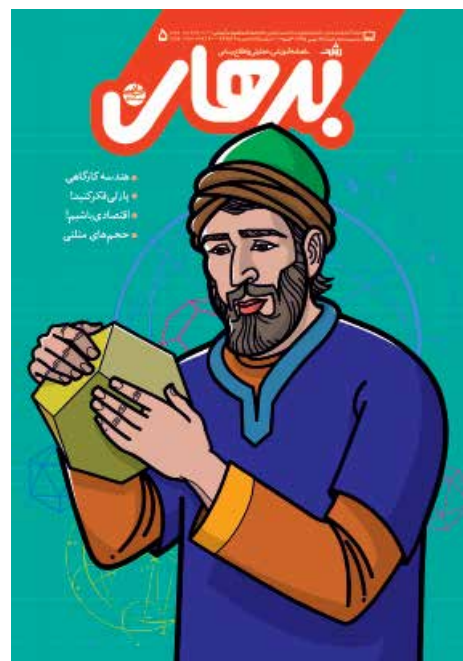




روی جلد: ابوالوفا بوزجانی، / پشت جلد را نیز ببینید.

مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سیدهد چمن آرا/ مدیر داخلی: حسین نامی ساعی  
هیئت تحریریه: آمنة ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری، سید امیرحسین بنی جمالی  
زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی  
هسکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، داوود معصومی مهوار  
ویراستار: بهروز راستانی  
طراح گرافیک: حسین یوزباشی  
با تشکر از همکاری پری حاجی خانی  
آدرس: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶  
تلفن: ۸۸۳۰۱۴۶۸ / ۳۷۵ داخلی ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹  
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۱۴۸۲-۸۸۳۰، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳  
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور مشترکین: ۶ و ۷۷۳۳۶۶۵۵  roshdmag:  
وب گاه: [www.roshdmag.ir](http://www.roshdmag.ir) / رایانامه: [borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir](mailto:borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir)  
وبلاگ اختصاصی مجله: [weblog.roshdmag.ir](http://weblog.roshdmag.ir) / [borhanrahnnaajeb.com](http://borhanrahnnaajeb.com)  
شمارگان: ۲۲۰۰ نسخه / ماه: شش کت / قیمت: ۲۵۰۰ (عام)

## یادداشت سردبیر

هندسه دور و تر ما / سییده چمن آرا ۲/۱

## رياضيات و مدرسه

### بهترین فوتبالیست جهان کیست؟ / جعفر اسدی گرمارودی / ۳

چرا عبارت‌های جبری را ساده می‌کنیم؟ / آمنه ابراهیم زاده طاری،

بہزاد اسلامی مسلّم / ۶

بردارهای جئوجیرایی / سید مهدی بشارت / ۲۷

### جمع‌های تکراری / شراره تقی دستجردی / ۳۰

## گزارش

## ہندسہ کار گاہی، / تنظیم: سییدہ چمن آرا / ۸

## ریاضیات و کاربرد

نقش‌های گچی اوستا حسین / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۰

خرید با صرفه: جنس ایرانی یا جنس خارجی؟ / سبیده چمن آرا / ۱۲

هنر دَوَران / کیان کریمی خراسانی / ۱۴

رمز مورد علاقه / آروین سهامی / ۱۶

## رياضيات و تاريخ

از یے یولیس، تافے یولیس، / حسام سبحانی، طهرانی، ۱۸

## ریاضیات و بازی

FUTOSHIKI / محدثہ کشاورز اصلانی، ۲۲

HANJIE/محمود داورزنی / ۲۴

یازل بیشتر حل کنیم / ۲۶

## رياضيات و مسئله

کی می تونہ حل کنہ؟ / آمنہ ابراهیم زاده طاری / ۱۷

یاسخ کے، مے، تونہ حل کنہ؟ + یاسخ یازلی، فکر کنید / ۳۲

## ریاضیات و سرگرمی

شعبده بازی یا تاس / هوشنگ شرقی / ۳۳

٣٦ / با کاغذ و تا مکعب کلمبوس بسازیم / داوود معصومی مهوار /

حجم‌های مثلثی، / محبوبه رضایی، حمید قراکوزلی، / ۳۸

معرفی، ساخت

معادله خط را پیدا کن، امتیاز بگیر! / زهرا صاغی، ۴۰٪

## ریاضی دانان ایرانی

ابوالوفا بوزجانی / نازنین حسن نیا / رو و پشت جلد

## ریاضیات و محیط زیست ما

نقشه‌های توپوگرافی، ژما جواهری پور / صفحات داخل جلد

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛  
مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. رأی مندرج در مطلب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و یکپارچه‌سازی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار محلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



# هندسه دور و برما

«هندسه» یکی از شاخه‌های مهم علم ریاضی است. در هندسه، شکل‌ها بررسی می‌شوند و خاصیت‌های آن‌ها و ارتباط‌هایی که بین این خاصیت‌ها وجود دارد، کشف و از آن‌ها استفاده می‌شود. در هندسه، نقطه کوچک‌ترین جزء تشکیل‌دهنده شکل‌هاست. از به هم چسبیدن این نقطه‌های کوچک، خط‌ها، صفحه‌ها و رویه‌ها، و حجم‌ها ساخته می‌شوند. نمی‌دانم آیا تاکنون در کلاس ریاضی درباره این موضوع صحبت شده است که نقطه واقعی واقعی، هیچ اندازه‌ای ندارد؟ می‌دانید این حرف یعنی چی؟ یعنی هیچ چیزی ندارد که قابل اندازه گرفتن باشد. نه طول دارد، نه سطح دارد، نه حجم دارد و نه هیچ چیز دیگر! ممکن است برای اینکه شما حسی از نقطه به دست آورده باشید، به شما گفته باشند که «نقطه از برخورد نوک یک مداد خیلی خیلی نوک تیز روی یک کاغذ به دست می‌آید». ولی امروزه می‌دانیم که اگر همین اثر برخورد را زیر یک میکروسکوپ بگذاریم، اندازه‌ای دارد و شکلی و در واقع از تعداد خیلی خیلی خیلی زیادی نقطه واقعی تشکیل شده است! همین موضوع درباره خط و صفحه هم وجود دارد. یک خط واقعی از کنار هم قرار گرفتن تعداد بسیار بسیار زیاد نقطه‌ها تشکیل شده است که طول بسیار بسیار بلندی دارد، ولی هیچ ضخامتی ندارد! تنها قطعات محدود از یک خط، دارای اندازه «طول» هستند که با واحدهایی مثل متر و سانتی‌متر اندازه‌گیری می‌شوند. یک پاره خط واقعی، فقط از یک جهت قابل اندازه‌گیری است: طول آن. ضخامت آن صفر است!

صفحه واقعی که اوضاعش پیچیده‌تر می‌شود. باز هم از کنار هم قرار گرفتن تعداد بسیار بسیار زیادی نقطه‌ها، صفحه‌هایی تشکیل می‌شود که از دو جهت، تا هرجا که تصور کنید ادامه دارند، ولی هیچ ضخامتی ندارند. بخش‌هایی از روی صفحه را می‌توان با شکل‌هایی مثل دایره، مثلث و... محدود کرد که دارای مساحت محدود و قابل اندازه‌گیری است. خوب، این وضعیت شکل‌های واقعی در هندسه است. ولی از همین هندسه، برای بررسی فضای پیرامون ما و شکل‌هایی که اشیای اطراف ما دارند، استفاده می‌شود. این وسط همیشه چند سؤال جدی وجود دارد:

- آیا اصلاً نقطه واقعی وجود دارد؟
- آیا خط، یا صفحه‌ها و رویه‌های واقعی در این دنیا وجود دارند؟
- چه‌طور ممکن است، نقطه‌هایی که هیچ اندازه‌ای ندارند، کنار هم طوری قرار گیرند که پاره خط یا سطح‌های قابل اندازه‌گیری به وجود آورند؟ و بالاخره، این فکر ممکن است به ذهن برسد که: «حتی اگر یک جایی، نقطه، خط و صفحه واقعی وجود داشته باشند، با توجه به اینکه اشیای دور و بر ما حتی در ریزترین ابعادشان، مثل اتم‌ها، الکترون‌ها و ذرات نانو، اندازه‌هایی دارند که با ابزارهای پیشرفته امروزی قابل اندازه‌گیری و تعیین هستند، پس، هیچ‌وقت در دور و بر خودمان نقطه و خط و صفحه واقعی نخواهیم داشت.» و شاید با این صحبت‌ها و فکرها به این نتیجه برسیم که: «این هندسه، اصلاً به درد بررسی دنیای اطراف، نمی‌خورد و هیچ کاربردی ندارد!»

ولی واقعیت این است که این‌طور نیست! این هندسه که در مدرسه می‌خوانیم و ریاضی‌دان‌ها هم قرن‌هاست روی آن کار کرده‌اند، با تمام محدودیت‌هایی که خودش دارد (مثلاً اینکه هندسه اقلیدسی فقط درباره فضاهای بدون انحنا است، در حالی که فضای واقعی کیهان، انحنا دارد) و محدودیت‌هایی که دنیای اطراف ما دارد (مثلاً اینکه خط و نقطه واقعی واقعی در اطراف ما وجود ندارد و هنوز با حواس ما درک نشده است)، برای مدل‌سازی تمام شکل‌های اطراف ما و فضای بی‌کران کیهان، (البته به کمک شاخه‌های دیگری از علم ریاضی) کاملاً قابل استفاده است. به علاوه، هم اطلاعات مفیدی در اختیار دانشمندان علوم کیهان‌شناسی قرار می‌دهد و هم در حد زندگی روزمره، صنایع، مهندسی و ... به کار رفته است و می‌رود. اگر دوست دارید با کاربردهای هندسه در زندگی و دور و برتان بیشتر آشنا شوید، مطالب مربوط به «کاشی‌کاری» را در این دوره و مطالب ستون «ریاضیات و کاربرد» و «ریاضیات و هنر» دوره گذشته مجله را که در آرشیو مجلات رشد به نشانی [www.rosdhamag.ir](http://www.rosdhamag.ir) موجودند،



جعفر اسدی گرمارودی

# بهترین MESSI فوتبالیست جهان RONALDO کیست؟

اشاره

طی سه سال گذشته، مقالات متعددی که ارتباط ورزش با ریاضیات را نشان می‌دادند، در این مجله چاپ شده است. رقابت دو ستاره این روزهای فوتبال، رونالدو و مسی، و معرفی بهترین بازیکن جهان در سال ۲۰۱۶ بهانه‌ای شد که در این شماره به این دو بازیکن بپردازیم. این دو بازیکن در این مناظره فرضی، برای یکدیگر گری می‌خوانند. به ریاضیات نهفته در این مناظره، توجه کنید.

مجری: با سلام خدمت دوستان عزیز، رقابت بین رونالدو و مسی در تیم‌های «بارسلونا» و «رئال مادرید» امسال نیز مثل سال گذشته دیده می‌شود. بعد از معرفی بهترین بازیکن جهان در سال ۲۰۱۶ فرصتی شد تا مناظره‌ای بین این دو ترتیب بدهیم.





**مسی:** اگر گل دقیقه پایانی ایسلند به اتریش نبود، پرتغال با کسب ۳ امتیاز، فقط ۳ امتیاز از گروهش دوم می‌شد و در سمت دیگر جدول حذفی قرار می‌گرفت و دیگر خبری از قهرمانی نبود.<sup>۱</sup>

**رونالدو:** اگر از روند پیشرفت تیم ما یک نمودار خط شکسته رسم شود، پیشرفت ما در هر بازی نسبت به بازی قبل مشخص خواهد شد. ما هر تیمی را مثل فرانسه، شکست می‌دادیم.

**مسی:** اتفاقاً بازی فینال و تک بازی پرتغال با یک تیم مدعی<sup>۲</sup> موجب قهرمانی پرتغال شد. **مجری:** چطور؟ نمی‌فهمم چه ربطی دارد؟

**مسی:** رونالدو خیلی از آمار و نمودار صحبت کرد. من می‌خواهم با یک الگوی ریاضی نشان بدهم که اگر پرتغال در آن طرف جدول بود، حتماً حذف می‌شد.

**رونالدو:** الگوی ریاضی! می‌خواهی

**جان نش و مریم میرزاخانی**

را هم بگوییم که بیایند؟! حالا الگویت را بگو.

در فوتبال که

همیشه دومی،

شاید

ریاضیات...

**مسی:** هر

تیمی که

یک تیم

مدعی را

در مرحله

حذفی

برده، در

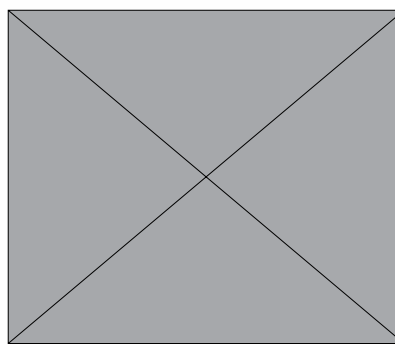
مرحله بعد

طبق جدول به

**رونالدو:** سلام. بهترین بازیکن جهان معرفی شد و باید ببینیم امسال در نهایت تیم‌های رئال و بارسلونا در جام‌های مختلف چه مقام‌هایی کسب خواهند کرد. ولی در مجموع، سال گذشته برای من سال خوبی بود، به خصوص قهرمانی جام ملت‌های اروپا.

**مسی:** سلام. برای من هم سال خوبی بود. در جام ملت‌های آمریکا دوم شدیم، ولی می‌توانستیم اول هم بشویم.

**رونالدو:** اگر از موفقیت‌های مسی در سال گذشته یک نمودار ستونی رسم کنیم، ستون مربوط به نایب‌قهرمانی از همه بالاتر خواهد بود.



**مجری:** البته دوم شدن مسی به همراه تیم ملی و بارسلونا فقط مربوط به سال گذشته نیست. مثلاً نایب‌قهرمانی در جام جهانی ۲۰۱۴.

**مسی:** آقای مجری!

**مجری:** البته دوم شدن خودش یک موفقیت بزرگ محسوب می‌شود.

**رونالدو:** فقط نمی‌دانم چرا بعدش

اشک می‌ریزند!

**مسی:** خوب است بعد از بازی

می‌ریزیم، نه دقیقه ۲۰!

**رونالدو:** فینال بود. از دست

دادنش گریه نداشت؟!







مرحله بعدی حذف می‌شد. رونالدو: نمی‌دانم کجا شنیدم که آقای شبده چی<sup>۲</sup> گفته: «الگو خطرناک است.» حتی اگر به آمار توجه کنیم، می‌بینیم که در سال‌های اخیر، پرتغال در برابر فرانسه تا قبل از فینال یورو ۲۰۱۶، بُردی نداشته است.

مجری: این منظره برای من که خیلی جالب بود! مسی: چطور؟

مجری: فکر نمی‌کردم از فوتبال و رقابتی که بین شما دو نفر وجود دارد، چنین مصاحبه‌ای با نمودار، الگو و جدول مسابقات شکل بگیرد. در هر صورت از شما ممنون هستیم.

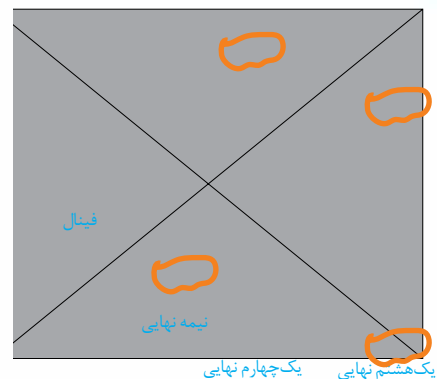
مسی: خواهش می‌کنم، ممنون از شما.

رونالدو: من هم از شما سپاس گزارم.

پی‌نوشت‌ها:

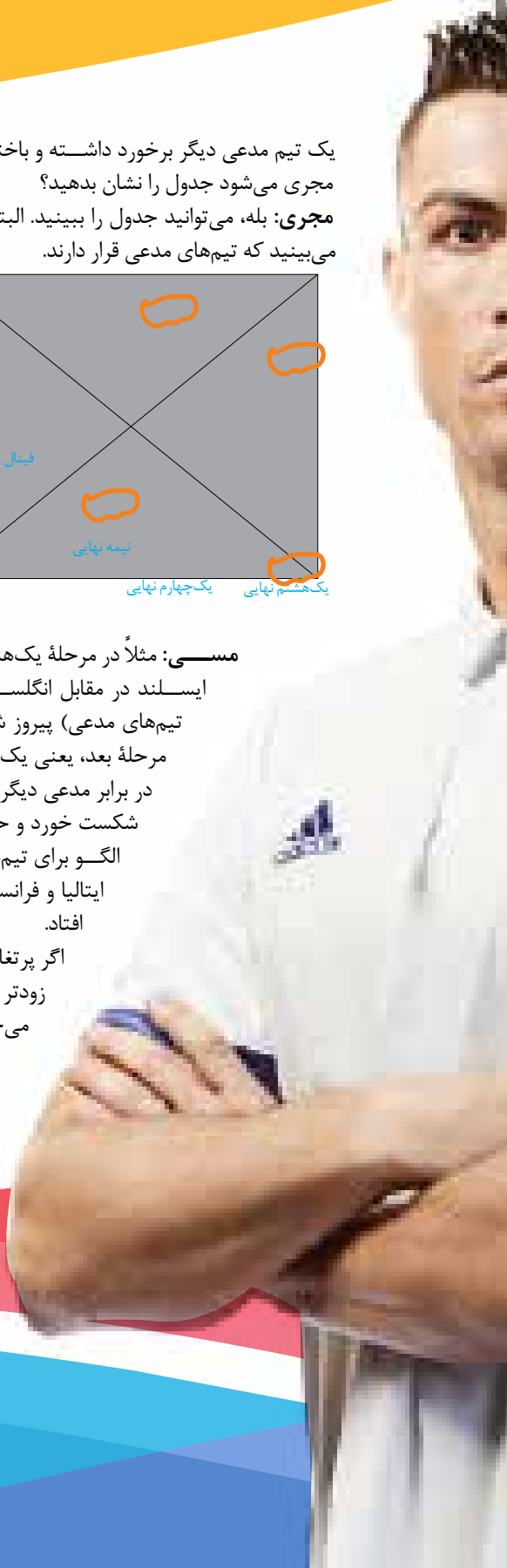
۱. پرتغال در جام ملت‌های اروپا در گروهش سوم شد. در حالی که اگر دوم می‌شد، در سمتی قرار می‌گرفت که مدعیان قهرمانی قرار داشتند. پرتغال با سوم شدنش در سمتی از جدول قرار گرفت که هیچ تیم مدعی وجود نداشت.
۲. در هر رشته ورزشی، با توجه به سوابق تیم‌ها، بعضی از آن‌ها به‌عنوان مدعی شناخته می‌شوند. در فوتبال اروپا، تیم‌های آلمان، ایتالیا، فرانسه، پرتغال و اسپانیا از تیم‌های شناخته شده و مدعی در جام ملت‌های اروپا ۲۰۱۶ بودند.
۳. شخصیت مطالب شماره‌های گذشته مجله برهان متوسطه اول.

یک تیم مدعی دیگر برخورد داشته و باخته است. آقای مجری می‌شود جدول را نشان بدهید؟  
 مجری: بله، می‌توانید جدول را ببینید. البته سمتی را می‌بینید که تیم‌های مدعی قرار دارند.



مسی: مثلاً در مرحله یک‌هشتم نهایی، ایسلند در مقابل انگلستان (یکی از تیم‌های مدعی) پیروز شد، ولی در مرحله بعد، یعنی یک‌چهارم نهایی، در برابر مدعی دیگر یعنی فرانسه شکست خورد و حذف شد. این الگو برای تیم‌های آلمان، ایتالیا و فرانسه نیز اتفاق افتاد.

اگر پرتغال یک مرحله زودتر به فرانسه می‌خورد، در





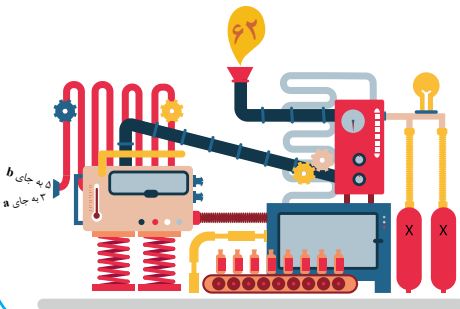
# چرا عبارت‌های جبری را ساده می‌کنیم؟

آمنه ابراهیم‌زاده طاری  
بهزاد اسلامی مسلم

خسته شدیم! هزارتا تمرین حل کردیم که «عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید!» خب این کار چه فایده‌ای دارد؟ چرا باید این همه وقت بگذاریم و این کار را یاد بگیریم و تمرین کنیم؟

کاملاً به شما حق می‌دهیم که این سؤال‌ها را بپرسید. به همین دلیل سعی می‌کنیم در ادامه پاسخی قانع‌کننده به این سؤال بدهیم که چرا ساده کردن عبارت‌های جبری کاری ارزشمند و مفید است. قبل از هر کاری، دو کلمه دربارهٔ ساده کردن عبارت‌های جبری بگوییم. با یک مثال بحث را جلو می‌بریم: عبارت جبری  $3a+7b-5a-3b+6b+6a$  مثل هر عبارت جبری دیگری، شبیه یک دستگاه یا ماشین است.

می‌توانیم به این ماشین بگوییم به جای  $a$  و  $b$  چه عددی قرار دهد. ماشین این کار را می‌کند و مقدار عبارت جبری را به ما می‌دهد. مثلاً اگر به ماشین بگوییم به جای  $a$  و  $b$  عددی ۳ و ۵ را قرار دهد، ماشین به ما عدد ۶۲ را می‌دهد.



اگر عبارت جبری را ساده کنیم، به عبارت  $4a+10b$  می‌رسیم. درواقع ماشین ساده‌تری درست کرده‌ایم که دقیقاً عین ماشین قبلی کار می‌کند و اگر به این ماشین، عددی ۳ و ۵ را به جای  $a$  و  $b$  قرار دهد، به همان عدد ۶۲ می‌رسد.

یک وقت خیال نکنید فقط در مورد  $a=3$  و  $b=5$  عین ماشین قبلی کار می‌کند! هر دو عدد دیگری هم که جای  $a$  و  $b$  قرار دهیم، عددی که دو ماشین به ما می‌دهند یکسان است. حالا با سه مسئله سعی می‌کنیم به سؤال‌های شما در ابتدای مقاله پاسخ دهیم.

**مسئلهٔ یک:** به عبارت جبری زیر توجه کنید:

$$365x - 95y - 201x + 142y - 46y - 102x - 63x$$

در این عبارت، به جای  $x$  عدد ۱۳۹۵ را قرار دهید و به جای  $y$  عدد ۱۳۹۶ را بگذارید. مقدار عبارت چند می‌شود؟

حتماً قبول دارید که پاسخ دادن به این مسئله وقت‌گیر است و باید کلی محاسبه بکنیم. چه کنیم که ساده‌تر به پاسخ برسیم؟ راهش این است: «ساده کردن عبارت جبری مان». وقتی آن را ساده کنیم، به عبارت  $y-x$  می‌رسیم. یعنی به ماشینی که عین ماشین مسئله کار می‌کند، اما ساده‌تر است. حالا شما بگویید پاسخ مسئلهٔ یک چیست؟!



**مسئله دو.** دوستم برایم این معما را تعریف کرد:

«عددی در نظر گرفته‌ام.

آن را در ۵ ضرب کردم.

به حاصل ۷ تا اضافه کردم.

به نتیجه عددم را اضافه کردم.

جواب را با ۹ جمع کردم.

به نتیجه، دوبار عددم را اضافه کردم.

حاصل برابر صفر شد!

اگر گفتی عددم چند بوده است!»

به من کمک کنید معما را حل کنم.

عدد دوستم را  $x$  در نظر می‌گیریم. حالا می‌توانیم توضیحات معما را با معادله‌ای مشخص کنیم:

$$5x + 7 + x + 9 + 2x = 0$$

چه بدا! حل کردن این معادله سخت است. اما صبر کنید... عبارت جبری معادله‌مان را ساده می‌کنیم و به عبارت  $8x + 16$  می‌رسیم. ماشین‌های  $5x + 7 + x + 9 + 2x$  و  $8x + 16$  دقیقاً مثل هم کار می‌کنند. یعنی اگر به جای  $x$  عددی بگذاریم و مقدار یکی صفر شود، مقدار دیگری هم حتماً صفر می‌شود. چه خوب! پس کافی است معادله  $8x + 16 = 0$  را حل کنیم. حل این معادله هم که دیگر کاری ندارد!

**مسئله سه.** عبارت جبری زیر را ببینید:

$$7c + 5a - 3b - 12a + 12b - 2a - 8b - 4c$$

به جای  $a$ ،  $b$  و  $c$  فقط اجازه داریم عددهای دورقمی متفاوت قرار دهیم. یعنی  $a$ ،  $b$  و  $c$  نباید با هم برابر باشند. چه عددی جای آن‌ها بگذاریم که مقدار عددی این عبارت جبری، بیشترین مقدار ممکن شود؟

شاید صورت مسئله کمی سخت باشد. پس کمی توضیح می‌دهیم. اگر به جای  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب عددهای ۱۰، ۱۵ و ۷۰ را قرار دهیم، حاصل این عبارت جبری می‌شود ۱۳۵.

آیا می‌توانیم عددهای بهتری هم انتخاب کنیم؟ یعنی عددهایی که باعث شوند مقدار عبارت جبری ما بیشتر از این هم بشود. پاسخ دادن به مسئله سه به همین شکلی که هست، خیلی سخت است. چه کنیم؟ خُب، ساده‌اش کنیم!

با ساده کردن عبارت جبری مسئله سه، به عبارت  $-9a + b + 3c$  می‌رسیم. حالا مسئله آسان‌تر شده است! چرا؟ چون دقیقاً همان سه عددی که باعث شوند عبارت  $-9a + b + 3c$  بیشترین مقدار شود، همان سه عددی هستند که عبارت  $7c + 5a - 3b - 12a + 12b - 2a - 8b - 4c$  را به بیشترین مقدارش می‌رسانند. پس حالا قرار است در عبارت  $-9a + b + 3c$  به جای  $a$  و  $b$  و  $c$  عددهای دورقمی متفاوت بگذاریم. ضمناً می‌خواهیم حاصل تا حد امکان عددی بزرگ شود.

**راهنمایی:** ✓ ترجیح می‌دهید به جای  $a$  عددی کوچک بگذارید یا بزرگ؟

✓ در مورد  $b$  و  $c$  چطور؟ بزرگ یا کوچک؟

✓ ترجیح می‌دهید عدد  $b$  بزرگ‌تر باشد یا  $c$ ؟

**پاسخ‌ها:** مسئله ۱: ۱؛ مسئله ۲: ۲؛

مسئله ۳:  $a=10$ ،  $b=98$ ،  $c=99$



# هندسی کارگاه

● تنظیم: سپیده چمن آرا

سازه‌ای که از آن‌ها استفاده می‌کنیم هم نبود. فکر می‌کنم که همین دلیل برای ضرورت آموزش هندسه کافی باشد. او برای آنکه یادگیری هندسه را برای دانش‌آموزان خود شیرین‌تر کند، از حس خودش پشت دوربین نقشه‌برداری ایده گرفته است: «یادم آمد که روی زمین بود که به هندسه بیش از پیش علاقه‌مند شدم. باید به دنبال راهی می‌گشتم که این راه‌های ترسیم روی زمین قدرت خود را نشان بدهند. اینجا بود که ایده کارگاه هندسه در ذهنم متولد شد. دانش‌آموزان را به گروه‌های متفاوت تقسیم کردم. سپس این مراحل را برای کارگاه هندسه طراحی کردم و در روزهای بعد در حیاط مدرسه این ایده را اجرا کردیم.»

## گام اول: طرح یک مسئله هندسی

«یکی از مسائلی که برای این قسمت در نظر گرفتم، رسم یک شش‌ضلعی منتظم بود. چگونه می‌توان با داشتن دو رأس از یک شش‌ضلعی منتظم چهار رأس دیگر از این شش‌ضلعی را پیدا کرد؟»

## گام دوم: حل مسئله توسط دانش‌آموزان روی کاغذ

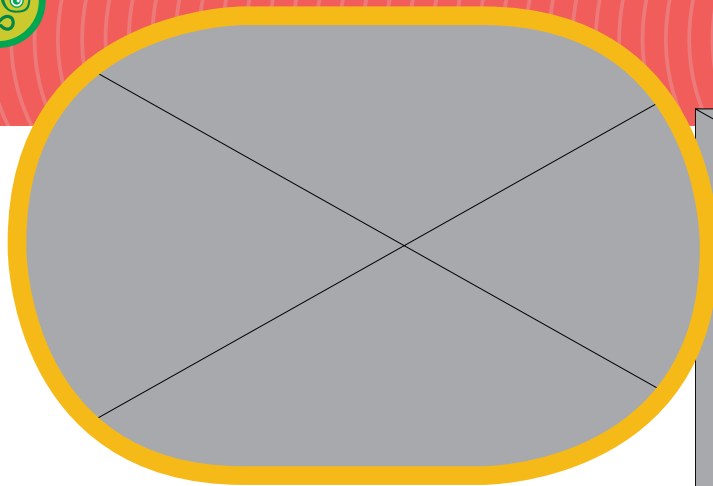
«دانش‌آموزان تنها با استفاده از راست‌کش (استفاده از خط‌کش بدون قسمت مدرج آن) و پرگار باید این مسئله را حل می‌کردند. استفاده

آقای بنیامین لاهوتی معلم ریاضی است؛ یک معلم ریاضی که همواره دوست دارد دانش‌آموزانش با علاقه و انگیزه ریاضی - به خصوص هندسه - را بخوانند؛ نه از روی اجبار یا به دلیل حرف‌های دیگران. او خودش در رشته مهندسی عمران - گرایش نقشه‌برداری - در دانشگاه تحصیل کرده است، ولی اکنون مهندسی را کنار گذاشته و دوباره به ریاضی بازگشته و دبیر ریاضی شده است.

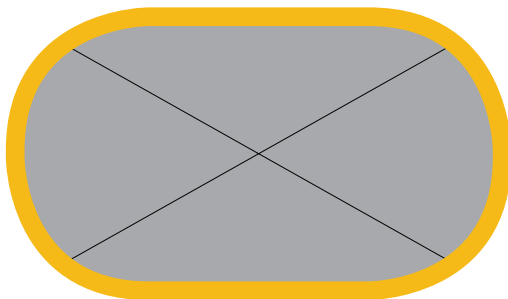
آقای لاهوتی درباره نقشه‌برداری می‌گوید:

«در رشته نقشه‌برداری باید به هر نقطه روی زمین مختصات داد و موقعیت نقاط را نسبت به هم معلوم کرد. باید هندسه هر سازه را روی زمین مشخص ساخت. وقتی که پشت دوربین نقشه‌برداری می‌ایستادم، تازه می‌فهمیدم که آن هندسه که در مدرسه می‌خواندیم، به چه کار می‌آید و آن مسئله‌ها که هر از گاهی از آن‌ها فرار می‌کردیم، چه کاربردهایی دارند. اگر هندسه نبود، هیچ پل، جاده، سد، زیرگذر، روگذر، کانال و هر





**گام پنجم: مترکشی، محاسبه میزان خطا و رتبه‌بندی گروه‌ها براساس میزان خطاها**  
«به کمک بعضی از دانش‌آموزان به مترکشی کارهای بچه‌ها پرداختیم.»



بچه‌ها بی‌صبرانه مشتاق شنیدن نتایج بودند. در نهایت یکی از گروه‌ها در کمال ناباوری تنها با مجموع خطای ۲ سانتی‌متر در طول ضلع‌های این شش ضلعی منتظم، توانست مقام اول این رقابت را کسب کند. توجه کنید که در ابعاد بزرگ، ۲ سانتی‌متر در کل محیط شش ضلعی، خطای قابل قبولی است.

از نقاله، گونیا و سایر وسایل اندازه‌گیری مجاز نبود. مزیت این روش آن بود که باید از ویژگی‌های شکل‌های هندسی استفاده می‌کردند، با کاربرد این ویژگی‌ها آشنا می‌شدند و از آن‌ها ایده می‌گرفتند.

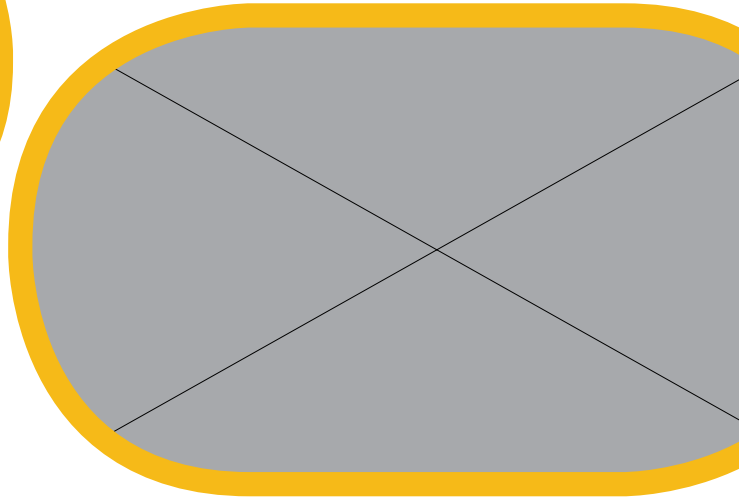
در مورد این مسئله، اینکه هر شش ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است، برای بسیاری از دانش‌آموزان الهام‌بخش بود.»

### گام سوم: طرح مسئله روی زمین

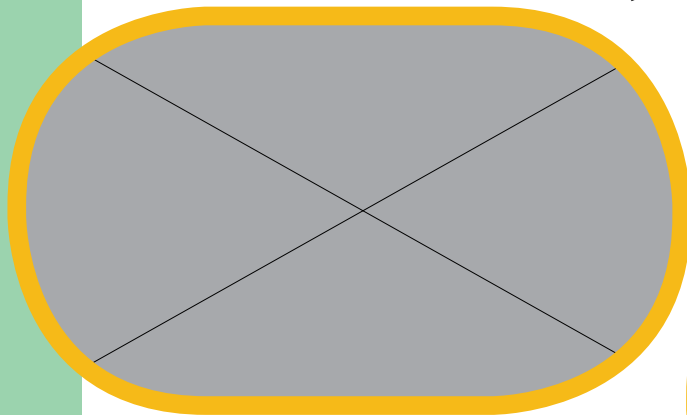
«باید آن مسئله هندسی روی زمین شبیه‌سازی می‌شد. جای نقطه روی کاغذ را میخ روی زمین می‌گرفت. جای پرگار هم ریسمان و گچ به دست می‌گرفتند. دو نقطه روی زمین به هر گروه داده شد که همان دو رأس یک شش ضلعی منتظم بودند. حال دانش‌آموزان تنها با استفاده از چکش، میخ، نخ، گچ و کاتر (بدون استفاده از متر) باید چهار رأس دیگر این شش ضلعی را روی زمین پیدا می‌کردند.»

### گام چهارم: کار عملی دانش‌آموزان با توجه به ایده‌های خودشان

«دانش‌آموزان دست به کار شدند و ایده‌های خود را عملی کردند و چهار رأس دیگر این شکل را روی زمین پیاده کردند.»



اولین جلسه کارگاه هندسه به پایان رسید. در این روز من و بچه‌ها از هندسه لذت بردیم و دانش‌آموزان با دیدی متفاوت به خانه‌هایشان برگشتند.»





# نقش‌های گچی اوستا حسین

گزارش و عکس: جعفر اسدی گرمارودی

ریسمان زدن رسم یک خط است). وسط دو عرض سقف اتاق را هم همین‌طور. محل تقاطع این دو خط مرکز مستطیل است. (مرکز سقف اتاق را در شکل ۳ ببینید.)  
**پی‌نوشت برهان:** مرکز مستطیل با رسم دو قطر مستطیل هم به دست می‌آید.

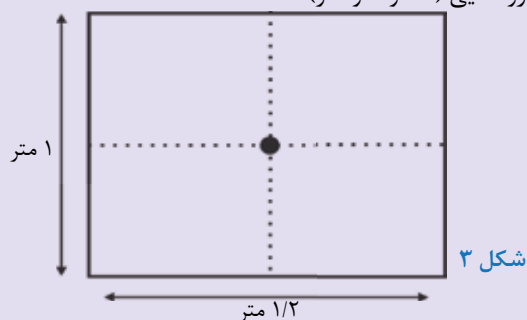
● **خُب:** با فرض این که برق کار این کار را به درستی انجام داده، بعد چه کار می‌کنید؟  
○ حول این لامپ، یک مستطیل ایجاد می‌کنم.

● به موازات طول و عرض اتاق؟  
○ بله.

● **اندازه ابعاد مستطیل را چطور تعیین می‌کنید؟**  
○ برای سقفی به اندازه ۲۰ مترمربع، طرح دور لامپ را حدوداً ۴۰/۸ مترمربع در نظر می‌گیرم و برای طرحی که حدوداً ۴۰ مترمربع است، ابعاد ۱/۲ و ۱ متری را در نظر گرفتم (شکل ۳).

«گچ‌بری» را می‌توان یکی از هنرهای وابسته به هنر معماری دانست و همان‌طور که از نامش پیداست، ماده اصلی به کار رفته در آن گچ است. گچ به دلیل داشتن خاصیت شکل‌پذیری، چسبندگی، رنگ مطلوب، کاربرد آسان، فراوانی و ارزانی، کاربرد زیادی در هنرهای تزئینی دارد. موضوعی که در این گزارش به آن می‌پردازیم، طرح (یا نقشه) هندسی به کار رفته توسط گچ‌کار است. به این منظور با اوستا حسین برمکی وارد گفت‌وگو شدیم. او دو طرح گچ‌بری دور لامپ روی سقف را که تمام شده بود، به من نشان داد. (شکل‌های ۱ و ۲). مبنای سؤال‌هایم را طرح شکل ۲ قرار دادم.

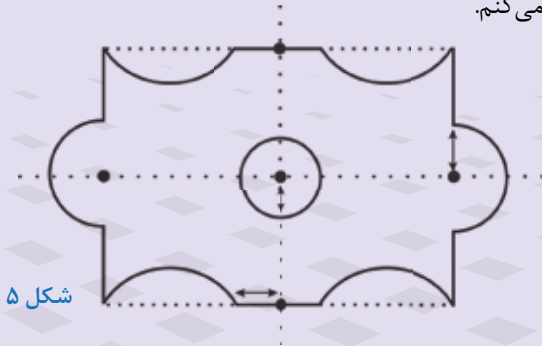
● **برهان: اولین کار برای ایجاد چنین طرحی چیه؟**  
○ **اوستا حسین:** سقفی که طرح گچ‌بری روی آن شکل می‌گیرد، مستطیل است. مرکزش توسط برق کار برای قرار دادن روشنایی (معمولاً لوستر) آماده شده است.



● **برق کار مرکز سقف اتاق را چطور پیدا می‌کند؟**  
○ وسط دو طول مستطیل سقف را ریسمان می‌زند (منظور از

● فکر می‌کنم نوبت ایجاد کمان‌ها در دو طول مستطیل باشد...

○ بله. محل کمان با فاصله ۱۰ سانتی‌متر از وسط طول مستطیل که تعیین کرده بودم، شروع می‌شود و تا رأس مستطیل ادامه دارد (شکل ۵). چهار تا از این کمان‌ها رسم می‌کنم.



شکل ۵

● این کمان‌ها نیم‌دایره نیستند، درست است؟  
 ○ مرکز کمان‌ها بیرون مستطیل هستند. اگر نیم‌دایره باشند، زیبایی طرح از بین می‌رود.

● اوستا حسین، به تقارن در کارهایتان دقت کردید؟  
 ○ نه، حواسم نبود.

● ادامه کار به هنر اوستا در استفاده از گچ مربوط می‌شود که خارج از بحث این گزارش است. از اینکه به سؤال‌های ما پاسخ دادید، سپاس گزارم.  
 ○ خواهش می‌کنم.

اکنون دوستان من، شما روش ترسیم طرح گچ‌بری شکل ۱ را برایم در اینجا بنویسید.

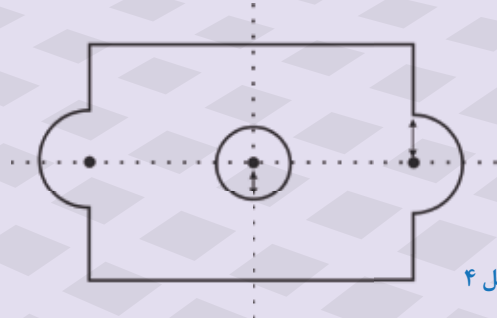


● یعنی مساحت طرح حدوداً  $1/2$  مترمربع خواهد بود. ولی چرا این اندازه‌ها؟

○ براساس تجربه این اندازه‌ها را تعیین می‌کنیم که مستطیل ایجاد شده نسبت به سقف نه زیاد بزرگ به‌نظر برسد و نه زیاد کوچک.

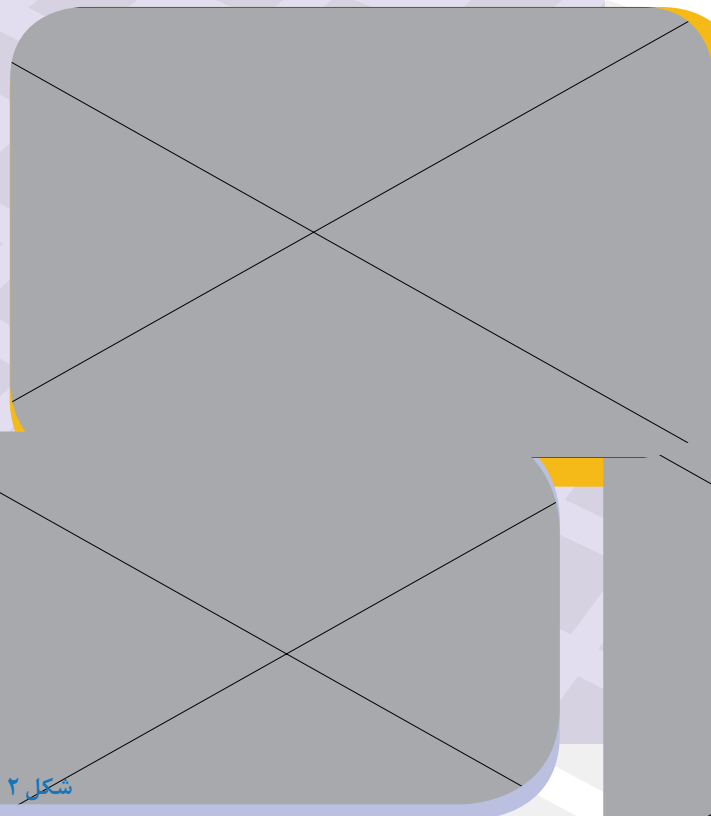
● بعدش؟

○ وسط دو طول و دو عرض را تعیین می‌کنیم. به مرکز وسط عرض‌ها دو نیم‌دایره به شعاع ۴۰ سانتی‌متر به سمت بیرون مستطیل رسم می‌کنیم (شکل ۴). به مرکز مستطیل نیز دایره‌ای به شعاع ۳۰ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. شعاع دایره را طوری انتخاب می‌کنیم که دایره مرکز مستطیل کوچک نباشد و از طرف دیگر، زیاد بزرگ هم نباشد تا لامپ‌های طرح در فضای نامناسب قرار بگیرند (لامپ‌های شکل ۱ را ببینید).



شکل ۴

● دایره‌ها را چطور رسم می‌کنید؟  
 ○ به کمک پرگارهای گچ‌بری.



شکل ۲



سپیده چمن آرا

# اقتصادی باشیم

## خرید با صرفه جنس ایرانی یا جنس خارجی؟



وقتی می خواهید خرید کنید،  
مثلاً یک کیف مدرسه بخرید،  
چگونه تصمیم می گیرید که چه کیفی بخرید؟  
خرید کدام کیف برای شما «بصرفه تر» است؟



### خرید کدام کیف با صرفه تر است؟

تعیین اینکه یک خرید با صرفه چیست، به عوامل زیادی بستگی دارد. بگذارید با همان مورد «کیف» موضوع را کمی بازتر کنیم. یک مجموعه از ملاک‌ها برای خرید کیف مدرسه، می‌تواند شکل، اندازه، و کارآمدی آن باشد. اینکه مثلاً به شکل کوله‌پشتی باشد یا دسته داشته باشد، به قدر کافی برای کتاب‌های مدرسه جا داشته باشد، برای انواع لوازم التحریر یا سایر لوازم ضروری و مورد نیاز مدرسه جیب‌های مناسب داشته باشد و از این قبیل موارد. یک مجموعه ملاک دیگر می‌تواند جنس کیف و کیفیت دوخت آن؛ کلفتی پارچه استفاده شده در کیف، استحکام نخ‌هایی که با آن کیف دوخته شده، استحکام خود کیف و از این قبیل موارد باشد. ملاک دیگری که شاید در وهله اول بسیاری از ما آن را در نظر می‌گیریم، قیمت جنس است. برای من و شما خریدار، جنس ارزان‌تر خوب به صرفه‌تر به نظر می‌رسد. اما ممکن است کیفی ارزان باشد ولی کوچک باشد، یا پارچه‌اش نازک باشد، یا تعداد جیب‌های کمتری داشته باشد، یا اصلاً رنگش مناسب مدرسه نباشد! می‌بینید که انتخاب جنسی برای یک خرید با صرفه، به عوامل متعددی بستگی دارد.



### بیا باید شاخص تعریف کنیم!

برای اجناسی مانند کیف و کفش و لباس، که ملاک‌های مشابهی برای انتخاب آن‌ها وجود دارد، شاید بتوان با استفاده از نسبت  $\frac{\text{قیمت}}{\text{کیفیت}}$ ، شاخصی برای با صرفه بودن خرید تعیین کرد. برای تشکیل این نسبت، باید به جای صورت و مخرج آن، یعنی **قیمت و کیفیت**، عدد بگذاریم. عدد قیمت که معلوم است. ولی برای تعیین کیفیت یک جنس چه عددی بگذاریم؟ همان‌طور که دیدیم، ملاک‌های خرید متفاوت‌اند و لذا «کیفیت» نیز برای افراد مختلف معنای متفاوتی دارد. من دوام یک کیف را ملاک کیفیت آن انتخاب می‌کنم و دوام آن را براساس مدت زمانی که سالم می‌ماند و از آن می‌توان به خوبی استفاده کرد، تعیین می‌کنم.



من کیفی به مبلغ ۵۶۰۰۰ تومان خریدم که یک سال برایم کار کرد. دوستم کیفی به مبلغ ۱۲۰۰۰۰ تومان خرید و دو سال از آن استفاده کرد. خرید کدام یک از ما به صرفه تر بوده است؟

من:  $\frac{۵۶۰۰۰}{۱}$   
(مخرج کسر را به «سال» نوشتیم.)  
دوستم:  $\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲}$   
 $۵۶۰۰۰ < \frac{۱۲۰۰۰۰}{۲} = ۶۰۰۰۰$

پس خرید من  
به صرفه تر بوده  
است، چون پول  
کمتری در زمان  
مشابه داده‌ام. یا:

من:  $\frac{۵۶۰۰۰}{۱۲}$   
(مخرج کسر را به «ماه» نوشتیم.)  
دوستم:  $\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۴}$   
 $\frac{۵۶۰۰۰}{۱۲} < \frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۴} = \frac{۶۰۰۰۰}{۱۲}$

### جنس ایرانی یا جنس خارجی؟ مسئله این است!

در خرید اجناس خارجی، طرفداران این اجناس ادعا می‌کنند که کیفیت جنس به قیمت آن می‌ارزد. معنی این جمله باید مشخص شود. اگر منظور این باشد که با وجود اینکه بهای بیشتری برای خرید این اجناس می‌پردازیم، ولی کار بیشتری از این اجناس می‌کشیم و دوام آن‌ها بیشتر است (در مورد اجناسی مثل کیف، کفش و لباس)، پس با کسر  $\frac{\text{قیمت}}{\text{کیفیت}}$  که در بالا معرفی کردم، می‌توانیم درستی این ادعا را بررسی کنیم.

مثال من و دوستم که نمونه‌ای از خرید جنس ایرانی ارزان تر (ولی با کیفیت نسبتاً خوب) و جنس خارجی گران تر (و با کیفیت ظاهراً بهتر) بود، نشان می‌دهد که خیلی وقت‌ها، اگر جنس ایرانی نیز از کیفیت نسبتاً خوبی برخوردار باشد، واقعاً نمی‌صرفد که جنس خارجی خریداری کنیم؛ هرچند که به نظر برسد دوام آن جنس بیشتر است. مگر اینکه همه جنس‌های ایرانی از نظر دوام و کیفیت واقعاً بد باشند، که هم من و هم شما می‌دانیم که این طور نیست!

در خرید جنس‌های کشورهای هم‌چون چین، گاهی وضع برعکس است. این اجناس به دلیل آنکه توسط کارگر ارزان و با مواد اولیه ارزان و بی کیفیت تولید می‌شوند، ارزان تر از اجناس ایرانی موجود در بازار هستند. در این حالت نیز باید دید که آیا خرید جنس ارزان چینی به صرفه تر از خرید جنس ایرانی است؟

کفش چینی: قیمت ۲۸۰۰۰ تومان  
دوام: ۶ ماه

کفش ایرانی: قیمت ۸۲۰۰۰ تومان  
دوام: بیش از دو سال!

$$\frac{۲۸۰۰۰}{۶} \quad \textcircled{?} \quad \frac{۸۲۰۰۰}{۲۴}$$



اکنون شما بگویید آیا خرید جنس چینی  
به صرفه است؟!



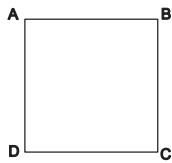




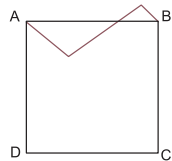
# هنر دوران

کیان کریمی خراسانی

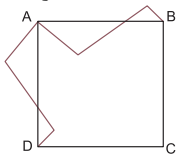
۱. یک مربع را در نظر می گیریم.



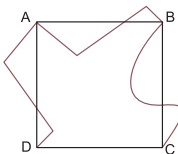
۲. یک منحنی (یا خط شکسته) از A به B رسم می کنیم.



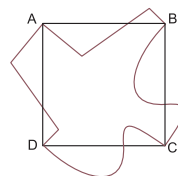
۳. منحنی رسم شده را حول نقطه A به اندازه  $90^\circ$  دوران می دهیم.



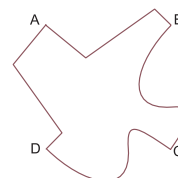
۴. یک منحنی دیگر از B به C رسم می کنیم.



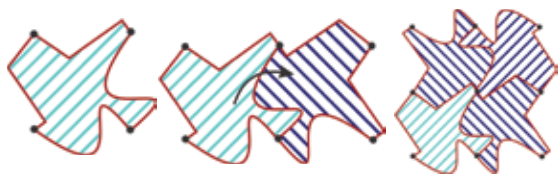
۵. منحنی رسم شده را حول نقطه C به اندازه  $90^\circ$  دوران می دهیم.



۶. اکنون یک کاشی جدید داریم که رأس های A, B, C و D در آن مشخص شده اند.



۷. با کاشی به دست آمده، می توان یک الگوی کاشی کاری درست کرد. روش چیدن آن ها به این شکل است که ابتدا یک کاشی را قرار می دهیم. سپس هر کاشی را به اندازه  $90^\circ$  حول یکی از رأس ها دوران می دهیم. دقت کنید که هیچ جایی «خالی» نمی ماند و در هیچ جایی «هم پوشانی» وجود ندارد.



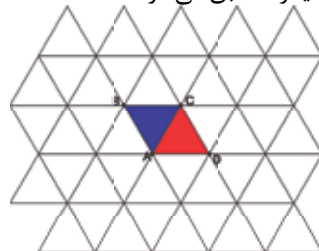
در مطالب قبلی که در شماره های ۸۳ و ۸۵ چاپ شدند، سه شیوه برای ساخت الگوهای کاشی کاری متناوب معرفی شد:

۱. ساخت الگو به کمک انتقال؛

۲. ساخت الگو به کمک دوران؛

۳. ساخت الگو به کمک تقارن.

در آنجا، به روش ساخت به کمک انتقال پرداخته شد. در این مقاله به روش ساخت به کمک دوران می پردازیم. قبلاً با «هندسه پس زمینه در کاشی کاری» آشنا شده ایم. برای روش دوران هم به این هندسه نیاز داریم، ولی همه الگوها از این روش به دست نمی آیند. در اصل در پس زمینه هایی به کار می آیند که این شرط را داشته باشند: «دو کاشی مجاور را بتوان با یک دوران حول یکی از رأس های مشترکشان بر هم منطبق کرد». مثلاً در هندسه پس زمینه زیر که از مثلث های متساوی الاضلاع تشکیل شده است، مثلث های ABC و ACD با دوران  $60^\circ$  حول نقطه A بر یکدیگر منطبق می شوند.



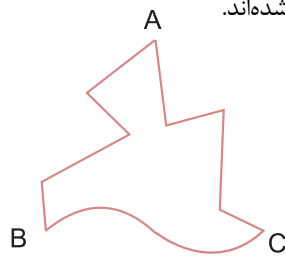
سعی داریم روش دوران را در هندسه های پس زمینه زیر یاد بگیریم:

• با مربع ها؛

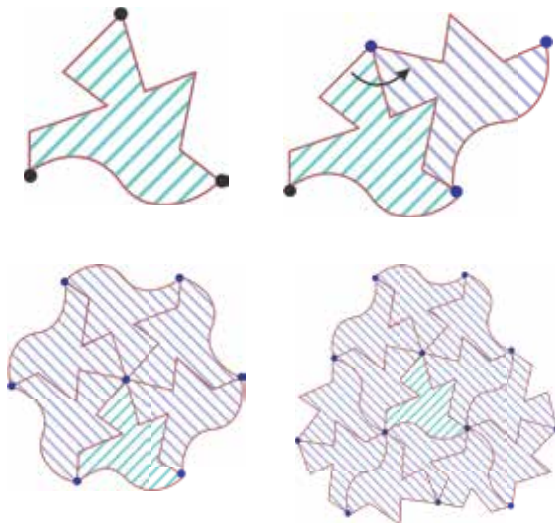
• با مثلث های متساوی الاضلاع.

ابتدا کاشی کاری به کمک دوران با هندسه پس زمینه مربعی را بررسی می کنیم.

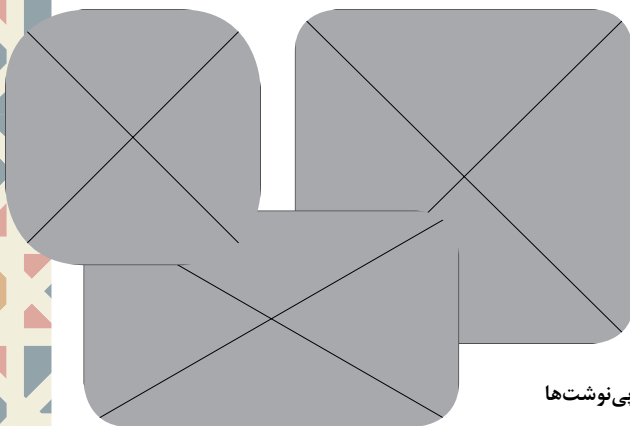
۷. اکنون یک کاشی جدید داریم که رأس‌های A، B و C در آن مشخص شده‌اند.



۸. با کاشی به دست آمده می‌توان یک الگوی کاشی‌کاری درست کرد. روش چیدن آن‌ها به این شکل است که ابتدا یک کاشی را قرار می‌دهیم. سپس هر کاشی را به اندازه  $60^\circ$  حول یکی از رأس‌ها دوران می‌دهیم. دقت کنید که هیچ جایی خالی نمی‌ماند و در هیچ جایی هم‌پوشانی وجود ندارد.



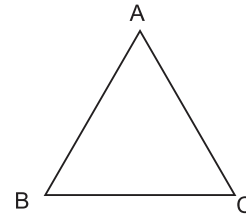
در شکل‌های زیر، نمونه‌های زیبایی از کاشی‌کاری به کمک دوران را می‌بینید.



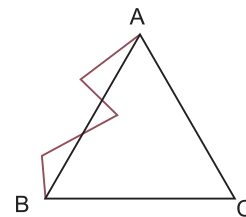
پی‌نوشت‌ها

1. Gap / 2. Overlap

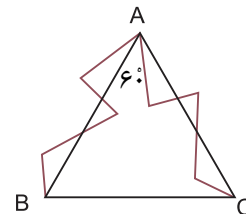
اکنون کاشی‌کاری به کمک دوران با هندسهٔ پس‌زمینهٔ مثلثی (متساوی‌الاضلاع) را بررسی می‌کنیم.  
 ۱. یک مثلث متساوی‌الاضلاع را در نظر می‌گیریم.



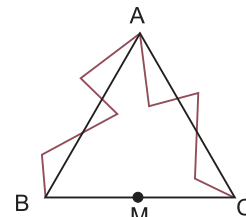
۲. یک منحنی (یا خط شکسته) از A به B رسم می‌کنیم.



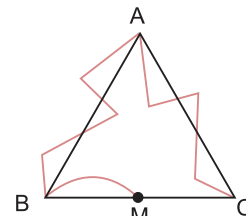
۳. منحنی رسم شده را حول نقطهٔ A به اندازهٔ  $60^\circ$  دوران می‌دهیم.



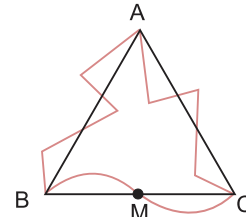
۴. نقطهٔ وسط ضلع BC را پیدا می‌کنیم و آن را M می‌نامیم.



۵. یک منحنی از B به M رسم می‌کنیم.



۶. قرینهٔ منحنی رسم شده را نسبت به نقطهٔ M رسم می‌کنیم.





# رمز مورد علاقه

آروین سهامی

دانش آموز پایه هشتم، دبیرستان

انرژی اتمی امیرآباد شمالی، تهران

عدد مورد علاقه تان را در نظر بگیرید (این عدد باید بین ۱ تا ۱۰ باشد). اعداد دو رقمی بالا را بر آن تقسیم کنید و باقی مانده را به دست آورید، سپس باقی مانده را به جای عدد اصلی بگذارید.

برای مثال:

عدد مورد علاقه = ۵

۱۷ ← عدد باقی مانده در تقسیم ۱۷ بر ۵ (عدد مورد علاقه) = ۲

۲۱ ← عدد باقی مانده در تقسیم ۲۱ بر ۵ (عدد مورد علاقه) = ۱

پس  $A - R - V = ۲ - ۱ = ۱$

به این ترتیب می توان از یک کلمه عدهای کاملاً شخصی ساخت، زیرا عدد مورد علاقه شما مال خود شماست و می تواند با افراد دیگر تفاوت داشته باشد. در ضمن، کلمه مورد انتخاب شما نیز مخصوص شماست.

گرچه ما در اینجا با سه رقم رمز ساختیم، اما می توان با این روش و به همین سادگی با n رقم نیز همین کار را کرد. قطعاً رمزهایی به شدت پیچیده تر از این شیوه رمز گذاری نیز وجود دارند، اما اکثر آن ها به درد کارهای روزمره نمی خورند و همین سادگی است که باعث مناسب بودن این رمز می شود. به طوری که هرگاه رمزتان را از یاد ببرید، می توانید دوباره با همین شیوه آن را بازیابی کنید. روش های دیگری نیز برای این کار هست:

از آنجا که عدد رمز شما، با عدد رمز بعضی از حرف های دیگر نیز یکسان است، می توان با به خاطر داشتن هر یک از این کلمات، رمز را بازیابی کرد. مثلاً  $A - R - V$  با  $K - M - L$ ،  $P - R - Q$ ،  $U - W - V$ ،  $F - H - G$  برابر است، پس هرگاه هر یک از این مجموعه حروف را به یاد داشته باشید، می توانید رمز مورد نظر را هم بیابید.

چند وقت پیش برای سفر چمدانی خریدم. این چمدان قابلیت رمز گذاری داشت، رمز آن به صورت ۳ عدد بود که اگر هر سه عدد را در جای درست خود می گذاشتم، در چمدان باز می شد، من نحوه تغییر رمز چمدان را از فروشنده یاد گرفتم و از آن موقع به بعد، فکر و ذکرم شده بود انتخاب رمزی برای چمدان که کسی نتواند آن را حدس بزند.

دفعه اول چون عدد مورد علاقه ام ۵ بود، رمز را ۵۵۵ گذاشتم، و سپس چمدان را به مادرم دادم تا آن را باز کند و رمز مرا حدس بزند. مادرم هم به طور ناباورانه ای، در همان تلاش اول رمز را حدس زد! بنابراین با خودم فکر کردم که بهتر است یک رمز شانس انتخاب کنم. ولی بعد به این نتیجه رسیدم که رمز شانس فایده ای ندارد، زیرا ممکن است آن را فراموش کنم. پس کمی فکر کردم و بعد به این نتیجه رسیدم:

ابتدا کلمه ای، مثلاً نامتان را در نظر بگیرید. سپس آن را به سه حرف خلاصه کنید (برای مثال، سه حرف اول اسمتان)، مثلاً چون نام من آروین است، این گونه عمل کردم:

$Arvin \rightarrow A - R - V$

حال برای تمام حرف ها عددی در نظر بگیرید:

|      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A=۰  | B=۱  | C=۲  | D=۳  | E=۴  | F=۵  | G=۶  | H=۷  |
| I=۸  | J=۹  | K=۱۰ | L=۱۱ | M=۱۲ | N=۱۳ | O=۱۴ | P=۱۵ |
| Q=۱۶ | R=۱۷ | S=۱۸ | T=۱۹ | U=۲۰ | V=۲۱ | W=۲۲ | X=۲۳ |
|      |      |      |      |      |      | Y=۲۴ | Z=۲۵ |

به جای هر یک از حرف های انتخاب شده، عدد می گذاریم:

$A - R - V : ۰ - ۱۷ - ۲۱$

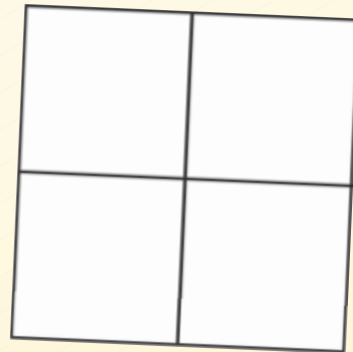
اما از آنجا که اعداد دو رقمی (در مثال، مانند ۱۷ و ۲۱) را نمی توان در رمزی سه رقمی گنجاند، با مشکلی روبه رو می شویم که به این صورت حل می شود:



# کی می تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم زاده طاری

۱ می خواهیم خانه های مربع زیر را با یکی از دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم. به چند حالت می توانیم این کار را انجام دهیم؟ حالت هایی را که با دوران دادن مربع به هم تبدیل می شوند، یک حالت در نظر بگیرید.



۳ کیلومتر شمار یک کامیون عدد ۱۵۹۵۱ را نشان می دهد. راننده با خود فکر می کند: «این عدد از دو طرف به یک شکل خوانده می شود. حتماً خیلی طول می کشد تا دوباره این اتفاق بیفتد.» ولی دو ساعت بعد دوباره کیلومتر شمار عددی را نشان می دهد که از دو طرف به یک شکل خوانده می شود. سرعت کامیون چند کیلومتر در ساعت است؟

۴ روی مربعی، عدد ۱۱ را نوشته ایم. بعد هر بار مربعی کنار مربع قبلی کشیده ایم و یک عدد به عدد قبلی اضافه کرده ایم تا مارپیچی شبیه شکل زیر ایجاد شود. به قطر مربوط به اعداد ۱۱، ۱۳ و ۱۷ دقت کنید. اولین عدد مرکب که روی این قطر می نویسیم، چند است؟



۲ می توانیم با اضافه کردن هفت علامت به علاوه یا منهای کاری کنیم که تساوی زیر برقرار باشد:  
 $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100$

نگاه کنید:

$$1+2+3-4+5+6+7+8+9=100$$

حالا به جای هفت علامت، از سه علامت استفاده کنید، طوری که باز هم تساوی برقرار باشد.



# از پی پولیس تا فی پولیس

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی  
تصویرگر: سام سلیمانی

فی پولیس (شهر فی) که آدم‌ها به آن آکروپولیس (شهر لبه) می‌گویند، از سال‌های خیلی دور محل زندگی فی‌پی‌ها بود.

در شماره قبل دیدی که این آقای شَبده‌چی مزاحم آمد و خیلی‌ها را نسبت به حرف‌های من درباره‌ی پی پولیس (به قول شما آدم‌ها پرسپولیس یا تخت جمشید) به شک انداخت. اما حالا آماده‌ام سراغ فی پولیس (به قول شما آدم‌ها، آکروپولیس) با کلی مستندات، مطمئنم این دفعه شکست می‌خورد!

اما تقریباً ۱۰۰ سال پس از ساخت پی پولیس در ایران، فی‌پی‌های یونانی حسودی کردند و آن‌ها هم فی پولیس را کامل‌تر کردند: این بار با کلی فی اضافه.

پدر بزرگم معتقد بود که فی دیاس راز نسبت طلایی (فی) را در پارتنون می‌دانست، اما به کسی نگفت. ولی باجناب شوهر دختر عموی پدر شوهر عمه‌ام معتقد بود که او همین‌طور حسی و تجربی به این ابعاد رسیده. من که حق را به پدر بزرگم می‌دهم. باید حق را به فامیل نزدیک داد!

چند معمار و در رأس آن‌ها فی دیاس (عجیبه که اسم این را آدم‌ها عوض نکردند) کلی بنا و مجسمه به این شهر فی افزودند.

و مهم‌ترین آن‌ها معبد «پارتنون» بود.

چون در زمان حیات فی دیاس هیچ‌کس نرفت صاف و پوست‌کنده ماجرا را از او بپرسد،

بعد از مرگش پی لاتون (که از سر دشمنی با فی‌پی‌ها بعضی آدم‌ها اسمش را پلاتو و بعضی دیگر افلاتون گذاشتند)، در آموزشگاهش به سراغ این راز رفت.

مثل آموزشگاه‌های کنکور امروزی آدم‌ها نبود که گزینه‌ها را مهندسی معکوس می‌کنند!

در آکادمی پی لاتون، بحث‌های علمی مهمی درباره‌ی فلسفه، منطق، ریاضی و به ویژه هندسه می‌شد.





چون آکادمی خوابگاه نداشت و  
آنودوکسوس هم توان گرفتن هتل  
نداشت، در کلیه کوچکی کنار بندر که از  
آکادمی هم دور بود، زندگی می‌کرد.

یکی از مهم‌ترین شاگردان پی‌لاتون،  
آنودوکسوس بود که در جوانی به آتن آمد  
تا وارد آکادمی شود. لازم هم نبود  
کنکور بدهد.

همین‌ها باعث شد که مغز آنودوکسوس  
تصمیم به فرار بگیرد.

و حتی پول اتوبوس فی‌آرتی هم  
نداشت.

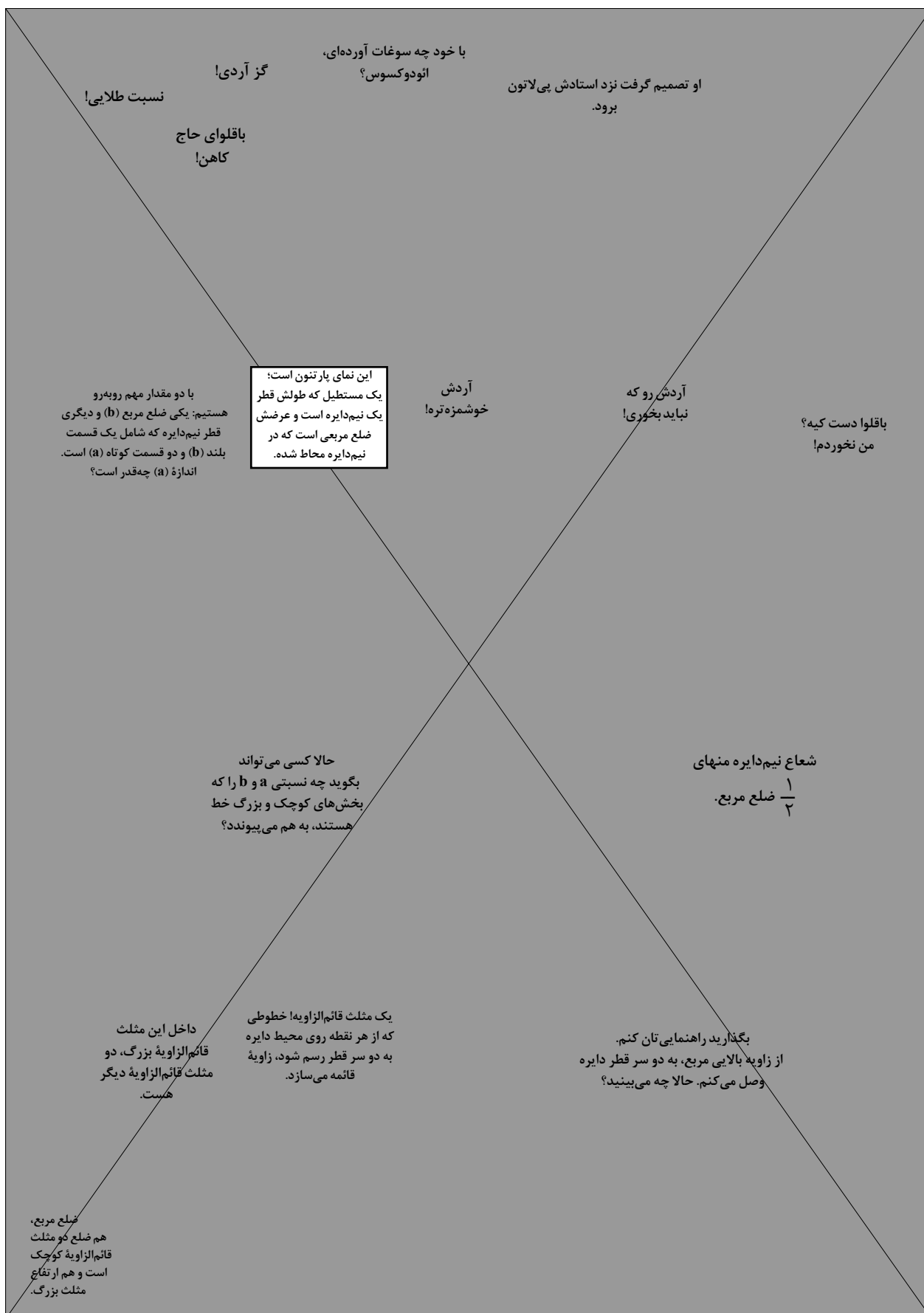
البته در آنجا آنودوکسوس و مغزش کلی چیز یاد  
گرفتند.

!!!!

؟؟؟؟

!!!!

و برگشت به یونان و آموزشگاه  
زد و کارش گرفت. حالا به خاطر  
سوادش بود یا تپیش نمی‌دانم.





ادامه داستان در شماره بعد...

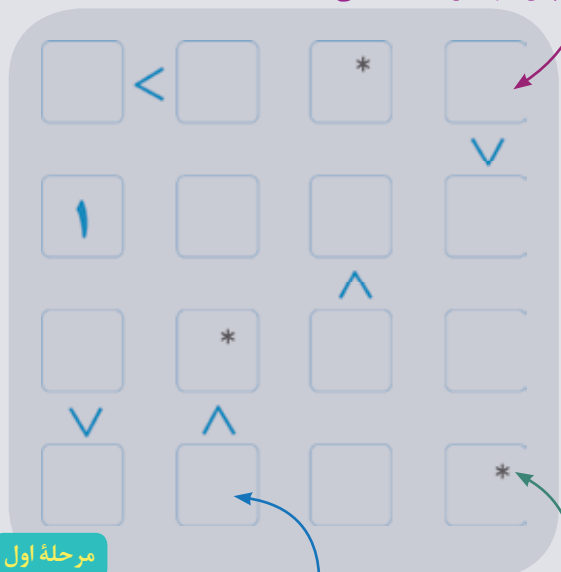


# SHIKI

پازل فرستید

برای این که ببینی من این پازل را چگونه حل کردم، مراحل زیر را دنبال کن. توضیحات هر مرحله را به ترتیب شماره‌ها بخوان.

۱. در این ردیف، خانه آخر نمی‌تواند ۱ باشد، چون در ستونش ۱ دارد. خانه‌های اول و سوم هم نمی‌توانند یک باشند، چون باید از خانه مقابلشان بزرگ‌تر باشند و ۱ از همه کوچک‌تر است. پس تنها گزینه‌ای که می‌ماند خانه \* است.

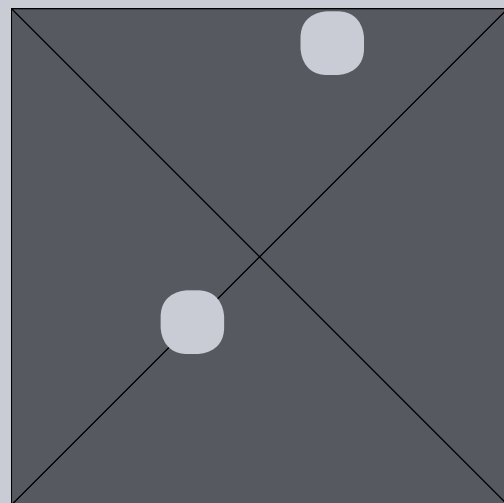


مرحله اول

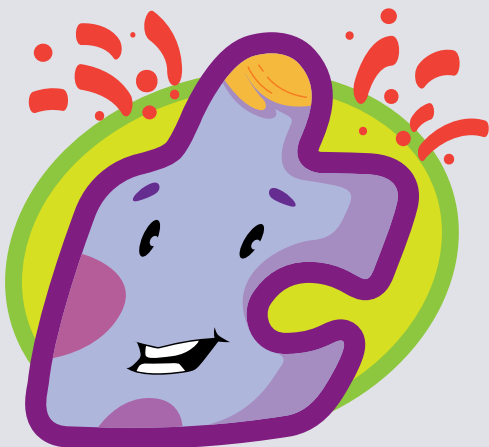
۲. در این ستون دو خانه بالایی هر ردیف و هر ستون نمی‌توانند ۱ باشند، چون در ردیفشان ۱ داشته‌اند. بین دو خانه‌ای هم که می‌مانند، طبیعی است که ۱ باید در خانه \* قرار بگیرد.

۳. با توجه به اینکه در هر ردیف و هر ستون هر عدد فقط باید یک بار تکرار شود، پس این خانه آخرین خانه‌ای است که باید در آن عدد ۱ قرار بگیرد.

- هر پازل فوتشیکی از خانه‌هایی تشکیل شده که بین بعضی از آن‌ها، علامت‌هایی هست.
- همه خانه‌های این پازل باید با اعدادی بین ۱ تا ۴ پر شوند.
- هر عددی در هر ردیف و هر ستون فقط باید یک بار تکرار شود.
- رابطه‌های  $>$  («بزرگ‌تر است از») و  $<$  («کوچک‌تر است از») رابطه بین خانه‌های کنار هم را نشان می‌دهد.
- هر پازل فقط یک جواب درست دارد و می‌توانید آن را بدون حدس زدن حل کنید.



FUTOSHIKI (۱)





# FUTOSHI

۱. جای ۳ هم در این ردیف خالی است.

مرحله سوم

۲. جای ۲ در این ردیف خالی است.

۳. جای ۲ و ۳ با توجه به علامت در این ستون معلوم است.

۴. در آخرین مرحله، خانه‌های خالی در این دو ردیف خالی هم اعداد مناسب را می‌گذاریم.

در زیر تعدادی پازل حل نشده برای تو آورده‌ایم. اگر دوست داری پازل‌های بیشتری حل کنی، صفحه ۲۷ را هم ببین. هم‌چنین می‌توانی به سایت [www.krazydad.com](http://www.krazydad.com) مراجعه کنی.

FUTOSHIKI (۲)

FUTOSHIKI (۲)

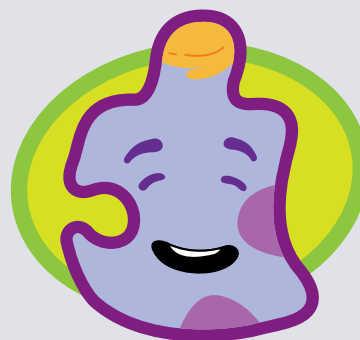
۱. در این ردیف خانه‌های اول و سوم باید از خانه مقابلشان بزرگ‌تر باشند. چون جای ۱ ها معلوم شده و عدد ۲ فقط از ۱ بزرگ‌تر است، پس نمی‌تواند در این خانه‌ها قرار بگیرد. تنها جای ممکن برای ۲ در این ردیف خانه \* است.

مرحله دوم

۲. با معلوم شدن جای ۲ در این ستون، جای ۴ در این ردیف دوم و سوم، در این ردیف هم تنها جای ممکن برای عدد ۴، خانه \* می‌شود.

۳. در این ردیف خانه‌های اول و دوم باید از خانه مقابلشان کوچک‌تر باشند، پس عدد ۴ نمی‌تواند در این خانه‌ها قرار بگیرد. پس باید در خانه \* قرار بگیرد.

۵. آخرین خانه‌ای که عدد ۴ باید در آن قرار بگیرد، همین خانه \* است.

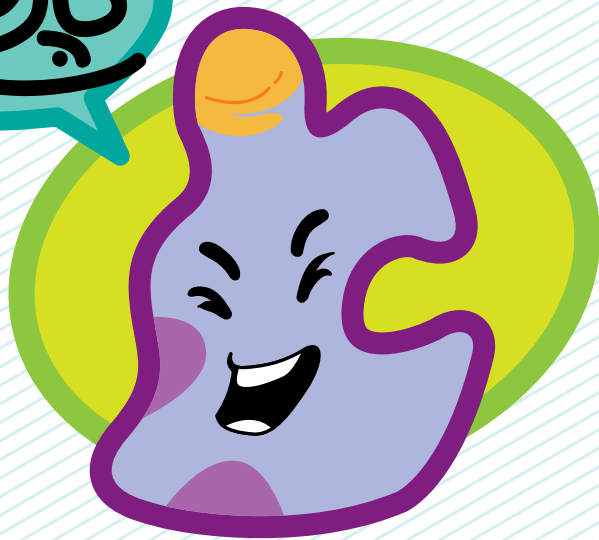




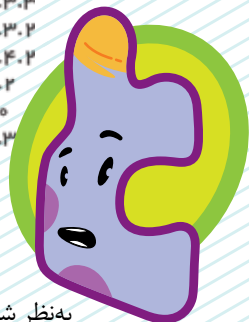
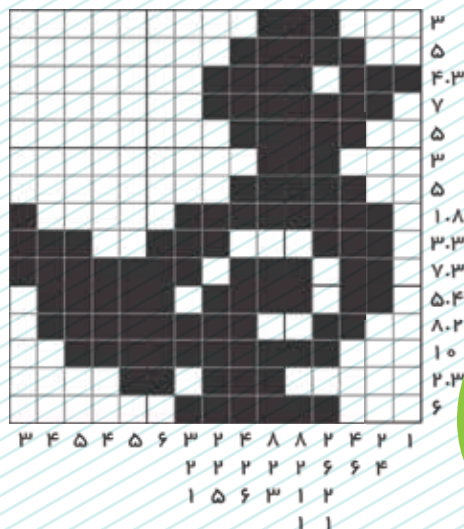


بازی فکری

محمود داورزنی



تصویر زیر را نگاه کنید.



HANJIE (۰)

|     |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|
|     | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ |
|     | ۲ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ |
| ۲,۲ |   |   |   |   |   |
| ۲,۲ |   |   |   |   |   |
| ۱   |   |   |   |   |   |
| ۱,۱ |   |   |   |   |   |
| ۵   |   |   |   |   |   |

در پازل ۱، سطرهای اول، دوم و پنجم را فقط به صورت زیر می‌توان کامل کرد.

|     |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|
|     | ۲ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ |
|     | ۲ | ۱ | ۱ | ۱ | ۲ |
| ۲,۲ |   |   |   |   |   |
| ۲,۲ |   |   |   |   |   |
| ۱   |   |   |   |   |   |
| ۱,۱ |   |   |   |   |   |
| ۵   |   |   |   |   |   |

با این کار ستون دوم و ستون چهارم نیز کامل شده است. اکنون می‌توانیم ستون اول و پنجم را نیز کامل کنیم.

به‌نظر شما، عددهایی که پایین هر ستون و کنار هر سطر نوشته شده‌اند، چه ارتباطی با ستون یا سطر مربوطه دارند؟

همان‌طور که ممکن است حدس زده باشید، عددهای پایین هر ستون (یا سطر) تعداد مربع‌های سیاه شده در آن ستون (یا سطر) است. مثلاً زیر ستون دوم (از چپ) عدد ۴ نوشته شده و در همین ستون، ۴ مربع سیاه شده وجود دارد. یا زیر ستون

هفتم، عددهایی به صورت



نوشته شده‌اند که نشان می‌دهد

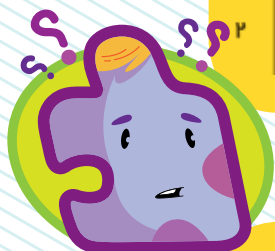
که در این ستون از بالا به پایین به ترتیب، ۳، ۲ و ۱ خانه سیاه شده‌اند و بین آن‌ها حداقل یک مربع سفید وجود دارد.

اکنون فرض کنید همه خانه‌های این جدول، سفید باشند و فقط عددهای کنار هر سطر و پایین هر ستون داده شده باشند. آیا می‌توانید با همین قانون، مربع‌ها را سیاه کنید تا تصویر اولیه مشخص شود؟

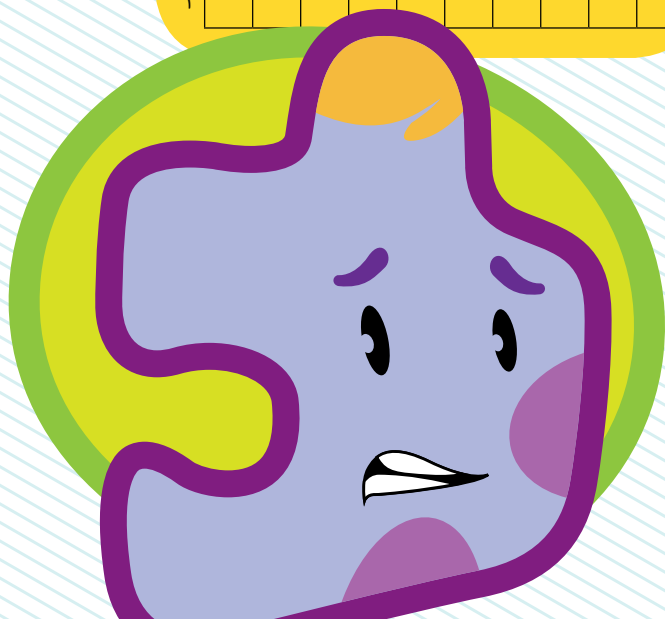
اکنون که قانون بازی را یاد گرفتید، لازم است بدانید که این‌گونه جدول‌ها همیشه یک جواب دارند. یعنی نمی‌توان با حدس و گمان و بدون در نظر گرفتن سطر یا ستون‌های دیگر،

HANJIE (2)

|      | I | P | I | P | P |
|------|---|---|---|---|---|
| P    |   |   |   |   |   |
| I, P |   |   |   |   |   |
| I    |   |   |   |   |   |
| P, I |   |   |   |   |   |
| P    |   |   |   |   |   |



## HANJIE (3)

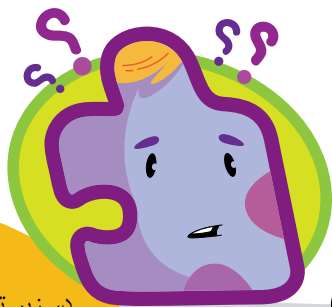
[illegible]

# HAN

سطر چهارم باید با ۱ و ۱ پر شود که این کار خودبه خود انجام شده است و فقط باید سطر سوم (۱) و ستون سوم را کامل کنیم. باید یک مربع را در سطر سوم سایه بزنیم و با این کار ستون نیز به صورت درمی آید. این کار با سایه زدن مربع وسط انجام می شود.

|     | P        | P        | I        | P        | P        |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| P,P | Shaded   | Shaded   | Unshaded | Shaded   | Shaded   |
| P,P | Shaded   | Shaded   | Unshaded | Shaded   | Shaded   |
| I   | Unshaded | Unshaded | Shaded   | Unshaded | Unshaded |
| I,I | Shaded   | Unshaded | Unshaded | Unshaded | Shaded   |
| D   | Shaded   | Shaded   | Shaded   | Shaded   | Shaded   |

و همان طور که می بینید، پازل، کامل شده است.



پازل حل کنیم بیشتر

## FUTOSHIKI (๕)

## FUTOSHIKI (♠)

## FUTOSHIKI (㊦)

FUTOSHIKI (Y)FUTOSHIMI (A)

## HANJIE (ㄸ)



# بردارهای جئوجبرایی

سید مهدی بشارت

پروژه‌های  
جئوجبرایی!

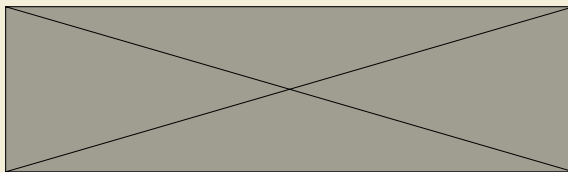
طول بردار سبز رنگ  $a$  برابر  $\frac{2}{5}$  است تا نقطه تقاطع هم ۹ واحد است و می‌دانیم:

$$9 \div \frac{2}{5} = \frac{3}{6}$$



پس:

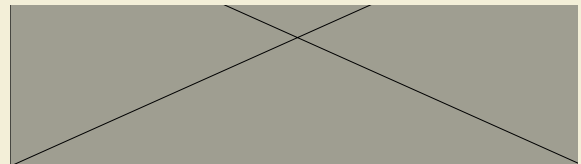
حالا برویم سراغ شکل ۲. باز هم باید بردار  $c$  را روی امتداد بردارهای  $a$  و  $b$  تجزیه کنیم. خودمان امتداد بردارهای سبز را رسم می‌کنیم! محور سیاه را من رسم کردم و آن یکی را هم ادامه دادم.



این یکی از صفحه‌های کتاب ریاضی هشتم است. شاید شما هم در حل این مسئله‌ها به در دسر افتاده باشید.

## کار در کلاس

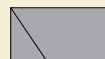
در هر شکل، بردار  $c$  را برحسب بردارهای  $a$  و  $b$  بنویسید.



شکل ۳

شکل ۲

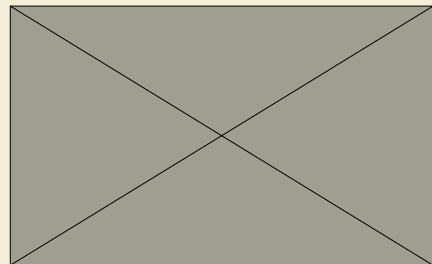
شکل ۱



شکل ۱ خیلی ساده است و همه می‌دانند که جوابش

می‌شود. ولی دو شکل دیگر چندان ساده نیستند.

اول برویم سراغ شکل ۳. می‌خواهیم بدانیم بردار  $c$  مجموع چند برابر  $a$  و چند برابر  $b$  است. دو محور سیاه، نظیر همان محورهای مختصات در شکل ۱ هستند و بردار نیستند! باید بردار  $c$  را روی این دو راستا تجزیه کنیم. یعنی از سر بردار  $c$  موازی هر کدام از محورهای سیاه خطی رسم کنیم تا موازی الاضلاع مورد نظرمان تشکیل شود. خوب زود باشید، خط کش و مداد بردارید و موازی بکشید.



می‌بینید که مشکلاتی وجود دارند:

اول اینکه وقتی از سر  $c$  خطی موازی بردار  $b$  رسم می‌کنیم، محور پایینی را قطع نمی‌کند. اشکالی ندارد، خودمان محور پایین را ادامه می‌دهیم.

باز هم یک مشکل! وقتی از سر  $c$  موازی بردار  $b$  می‌کشیم، از کادر شطرنجی کتاب بیرون می‌زند! خوب برای اینکه بتوانیم مشکل را حل کنیم، باید با ابزارهای دقیق شکل را رسم کنیم. پس می‌بینید که کار با بردارها دقت ترسیمی زیادی می‌خواهد. برای همین است که درس بردار برگه شطرنجی لازم دارد و دقت زیادی در اندازه‌گیری و موازی کشیدن. به همین دلیل خیلی وقت‌ها بچه‌ها حوصله این همه دقت را ندارند و با این درس خیلی حال نمی‌کنند!

## به مدد رایانه

من پیشنهاد خوبی برای شما دارم: با نرم‌افزاری کار کنید که هم دقت لازم را دارد، هم کار با آن لذت‌بخش است، هم خیلی چیزهای دیگر!

احتمالاً اسم آن را شنیده‌اید: «جئوجبرا».

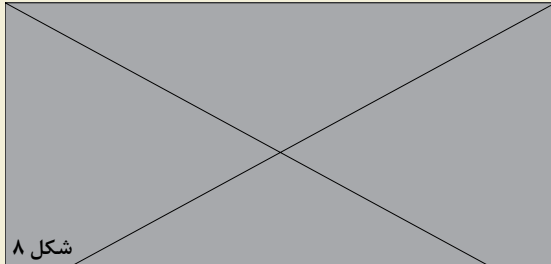
فعلاً همین‌قدر بگوییم که یک نرم‌افزار کاملاً رایگان است و از سایت خودش به نام «geogebra.org» به راحتی دانلود می‌شود.

## جمع جئوجبرایی دو بردار

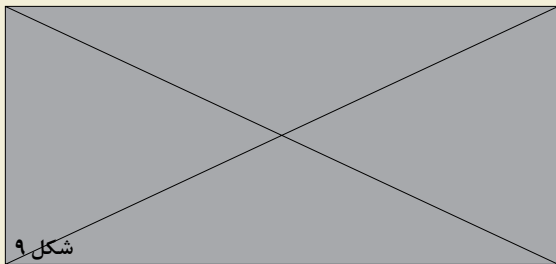
برای اینکه بتوانیم با این نرم‌افزار کار کنیم، مسئله خودمان را کنار می‌گذاریم و از جاهای آسان‌تر شروع می‌کنیم؛ از رسم



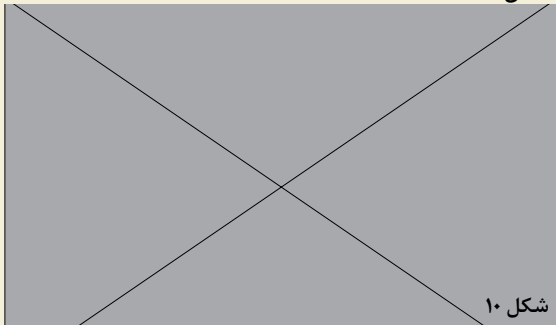
متوازی‌الاضلاع درست کنیم. یعنی از نقطه  $B$  موازی بردار  $AC$  و از نقطه  $C$  هم موازی بردار  $AB$  خطی بکشیم. بیا بعد قبل از ادامه کار زبان برنامه را فارسی کنیم (شکل ۸). مواظب باشید، چیز دیگری را ننزید؛ شاید بیفتید وسط آفریقا! حالا بهتر شد. فقط همه چیز از راست به چپ شد!



کشیدن خط‌های موازی روی کاغذ دردسر است، ولی اینجا به آسانی انجام می‌شود. مثلث گوشه آیکون را که بزنید، منویی باز می‌شود که دومین مورد آن برای کشیدن خط‌های موازی است.

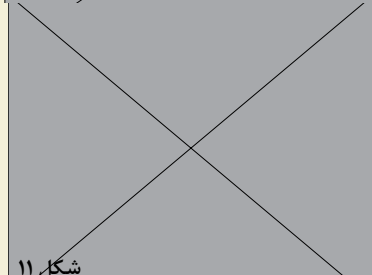


یک مزیت جئوجبرا این است که ماوس را روی هر آیکونی نگه دارید، توضیحات لازم را می‌دهد. ببینید برای خط موازی چه گفته است؟ (شکل ۹) یعنی کافی است شما روی نقطه  $C$  و سپس بردار  $AB$  کلیک کنید تا یکی از دو خط موازی که می‌خواستید، رسم شود (شکل ۱۰).

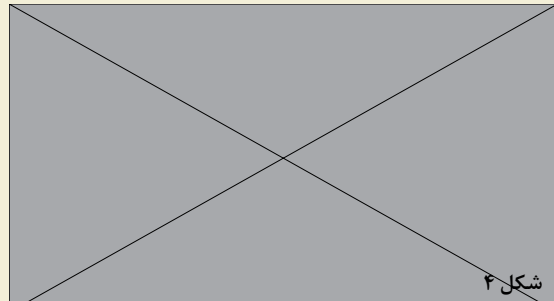


آن یکی را هم رسم

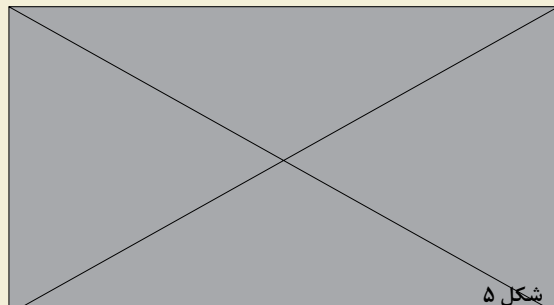
کنید. حالا محل برخورد این دو خط را با آیکون «نقطه تقاطع» به دست آورید (شکل ۱۱).



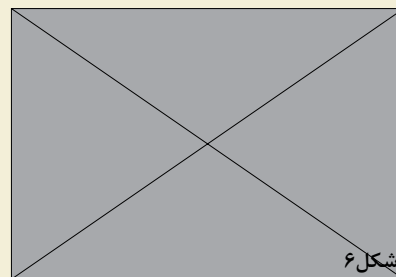
جمع بردارها. برنامه را که باز می‌کنید، صفحه‌ای که در شکل ۴ می‌بینید، باز می‌شود.



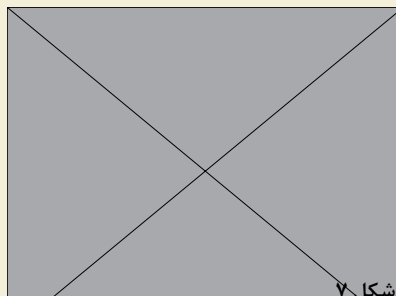
با این دکمه‌ها (شکل ۵) می‌شود خطوط شطرنجی و محورهای مختصات را آورد یا برد.



گوشه هر آیکون مثلث کوچکی هست که با کلیک روی آن «منو» باز می‌شود. بردار را از اینجا انتخاب کنید (شکل ۶).



مطابق شکل ۷، دو بردار بکشید که از یک نقطه شروع شوند.

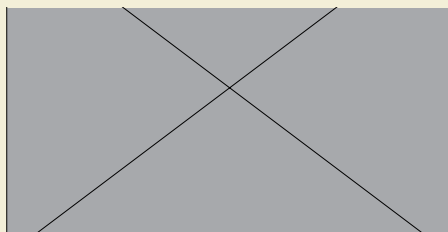


چه جالب! در ستون سمت چپ، هم مختصات نقطه‌ها و هم مختصات بردارها نوشته شده است. البته کمی با مختصاتی که ما می‌نویسیم فرق دارد. ما مختصات بردار را داخل کروشه می‌نویسیم، ولی اینجا داخل پرانتز است و اشکالی هم ندارد. حالا چطور جمع بزنیم؟ شما می‌دانید که برای این کار باید یک



احتمالاً بردارهای شما به نام‌هایی که می‌خواهید نیستند. روی هر بردار راست کلیک کنید و با گزینه «تغییر نام» آن‌ها را  $a$  و  $b$  بنامید.

همچنین می‌توانید رنگ بردارها را تغییر دهید. وقتی روی هر بردار کلیک می‌کنید، بالای صفحه ترسیم آیکون‌هایی ظاهر می‌شوند که به کمک آن‌ها می‌توان رنگ و ضخامت هر شکل را تغییر داد. بردارهایتان را کمی ضخیم کنید. اگر نقاط دو سر بردارها خیلی بزرگ‌اند، می‌توانید آن‌ها را هم کوچک کنید. پیشنهاد می‌کنم محورهای مختصات را پنهان کنید، چون قرار است روی محورهای دیگری تجزیه کنیم.



شکل ۱۵

### قدم دوم

با استفاده از آیکون  خط‌های گذرنده از دو سر بردارهای  $a$  و  $b$  را رسم می‌کنیم. حالا بردار  $c$  را روی این دو خط تجزیه می‌کنیم (شکل ۱۵). یعنی از سر بردار  $c$  خطی موازی بردار  $a$  می‌کشیم تا یکی از این دو خط را قطع کند. همان‌طور که از قبل می‌دانید، باید از آیکون  استفاده کنیم. خط موازی بردار  $b$  را هم می‌کشیم تا آن یکی را قطع کند. این خط‌ها را خط‌چین و نقاط تقاطعشان را با  معلوم می‌کنیم. اگر اسامی نقطه‌ها یا بردارها جاهایی خوبی نیستند، آیکون جابه‌جایی  را انتخاب کنید و اسامی را جابه‌جا کنید.

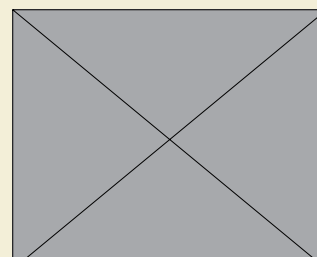
### قدم سوم

حالا باید تشخیص دهیم  $AF$  چند برابر بردار  $a$  است. با کمی دقت متوجه می‌شویم  برابر است. راه دیگر تشخیص نسبت  $AF$  به  $a$  این است که در نوار ورود (پایین پایین!) تایپ کنید:  $AF/AB$  و دکمه «Enter» را بزنید. آن وقت عدد  $3/25$  در پنجره عبارات جبری ظاهر می‌شود. چون  $AF$  در خلاف جهت  $a$  است، باید به آن علامت منفی بدهیم. معلوم است که  $AE$  هم پنج برابر  $AC$  است. با این حساب خواهیم داشت:



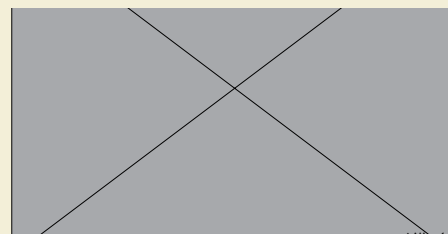
خب، این کار هم به آخر رسید. باز هم شما اکنون ابزاری در دست دارید که با آن می‌توانید، هر مسئله‌ای شبیه این مسئله را حل کنید و بردار  $c$  را برحسب بردارهای  $a$  و  $b$  بنویسید.

رسیدیم به آخر کار و بردار  $AD$  جواب ماست (شکل ۱۲).



شکل ۱۲

تمام لذت کار اینجا است که شما فقط یک حالت را رسم نکرده‌اید، بلکه با تغییر دادن نقاط  $B$  و  $C$  می‌توانید جمع هر دو برداری را که خواستید به دست آورید. برای این کار اول باید روی آیکون جابه‌جایی  کلیک کنید.



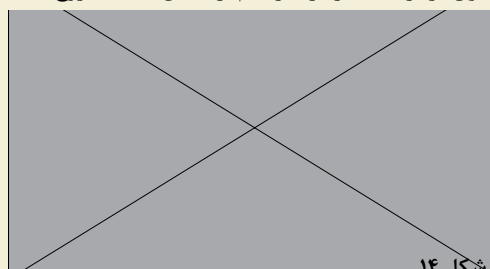
شکل ۱۳

برگردیم به مسئله شکل ۲. داشتیم این مسئله کتاب را حل می‌کردیم که به مشکلاتی برخوردیم. وقتی خط‌های موازی را می‌کشیدیم از کادر می‌زد بیرون و... برای رسم دقیق‌تر می‌خواهیم به سراغ جئوجبرا برویم. بیایید قدم‌هایی را که باید طی کنیم، بشماریم.

**قدم اول:** رسم بردارهای  $a$ ،  $b$  و  $c$ . **قدم دوم:** رسم امتداد بردار  $a$  و  $b$  و تجزیه بردار  $c$  روی این امتدادها / **قدم سوم:** تشخیص اینکه هر کدام از این مؤلفه‌های تجزیه شده بردار  $c$  چند برابر بردارهای  $a$  و  $b$  هستند.

### قدم اول

بردار  $a$  را رسم کنید. چون طول بردار  $b$  برابر با  $0.5$  است، قرقره ماوس را آن قدر بچرخانید تا بزرگ‌نمایی صفحه در حدی بشود که فاصله خطوط شطرنجی  $0.5$  واحد بشود. البته با استفاده از آیکون بزرگ‌نمایی  هم می‌شد این کار را کرد. اکنون بردار  $b$  را از نقطه شروع بردار  $a$  رسم کنید و دوباره اندازه تصویر را به حالت اول برگردانید. بردار  $c$  را هم از همان نقطه شروع کنید.



شکل ۱۴





## ماشین حساب دوست داشتنی من

# جمع‌ها



قبلاً هم گفته بودم که وقتی بچه‌تر بودم، یکی از تفریحاتم با ماشین حساب، جمع چندین و چندباره یک عدد با خودش یا یک عدد دیگر بود. اما دلیلش! خوب من آدم نسبتاً تنبلی هستم و این یکی از ساده‌ترین آزمایش‌هایی بود که می‌شد با ماشین حساب انجام داد. چرا که به جز بار اول که باید دکمه جمع را بزنم، برای دفعه‌های بعدی فقط کافی بود هر بار دکمه مساوی را می‌زدم و این‌طوری سرعت انجام آزمایشم خیلی زیاد می‌شد.

اگر دوست دارید، شما هم امتحان کنید: مثلاً ابتدا عدد ۳ را وارد کنید. بعد دکمه + و بعد دوباره عدد ۳. حالا دکمه مساوی را بزنید و از این به بعد هر بار فقط دکمه مساوی را بزنید. نتایجی که هر بار در صفحه نمایش نشان داده می‌شود، به این صورت است:

۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

خب طبق معمول دوست داشتنی‌های یکان‌های عددی تولید شده را بررسی کنم.

در مطالب قبلی «ماشین حساب دوست‌داشتنی من»، دیدید که وقتی یک عدد را با ۵ یا ۲ جمع می‌کنید، یکان‌ها مرتباً تغییر می‌کنند؛ اما همیشه عددهای خاصی هستند. برای مثال، پس از چند بار جمع کردن عدد ۵ با عدد ۳ دیدم که یکان‌ها همیشه یکی در میان ۳ و ۸ هستند. یا پس از چندین بار جمع کردن عدد ۲ با عدد ۴ دیدم که یکان‌ها همیشه ۶، ۸، ۰، ۲ و ۴ هستند.

خب حالا از شما می‌خواهم که ماشین حساب‌هایتان را بیاورید تا با هم چند آزمایش انجام بدهیم و شما بتوانید به سؤال‌هایی که در ادامه خواهم پرسید، پاسخ دهید.



# سای تکراری

• شراره تقی دستجردی

**سؤال ۱.** عدد ۳ را در نظر بگیرید. به نظر شما عدد ۳ با چه عددهایی، وقتی که چندین بار جمع شود، می تواند عددهایی را تولید کند که رقم های یکانشان، همه رقم های از ۰ تا ۹ را داشته باشد؟

**توضیح بیشتر:** با توجه به آنچه که گفته شد، برای مثال شما می دانید که آن عدد نمی تواند ۵ باشد، زیرا عددهایی که تولید می شوند، به ترتیب برابر هستند با:

$$3+5=8$$

$$8+5=13$$

$$13+5=18$$

$$18+5=23$$

$$23+5=28$$

...

بنابراین رقم های یکان اعداد به دست آمده فقط ۸ و ۳ هستند.

**سؤال ۲.** این بار عدد ۱۴ را در نظر بگیرید. این بار چه عددهایی هستند که وقتی با عدد ۱۴، چندین و چند بار جمع می شوند، می توانند عددهایی را تولید کنند که رقم های یکان آنها همه رقم های ۰ تا ۹ را شامل بشود؟

**سؤال ۳.** آیا می توانید بگویید به طور کلی چه عددهایی با چه عددهای دیگری اگر چندین و چند بار جمع بشوند، این اتفاق برای یکان های عددهای تولید شده می افتد؟ دوستان خوبم منتظر جواب های شما هستیم تا راه حل های درست شما را به اسم خودتان در مجله منتشر کنیم. با آرزوی شادی برای شما.





# پاسخ

کی می تونه حل کنه؟!   
آمنه ابراهیم زاده طاری

۲ پاسخ:

$$۱۲۳-۴۵-۶۷+۸۹=۱۰۰$$

۳ پاسخ:

۵۵ کیلومتر بر ساعت

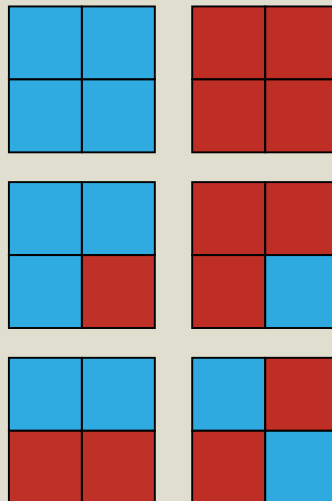
راه حل: دفعه بعد که عدد کیلومتر شمار از دو طرف به یک شکل خوانده شود، عدد ۱۶۰۶۱ خواهد بود. در این فاصله، کامیون ۱۵۹۵۱-۱۶۰۶۱=۱۱۰ کیلومتر راه طی کرده است. پس سرعت کامیون ۵۵ کیلومتر بر ساعت است.

۴ پاسخ:

۱۲۱

راه حل: روی این قطر اعداد زیر به ترتیب نوشته می شوند: ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۲۳، ۳۱، ...  
اختلاف هر دو عدد پشت سر هم روی این قطر، هر بار ۲ واحد بیشتر می شود. پس ادامه اعداد به این شکل است: ۳۱، ۴۱، ۵۳، ۶۷، ۸۳، ۱۰۱، ۱۲۱

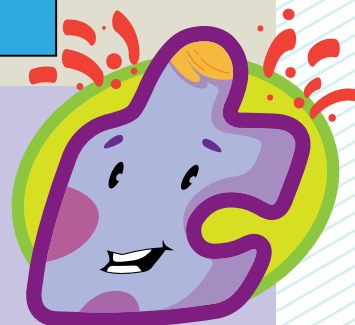
۱ پاسخ: ۶ تا



## پاسخ

پازلی فکر کنید

از صفحه های ۲۳ و ۲۶ مجله



FUTOSHIKI (۲)

FUTOSHIKI (۳)



FUTOSHIKI (۴)



FUTOSHIKI (۵)



FUTOSHIKI (۶)



FUTOSHIKI (۷)



FUTOSHIKI (۸)





# شعبه‌بازی

هوشنگ شرقی

مثلاً اگر ۳۲۵ رو انتخاب کردید، باید ۵۲۳ رو از شما کم کنید:  
۵۲۳-۳۲۵

بچه‌ها سرگرم کار شدند و کمی بعد، سهراب رو به علی که جلو نشسته بود گفت: «علی، رقم یکان عددی که به دست اومد، چیه؟»  
و علی گفت: «هفت.»

سهراب فوری گفت: «جواب می‌شه ۱۲۹۷!»  
علی با تعجب گفت: «درسته، از کجا فهمیدی؟!»  
سهراب بدون اینکه جواب او را بدهد، رو به سیاوش گفت:  
«مال تو چی، رقم یکان عددی که آخر به دست آوردی چیه؟»  
او گفت: «دو و سهراب گفت: «پس حاصل تفریق می‌شه ۱۷۹۲!»  
و سیاوش با سر تأیید کرد. به همین ترتیب سهراب در میان تعجب همه، توانست حاصل تفریق دو عدد را در مورد همه بچه‌ها به درستی بگوید. بچه‌ها از سهراب خواستند روش کارش را توضیح دهد.

سهراب با خنده گفت: «کاری نداره. من بعد از سفارش عمو تو جلسه قبل، رفتم خونه و عددهای سه رقمی زیادی رو از

آن شب باز هم بچه‌ها در یک مهمانی دیگر، دور هم جمع شده بودند و همه چشم‌انتظار شعبه‌بازی دیگری از «عمو ریاضی» شان بودند. من هم رو به جمع و خیره به چشمان مشتاق آن‌ها ایستاده بودم.  
- خب بچه‌ها، کی ماجرای دو هفته پیش رو که برای آخرین بار دور هم بودیم، یادشه؟  
سهراب با لبخند گفت: «عمو من یادمه و روی اون موضوعی که گفتین هم فکر کردم و حاضرم الان شعبه‌بازیمو شروع کنم!»

گفتم: «عجب! آفرین پس بیا جلو و شروع کن.»  
سهراب به سرعت جلو آمد و رو به بچه‌ها گفت: «خب بچه‌ها، سریع‌تر یه برگ کاغذ و یه خودکار آماده کنید.»  
بچه‌ها هم به سرعت دستور او را اجرا کردند. بعد ادامه داد: «یه عدد سه رقمی دلخواه روی کاغذ بنویسید که همه رقم‌هاش تکراری نباشند.»  
و بچه‌ها شروع به نوشتن کردند. کمی بعد سهراب گفت: «حالا مقlob این عدد رو بنویسید و این دو عدد رو از هم کم کنید.



علی این کار را که  
«عدد سه نیست؟»  
و علی گفت: «درس  
و من ادامه دادم:  
تاس سیاه رو بردم  
عدد زیرشو نگاه کن  
بین پنج نیست؟»  
و باز بچه‌ها فریاد  
زدند: «درسته،  
آفرین عمو!» و  
همگی تشویق  
کردند و گفتند:  
«راهش چیه عمو!»  
از کجا فهمیدی،  
به ما هم یاد بده!»

### روش کار و منطق ریاضی شعبده‌بازی با تاس‌ها

– ببینید بچه‌ها  
فرض کنید عدد  
روی تاس سفید  
با حرف a و برای  
سیاه با حرف b  
بدیم. خب ما a رو  
کردیم و حاصل رو  
کردیم و بعد با ۸a  
ببینیم نتیجه چی  
نوشتیم):

$$8a = 2 \cdot a + 2b$$

مقلوبشون کم کردم و نتیجه رو دیدم؛ مثل این نمونه‌ها.  
و روی تخته وایت‌بردی که روی دیوار بود، این‌ها را نوشت:

$$\begin{array}{r} 591 - 623 - 832 - \\ 195 \quad 326 \quad 238 \\ \hline 396 \quad 297 \quad 594 \end{array}$$

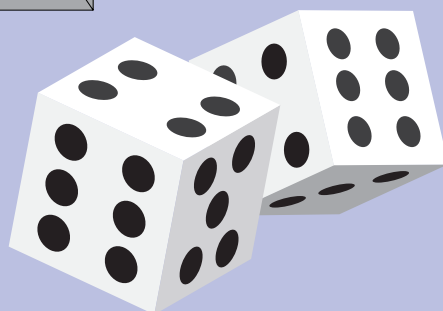
و ادامه داد: «همون طور که می‌بینید، همیشه رقم وسط ۹ می‌شه و جمع دو رقم دیگه هم ۹ می‌شه! پس وقتی شما رقم یکان رو می‌گیرد، من اون رو از ۹ کم می‌کنم و رقم صدگان رو پیدا می‌کنم. رقم دهگان هم همیشه ۹ می‌شه! به همین سادگی!»

پرسیدم: «دلیلش رو هم می‌دونی؟» و او گفت نمی‌داند. گفتم: «خب در مورد دلیلش شاید بعداً چیزهایی بهتون بگویم. اما حالا بذارید به شعبده‌بازی امشب برسیم که خیلی جالبه.»  
تاس سفیدرنگی از جیبم درآوردم و ادامه دادم: «برای کارم به یه تاس دیگه هم نیاز دارم.»

و محسن، پسر صاحب‌خانه، دوید و رفت و کمی بعد با یک عدد تاس سیاه‌رنگ برگشت. تاس را از او گرفتم و بعد هر دو تاس را به علی دادم و رفتم گوشه سالن روی یک صندلی نشستم و از همان جا گفتم: «خب علی همون جا جلوی چشم همه، تاس‌ها رو بریز روی میز. معلومه که من از اینجا نمی‌تونم اونارو ببینم.»  
علی این کار را کرد و گفت: «خب عمو حالا چی کار کنم؟»  
گفتم: «به تاس‌ها دست نزن. فقط روی کاغذت در حضور بچه‌ها عملیاتی رو که می‌گم انجام بده و دقت کن که اشتباه نشه: عدد‌های روی دو تاس رو با هم جمع کن و حاصل جمع رو در دو ضرب کن.»

کمی صبر کردم تا علی کارش را انجام دهد و بعد ادامه دادم: «حالا عدد روی تاس سفید رو در ۱۸ ضرب کن و حاصل ضرب رو با عدد قبلی جمع کن.»  
کمی بعد علی گفت: «انجام شد!»  
و بچه‌ها درستی کار را تأیید کردند. گفتم: «خب جواب چیه؟»  
همه با هم گفتند: «۱۸۴!»

بعد من گفتم: «علی جان! تاس سفید رو بردار و عدد اون طرفش رو که روی میزه و دیده نمی‌شه، ببین!»





مساوی  $2ab$  می‌شه.

یعنی دو برابر یه عدد دورقمی که رقم دهگانش عدد روی تاس سفید و رقم یکانش عدد روی تاس سیاهه! پس وقتی شما جواب آخرو که ۸۴ بود به من گفتید، من اونو نصف کردم و به عدد ۴۲ رسیدم. پس عدد روی تاس سفید، چهار و عدد روی تاس سیاه، دو می‌شه!

در اینجا، **ترانه** دخترم به آرامی گفت: «اما چطوری عددهای زیر تاس‌ها رو گفتید؟!»

– اونم کاری نداره! اگه با دقت به تاس‌ها نگاه کنید، متوجه می‌شید که عددهای هر دو وجه روبه‌رو، در هر تاس همیشه مجموعشون ۷ می‌شه. یعنی یک و شیش روبه‌روی هم هستند و همین‌طور تا آخر. پس وقتی عددهای رویی چهار و دو باشند، عددهای زیری سه و پنج هستند. جالبه، نه؟!

بچه‌ها خندیدند و دوباره با کف زدن تشویقم کردند. بعد سهراب گفت: «راستی عمو، نمی‌خواید درباره‌ی دلیل درستی حدس من در مورد عددهای سه رقمی بگید؟!»

گفتم: «حالا که وقت شامه! زیاد توضیح نمی‌دم، اما روی تخته با زبون ریاضی می‌نویسم. خودتون کمی دقت کنید متوجه می‌شید!» و این‌ها را روی تخته‌ی وایت‌برد نوشتم:

$$\begin{array}{r}
 b-1+10=b+9 \\
 \uparrow \\
 \begin{array}{ccc}
 (a-1) & (b-1) & (10+c) \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
 a & b & c \\
 -c & b & a \\
 \hline
 (a-c-1) & 9 & (10+c-a)
 \end{array}
 \end{array}$$

$$a-c-1+10+c-a=9 \quad \text{و}$$

– پس رقم وسط همیشه ۹ و مجموع دو رقم اول و سوم نیز همیشه ۹ می‌شه... و به سرعت به طرف میز شام دویدم!

«خب این  $10a+b$  شما رو ازه؟»

ی‌یچ‌پیچ کردند و چیزی ادامه دادم: «خب یه کمی ن‌کنم. وقتی می‌نویسیم (و روی تخته نوشتم: ۵۶) ی‌ی‌و ۵ و ۶ چه ربطی با مقدار

گفتند: «رقم‌های یکان و دهگان هستند!»

من گفتم: «خب آره، ولی غیر از اون!»

سهراب گفت: «۵۶ برابر با ۱۰ تا ۵ و ۶ تا ۱.»

– آفرین! مثل این‌ها:

$$\dots \text{ و } 75=10 \times 7 + 5 \text{ و } 83=10 \times 8 + 3$$

ب‌ب‌حالا می‌تونید بگید  $10a+b$  با چی برابره؟

و سهراب فوری گفت:

«آره عمو، یعنی عدد

دو رقمی که رقم

دهگانش  $a$  و

رقم یکانش  $b$

باشد!»

– آفرین،

درسته. من

عدد رو با  $ab$

نشون می‌دهم

که البته با  $a$

ضرب در  $b(a \times b)$

فرق داره! بنابراین

حاصل‌جمع آخر





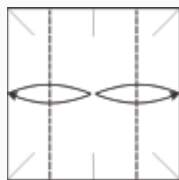
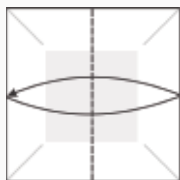


# با کاغذ و نا

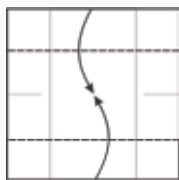
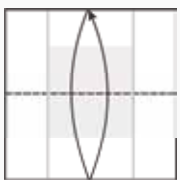
## مکعب کلمبوس بسازیم

### ساخت یک مکعب ساده

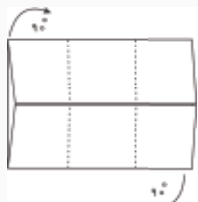
۱. یک تکه کاغذ مربع شکل بردارید. خط وسط مربع را با تا زدن پیدا کنید.



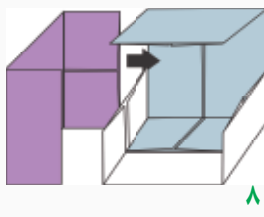
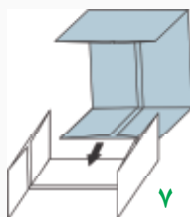
۲. با دو تا، دو ضلع روبه روی مربع را روی خط وسط بیندازید. خط تاها را مرتب و عمیق ایجاد کنید.
۳. دو تایی قبلی را باز کنید. خط وسط دیگر مربع را هم با تا مشخص کنید.
۴. با دو تا، دو ضلع دیگر مربع را هم روی خط وسط مربع بیندازید.



۵. از روی خط تاها مرحله ۲، دو زاویه قائمه بسازید.
۶. این شکل را خواهید داشت. حالا شش تا از سازه شکل ۶ درست کنید.

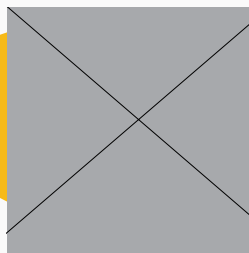


۷. دو تا از این سازه ها را این جوری کنار هم بگذارید.
۸. سومی را هم این جوری با دست کنار هم بگذارید.

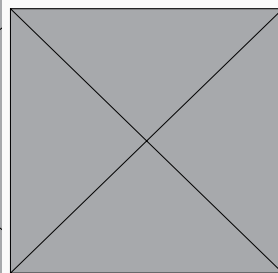
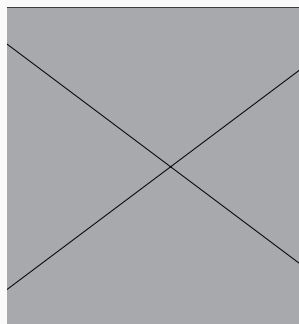


### داوود معصومی مهوار

در این شکل یک مکعب کلمبوس را می بینید. آیا می دانید می توانید این مکعب را بدون استفاده از چسب، و فقط با کاغذ و تا بسازید؟



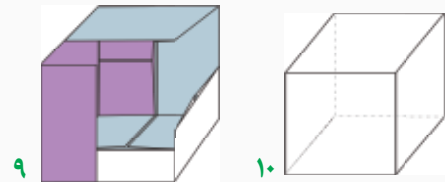
این ها چند نمونه از سازه هایی هستند که می توانید با این مکعب جالب درست کنید.



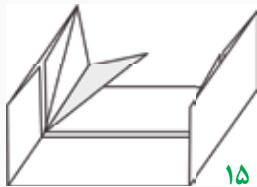
پیش از دیدن راه درست کردن این مکعب، خودتان برای ساختن آن تلاش کنید.  
یک راه خوب برای درست کردن مکعب کلمبوس این است که ابتدا یک مکعب ساده (بدون چسب) بسازید و سپس با تغییر بخش هایی از آن، یک مکعب کلمبوس درست کنید.



● ۹. سه سازه را مانند شکل در هم فرو کنید.

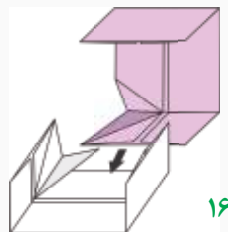


● ۱۵. تاها را باز کنید. سازه جدید آماده است. سه تا از اینها درست کنید.



● ۱۰. سه سازه دیگر را یکی یکی، مانند همین سه تا، اضافه کنید تا مکعب کامل درست شود.

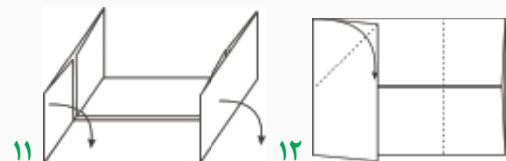
● ۱۶. دو تا از سازه‌های شماره ۱۵ را مطابق شکل ۱۶ کنار هم قرار دهید.



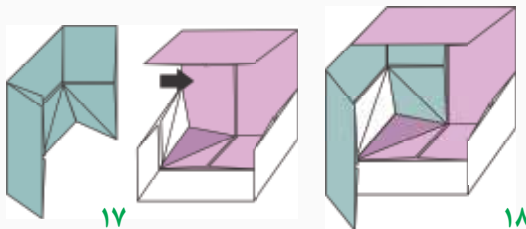
### ساخت مکعب کلمبوس

اکنون برای درست کردن مکعب کلمبوس سه تا از سازه‌های شکل ۶ را بردارید و مرحله‌های ۱۱ تا ۱۵ را روی آنها انجام دهید.

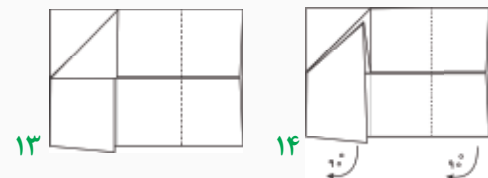
● ۱۱. مانند شکل، یک تا را باز کنید و یکی را ببندید.  
 ● ۱۲. این شکل را خواهید داشت.



● ۱۷. سومی را هم مطابق شکل ۱۷ با دست کنار دیگران بگذارید.  
 ● ۱۸. سه سازه را مانند شکل در هم فرو کنید.



● ۱۳. گوشه بالا سمت چپ را در راستای یک زاویه ۴۵ درجه تا بزنید.



● ۱۹. به همان روشی که در ساخت مکعب ساده به کار بردید، سه سازه ساده دیگر (شکل ۶) را به اینها اضافه کنید و مکعب کلمبوس خود را کامل کنید.

● ۱۴. تایی را که در مرحله ۱۳ درست کرده‌اید، به سمت تو برگردانید.



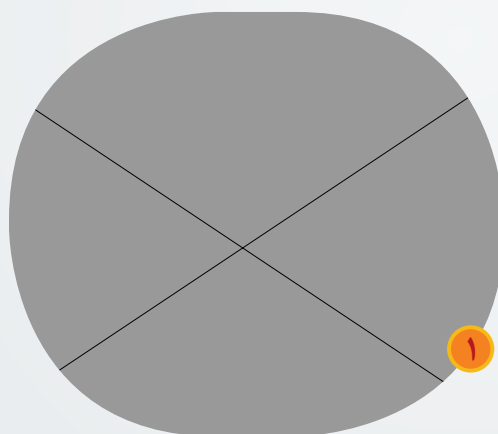
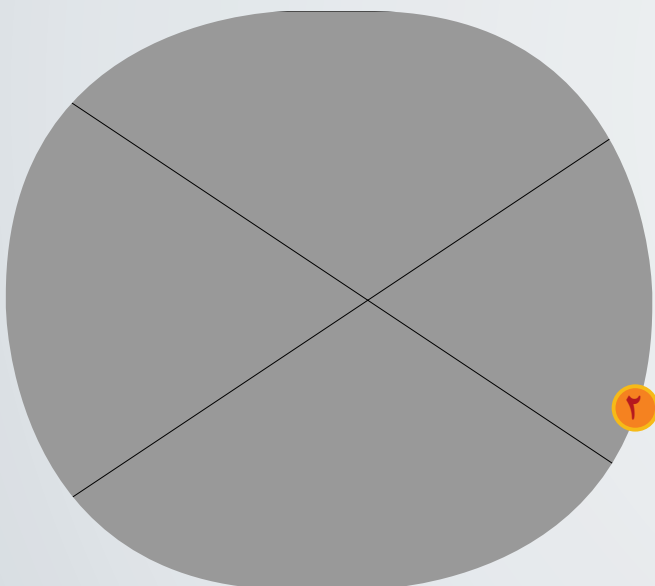
# حجم مثلث

محبوبه رضائی، حمید قراکوزلی

در شماره قبل به این مطلب اشاره کردیم که تعداد چندوجهی‌های منتظم محدود است و فقط با مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و پنج‌ضلعی منتظم می‌توان آن‌ها را ساخت. چندوجهی‌های منتظمی که می‌توان با مثلث متساوی‌الاضلاع بنا کرد، عبارت‌اند از: چهاروجهی منتظم، هشت‌وجهی منتظم و بیست‌وجهی منتظم که البته در مورد چهاروجهی منتظم در شماره قبل صحبت کردیم. در این قسمت می‌خواهیم به ساخت هشت‌وجهی و بیست‌وجهی منتظم بپردازیم.

در ادامه برای بار دوم، روی دو ضلع مقابل مربع دو مثلث دیگر بسازید و سپس نوک مثلث‌ها را به هم برسانید و گره بزنید؛ به صورتی که در شکل‌های ۳ تا ۶ می‌بینید. به این ترتیب یک هشت‌وجهی منتظم زیبا و پایدار خواهید داشت (شکل ۲).

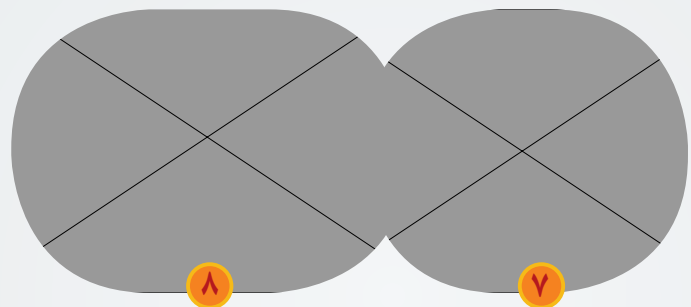
ابتدا تعدادی نی به اندازه یکسان برش بزنید. برای ساخت هشت‌وجهی منتظم ابتدا با عبور دادن کش از نی‌ها و گره زدن دو سر کش یک مربع بسازید. این مربع درواقع مقطعی از چهاروجهی است. سپس روی دو ضلع متقارن مربع دو مثلث ایجاد کنید و نوک مثلث‌ها را به هم برسانید و به کمک یک تکه کش آن‌ها را به صورتی که در شکل (۱) می‌بینید، گره بزنید.



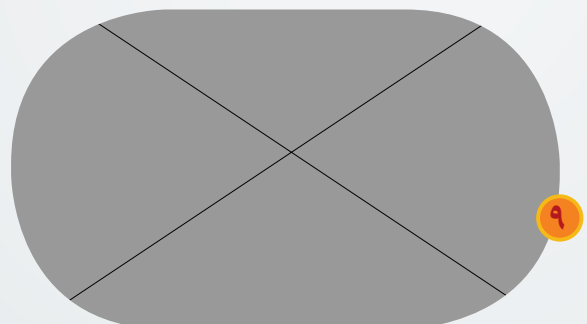
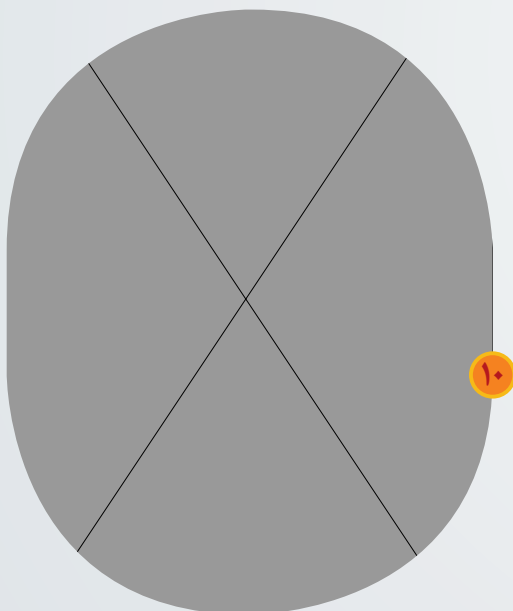


حال نوک هر دو مثلث مجاور را به هم نزدیک کرده و به هر دو گوشه مجاور یک کنج باقی مانده از شکل ۷ برسانید و با استفاده از کش گره بزنید؛ مانند شکل ۹. با ادامه این کار یک بیست وجهی منتظم زیبا و پایدار خواهید داشت (شکل ۱۰). شکل فضایی ایجاد شده را به زمین، به سمت یکدیگر یا به این طرف و آن طرف پرتاب کنید. خواهید دید هیچ تغییری در شکل آن ایجاد نخواهد شد. این یعنی شکل شما از استحکام خوبی برخوردار است. این استحکام به خاطر تغییر نکردن زاویه‌ها در کنج‌هاست و این مطلب هم مدیون شکل مثلث است.

برای ساخت بیست وجهی منتظم باز هم تعدادی نی به اندازه یکسان ببرید. با عبور دادن کش از نی‌ها، دو کنج جداگانه، به طوری که هر کنج از پنج مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شود، ایجاد کنید (شکل ۷).



روی اضلاع بیرونی یکی از کنج‌ها پنج مثلث متساوی‌الاضلاع (مانند شکل ۸) بنا کنید.





# معادله خط را پیدا کن، امتیاز بگیر!

زهرا صباغی

دوستان عزیز، سایت «[www.hoodamath.com](http://www.hoodamath.com)» جزو بهترین سایت‌های بازی ریاضی است. شما با مراجعه به این سایت می‌توانید در همه بخش‌های ریاضی، بازی‌های هیجان‌انگیز و جذابی را پیدا کنید. ما در اینجا سه بازی از بازی‌های مناسب برای دوره متوسطه اول را معرفی می‌کنیم. هنگامی که وارد سایت می‌شوید، می‌توانید با انتخاب «high school games» وارد این بازی‌ها شوید.

## ۱. Slope intercept surround

روی صفحه مختصات یک قسمت آبی وجود دارد که به وسیله دو خط محدود شده است. شما باید معادله این دو خط را پیدا کنید تا بتوانید امتیاز بگیرید.

## ۲. Target SOE

دو معادله در یک دستگاه به شما داده می‌شود. باید دستگاه معادلات را حل کنید و مقادیر مجهول را به دست آورید. برای حل دستگاه می‌توانید با حرکت ماوس در پایین معادله‌ها، محاسبات خود را انجام دهید. نیازی به کاغذ و قلم ندارید.

## ۳. Transformation golf

در صفحه مختصات دو گوی به رنگ‌های سفید و سیاه وجود دارند. شما باید با انتقال، دوران و یا بازتاب، گوی سفید را روی گوی سیاه قرار دهید.

