جانت نگارا که داری وفا
نگارا وفا کن به دل بی جفا
که داری به دل دوست‌تر مَرَمرا
وفا بی جفا مرمرا خوش‌ترا

(همان: ۴۲)

بخش پنجم

بخش پنجم به فهرست منابع و سرچشمه‌ها اختصاص داده شده‌است. نویسنده در تألیف این کتاب از ۴۶ منبع استفاده نموده است.

ما در این صفحات مختصر نتوانستیم نمونه‌های بیشتری را به تماشا بگذاریم، لذا شما خوانندگان محترم را به اصل کتاب ارجاع می‌دهیم. این کتاب می‌تواند برای دانش‌آموزان، دانشجویان، دبیران ریاضی مفید باشد. نویسنده کتاب دنیای تازه‌ای را در پیش چشم خواننده می‌گشاید.

منابع

۱. قاسمی گل‌افشانی، علی‌اکبر. (۱۳۹۳). *منحنی قائم‌تابع ابروی توست*. تهران: رسانش‌نوبین.
۲. کدیور، پروین. (۱۳۸۷). *روان‌شناسی تربیتی*. تهران: سمت

بزرگانی همچون ادوارد براون، رینولد نیکلسون، هلموت ریتز، ژوکوفسکی، ریچارد فرای و ... اشاره نمود. در داخل ایران نیز شخصیت‌های علمی همچون پروفیسور سیدمحمود حسابی (پدر علم فیزیک و مهندس نوین ایران)، پروفیسور فضل‌الله رضا (دانشمند حوزه‌های مهندسی برق و مخابرات) و دکتر قاسم غنی (پزشک) از دلدادگان فرهنگ و ادب ایران بودند که آثار ادبی گرانقدری را نیز تألیف نموده‌اند. عشق به زبان و ادبیات فارسی به‌گونه‌ای بود که بزرگانی همچون دکتر سیروس شمیسا و استاد بهاءالدین خرمشاهی رشتهٔ پزشکی را ناتمام رها کردند و به خیل عشاق ادب فارسی پیوستند.

بخش سوم

نویسنده در این بخش به پیوندهای میان ادبیات فارسی با علوم گوناگون همچون قرآن، حدیث، موسیقی، علم کلام، نجوم و طب قدیم اشاره دارد و برای هر کدام مصداق‌هایی آورده است.

بخش چهارم

بخش چهار که موضوع اصلی کتاب است با عنوان مفاهیم ریاضی در گسترهٔ ادب فارسی، به نگارش در آمده است. نویسنده این بخش را با شعری از سهراب سپهری آغاز کرده است:

زندگی «مجذور» آینه است.
زندگی گل به «توان» ابدیت،
زندگی «ضرب» زمین در ضربان دل ما،
زندگی «هندسه» ساده و یکسان نفس‌هاست.

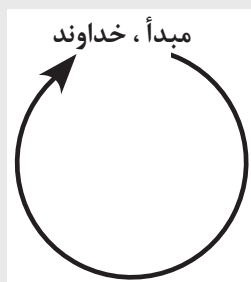
سپس سعی نموده نمونه‌هایی از مفاهیم ریاضی را در اشعار فارسی سراغ بگیرد. در ذیل به برخی از این نمونه‌ها اشاره می‌گردد:

۱. اولین مفهوم ریاضی که نویسنده به آن اشاره می‌کند، دایره است. برای ترسیم دایره از مثنوی مولوی کمک می‌گیرد:

هر کسی کو دور ماند از اصل خویش
باز جوید روزگار وصلِ خویش

(قاسمی گل‌افشانی، ۱۳۹۳: ۲۸)

ملاحظه می‌کنید که این بیت مفهوم دایره را در ذهن خواننده تداعی می‌کند.



نامه‌های رسیده

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان آبان ۱۳۹۵، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

- ◆ سمیه سادات میرمعینی، از تهران؛
- ◆ افسانه عسگری، از تهران؛
- ◆ افشین ارمی، از مرودشت؛
- ◆ سمیه صابری، از مرودشت؛
- ◆ طوبی میرانیپور، از پلدختر؛
- ◆ ولی حسینی، از پلدختر؛
- ◆ سید حسین اصولی، از تهران؛
- ◆ فیروزه فروزبخش، از تهران؛
- ◆ زهرا ملکی، از قزوین؛
- ◆ قاسم حسین قنبری، از سمنان؛
- ◆ سیمین افروزان، از تهران؛
- ◆ سهیلا کیانی، از تهران؛
- ◆ فاطمه منفرد، از شیراز؛
- ◆ امین کشاورز، از شیراز؛
- ◆ احسان رضائی، از کرمانشاه؛
- ◆ اصغر شریفی، از رودهن؛
- ◆ محمدنقی ایمانی، از رودهن؛
- ◆ سمیه صابران بحری، از رودهن.



با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماه‌نامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- ◆ **رشد کودک** برای دانش آموزان پیش دبستانی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی
- ◆ **رشد نوجوان** برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی
- ◆ **رشد دانش آموز** برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی

مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- ◆ **رشد نوجوان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول
- ◆ **رشد پرهیزگار** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول
- ◆ **رشد جوان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم
- ◆ **رشد جوان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
- ◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصل‌نامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- ◆ رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی
- ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت بدنی
- ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا
- ◆ رشد آموزش زبان‌های خارجی ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک
- ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد مدیریت مدرسه
- ◆ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان دانشگاه فرهنگیان و کارشناسان گروه‌های آموزشی و... تهیه و منتشر می‌شود.

◆ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶.

◆ تلفن و نمابر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰۱۴۷۸

◆ وبگاه: www.roshdmag.ir

2. Editors' note: Pre-school: A Path towards Building Child's Personality

by: Z. Gooya

6. Using Critical Thinking while Solving a Modeling Problem

by: A. Rafiepour & B. ZandiGoharrizi

12. An Introduction to Various Multiplication Strategies

Trans. by: R. Moati & P. Rahimkhani

22. 56th IMO, HongKong

by: A. Khezly

26. Does Society need IMO Medalists?

Trans. by: F. hajiazizi

31. Developing An Activity for Fraction As A Number

by: M. Bahalou

38. Using Multiple Representation in Mathematics Teaching

by: H. Dafeie

41. Two Key Concepts in Elementary Math

Trans. by: M. H. Ghasemi

50. How to Solve it? A Brief overview of PME40 in Hungary

by: Z. Gooya

52. A Report of ICME13 in Hamburg, Germany

by: F. Ahmadpour

55. Viewpoint

by: S. J. Mahmoodi Jozie

61. Book Review

by: K. Ghasemi

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Pari Hajikhani

Editorial Board:

Sayed Hasan Alamolhodaei, Hamidreza Amiri,

Esmail Babolian, Mohammad Reza Fadaie, Soheila

Gholamazad, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie,

Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

www.roshdmag.ir

e-mail: riyazi@roshdmag.ir

P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



دانشگاه تهران
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر نشر و فناوری آموزشی

اقتصاد مقاومتی: اقدام و عمل

رشد برای رشد

نحوه اشتراک:

پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سهراه آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست، به دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی؛

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی یا از طریق دورنگار به شماره ۸۸۴۹۰۲۳۳ لطفاً کپی فیش را نزد خود نگه دارید.

♦ عنوان مجلات در خواستی:

♦ نام و نام خانوادگی:

♦ تاریخ تولد: ♦ میزان تحصیلات:

♦ تلفن:

♦ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان:

خیابان:

پلاک: شماره پستی:

شماره فیش بانکی:

مبلغ پرداختی:

♦ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده‌اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

امضا:

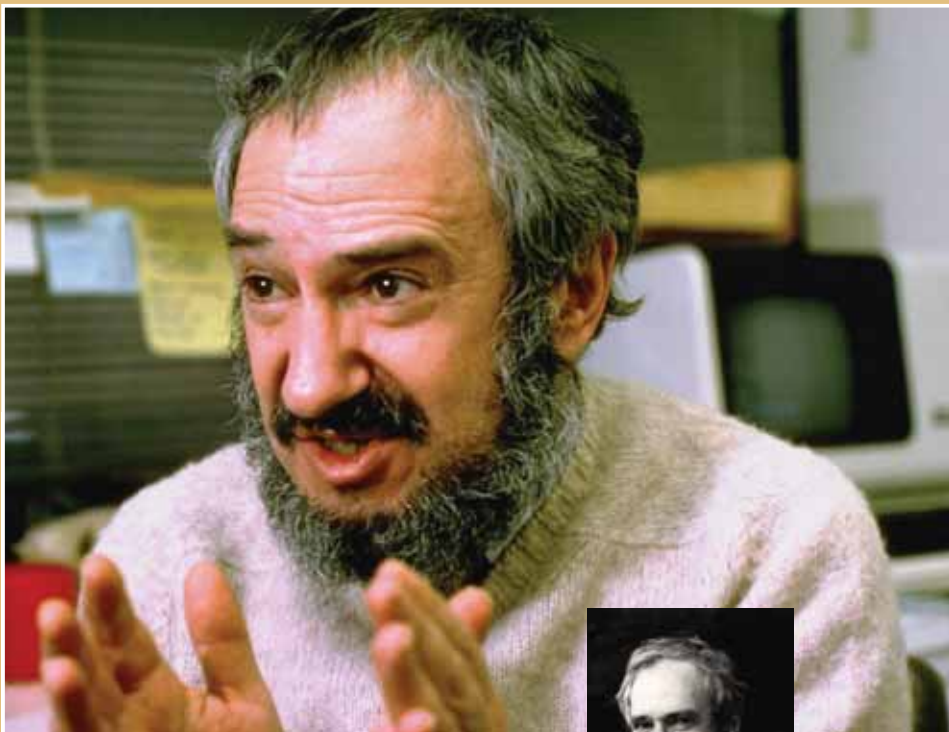
♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

♦ تلفن بازگانی: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

Email: Eshterak@roshdmag.ir

♦ هزینه اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۳۵۰/۰۰۰ ریال

♦ هزینه اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال



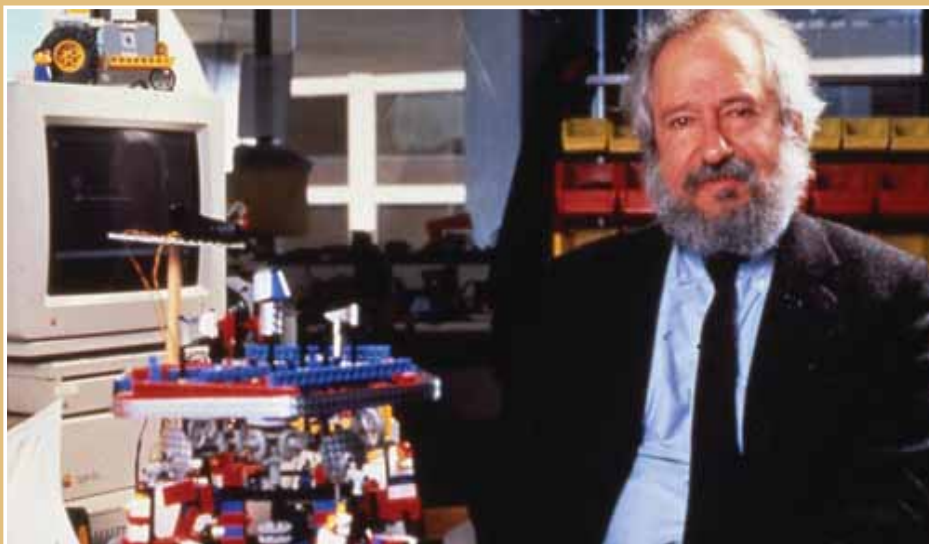
سیمور پاپرت^۱، از معروف‌ترین دانشمندان ۵۰ سال اخیر بود که توانست با تلفیق ریاضی، علوم کامپیوتر، علوم شناختی و تعلیم و تربیت، یکی از پیشگامان هوش مصنوعی در جهان شود. وی در ۲۹ فوریه ۱۹۲۸ در آفریقای جنوبی به دنیا آمد و بعد از تکمیل آموزش مدرسه‌ای، وارد دانشگاه ویتواترزند^۲ در ژوهانسبورگ شد. او در سال ۱۹۴۹،

مدرک کارشناسی‌اش را در فلسفه، دریافت نمود و در همان دانشگاه، به ادامه تحصیل در رشته ریاضی پرداخت. پاپرت در سال ۱۹۵۲، پس از گرفتن مدرک دکترای تخصصی ریاضی (PhD)، عازم انگلستان شد و برای بار دوم، به ادامه تحصیل در دوره دکترای ریاضی تحت راهنمایی فرانک اسمیتیز^۳ مشغول شد و در سال ۱۹۵۹، دومین مدرک دکترای خود را در ریاضی، از دانشگاه کمبریج دریافت نمود.

پاپرت ابتدا به عنوان محقق، در دانشگاه کمبریج، دانشگاه ژنو، مؤسسه هنری پوانکاره در پاریس مرکز پژوهشی دیگر کار کرد و سپس در سال ۱۹۶۳ به مؤسسه تکنولوژی ماساچوست (MIT) رفت و تا پایان، در آنجا به فعالیت‌های آموزشی-پژوهشی مشغول بود. وی سال ۱۹۶۷، استاد تمام ریاضیات کاربردی شد و هم زمان با همکاری پروفسور ماروین مینسکی^۴، مسئولیت «آزمایشگاه هوش مصنوعی ام‌آی‌تی» را تا سال ۱۹۸۱، به عهده داشتند.

پاپرت در آموزش ریاضی و هوش مصنوعی، شهرتش به خاطر ابداع «زبان برنامه‌نویسی لوگو»^۵ با همکاری والی فیورزیگ^۶ و تبیین نظریه یادگیری «ساختن‌گرایی»^۷ است که برای آن، از نظریه تحول ذهنی پیازه که از خانواده نظریه‌های ساخت و سازگرایی^۸ است، استفاده نمود. پاپرت قبلاً در دانشگاه ژنو، با پیازه همکاری کرده بود و وی، بارها بیان کرده بود که هیچ‌کس به خوبی پاپرت، نظریه‌اش را درک نمی‌کند. تمایز اصلی دیدگاه ساخت و سازگرایی با ساختن‌گرایی پاپرت، نقش «ابزار»^۹ به عنوان تسهیل‌کننده^{۱۰} یادگیری است. در این زبان برنامه‌نویسی، به کودکان نشان داده می‌شود که چگونه در یک فضای بازی‌گونه، از روایت متحرک کوچکی به نام «قورباغه لوگو»^{۱۱} یا «لوگو قورباغه» استفاده کنند و از طریق آن، مسائل ساده را حل کرده و ترسیمات هندسی را انجام دهند.

هندسه لاک‌پشت: میراث پاپرت در تلفیق ریاضی، هوش مصنوعی و علوم شناختی و تبیین نظریه ساختن‌گرایی



با این دغدغه، پاپرت در «گروه معماری ماشین ام‌آی‌تی^{۱۲}»، یک گروه تحقیقی ایجاد نمود که بعدها، تبدیل به «لابراتوار رسانه ام‌آی‌تی^{۱۳}» شد.

پاپرت برای معرفی نظریه یادگیری ساختن‌گرایی و نشان دادن قابلیت‌های زبان لوگو، چندین کتاب نوشت که معروف‌ترین آن‌ها، «طوفان ذهن: کودکان، کامپیوتر و ایده‌های قدرتمند^{۱۴}» است که در سال ۱۹۸۰، چاپ شد. پاپرت هم‌چنین، در راستای ارتقای دسترسی کودکان به تکنولوژی، ایده «ماشین دانش^{۱۵}» را مطرح کرد و آن را توسعه داد؛ ایده‌ای که کودکان را قادر سازد تا با موقعیت درگیر شوند و آن را کشف کنند.

پاپرت در ماه دسامبر سال ۲۰۰۶ و در سن ۷۸ سالگی، برای شرکت در «هفدهمین مطالعه کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی^{۱۶}» با عنوان «آموزش ریاضی و تکنولوژی: بازاندیشی این حوزه»، به هانوی پایتخت ویتنام رفت. در هانوی با یک موتورسوار تصادف کرد و دچار ضربه شدید مغزی شد. او بعد از چندین عمل جراحی در هانوی و بوستون، به خانه خویش رفت و عملاً جز انجام کارهای ساده روزانه، توانایی‌های خود را به تدریج از دست داد. پاپرت در ۳۱ جولای ۲۰۱۶، در سن ۸۸ سالگی در خانه خود در شهر بلوهیل واقع در ایالت مین، زندگی را بدرود گفت.

رئیس دانشگاه ام‌آی‌تی در بزرگداشتش گفت که پاپرت، ذهن فوق‌العاده وسیع و خلاق داشت و حداقل، انقلابی در سه حوزه برپا نمود که شامل چگونگی معناسازی کودکان از دنیای واقعی، توسعه هوش مصنوعی و ایجاد ارتباط غنی بین آموزش و تکنولوژی بوده است. به گفته وی، اثری که پاپرت بر ام‌آی‌تی گذاشت، آن چنان عمیق است که تا همیشه باقی است و باعث ارتقای تفکر دیجیتالی و ارتباط بهتر این دانشگاه با تمام سطوح آموزشی در سراسر جهان بوده و خواهد بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Seymour A. Papert
2. Wirtwatersrand
3. Frank Smithies
4. Marvin Minsky
5. Logo Programming Language
6. Wally Faurzeig
7. Constructionist
8. Constructivist Learning Theory
9. Tool
10. Facilitator
11. Logo Turtle
12. MIT Architecture Machine Group
13. MIT Media Lab
14. Mind Storms: Children, Computers, and Powerful Ideas
15. Knowledge Machine
16. 17th Study of International Commission on Mathematical Instruction Study17: ICMI Study17

گام‌آردی و توسعهٔ جامعه در سایهٔ خودکفایی و انفرایش بهره‌وری

