



گرم شدن زمین ویخ‌های قطبی

نازنین حسن‌نیا



ریاضیات و محیط زیست

میانگین سطح یخ‌های قطبی در ماه سپتامبر از سال ۱۹۷۸ تا سال ۲۰۱۴



نمودار مقابل، مدلی ریاضی برای نمایش وسعت یخ‌های قطبی روی کره زمین است. این نمودار که یک خط شکسته است، با وصل کردن نقاطی به دست آمده که نشان‌دهنده میانگین مساحت یخ‌ها در یک ماه مشخص (سپتامبر) طی سال‌های مختلف بوده‌اند. خط راست آبی رنگ، نشان‌دهنده روند کاهش سطح این یخ‌هاست و به ما کمک می‌کند پیش‌بینی کنیم که اگر با همین روند یخ‌ها آب شوند، تا چند سال دیگر، در قطب‌های کره زمین یخی وجود نخواهد داشت!

صفحه سوم جلد را نیز ببینید.

مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری،
سید امیرحسین بنی جمالی، زهره پندی، نازنین حسن نیا، خسرو داوودی،
حسین غفاری، حسین نامی ساعی
همکاران این شماره: محدثه رجایی، حسام سبحانی طهرانی، محدثه کشاورز
ویراستار: بهروز راستانی
طراح نشانه + طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویر گران: سعید رزاقی، محمدصابر شیخ رضایی، مهدیه قاسمی، حسین یوزباشی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن: ۹-۱۶۱ ۸۸۸۳۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۸۸۳۰ ۱۴۷۸
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۱۴۸۲ ۸۸۳۰، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد مشترکین: ۱۱۴
تلفن امور مشترکین: ۶ و ۷۷۳۳۶۵۵
وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۲۰۰۰ نسخه / چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

یادداشت سردبیر / برهان، دیروز - امروز / سپیده چمن آرا/ ۲

ریاضیات و مدرسه / راه من راه تو، هر دو یا هیچ کدام / محدثه رجایی/ ۳

ریاضیات و بازی / بازی مضرب ها و مقسوم علیه ها / محدثه کشاورز/ ۷

بازی ۲۳، بازی ۱۰۰ و بقیه اعداد / آمنه ابراهیم زاده طاری/ ۱۴

ریاضیات و محاسبه / ماجراهای پویا و عمو تراختنبرگ / امیرحسین بنی جمالی / ۸

ریاضیات و مدرسه / کوچک ترین مخرج مشترک دو کسر / احمد حیدری، سپیده چمن آرا/ ۱۲

ریاضیات و سرگرمی / شعبده های ریاضی آقای شبده چی / بهزاد اسلامی مسلم، حسام سبحانی/ ۱۵

ریاضیات و هنر / چندضلعی ها و ستاره ها / زهره پندی / ۲۰

ریاضیات و مدرسه / وقتی مجموعه ها به شمارش و هندسه مرتبط می شوند / سپیده چمن آرا/ ۲۲

ریاضیات و مسئله / یک مسئله، چند راه حل / نازنین حسن نیا / ۲۶

کی می تونه حل کنه / آمنه ابراهیم زاده طاری/ ۲۹

معرفی سایت / زهرا صباغی / ۲۸

ریاضیات و کاربرد / لیگ های ورزشی چگونه برگزار می شوند / جعفر اسدی گرماردی، حسین غفاری / ۳۰

تبدیل حرکت دایره ای به حرکت خطی / حسین غفاری / ۳۳

گزارش / اگر یک آجر را بربریم، چه شکلهایی به دست می آیند؟ / سپیده چمن آرا، بهزاد اسلامی مسلم / ۳۶
با معلمان ریاضی / ۴۰

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همراه بوده و با آن هم خوانی داشته باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید این موضوع را قید بفرمایید. مقاله یک خط در میان در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. مقاله باید دارای یک تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.



روی جلد: ۲۰۴۸ یک بازی فکری است که روی کاشی هایی که بازی با آن ها انجام می شود، توان های عدد ۲ نوشته شده است. برای اینکه با این بازی بیشتر آشنا شوید، پشت جلد را نیز ببینید.



برهان: دیروز؛ امروز

● مجله در سال گذشته، تنها هشت صفحه رنگی داشت و بقیه صفحات آن دو رنگ چاپ می‌شدند و از امسال مجله تمام رنگی شده است.

● دوست و همراه عزیزمان، خانم لیلا خسروشاهی و عضو عزیز تحریریه، خانم سارا ارشادمنش دیگر در هیئت تحریریه مجله حضور ندارند. در عوض مجله همراهان جدیدی یافته است: خانم‌ها محدثه کشاورز و محدثه رجایی و آقایان حسین غفاری، سیدامیرحسین بنی‌جمالی و حسام سبحانی طهرانی به جمع دوستان شما اضافه شده‌اند.

● قیافه شبنم‌چی هم عوض شده است!

●

●

به جز موارد بالا، باز هم تغییراتی در مجله خواهید یافت. من برای دو مورد که خیلی اساسی هستند، جای خالی گذاشته‌ام. شما آن‌ها را تکمیل کنید و برایمان بفرستید. کسانی که پاسخ درست را برایمان ارسال کنند، به‌عنوان هدیه اشتراک یک دوره کامل مجله را دریافت خواهند کرد. پس اطرافتان را خوب بنگرید؛ تغییرات را ببینید.

سردبیر

یک مهر دیگر، یک سال تحصیلی جدید، و یک شماره دیگر از مجله رشد برهان. این همه تکرار در زندگی. این همه «روزمرگی»... اما بیایید فقط برای چند دقیقه عینک‌هایمان را عوض کنیم. عینکی را که زندگی را «روزمرگی» نشان می‌دهد، از چشم‌هایمان برداریم. عینک دیگری بزنیم...

مهر امسال، یک سال بزرگ‌تر شده‌ایم؛ مجموعه دانش ما در کل بیش از آن است که مهر سال قبل داشتیم. همین دانش بیشتر، پیش‌نیاز و زمینه‌ای برای یادگیری جدید می‌شود. با آموختن، دیگر روزهای زندگی‌مان مثل هم نیستند، چون هریک از ما دیگر آدم روز قبل نیستیم! با آموختن، نگاهمان به دنیا هم به‌مرور تغییر می‌کند و وقایع و امور را تحلیلی‌تر می‌بینیم، دلایل امور را بهتر درک می‌کنیم و بهتر از قبل می‌آموزیم. آموختن فقط از کتاب و درس و مدرسه نیست. از تمام اتفاق‌های دوروبرمان هم می‌توانیم بیاموزیم و بیاموزیم و بیاموزیم... یک دور تمام نشدنی. یک مارپیچ بی‌انتهای.

اما صبر کنید ببینم! هنوز بعضی‌ها عینک‌هایشان را عوض نکرده‌اند و همان عینک قدیم روی چشمانشان است. برای همین هم منظور حرف‌های مرا نمی‌فهمند! حتی اگر هنوز همان عینک‌های قدیم را به چشم داشته باشید، به این مجله که نگاه کنید، کلی آن را از مجله‌های سال‌های قبل متفاوت خواهید دید. نیاز به تغییر عینک هم نیست؛ اگر تنبلی‌تان می‌آید، فقط کافی است کمی دقت کنید!

● رشد برهان فصل‌نامه بود، الان ماه‌نامه شده است.

● ستون «ریاضیات و استدلال» دیگر در مجله نیست و ستون «ریاضیات و هنر» به ستون‌های ثابت مجله اضافه شده است.

● ستون‌های «ریاضیات و کاربرد» و «ریاضیات و فناوری» با هم ادغام شده‌اند و مطالب مربوط به انواع کاربردهای ریاضی، در ستونی تحت نام «ریاضیات و کاربرد» خواهند آمد.

● از آقای علی دانشور، که سال‌ها مسئولیت صفحه‌آرایی مجله را بر عهده داشتند، سپاس‌گزاریم و برایشان آرزوی موفقیت داریم.

تحریریه رشد برهان متوسطه (۱)



راه من، راه تو؛ هر دو یا هیچ کدام؟

محدثه رجایی بخش اول

کلیدواژه‌ها: بازی‌های شانس، گزینه پاسخ‌نامه

دست می‌دهم یا نه.»
آقای احمدی جواب داد: «ته آرش جان. فقط تعداد جواب‌های درست است که اهمیت دارد. انگار که افراد قبیله در این مورد به شما تخفیف داده‌اند!»

و آرش ادامه داد: «پس جواب دادن به سؤال‌ها بهتر از بی‌پاسخ گذاشتن آن‌هاست. اصلاً بهتر است هیچ

سؤالی را بی‌جواب نگذاریم!»

آقای معلم گفت: «بهتر بود اجازه می‌دادی هر کسی خودش در این باره فکر کند و تصمیم بگیرد! با این حال، بله! چون اگر به سؤالی جواب ندهید، مطمئناً از آن هیچ امتیازی نمی‌گیرید، ولی اگر برای آن جوابی انتخاب کنید، این امکان وجود دارد که جوابتان درست باشد و به تعداد جواب‌های درستتان اضافه شود. اگر هم جوابی که انتخاب می‌کنید نادرست باشد، چیزی از دست نمی‌دهید و مثل کسی هستید که به آن سؤال جواب نداده است.»



زنگ مدرسه به صدا درآمد و دانش‌آموزان «کلاس نشاط» کم‌کم دست از کار کشیدند. امید و ایمان در حالی که با حرارت زیادی در مورد یک مسئله ریاضی صحبت می‌کردند، از کلاس خارج شدند. ماجرا از این قرار بود که آقای احمدی، معلم ریاضی آن‌ها، در نیم‌ساعت پایانی کلاس به هر یک از بچه‌ها یک پاسخ‌نامهٔ چهل تایی چهارگزینه‌ای داده بود و از آن‌ها خواسته بود که در فرصت باقی‌مانده تا آخر کلاس به سؤال زیر پاسخ دهند:

شما اسیر یک قبیلهٔ آدم‌خوار شده‌اید و آن‌ها مجبورتن کرده‌اند در امتحانی چهارگزینه‌ای با چهل سؤال شرکت کنید. این امتحان به زبان بومیان قبیله طراحی شده است و شما معنای هیچ‌یک از کلمات را نمی‌دانید! هر چه تعداد پرسش‌هایی که جواب آن‌ها را درست انتخاب می‌کنید بیشتر باشد، مجازات کمتری در انتظار شماست، چه می‌کنید؟
برای چند دقیقه بچه‌ها هیچ حرفی نزدند و بعد آرش گفت: «امتحان آدم‌خوارها نمرهٔ منفی هم دارد؟ می‌خواهم بدانم اگر به سؤالی جواب اشتباه بدهم نمره از



سؤال بعدی را علی پرسید: «ببخشید آقای احمدی! درباره سؤال‌ها که چیزی نمی‌دانیم؛ درباره جواب‌های درست چه‌طور؟ یعنی قبیله‌ای که از آن صحبت می‌کنیم، جواب‌های درست را با روش خاصی بین گزینه‌های مختلف تقسیم می‌کند؟ مثلاً همه چهار گزینه بین جواب‌های درست هستند؟ آیا جواب‌ها به شکلی چیده شده‌اند که هر یک از چهار گزینه دقیقاً ده بار درست باشند؟»

آقای احمدی گفت: «سؤال خیلی خوبی پرسیدی علی! در این قبیله از روش هوشمندانه‌ای برای پخش کردن جواب‌های درست بین چهار گزینه ممکن استفاده می‌شود. در قبیله آدم‌خوار مسئله ما یک ریاضی‌دان هم زندگی می‌کند! این ریاضی‌دان نوعی تاس دارد که آن را از استخوان می‌سازد. البته تاس او فقط چهار وجه دارد و روی هر وجه آن دقیقاً یکی از چهار نماد $\otimes$ ، $\odot$ ، $\boxtimes$ و $\boxdot$ حک شده است. چهار گزینه هر سؤال هم با همین نمادها نام‌گذاری شده‌اند.





خانه‌های پاسخ‌نامه معرفی کنیم. حالا یک راه خوب، روشی است که باعث شود تعداد زیادی از خانه‌هایی که پر کرده‌ایم، همان جواب‌های درست باشند. یعنی می‌خواهیم خانه‌های انتخاب شده در پاسخ‌نامه ما اشتراک زیادی با خانه‌های انتخاب شده پاسخ‌نامه اصلی که فقط گزینه‌های درست در آن پر شده‌اند، داشته باشد. اصلاً بیا هر کدام راه‌حلمان را بگوییم. من برای سؤال اول، گزینه اول، برای سؤال دوم، گزینه دوم، برای سؤال سوم، گزینه سوم و برای سؤال چهارم گزینه چهارم را انتخاب کردم و برای سؤال‌های بعدی همین

کار را تکرار کردم. یعنی سؤال پنجم، گزینه اول، سؤال ششم، گزینه دوم و همین‌طور تا آخر.»

ایمان حس کرد که امید در آن لحظه بیشتر دوست دارد درباره راه‌حل‌های خودشان صحبت کنند تا درباره معنی راه‌حل درست. برای همین بحث را ادامه نداد و گفت: «من برای همه سؤال‌ها گزینه اول را انتخاب کردم.»

وزن و شکل تاس جوری است که ریاضی‌دان انتظار دارد، اگر دفعات زیادی آن را پرتاب کند، هر یک از چهار وجهش تقریباً به یک اندازه روی زمین قرار بگیرد.

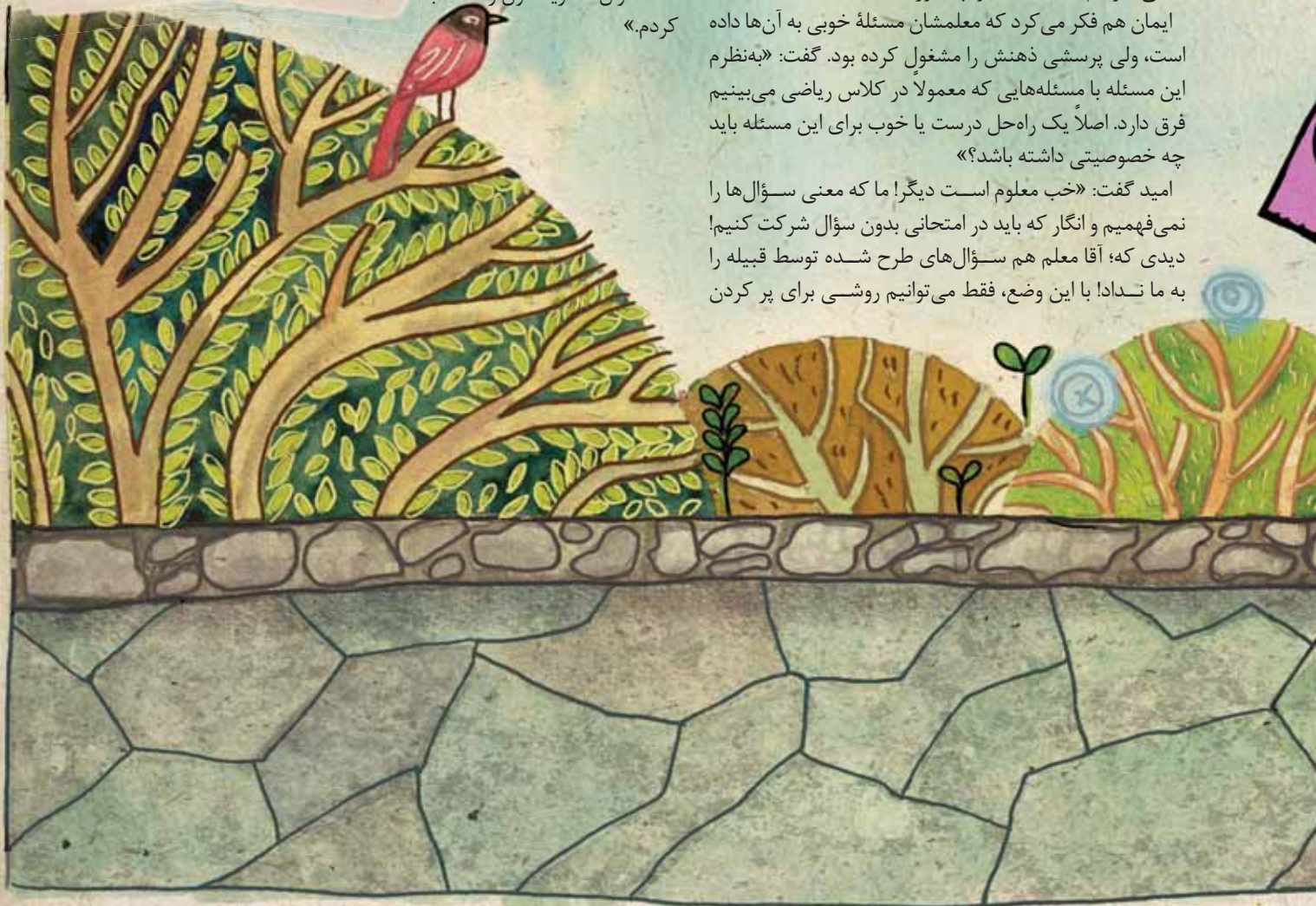
ریاضی‌دان قبیله برای مشخص کردن اینکه جواب درست یک سؤال در کدام گزینه باشد، یک بار تاسش را می‌ریزد و علامت هر وجهی را که روی زمین قرار گرفت، به‌عنوان گزینه‌ای که جواب درست باید در آن قرار بگیرد، انتخاب می‌کند! بنابراین، برای تعیین جای جواب درست سؤال اول، ریاضی‌دان یک بار تاس می‌ریزد. فرض کن وجهی که روی زمین قرار می‌گیرد، همان وجهی است که دارای علامت ۵ است. ریاضی‌دان اعلام می‌کند که جواب درست سؤال اول باید در گزینه ۵ قرار داده شود. برای سؤال دو از نو تاس می‌ریزد و همین‌طور برای هر یک از سؤال‌های بعدی.»

علی از معلم تشکر کرد و بچه‌ها تا آخر زنگ هیچ سؤال دیگری نپرسیدند و سعی کردند روش مناسبی برای نجات دادن جان خودشان پیدا کنند! زنگ که خورد، آقای احمدی پاسخ‌نامه‌ها را جمع کرد و از بچه‌ها خواست که تا جلسه هفته بعد راه‌حلشان و دلیل خوب بودن آن را فراموش نکنند!

در مسیر خانه امید به ایمان گفت: «من که از این مسئله خیلی خوشم آمده است، تو چه‌طور؟»

ایمان هم فکر می‌کرد که معلمشان مسئله خوبی به آن‌ها داده است، ولی پرسشی ذهنش را مشغول کرده بود. گفت: «به‌نظرم این مسئله با مسئله‌هایی که معمولاً در کلاس ریاضی می‌بینیم فرق دارد. اصلاً یک راه‌حل درست یا خوب برای این مسئله باید چه خصوصیتی داشته باشد؟»

امید گفت: «خب معلوم است دیگر! ما که معنی سؤال‌ها را نمی‌فهمیم و انگار که باید در امتحانی بدون سؤال شرکت کنیم! دیدی که؛ آقا معلم هم سؤال‌های طرح شده توسط قبیله را به ما نداد! با این وضع، فقط می‌توانیم روشی برای پر کردن





حالا من یک سؤال دارم: راه‌حلی وجود دارد که وضعیت خیلی خوب باشد؟! مثلاً راه‌حلی که در هر صورت دست‌کم به یکی از سؤال‌ها درست جواب بدهد؟

امید: اجازه بده کمی فکر کنم! خب هر پاسخ‌نامه پرسش‌دهی که در نظر بگیریم، برای هر سؤال یک گزینه را انتخاب کرده است. مثلاً سؤال اول را در نظر بگیریم و فرض کنیم در پاسخ‌نامه گزینه سوم برای آن انتخاب شده است. اگر تاسی که ریاضی‌دان برای آن سؤال ریخته است، روی وجهی نشسته باشد که علامتی به جز $\times$ دارد، آن‌وقت سؤال اول اشتباه جواب داده شده است. وضعیت هر سؤال دیگری هم همین‌طور است. یعنی ممکن است که

تاس ریاضی‌دان جوری روی زمین نشسته باشد که گزینه پرسش‌ده در پاسخ‌نامه، جواب درست نباشد، پس به نظر هر روشی هم که به کار ببریم، ممکن است پاسخ‌نامه واقعی جوری باشد که هیچ امتیازی نگیریم.

ایمان: من هم با این حرف موافقم. پس باید چه کار کنیم؟
امید: حالا بایم روشن‌تر شده است که چرا دنبال معنی روش خوب می‌گشتی! ببین ایمان! فکر کنم این وضعیت به خاطر این است که جای جواب‌های درست به وسیله تاس مشخص می‌شود و کسی بگوید چه اتفاقی می‌افتد. یعنی ما با یک وضعیت وابسته به شانس طرفیم.

ایمان: بله، همین‌طور است. مثل بازی‌هایی که با تاس انجام می‌شوند.

امید و ایمان به خانه امید رسیدند و باید حرف‌هایشان را تمام می‌کردند. امید گفت: «از خواهر بزرگم درباره بازی‌های شانس می‌پرسم. شاید بتوانیم بهتر به مسئله آقای احمدی فکر کنیم.» ایمان گفت: «آقای احمدی وقتی می‌خواست درباره تاس توضیح دهد، به اینکه تاس باید دفعات زیادی پرتاب شود، اشاره کرد. شاید همین نکته هم به ما کمک کند تا وضعیت‌های شانس را بهتر بشناسیم. اگر شد، همین امروز از خواهرت کمک بگیر تا فردا حرف‌هایمان را ادامه دهیم.»

امید خندید و گفت: «تکند تو جواب را می‌دانی؟!»

بعد هم از ایمان خداحافظی کرد و وارد خانه شد.

این داستان ادامه دارد.

* از خانم مونا آزادکیا برای همکاری در این مطلب متشکریم.

امید گفت: «چه عجیب! این‌طوری که تو به همه سؤال‌هایی که جوابشان غیر از گزینه اول باشد، اشتباه جواب داده‌ای! فکر کنم بیشتر سؤال‌ها را اشتباه جواب داده باشی ایمان!» بحث ایمان و امید به این شکل ادامه پیدا کرد:

ایمان: من با خودم گفتم که با این کار هر سؤالی را که جوابش در گزینه اول باشد، حتماً درست جواب می‌دهم. اما قبول دارم که اگر تعداد این سؤال‌ها خیلی کم باشد، یا اصلاً چنین سؤالی وجود نداشته باشد، خیلی ضرر کرده‌ام! تو هم درباره روش کمی توضیح می‌دهی؟

امید: چون آقای احمدی گفت که وجه‌های تاس ریاضی‌دان تقریباً به یک اندازه روی زمین قرار می‌گیرند، من تصمیم گرفتم که هر گزینه را ده بار انتخاب کنم. این‌طوری همه گزینه‌ها به یک اندازه انتخاب شده‌اند.

می‌دانم که مثلاً اگر برای ده سؤال اول گزینه اول، برای ده سؤال دوم گزینه دوم، برای ده سؤال سوم گزینه سوم و برای ده سؤال چهارم گزینه چهارم را انتخاب می‌کردم، هم گزینه‌های مختلف را به یک اندازه انتخاب کرده بودم، اما من می‌خواستم گزینه‌های مختلف به اندازه کافی پخش باشند! به نظرم بعید است که ده سؤال پشت هم جوابشان مثل هم باشد.

ایمان: ببین امید، همین که تو می‌گویی «بعید است» به سؤالی که من پرسیدم ربط دارد.

امید: کدام سؤال؟!

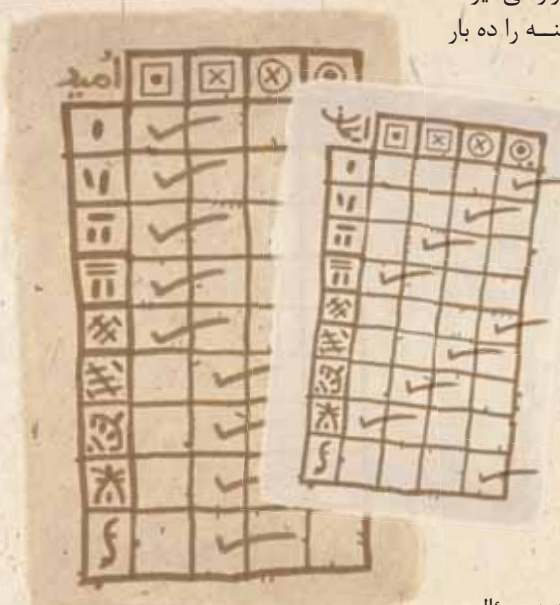
ایمان: اینکه جواب خوب چه نوع جوابی است.

امید: آهان! چرا ربط دارد؟

ایمان: تو قبول داری که ممکن است پاسخ‌نامه واقعی جوری باشد که تو به هیچ سؤالی درست جواب نداده باشی؟ مثلاً فرض کن در پاسخ‌نامه واقعی، جواب سؤال اول گزینه چهارم، جواب سؤال دوم گزینه سوم، جواب سؤال سوم گزینه دوم و جواب سؤال چهارم گزینه اول باشد و همین‌طور تا آخر. قبول داری این روش خیلی شبیه روش توست و اگر پاسخ‌نامه واقعی چنین شکلی داشته باشد، تو به هیچ سؤالی درست جواب نداده‌ای؟

امید: وای ایمان! حق با توست!

ایمان: به نظر لازم نیست خیلی نگران شوی! چه با راه من و چه با راه تو ممکن است جواب‌های واقعی‌طوری باشند که ما امتیاز خیلی کمی بگیریم و یا اصلاً هیچ امتیازی نگیریم!





بازی‌هایی برای کلاس درس

بازی مضرب‌ها و مقسوم‌علیه‌ها

● محدثه کشاورز

این بازی یک بازی دو نفره است. برای انجام بازی به یک صفحه ۱۰ در ۱۰ که روی آن عددهای ۱ تا ۱۰۰ نوشته شده‌اند، احتیاج دارید. **روش بازی:** نفر اول یک عدد را انتخاب می‌کند و آن را از روی صفحه عددها خط می‌زند. حالا نوبت نفر بعد است که عددی را انتخاب کند، اما این عدد باید یا مضرب عدد قبلی باشد یا مقسوم‌علیه آن. (بهتر است یک کاغذ کنارشان داشته باشید و اعدادی را که خط می‌زنید، به ترتیب روی آن بنویسید). بازیکنان به نوبت عددهای خود را انتخاب می‌کنند و خط می‌زنند و در کاغذ می‌نویسند. همان‌طور که حدس می‌زنید، بازی تا جایی پیش می‌رود که بعد از آن دیگر نمی‌توان عددی را از جدول انتخاب کرد که مضرب یا مقسوم‌علیه عدد قبلی باشد و آن را خط زد. **برنده بازی:** کسی که آخرین عدد را از جدول انتخاب کند و خط بزند برنده بازی است. **یک نفره هم می‌توانید بازی کنید:** برای انجام بازی به صورت یک نفره می‌توانید خودتان به جای هر دو نفر عددها را یکی پس از دیگری خط بزنید. سعی کنید بازی را به نحوی انجام دهید که بیشترین تعداد عددهای ممکن را خط بزنید و هر بار سعی کنید این تعداد را بیشتر کنید. به نظر شما بیشترین تعداد اعدادی که می‌توان از جدول ۱ تا ۱۰۰ خط زد چندتا است؟

بعد از چند دور بازی به این چند سؤال فکر کنید:

۱. به نظر شما شروع بازی با عدد ۱ انتخاب خوبی است؟ / ۲. به نظر شما بهتر است در طول بازی چه زمانی از ۱ استفاده کنیم؟
۳. تفاوت مهم عدد ۱ با بقیه عددها در این بازی چیست؟ / ۴. عددهایی هستند که اگر در اولین حرکت انتخابشان کنیم، نفر مقابل چاره‌ای ندارد جز اینکه در حرکت بعدی عدد ۱ را انتخاب کند. آن عددها کدام‌اند؟ / ۵. فرض کنید در حال بازی کردن به صورت تک‌نفره هستید و در هر کدام از حالت‌های زیر، انتخابی جز عددهای نوشته شده ندارید. این عددها را به چه ترتیبی انتخاب می‌کنید که بتوانید همه‌شان را خط بزنید؟ / الف. ۲۳، ۴۶ و ۶۹ / ب. ۱۸، ۳۶، ۵۴ و ۷۲ / ج. ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ / د. ۲، ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰.





ماجراهای پویا و عمو تراختنبرگ

سیدامیرحسین بنی‌جمالی ● ماجرای اول

کلیدواژه‌ها: روش‌های محاسبات سریع، تراختنبرگ، روش ضرب در یازده، روش ضرب در صد و یازده

تا پارسال که پویا کلاس ششم بود، هر وقت که به خانهٔ عمویش می‌رفت، از او می‌خواست تا برایش محسبات ذهنی انجام بدهد. آخرِ عمویش به دانستن کلی روش برای ذهنی و سریع انجام دادن محاسبات معروف بود. ولی قرار بود از وقتی رفت کلاس هفتم و می‌توانست دلیل درست بودن این روش‌ها را متوجه بشود، از عمویش بخواهد تا این روش‌ها را به او یاد بدهد تا خودش هم بتواند ذهنی و سریع محاسبه کند. عمو تراختنبرگ، دوست قدیمی پدرش بود. برای همین هم به او عمو می‌گفت. امروز قرار است پویا اولین روش را از عمویش یاد بگیرد.





و گفت: «جواب ۶۷۳۶۹۸۳ می‌شود.»
عمو تراختنبرگ گفت: «حالا برای اینکه مطمئن بشویم درست حساب کردی، یک‌بار هم از راه ضرب کردن معمولی جواب را به‌دست بیاور.»

پویا دوباره دست به‌کار شد و نوشت:

$$\begin{array}{r} \times \quad 11 \\ 612453 \\ + 6124530 \\ \hline 6736983 \end{array}$$

عمو تراختنبرگ گفت: «پس به‌نظر می‌رسد که درست حساب کرده بودی!»

پویا که از فهمیدن دلیل این روش ذوق کرده بود، حرف عمو تراختنبرگ را قطع کرد و گفت: «حالا فهمیدم چی شد!»
عمو تراختنبرگ پرسید: «فهمیدی چرا اول آن صفر را در سمت چپ عدد نوشتیم؟»

پویا جواب داد: «برای اینکه وقتی در ضرب معمولی داریم ۶۱۲۴۵۳ را با ۶۱۲۴۵۳۰ جمع می‌کنیم، آخرین ۶ با هیچ چیز جمع نمی‌شود. پس آن صفر را در سمت چپ عدد می‌گذاریم تا یادمان باشد که آخرین ۶ نباید با چیزی جمع شود.»

عمو تراختنبرگ ادامه داد: «حالا که دلیل این روش را فهمیدی، می‌توانی بگویی اگر یک رقم از عدد ۶۱۲۴۵۳ تغییر بدهیم و بعد در یازده ضرب کنیم، جواب چه تغییری می‌کند؟»

پویا پرسید: «کدام رقم؟»

عمو تراختنبرگ گفت: «مثلاً فرض کن به جای عدد ۶۱۲۴۵۳، این بار عدد ۶۱۵۴۵۳ را در یازده ضرب کنیم. یعنی رقم چهارم (یکان هزار) را از ۲ به ۵ تغییر دهیم. حالا بگو چند رقم در حاصل ضرب تغییر می‌کند؟»

پویا کمی فکر کرد و گفت: «خب برای ضرب ۶۱۲۴۵۳ در یازده، ۲ یک‌بار با ۴ جمع می‌شد و یک‌بار هم با ۱ جمع می‌شد، پس اگر ۲ را به ۵ تغییر دهیم دو رقم در جواب تغییر می‌کند.

یعنی:

$$\begin{array}{r} \times \quad 11 \\ 612453 \\ + 6124530 \\ \hline 6736983 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{عدد مورد نظر} \\ \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

پس جواب این بار ۶۷۶۹۹۸۳ می‌شود.»
عمو تراختنبرگ گفت: «اگر در ضربی هم که انجام دادی ۲ را به ۵ تغییر دهی، باز هم می‌بینی که همین دو رقم تغییر می‌کند:

$$\begin{array}{r} \times \quad 11 \\ 615453 \\ + 6154530 \\ \hline 6769983 \end{array}$$

عمو تراختنبرگ این‌طور شروع کرد: «امروز قرار است یاد بگیریم چه‌جوری خیلی سریع یک عدد را در یازده ضرب کنیم. برای شروع فرض کن می‌خواهیم ۶۳۲ را در یازده ضرب کنیم. ابتدا یک صفر به سمت چپ عدد ۶۳۲ اضافه کن که حتماً می‌دانی تأثیری در مقدار آن ندارد. بعد ۶۳۲ را در جدولی مثل زیر بنویس:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 3 & 2 \\ \hline & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

از سمت راست یعنی از یکان شروع می‌کنیم. اولین رقم حاصل ضرب همان اولین رقم مورد نظر خواهد بود:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 3 & 2 \\ \hline & \downarrow \\ & 2 \\ & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

دومین رقم حاصل ضرب، مجموع اولین و دومین رقم عدد مورد نظر خواهد بود:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 3 & 2 \\ \hline & \downarrow \downarrow \\ & 3+2 & 2 \\ & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

و به همین ترتیب سومین رقم حاصل ضرب، مجموع دومین و سومین رقم عدد مورد نظر خواهد بود:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 3 & 2 \\ \hline & \downarrow \downarrow \downarrow \\ & 6+3 & 5 & 2 \\ & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

و چهارمین رقم حاصل ضرب، مجموع سومین و چهارمین رقم عدد مورد نظر خواهد بود:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 3 & 2 \\ \hline & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ & 0+6 & 9 & 5 & 2 \\ & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$

در نهایت حاصل ضرب ۶۳۲ در یازده، عدد ۶۹۵۲ خواهد شد. حالا اگر خوب متوجه شدی، با همین روش حاصل ضرب ۶۱۲۴۵۳ در یازده را به دست بیاور.»
پویا دست به‌کار شد و جدول زیر را کشید و کامل کرد:

$$\begin{array}{r|l} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 & 5 & 3 \\ \hline & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ & 0+6 & 6+1 & 1+2 & 2+4 & 4+5 & 5+3 & 3 \\ & \text{عدد مورد نظر} \\ & \text{حاصل ضرب در یازده} \end{array}$$



عدد مورد نظر	۷	۶	۳	۸	۳
حاصل ضرب در یازده					
عدد مورد نظر	۶	۹	۷	۹	۸
حاصل ضرب در یازده					

شما هم دست به کار شوید و با پویا و عمو، مسابقه دهید!

بعد از اینکه هر دو تقریباً هم‌زمان همه ضرب‌ها را به درستی انجام دادند، عمو تراختنبرگ پرسید: «حالا که توانستی این عددها را سریع و درست در یازده ضرب کنی، فکر کن بین می‌توانی خودت روشی برای ضرب کردن سریع اعداد در صدویازده پیشنهاد بدهی؟»

همین‌طور که پویا داشت فکر می‌کرد، عمو تراختنبرگ گفت: «برای شروع بد نیست اگر یک عدد را با همان روش ضرب معمولی در صدویازده ضرب کنی تا ببینی چه اتفاقی می‌افتد!»

$$\begin{array}{r}
 2314 \\
 \times 111 \\
 \hline
 2314 \\
 23140 \\
 + 231400 \\
 \hline
 256854
 \end{array}$$

«خُب به‌نظر من...»

عمو حرف پویا را قطع کرد و گفت: «قبل از اینکه روش را به من بگویی، برای خودت بنویس و روی چند عدد امتحان کن تا ببینی درست است یا نه و یک روز دیگر که آمدی پیش من در موردش صحبت می‌کنیم.»

پویا جواب داد: «باشد!»

و همین‌طور که داشت به روش جدید خودش برای ضرب اعداد در صدویازده فکر می‌کرد، با عمو تراختنبرگ خداحافظی کرد و رفت.

وقتی پویا به خانه رسید، برای اینکه از روش خودش مطمئن شود، عدد دیگری را در ۱۱۱ ضرب کرد:

$$\begin{array}{r}
 32312 \\
 \times 111 \\
 \hline
 32312 \\
 + 323120 \\
 \hline
 3231200 \\
 \hline
 3586632
 \end{array}$$

حالا ۱۷۵ را در یازده ضرب کن.»

پویا با بی‌حوصلگی گفت: «من که توانستم ۶۱۲۴۵۳ را در یازده ضرب کنم، اینکه دیگر کاری ندارد!»

سپس دست به کار شد و جدول زیر را کشید و کامل کرد:

عدد مورد نظر	۵	۷	۱	۰
حاصل ضرب در یازده	۵	۱۲	۸	۱

و جواب داد: «اینکه کاری نداشت، جواب ۱۸۱۲۵ می‌شود!»

عمو از پویا خواست تا برای اطمینان این بار هم با ضرب معمولی جواب خود را امتحان کند و باز هم پویا شروع به نوشتن کرد:

$$\begin{array}{r}
 175 \\
 \times 11 \\
 \hline
 175 \\
 + 1750 \\
 \hline
 1925
 \end{array}$$

سپس پویا با تعجب گفت: «چرا این بار جواب فرق می‌کند؟!»

عمو تراختنبرگ پرسید: «در روش ضرب کردن معمولی وقتی داری ۱۷۵ را با ۱۷۵۰ جمع می‌کنی و ۷ به علاوه ۵ می‌شود ۱۲، چه کار می‌کنی؟»

پویا جواب داد: «خُب ۲ را می‌نویسم و ۱ را به‌عنوان به رقم بعد، انتقال می‌دهم.»

عمو تراختنبرگ ادامه داد: «در این روش هم وقتی ۵ را با ۷ جمع کردی و جواب ۱۲ شد، باید همین کار را می‌کردی.»

عدد مورد نظر	۵	۷	۱	۰
حاصل ضرب در یازده	۵	۱۲	۸	۱
	۲	۹		

پویا که حالا بهتر این روش را متوجه شده بود، گفت: «پس از این روش هم جواب همان ۱۹۲۵ به‌دست می‌آید!»

عمو تراختنبرگ گفت: «خُب حالا که این روش را به‌طور کامل یاد گرفتی، بیا با هم مسابقه بدهیم. من چند عدد می‌نویسم بعد اول با این روش آن‌ها را در یازده ضرب می‌کنیم و بعد جواب‌ها را با ماشین حساب چک می‌کنیم تا ببینیم چه کسی سریع‌تر و درست جواب‌ها را به‌دست آورده است!»

عدد مورد نظر	۴	۵	۳	
حاصل ضرب در یازده				
عدد مورد نظر	۱	۵	۶	۳
حاصل ضرب در یازده				



و بعد روش خودش را نوشت تا بعداً به عمو تراختنبرگ بدهد:

« برای ضرب یک عدد در ۱۱۱، ابتدا دو تا صفر به سمت چپ عدد اضافه می‌کنیم. بعد از سمت راست رقم اول را در جواب می‌نویسیم. جمع رقم اول و دوم را به عنوان رقم دوم جواب می‌نویسیم. جمع رقم‌های اول، دوم و سوم را به عنوان رقم سوم جواب می‌نویسیم. جمع رقم‌های دوم، سوم و چهارم را به عنوان رقم چهارم جواب می‌نویسیم. و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا ارقام عدد کاملاً تمام شوند. اگر هم در این جمع‌ها عددی بزرگ‌تر از نه به وجود آمد، دهگان آن را به جواب جمع سه رقم بعدی اضافه می‌کنیم.»





کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر

با ساده کردن مخرج‌ها

● احمد حیدری / بازنویسی: سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: کسر، کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها، ساده کردن کسرها

برای اینکه بتوانیم دو کسر را که مخرجشان با هم متفاوت است، جمع یا تفریق کنیم، باید آن‌ها را هم‌مخرج کنیم، یا به قول معروف، بین آن‌ها مخرج مشترک بگیریم. مثلاً اگر بخواهیم دو کسر $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{6}$ را با هم جمع کنیم، باید کسرهایی مساوی با $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{6}$ بیابیم که مخرج یکسان داشته باشند؛ مثل $\frac{30}{36}$ و $\frac{16}{36}$ یا $\frac{45}{54}$ و $\frac{24}{54}$. برای مقایسه کسرها نیز گاهی لازم می‌شود که «مخرج مشترک بگیریم»! به هر حال مخرج مشترک گرفتن، یا در واقع یافتن یک مضرب مشترک برای مخرج‌های دو یا چند کسر، خیلی جاها لازم می‌شود. از طرف دیگر، بسیاری مواقع برای اینکه عددها خیلی بزرگ نشوند، به دنبال کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها هستیم.

در زیر روشی برای یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر می‌بینید:

فرض کنید می‌خواهیم حاصل $\frac{4}{9} + \frac{5}{6}$ را پیدا کنیم و برای این کار لازم است مخرج مشترک دو کسر را بیابیم. نخست مخرج‌ها را به صورت یک کسر می‌نویسیم:

$$\frac{9}{6} \quad (\text{یا } \frac{6}{9}, \text{ فرقی نمی‌کند}).$$

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} \quad \text{سپس این کسر را کاملاً ساده می‌کنیم:}$$

حال تناسب حاصل را طرفین - وسطین می‌کنیم:

$$9 \times 2 = 6 \times 3 = 18$$



حاصل ۱۱۲ را با مخرج بعدی که از بقیه بزرگ تر است در نظر می گیریم:

$$\frac{112}{12} = \frac{28}{3} \xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} 3 \times 112 = 12 \times 28 = 336$$

و به همین ترتیب ادامه می دهیم تا کوچک ترین مخرج مشترک همه کسرها به دست آید:

$$\frac{336}{8} = \frac{42}{1} \xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} 336 \times 1 = 8 \times 42 = 336$$

پس کوچک ترین مخرج مشترک همه کسرها، ۳۳۶ است و داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{5}{12} + \frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{2}{1} - \frac{3}{14} \\ &= \frac{(5 \times 28) + (3 \times 7 \times 2) - (1 \times 14 \times 2) + (2 \times 336) - (3 \times 8 \times 2)}{336} \end{aligned}$$

آیا می توانید توضیح دهید چگونه فهمیدیم صورت هر کسر را باید در چه عددی ضرب کنیم تا کسرها هم مخرج شوند؟ به محاسبات بالا نگاهی دوباره بیندازید.

پس کوچک ترین مخرج مشترک کسرهای $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{6}$ ، عدد ۱۸ است، و داریم

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{6} = \frac{8}{18} + \frac{15}{18} = \frac{23}{18}$$

به مثال دیگری توجه کنید. می خواهیم حاصل $\frac{1}{6} - \frac{7}{8}$ را پیدا کنیم و باید بین کسرها مخرج مشترک بگیریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} &= \frac{4}{24} \\ \downarrow \text{طرفین - وسطین} \\ 3 \times 8 &= 6 \times 4 = 24 \end{aligned}$$

↓ کوچک ترین مخرج مشترک، ۲۴ است

$$\frac{21}{24} - \frac{4}{24} = \frac{17}{24}$$

باز هم مثالی دیگر: اگر بخواهیم دو کسر $\frac{17}{64}$ و $\frac{13}{48}$ را با هم مخرج کردن کسرها با هم مقایسه کنیم، باید مراحل زیر

را طی کنیم:

$$\frac{48}{64} = \frac{24}{32} = \frac{12}{16} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

↓ تناسب با ساده ترین کسر

$$\begin{aligned} \frac{48}{64} &= \frac{3}{4} \\ \downarrow \text{طرفین - وسطین} \\ 4 \times 48 &= 3 \times 64 = 192 \end{aligned}$$

↓ کوچک ترین مخرج مشترک، ۱۹۲ است

$$\frac{17}{64} = \frac{3 \times 17}{3 \times 64} = \frac{51}{192} \quad \text{و} \quad \frac{13}{48} = \frac{4 \times 13}{4 \times 48} = \frac{52}{192}$$

توجه کنید که از روی طرفین - وسطین معلوم است که برای نوشتن کسرهای مساوی با کسرهای اولیه، باید صورت و مخرج آن ها را در چه عددهایی ضرب کنیم.

حال یک سؤال مهم مطرح می شود: چگونه از این روش برای یافتن کوچک ترین مخرج مشترک چند کسر استفاده کنیم؟ برای اینکه پاسخ این سؤال را ببینید، به مثال زیر توجه کنید:

$$\frac{5}{12} + \frac{3}{16} - \frac{1}{8} + 2 - \frac{3}{14}$$

نخست دو مخرجی را که از همه بزرگ تر هستند در نظر

می گیریم و بین آن ها کوچک ترین مخرج مشترک را می یابیم:

$$\frac{14}{16} = \frac{7}{8} \xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} 8 \times 14 = 7 \times 16 = 112$$



● آمنة ابراهیم زاده طاری

بازی ۲۳، بازی ۱۰۰ و بقیه اعداد!

بازی ۲۳: این بازی دو نفره است. در این بازی، هر کسی در نوبتش باید یک عدد بگوید. اما هر بار می‌توانیم چه عددی را انتخاب کنیم؟ در ابتدای بازی، نفر اول عددش را از بین عددهای ۱ تا ۴ انتخاب می‌کند. بعد از این، عدد هر بازیکن باید از عددی که حریفش آخرین بار گفته، یکی، دوتا، سه‌تا و یا چهارتا بیشتر باشد. مثلاً اگر حریفان عدد ۱۳ را گفته باشد، شما باید از بین عددهای ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷ یک عدد انتخاب کنید. حالا برنده بازی چه کسی است؟ کسی که عدد ۲۳ را بگوید.

سؤال ۱. در بازی ۲۳، حریفان یکی از اعداد ۱۹، ۲۰، ۲۱ و ۲۲ را می‌گویند. در این صورت چه کسی می‌تواند برنده شود؟
سؤال ۲. در بازی ۲۳، حریفان عدد ۱۸ را می‌گویند. شما چه عددی را می‌گویید؟ آیا عددی وجود دارد که اگر آن را بگویید، مطمئن باشید بازی را می‌برید؟

سؤال ۳. در بازی ۲۳، حریفان عدد ۱۷ را می‌گویند. شما از بین عددهای ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ کدام را انتخاب می‌کنید؟ آیا عددی وجود دارد که اگر آن را بگویید، مطمئن باشید بازی را می‌برید؟ اگر حریفان یکی از اعداد ۱۴، ۱۵ و ۱۶ را بگوید چه‌طور؟

حالا بیایید قواعد بازی را کمی تغییر دهیم تا بازی‌مان تبدیل شود به **بازی ۱۰۰!**

بازی ۱۰۰: این بازی هم مثل بازی ۲۳ دو نفره است. در این بازی، هر کسی در نوبتش باید یک عدد بگوید. اما هر بار می‌توانیم چه عددی را انتخاب کنیم؟ در ابتدای بازی، نفر اول عددش را از بین اعداد ۱ تا ۱۰ انتخاب می‌کند. بعد از این، عدد هر بازیکن باید از عددی که حریفش آخرین بار گفته، حداقل یکی و حداکثر ۱۰ تا بیشتر باشد. مثلاً اگر حریفان عدد ۵۴ را گفته باشد، شما باید از بین عددهای ۵۵، ۵۶، ... و ۶۴ یک عدد انتخاب کنید. حالا برنده بازی چه کسی است؟ کسی که عدد ۱۰۰ را بگوید.

مسئله ۱. مشغول بازی ۱۰۰ هستید و حریفان به شما عدد ۸۴ را می‌گویند. بهتر است در این نوبت از بازی چه عددی را بگویید؟
مسئله ۲. در بازی ۱۰۰، حریفان عدد ۷۱ را انتخاب می‌کند. بهتر است در این نوبت از بازی چه عددی را انتخاب کنید؟ آیا عددی هست که با گفتنش مطمئن باشید می‌توانید بازی را ببرید؟

می‌توانید قواعد بازی را باز هم تغییر بدهید تا بازی‌های جدیدی با اعداد دیگر بسازید. ببینید در این بازی‌ها بهتر است چه عددی را بگویید و چه عددی را نگویید!



شعبده‌های ریاضی

• بهزاد اسلامی مسلم، حسام سبحانی طهرانی

آقای شبده‌چی

- حالا اگر بقیه ندانند، من که می‌دانم که سر کلاس ریاضی، مدام در حال بازی هستی. کار داشت به جاهای باریک می‌کشید که با صدای آقای شبده‌چی، حواس بچه‌ها به سکوی توی حیاط جمع شد.

- خب... کی حاضر است در شعبده‌ما شرکت کند؟

چند نفر دستشان را بالا گرفتند و مدام بالا و پایین می‌پریدند. آقای شبده‌چی رو کرد به شبی و گفت: «تو انتخاب کن.»

شبی گفت: «مؤید، تو بیا بالا.»

مؤید رفت بالای سکوی

شبده‌چی از بچه‌ها خواست او

را تشویق کنند. سپس گفت:

«یک عدد دو رقمی در ذهنت

انتخاب کن اما به هیچ کس نگو.

بعد حاصل جمع رقم‌های آن را از

خودش کم کن. مثلاً اگر ۶۱ را انتخاب

کرده باشی، حاصل جمع رقم‌هایش

می‌شود ۷. پس باید ۶۱-۷ را حساب

کنی. یا اگر ۸۸ را انتخاب کرده باشی،

حاصل جمع رقم‌هایش می‌شود ۱۶.

پس باید ۸۸-۱۶ را حساب کنی.

بعد شبی به تو کارتی نشان می‌دهد.

روی این کارت، جلوی هر عددی یک علامت

نوشته شده است. آن علامت را نگاه کن. ما

از توی ذهنت، علامت را می‌خوانیم!» بعد

کارت‌ها را به دانش‌آموزان نشان داد.

مؤید عددی را در ذهنش انتخاب کرد

و با انجام محاسبات، حاصل موردنظر را

به‌دست آورد. سپس شبی به او کارتی

داد و مؤید علامت مخصوص آن عدد

را از کارت پیدا کرد.

در دوازده شماره قبل برهان، با آقای شبده‌چی آشنا شدید؛ شعبده‌بازی مشهور که در شعبده‌هایش از ریاضی استفاده می‌کند. حتماً به یاد دارید که شبی (پسر آقای شبده‌چی) دارد فوت‌وفن‌های مخصوص پدر را یاد می‌گیرد تا راه او را ادامه دهد. شبی به مدرسه‌اش است تا در برنامه صبحگاه مدرسه، شعبده ریاضی اجرا کند.

آقای شبده‌چی رو

به بچه‌های مدرسه کرد

و گفت: «این شما و این دستیار

جدیدم... شبی!»

صدای همه بچه‌ها در کل حیاط

مدرسه پیچید.

- بچه‌ها... شبی را ببینید!...

- پس راست می‌گفت که پدرش شعبده‌باز

است. دیدی منافی؟

- من که باور نمی‌کنم! فقط لباس شعبده‌بازها

را پوشیده‌اند. مگر نه، بیطرف؟

- من هیچ نظری ندارم.

منافی با عصبانیت به بیطرف گفت: «تشد یک‌بار

تو نظری داشته باشی؟»

مؤید پرید وسط حرف منافی و گفت: «به‌نظر من،

این لباس خیلی هم به شبی می‌آید. مطمئنم برنامه

جالبی اجرا خواهند کرد.»

با این حرف، بحث بین بچه‌های مدرسه بالا

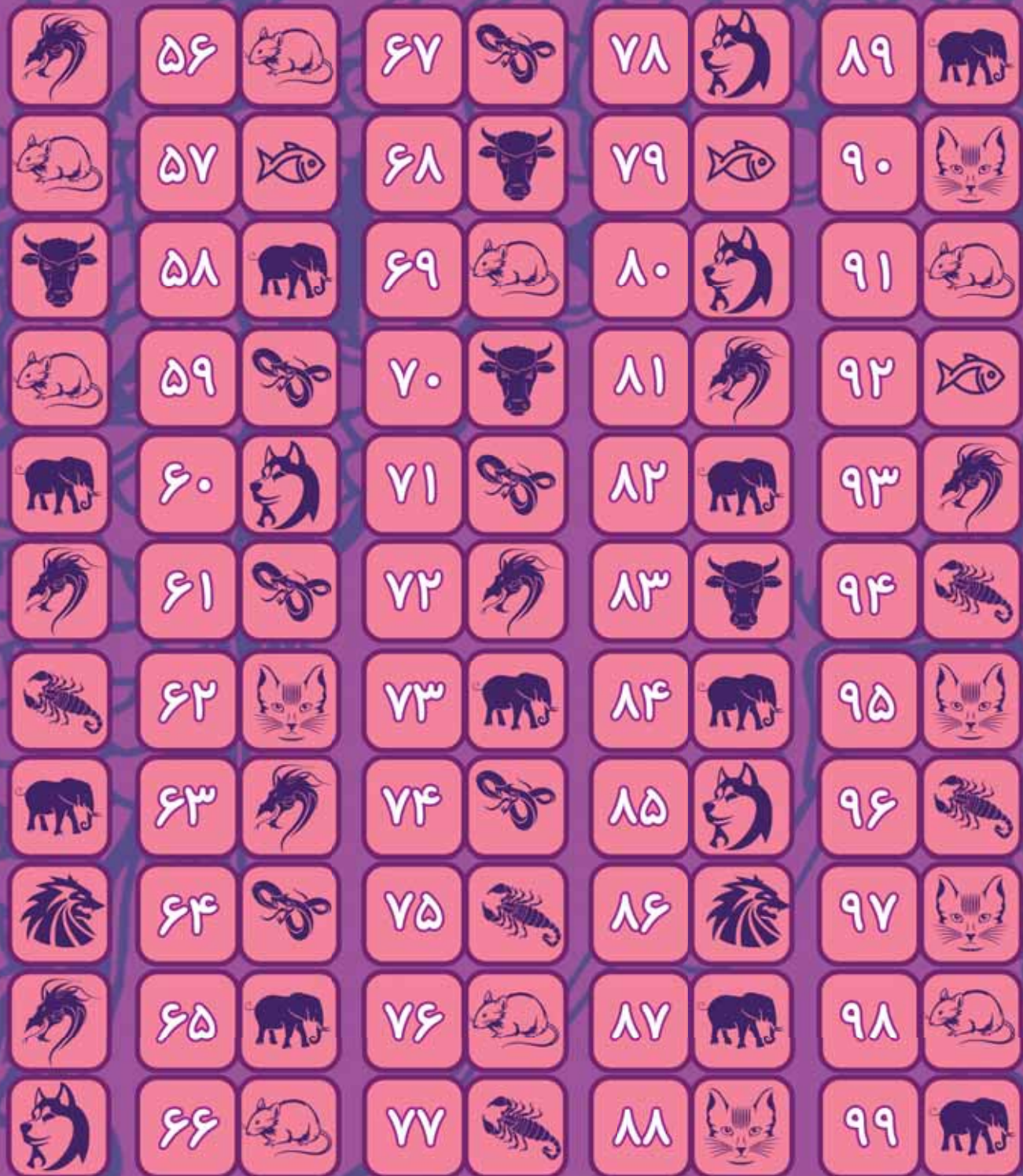
گرفت:

- نه بابا! مجبوریم اول صبح سر صف زیر

آفتاب بایستیم و کارهای بی‌مزه‌شان را تماشا کنیم.

- الکی الکی زنگ اول پرید! ریاضی داشتیم!







۱		۱۲		۲۳		۳۴		۴۵
۲		۱۳		۲۴		۳۵		۴۶
۳		۱۴		۲۵		۳۶		۴۷
۴		۱۵		۲۶		۳۷		۴۸
۵		۱۶		۲۷		۳۸		۴۹
۶		۱۷		۲۸		۳۹		۵۰
۷		۱۸		۲۹		۴۰		۵۱
۸		۱۹		۳۰		۴۱		۵۲
۹		۲۰		۳۱		۴۲		۵۳
۱۰		۲۱		۳۲		۴۳		۵۴
۱۱		۲۲		۳۳		۴۴		۵۵



شبده چی گفت: «من مطمئنم هر دوی شما در محاسبات دقت زیادی دارید. اما خب ممکن است آدم اشتباه کند. شما، من، معلم ریاضی‌تان، حتی ریاضی‌دان‌های بزرگ، همگی ممکن است در محاسبه‌ای خطا داشته باشیم. خواهش می‌کنم یک بار دیگر حساب کن، و این بار روی کاغذ.»

منافی با تردید پذیرفت و بعد از محاسبه روی کاغذ و نگاه به کارت، منتظر جواب **شبده چی** ماند. اما این بار هم با شنیدن جوابش نیشخندی زد و گفت که غلط است. **شبیه** عصبانی شد و فریاد زد: «اگر راست می‌گویی، کاغذت را نشان بده.»

منافی هم بلافاصله کاغذ را ریزیز کرد و گفت: «مگر من بی‌کارم که کاغذ را به شما نشان بدهم؟!»

شبیه خواست با عصبانیت به طرف **منافی** برود که پدرش جلوی او را گرفت و گفت: «تو حق نداری با دوست این‌طور برخورد کنی. این اشتباه من بود که نتوانستم به درستی ذهن **منافی** را بخوانم. حالا تلاش می‌کنم برای نفرت بعدی تمرکز را بیشتر کنم.»

آن روز ۱۰ نفر دیگر از بچه‌ها یکی یکی بالا آمدند و آقای **شبده چی** به راحتی توانست علامت هریک از آن‌ها را حدس بزند. در پایان، **شبده چی** از بچه‌ها پرسید که آیا کسی موفق شده است راز **شعبده** را کشف کند. از بین بچه‌ها فقط یک نفر دستش را بلند کرد: **مؤید**!

مؤید راز **شعبده** را توضیح داد. اگر می‌خواهید از توضیحات **مؤید** باخبر شوید، قسمت «راز **شعبده**» را بخوانید.

با فاش شدن راز **شعبده**، بچه‌ها متوجه شدند که **منافی** راست نگفته بود. **شبده چی** که متوجه نگاه سنگین بچه‌ها شده بود، گفت «امروز می‌خواهم از دو نفر تشکر کنم: از **مؤید** که این قدر خوب راز **شعبده** را توضیح داد، و از **منافی** که با شوخی جالبش باعث شد هیجان **شعبده‌بازی** ما خیلی بیشتر شود.»

با تمام شدن تشویق بچه‌ها، **مؤید** گفت: «آقای **شبده چی**، من یک **شعبده** شبیه به این بلدم. بگویم؟»

– بگو، جانم.

– اگر به جای محاسبه‌ای که گفتید، از ما می‌خواستید محاسبه‌ای دیگر انجام دهیم، باز هم با همین کارت‌ها می‌توانستید **شعبده‌بازی** کنید. محاسبه موردنظر من این است: عدد را منهای برعکسش کنیم. مثلاً ۶۸-۸۶ یا ۲۵-۵۲. بعد علامتش را در کارتمان نگاه می‌کنیم.

شبده چی فکری کرد و گفت: «آفرین! فقط در اینجا ممکن است عدد منفی شود. بهتر است عدد بزرگ‌تر را منهای عدد کوچک‌تر کنیم تا این اتفاق نیفتد.»

مؤید پرسید: «آقا، راز این را هم توضیح بدهم؟»

شبده چی جواب داد: «نه، بگذار هریک از بچه‌ها خودشان به دنبال رازش بروند. من امیدوارم که بتوانند رازش را به تنهایی کشف کنند.»

آقای **شبده چی** کارت را از دست **شبیه** گرفت و نگاهی به آن انداخت. چند ثانیه‌ای به چشم‌های **مؤید** خیره شد و گفت: «**مؤید**... داری مقاومت می‌کنی که ذهنت را نخوانم. اما مطمئن باش که نمی‌توانی! به من می‌گویند **شبده چی**!»

مؤید حسابی هیجان‌زده شده بود. آقای **شبده چی** لحظه‌ای چشم‌هایش را بست و دست‌هایش را مشت کرد. ناگهان گفت: «ژدها!»

چشم‌های **مؤید** از تعجب گرد مانده بود. **شبیه** از او پرسید: «درست بود؟»

چشم‌های بچه‌ها به **مؤید** خیره شده بود. همین که **مؤید** سرش را به نشانه درست بودن تکان داد، صدای جیغ و تشویق بچه‌ها در حیاط پیچید. در آن میان، ناگهان صدای **منافی** شنیده شد که می‌گفت: «همه می‌دانند که **شبیه** با **مؤید** دوست است. برای همین هم او را انتخاب کرد.»

با این حرف **منافی**، سکوتی بین بچه‌ها حکم‌فرما شد و فقط گهگاه صدای پیچ می‌آمد. همه منتظر واکنش آقای **شبده چی** بودند. او که با خونسردی لبخند می‌زد، گفت: «البته اینجا مدرسه است و همه با یکدیگر دوست‌اند. لطفاً بیابالای سکو.»

منافی زیر لب گفت: «خواهید دید!» و رفت بالای سکو.

شبده چی قواعد **شعبده** را دوباره برای **منافی** شرح داد و از **شبیه** خواست که کارت را به او نشان بدهد. این بار هم به چشم‌های **منافی** خیره شد و کمی زودتر از قبل گفت: «مارا!»

منافی نیشخند زد و گفت: «تخیر! عقب بود.» با این حرف، چند تا از بچه‌ها زدند زیر خنده و آن قدر سروصدا شد که صدا به صدا نمی‌رسید.

صورت **شبیه** از خجالت سرخ شده بود و داشت عرق می‌ریخت. اما **شبده چی** با خونسردی منتظر شد تا بچه‌ها آرام شوند. سپس رو کرد به **منافی** و گفت: «مطمئنی که محاسباتت را درست انجام داده‌ای؟»

منافی با ترشروی گفت: «مگر من مثل **شبیه** هستم که نتوانم جمع و تفریق‌های ساده را درست انجام دهم؟!»





راز شعبده

شما هم به راحتی می‌توانید کارت این شعبده را طراحی کنید: جلوی عددهای ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲ و ۸۱ علامت یکسان بگذارید و جلوی عددهای دیگر، هر علامتی که دوست دارید!

توضیح بیشتر

اگر بخواهیم از درستی نکته اول مطمئن شویم، شاید راحت‌ترین راه این باشد که همه عددها را بررسی کنیم. ما بعضی از آن‌ها را در جدول زیر نوشته‌ایم. و شما این جدول را برای همه اعداد ۱ تا ۹۹ کامل کنید.

عدد	جمع ارقام	حاصل
۱۲	۳	۹
۱۵	۶	۹
۲۱	۳	۱۸
۲۴	۶	۱۸
۳۰	۳	۲۷
۳۲	۵	۲۷

اما ماجرا عمیق‌تر از این حرف‌هاست! شاید متوجه شده باشید که همه عددهای ممکن (یعنی ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲ و ۸۱)، مضرب ۹ هستند. آیا دلیلی هم پشت این امر هست؟ بله! **یادآوری:** روش آسانی برای بررسی بخش‌پذیری بر ۹ وجود دارد: رقم‌های عدد را جمع می‌کنیم. اگر حاصل جمع بر ۹ بخش‌پذیر بود، عدد اصلی هم بر ۹ بخش‌پذیر است و اگر نبود، عدد اصلی هم نیست.

- **مثال ۱.** ۷۸۲۱ بر ۹ بخش‌پذیر است، زیرا حاصل جمع ارقامش (یعنی ۱۸) بر ۹ بخش‌پذیر است.
- **مثال ۲.** ۱۲۳۴ بر ۹ بخش‌پذیر نیست، زیرا حاصل جمع ارقامش (یعنی ۱۰) بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

پس اگر باقی‌مانده عدد در تقسیم بر ۹ صفر شود، باقی‌مانده حاصل جمع ارقامش همچنین است. اما این روش در مورد هر باقی‌مانده‌ای درست است، نه فقط صفر! یعنی باقی‌مانده عدد در تقسیم بر ۹ = باقی‌مانده حاصل جمع رقم‌هایش در تقسیم بر ۹

- **مثال ۳.** باقی‌مانده تقسیم ۱۹۲۸۳ بر ۹ چند است؟
راه حل: حاصل جمع ارقام برابر است با ۲۳. باقی‌مانده ۲۳ در تقسیم بر ۹ برابر است با ۵. پس جواب سؤال برابر است با ۵. همه این‌ها را گفتیم، تا برسیم به اینکه چرا حاصل محاسبه ما حتماً بر ۹ بخش‌پذیر است. دلیلش این است:
- وقتی دو عدد را که در تقسیم بر ۹ باقی‌مانده یکسان دارند، منها کنیم، حاصل بر ۹ بخش‌پذیر می‌شود.
- (همان‌طور که گفتیم) باقی‌مانده تقسیم عدد بر ۹ = باقی‌مانده تقسیم حاصل جمع رقم‌هایش بر ۹.
- پس وقتی عدد را منهای حاصل جمع رقم‌هایش کنیم، حاصل بر ۹ بخش‌پذیر می‌شود!

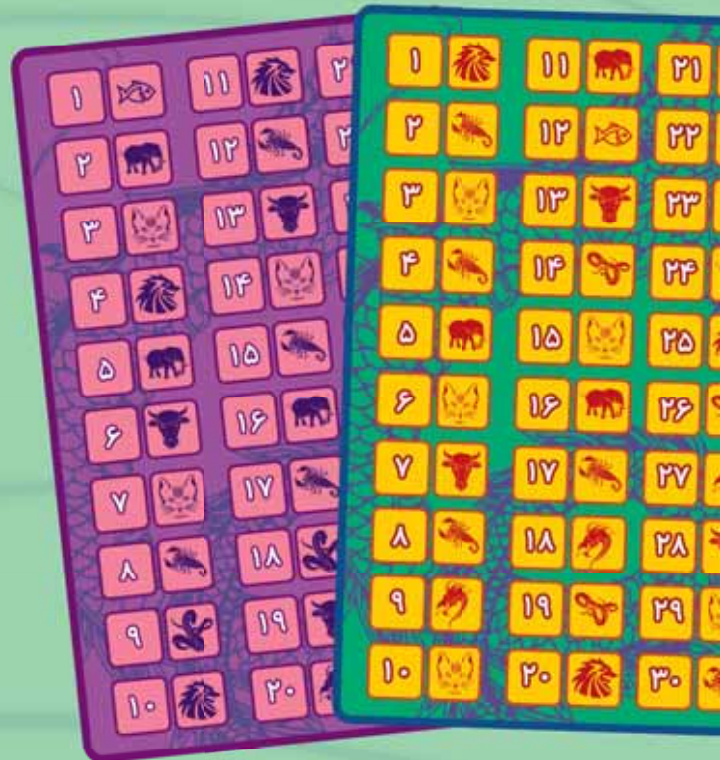
نکته اول: طرف مقابل هر عدد دورقمی دلخواهی را که در نظر بگیرد و آن را منهای حاصل جمع ارقامش کند، حاصل حتماً یکی از این عددهاست:

۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲، ۸۱

چرا؟ قسمت «توضیح بیشتر» را بخوانید.

به نظر شما این نکته چه ربطی به شعبده دارد؟ شبده‌چی که نمی‌داند حاصل برابر ۹ شده است یا ۱۸ یا ۲۷ یا...! از کجا بفهمد که علامت جلوی حاصل محاسبات چیست؟ یعنی کارت‌ها را چه‌طور طراحی کرده است که با استفاده از آن نکته، علامت را می‌فهمد؟ اگر فکر کردید و به نتیجه‌ای نرسیدید، سطر بعد را بخوانید.

نکته دوم: در هر کارت، علامت جلوی ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲ و ۸۱ یکسان است! مثلاً به این کارت‌ها نگاه کنید:



شبده‌چی لازم نیست بداند حاصل کدام یک از عددهای ۹، ۱۸، ۲۷ و... شده است! عجیب است، اما حقیقت دارد. دلیلش این است که در هر کارت علامت جلوی ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶، ۴۵، ۵۴، ۶۳، ۷۲ و ۸۱ یکسان است. یعنی شبده‌چی کارت‌ها را این‌طور طراحی کرده است. نمونه‌هایی دیگری از کارت‌های شبده‌چی را در وبسایت اختصاصی مجله می‌توانید ببینید.

پس شبده‌چی نگاه کوتاهی به کارت می‌کند و علامت جلوی ۹ را می‌گوید. طرف مقابل حتماً همان علامت را دیده است؛ حتی اگر حاصل مثلاً برابر ۵۴ شده باشد!



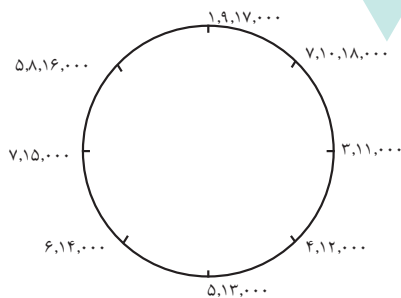
چند ضلعی ها و ستاره ها

بخش اول

● زهره پندی

کلیدواژه ها: هندسه، جبر، هنر، زاویه، دایره، مضرب

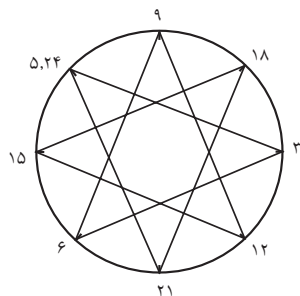
▲ صفر را هم قبل از یک بگذارید و بعد از یک دور، باز هم شماره گذاری را ادامه دهید!



عدد ۲۴ کجا قرار می گیرد؟ عدد ۱۰۰ کجا قرار می گیرد؟

▲ حالا یک عدد را انتخاب کنید، از صفر شروع کنید و مضرب های آن را روی دایره پیدا کنید و به ترتیب به هم وصل نمایید.

در ستاره زیر، دایره به ۸ قسمت تقسیم شده و مضرب های ۳ به ترتیب به هم وصل شده اند.



● حالا به هر کدام از ستاره های صفحه روبه رو نگاه کنید.

برای رسم هر ستاره، دایره به چند قسمت تقسیم شده است؟ مضرب های چه عددی به ترتیب به هم وصل شده اند؟

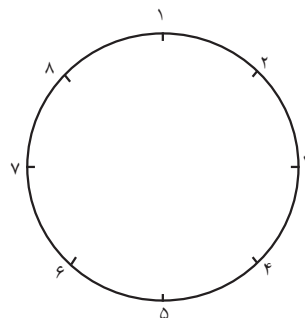
به ستاره های صفحه روبه رو نگاه کنید.
این ستاره ها چگونه ساخته شده اند؟
چه شباهت هایی با هم دارند؟
چه تفاوت هایی دارند؟
شما هم می توانید ستاره بکشید!

شروع کنید:

▲ یک دایره بکشید و به کمک نقاله آن را به هر چند قسمت مساوی که می خواهید، تقسیم کنید.
مثلاً در شکل زیر، دایره به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده است.



▲ حالا علامت های روی دایره را در جهت حرکت عقربه های ساعت شماره گذاری کنید:





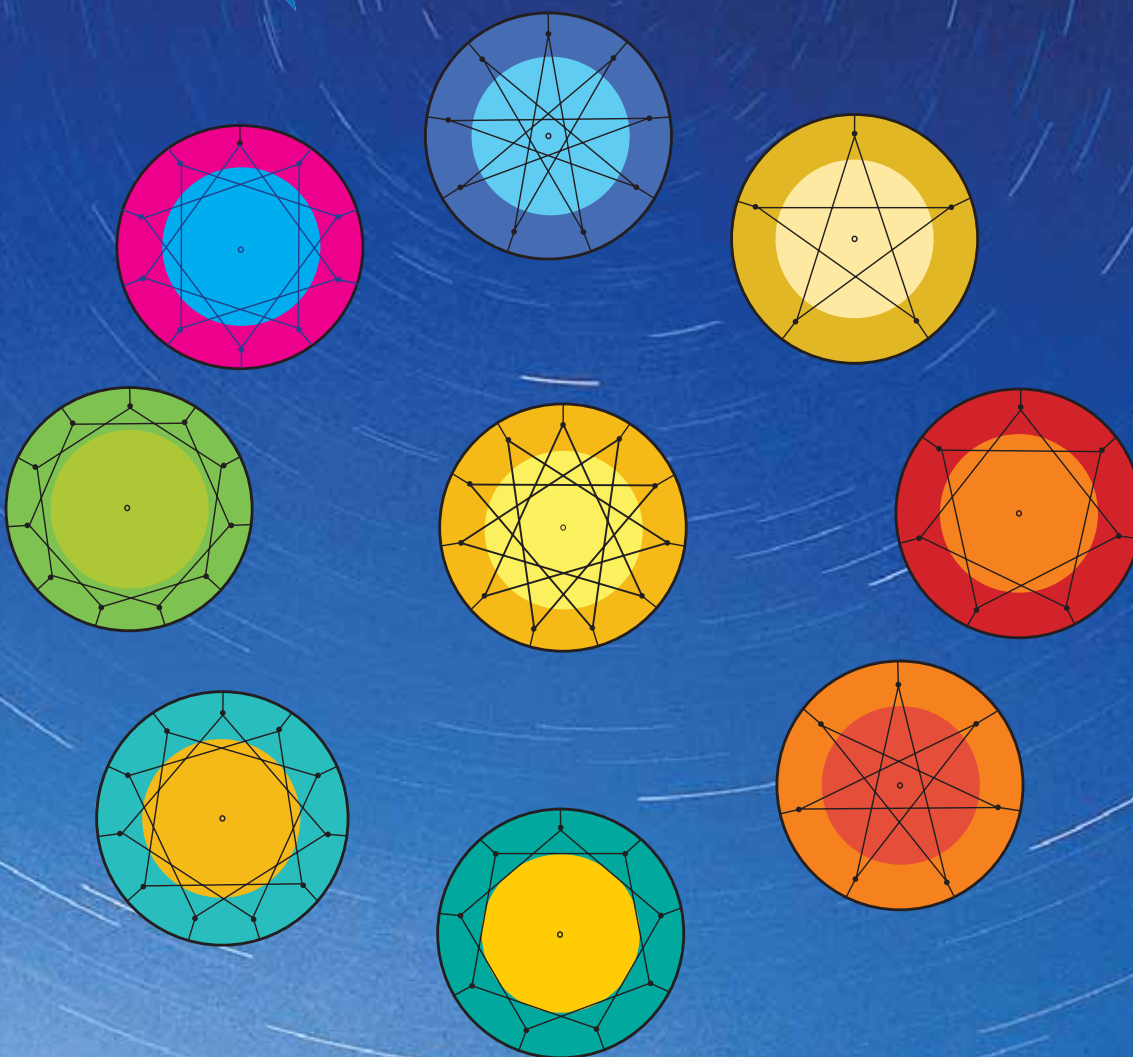
به آدرس زیر مراجعه کنید:
tube.geogebra.org/student/m57320

و به کمک نرم افزار «جئوجبرا» ستاره بکشید:

▲ با حرکت دادن لغزنده n ، دایره را به n قسمت مساوی تقسیم کنید.

▲ جلوی کلمه skip هم عددی را وارد کنید که می خواهید ضرب های آن را به ترتیب به هم وصل کنید.

▲ سعی کنید هر کدام از ستاره های صفحه روبه رو را با وارد کردن عددهای مناسب رسم کنید.



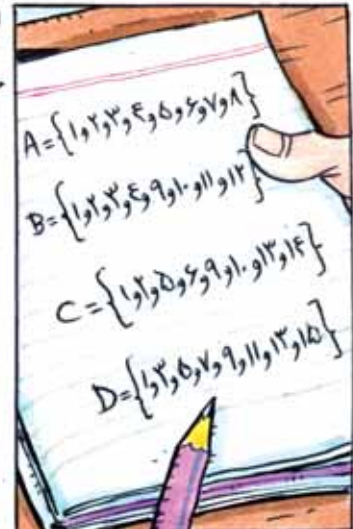
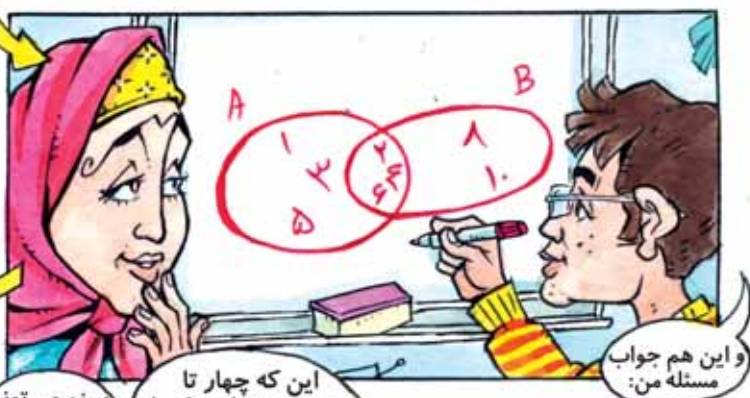


وقتی «مجموعه‌ها» به «شمارش» و «هندسه» مرتبط می‌شوند نمودار ون برای چند مجموعه

سپیده چمن‌آرا • تصویرگر پی‌نما: سعید رزاقی

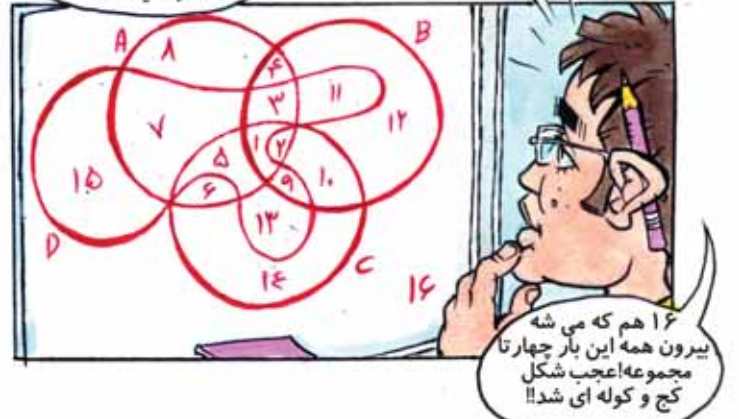
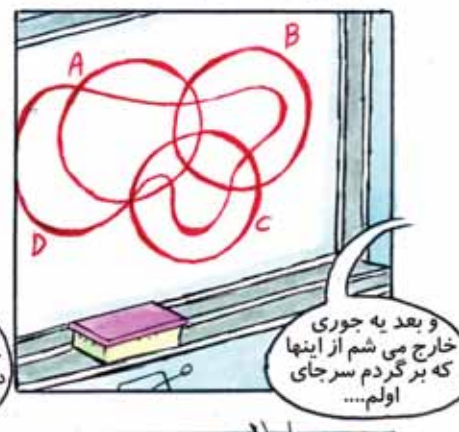








مجموعه ها عدد	A	B	C	D
۱	✓	✓	✓	✓
۲	✓	✓	—	—
۳	✓	✓	—	—
۴	✓	—	—	—
۵	✓	—	✓	✓
۶	✓	—	✓	—
۷	✓	—	—	✓
۸	✓	—	—	—
۹	—	✓	✓	✓
۱۰	—	✓	✓	—
۱۱	—	✓	—	✓
۱۲	—	✓	—	—
۱۳	—	—	✓	✓
۱۴	—	—	✓	—
۱۵	—	—	—	✓
۱۶	—	—	—	—





یک مسئله، چند راه حل! کدام راه حل درست است؟



نازنین حسن‌نیا

کلیدواژه‌ها: مسئله، راه حل، مسئله، راهبرد حل مسئله، سرعت

راه حل ۱:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{10} = 10 \\ \frac{100}{20} = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{دقیقه } 15 = 10 + 5 = \text{زمان}$$

راه حل ۲:

$$10 + 20 = 30$$

$$\frac{100}{30} = \frac{10}{3} \approx 3 \frac{1}{3} \text{ دقیقه}$$

راه حل ۳:

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می‌کنیم $\rightarrow 15 = \text{میانگین } 10 \text{ و } 20$

$$\frac{100}{15} = \frac{20}{3} \approx 6 \frac{2}{3} \text{ دقیقه}$$

راه حل ۴:

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می‌کنیم $\rightarrow 15 = \text{میانگین } 10 \text{ و } 20$

$$\frac{100}{15} = \frac{20}{3} \approx 6 \frac{2}{3}$$

و چون دو نفر هستند، زمان برابر است با:

$$2 \times 6 \frac{2}{3} = 13 \frac{1}{3} \text{ دقیقه}$$

A و B با هم دوست هستند و علاقه زیادی به شنا دارند. این دو معمولاً با هم به استخر می‌روند. طول استخر ۱۰۰ متر است. برای اینکه وقتشان به گپ و گفت‌های دوستانه نگذرد، هر کدام از یک طرف استخر حرکت خود را شروع می‌کند. A با سرعت ۱۰ متر بر دقیقه از چپ به راست، و B با سرعت ۲۰ متر بر دقیقه از راست به چپ استخر حرکت می‌کند. این دو چند دقیقه پس از شروع حرکت، برای بار اول به هم می‌رسند؟ شما چگونه این مسئله را حل می‌کنید؟ راه حل خود را در زیر بنویسید.

حالا خوب است چند راه حل دیگر را هم ببینیم. جواب شما به کدام یک شبیه است؟



راه حل دوم

- ابتدا سرعت دو شناگر با هم جمع شده است.
- چرا؟ مگر این دو نفر سرعت هایشان را به هم افزوده اند؟
- تقریباً بله. وقتی این دو نفر به سمت هم حرکت می کنند سریع تر از وقتی که فقط یکی شنا کند، به هم می رسند. این مشابه حالتی است که نفر B ثابت است و نفر A با سرعت بیشتر به سمت B می رود.
اگر خیلی ریاضی دان باشید، این توضیحات شما را قانع نمی کند. جدول زیر را ببینید:

	فاصله A از سمت چپ لستخر	فاصله B از کنار راست لستخر	فاصله A و B از هم
شروع	۰	۰	۱۰۰
۱ دقیقه بعد	1×10	1×20	$100 - 10 - 20$
۲ دقیقه بعد	2×10	2×20	$100 - 20 - 20$
۳ دقیقه بعد	3×10	3×20	$100 - 30 - 20$

حال اعداد ستون آخر (فاصله A و B) را طور دیگری ببینیم:

$$100 = 100 - 0 \times (10 + 20)$$

$$100 - (10 + 20) = 100 - 1 \times (10 + 20)$$

$$100 - 2 \times 10 - 2 \times 20 = 100 - 2 \times (10 + 20)$$

$$100 - 3 \times 10 - 3 \times 20 = 100 - 3 \times (10 + 20)$$

کسی که این راه حل را نوشته کمی تنبلی کرده و هیچ توضیحی نداده است. خوب است هر راه حل، کمی توضیح یا حتی شکل همراه خودش داشته باشد تا به راحتی قابل فهم باشد.

اما راه حل آخر

معنی فیزیکی این راه حل، با راه حل ۲ بسیار متفاوت است. هیچ کدام از شناگرها با سرعت میانگین حرکت نمی کنند. اما اگر ریاضی تان خوب باشد، با انجام عملیات جبری می توانید نشان دهید که این راه حل، محاسباتی مشابه راه حل ۲ دارد. اما فردی که آن را نوشته است، انگار لقمه را دور سرش پیچانده است.

در پایان

این دو نفر چند دقیقه بعد، برای بار دوم به هم می رسند؟

راه حل ۵:

$$15 = \text{میانگین } 10 \text{ و } 20$$

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می کنیم

$$\text{دقیقه } 6/6 \approx \frac{20}{3} = \frac{100}{15} = \text{زمان}$$

چون دو نفر هستند، زمان برابر است با:

$$\frac{6/6}{2} = 3/3 \text{ دقیقه}$$

اما کدام یک از این جوابها درست است و کدام یک نادرست؟ یک روش برای فهمیدن اینکه کدام جواب می تواند درست باشد، این است که تخمینی از جواب پیدا کنیم. مثلاً اگر در مسئله ای بدانیم که جواب باید عددی کمتر از ۵ باشد، اما ما جواب ۱۲ به دست آورده ایم، معلوم است که اشتباه کرده ایم. اما چه طور می توان تخمینی از جواب پیدا کرد؟ در این مسئله فرض کنید فقط A شنا می کند و B در سمت راست استخر ایستاده است. معلوم است که $\frac{100}{10}$ یعنی ۱۰ دقیقه طول می کشد تا A به B برسد. حالا اگر B، هم زمان با A شنا کند، این دو زودتر به هم می رسند. پس جواب باید کمتر از ۱۰ باشد.

اگر B به تنهایی شنا کند و A در جای خود ثابت بایستد، در این صورت $\frac{100}{20}$ یعنی ۵ دقیقه طول می کشد تا به هم برسند. و اگر A هم هم زمان با B شنا کند، می توان گفت...؟

جواب بین ۵ و ۱۰ دقیقه است

جواب کمتر از ۵ دقیقه است

یا

به این ترتیب جواب های ۱، ۳ و ۴ نادرست هستند. اما دو جواب دیگر چه طور؟ هر دو به یک عدد رسیده اند که با تخمین ما جور در می آیند. آیا این دو راه حل درست هستند؟ برای اینکه از درستی راه حل مطمئن شویم باید معنی کارهایی که انجام شده را بدانیم. یعنی بفهمیم هر جمع و ضرب و خلاصه هر عملیات ریاضی، برای چه انجام شده است.



معرفی سایت WWW

زهرا صباغی

دوستان پایه‌های هفتم و هشتم! اگر دوست دارید معادله حل کنید و با جمع و تفریق اعداد صحیح را تمرین کنید، می‌توانید به سایت

«<http://www.math-play.com>»

مراجعه کنید. در سمت چپ صفحه اصلی این سایت، فهرست پایه‌ها و موضوعات درسی نوشته شده است. شما می‌توانید با انتخاب پایه خود و یا موضوع وارد قسمت مورد نظر شوید. برای حل معادله و جمع و تفریق اعداد صحیح باید وارد قسمت جبر بشوید. در این صفحه بازی‌های متفاوتی را مشاهده خواهید کرد:

- در بازی «Equation Game»، شما باید کارت هر معادله را همراه با کارت پاسخ صحیح آن انتخاب کنید.

• در بازی

«One Step Equation Game»

شما در نقش یک بازیکن بسکتبال هستید و با ارائه پاسخ

صحیح معادله نمایش داده شده، می‌توانید توپ را پرتاب کنید و امتیاز بگیرید.

- اگر به بازی «Adding and Subtracting Integers Game» مراجعه کنید، وارد کشتی دزدان دریایی می‌شوید و باید به سؤالات جمع و تفریق اعداد صحیحی که پرسیده می‌شود، پاسخ صحیح بدهید.





کی می تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم زاده طاری

۱ می خواهیم، هر یک از خانه های جدول زیر را با یکی از رنگ های سبز، آبی، قرمز، زرد و یا مشکی رنگ کنیم طوری که:



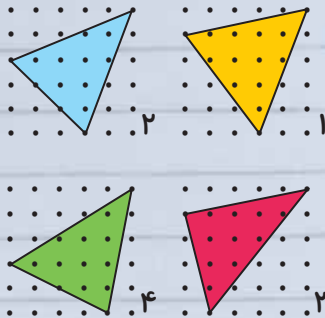
• در هیچ سطری دو خانه هم رنگ نداشته باشیم.

• در هیچ ستونی دو خانه هم رنگ نداشته باشیم.

• در هیچ یک از دو قطر، دو خانه هم رنگ نداشته باشیم.

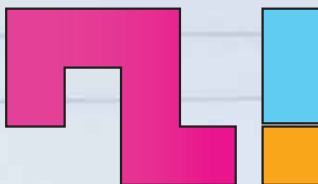
خانه ای که با علامت * مشخص شده، باید چه رنگی بشود؟

۲ در شکل زیر، چهار مثلث می بینید. مساحت کدام مثلث بیشتر است؟



۳ **دمورگان**، یک ریاضی دان انگلیسی بود که در سال ۱۸۷۱ از دنیا رفت. او می گفت در سال $X \times X$ ، X ساله شده است. **دمورگان** در چه سالی به دنیا آمده بود؟

۴ سه شکل زیر را طوری کنار هم قرار دهید که یک شکل با خط تقارن به دست بیاید. با این سه شکل، شکل های متقارن زیادی می توان ساخت. شما چند شکل متقارن مختلف می توانید درست کنید؟





جعفر اسدی گرمارودی، حسین غفاری

لیگ های ورزشی چگونه برگزار می شوند؟

کلیدواژه‌ها: مسابقات ورزشی، لیگ، الگوسازی، جدول

نظام‌دار

اشاره

بازی‌های المپیک هر چهار سال یک بار نگاه بسیاری را به خود معطوف می‌کنند. با این حال در فاصله بین دو المپیک، جام‌های گوناگونی در سطح قاره‌ای و کشوری برگزار می‌شوند. شیوه برگزاری مسابقات به عامل‌های متفاوتی از جمله به نوع ورزش، تعداد شرکت‌کنندگان و همچنین محدودیت زمانی بستگی دارد. قصد داریم نحوه برگزاری تعدادی از مسابقات را به کمک ریاضی و از طریق تفکر نظام‌دار و الگوسازی بررسی کنیم.

لیگ جامی است که در آن همه تیم‌های شرکت‌کننده با هم مسابقه می‌دهند. بازی‌های لیگ معمولاً به‌طور متمرکز برگزار نمی‌شوند. همه تیم‌ها باید با هم یک بار در ورزشگاه خود و یک بار در ورزشگاه حریف بازی کنند. ابتدا در دور اول مسابقات، هر تیم یک بار با تک‌تک حریفان خود در ورزشگاه خود و یا در ورزشگاه دیگر تیم‌ها مسابقه خواهد داد که به «دور رفت» مسابقات معروف است. سپس همان مسابقات تکرار خواهد شد، با این تفاوت که محل برگزاری مسابقات جابه‌جا می‌شود. یعنی تیمی که در دور رفت میزبان بوده، در دور دوم - که به «دور برگشت» معروف است - میهمان خواهد بود. معمولاً ترتیب بازی‌های دور برگشت شبیه به ترتیب بازی‌های دور رفت خواهد بود. برای مثال، اگر سومین مسابقه تیمی در دور رفت در زمین خود باشد، سومین مسابقه دور برگشت در زمین همان حریف خواهد بود.

مسابقات لیگ در انواع رشته‌ها، مانند فوتبال، والیبال، بسکتبال، کشتی و هندبال برگزار می‌شوند که البته توجه به لیگ‌های فوتبال بیشتر است. مدت زمان برگزاری برای هر رشته ورزشی نیز متفاوت است که به تعداد تیم‌ها نیز مربوط می‌شود. برای مثال، در لیگ فوتبال کشورمان (لیگ خلیج فارس) ۱۶ تیم شرکت می‌کنند، در حالی که لیگ‌های فوتبال آلمان و ایتالیا ۱۸ تیمی و لیگ‌های فوتبال انگلستان و اسپانیا ۲۰ تیمی هستند. فکر می‌کنید برگزاری این لیگ‌ها چه مدت



در لیگ‌های فوتبال هر تیم در هر هفته (معمولاً آخر هفته) یک مسابقه در لیگ برگزار خواهد کرد و بدین ترتیب می‌توان «هفته» را واحد زمانی برگزاری لیگ دانست. البته در بعضی رشته‌ها و در بعضی مواقع سال ممکن است که یک تیم دو بار در هفته مسابقه بدهد که در این صورت نیز، این دو مسابقه دو هفته از لیگ محسوب می‌شوند. در جدول لیگ، امتیازات و نکات مهم مسابقات نیز ثبت می‌شود. برای مثال، در بازی فوتبال به تیم برنده سه امتیاز می‌دهند و به تیم بازنده امتیازی تعلق نمی‌گیرد. در صورت به تساوی رسیدن بازی به هر کدام از تیم‌ها یک امتیاز داده می‌شود.

برای به‌دست آوردن اطلاعات مورد نظر مقاله، ابتدا لیگ را با چهار تیم بررسی می‌کنیم (مسئله را ساده می‌کنیم). فرض می‌کنیم لیگ با تیم‌های A، B، C و D برگزار می‌شود. جدول ۱ تمام بازی‌های انجام شده در دور رفت را به شکل منظم نمایش می‌دهد. البته همین جدول برای دور برگشت نیز تکرار خواهد شد. با این تفاوت که مکان برگزاری هر مسابقه عوض خواهد شد.

جدول ۱. برگزاری مسابقات لیگ با چهار تیم (دور رفت)

D با C	B با A	هفته اول دور رفت
D با B	C با A	هفته دوم دور رفت
C با B	D با A	هفته سوم دور رفت

از جدول ۱ نتایج گرفته می‌شود که می‌توان این نتایج را برای هر لیگ با هر تعداد تیم الگوسازی کرد. این نتایج عبارت‌اند از:

۱. هر تیم سه مسابقه در دور رفت و سه مسابقه در دور برگشت برگزار می‌کند که در مجموع شش مسابقه خواهد شد. دلیل آن نیز روش است. زیرا با توجه به چهار تیمی بودن لیگ، هر تیم سه حریف در مقابل خواهد دید. بنابراین اگر لیگی ۱۶ تیمی باشد، هر تیم برای رویارویی با حریفان می‌باید ۱۵ مسابقه در هر دور رفت و برگشت و در مجموع ۳۰ مسابقه انجام دهد.
۲. مدت زمان برگزاری لیگ چهار تیمی شش هفته، سه هفته دور رفت و سه هفته دور برگشت، خواهد بود. در لیگ ۱۶ تیمی، ۲ تا ۱۵ هفته، یعنی ۳۰ هفته مسابقه برگزار می‌شود. حالا می‌توان مدت زمان برگزاری لیگ را نیز تعیین کرد.
۳. در هر هفته دو مسابقه برگزار می‌شود، زیرا در هر مسابقه دو تیم در مقابل هم قرار می‌گیرند و کافی است تعداد تیم‌ها را بر دو تقسیم کنیم. بنابراین در لیگ ۱۶ تیمی در هر هفته ۸ مسابقه برگزار می‌شود.

۴. تعداد کل مسابقات با توجه به نتیجه‌های ۲ و ۳ به راحتی قابل بررسی است. در لیگ چهار تیمی، شش هفته مسابقه داریم که در هر هفته دو مسابقه برگزار خواهد شد. بنابراین $12 = 6 \times 2$ ، دوازده مسابقه برگزار خواهد شد. در لیگ ۱۶ تیمی نیز، تعداد کل مسابقات برابر است با: $240 = 30 \times 8$.

طول می‌کشد؟ در این مدت چند بازی انجام می‌شود؟ پاسخ این سؤال‌ها به نحوه برگزاری مسابقات برمی‌گردد که در ادامه به آن خواهیم پرداخت. هر لیگ دارای یک جدول زمان‌بندی مسابقات است که برگزارکنندگان لیگ آن را طراحی می‌کنند. طراحی جدول با توجه به تعداد تیم‌ها انجام می‌پذیرد. هر تیم با توجه به چنین جدولی متوجه می‌شود کجا و چه زمان با چه تیمی مسابقه می‌دهد.

در جدول لیگ واژه‌ای به نام «هفته» نقشی کلیدی دارد.





جدول ۲ بازی‌های انجام شده و امتیازات کسب شده توسط تیم‌های حاضر در لیگ برتر ایران (جام خلیج فارس) را در فصل ۹۳-۱۳۹۲ نشان می‌دهد که در آن تیم فولاد با ۵۷ امتیاز قهرمان شد.

البته با توجه به اینکه شیوه امتیازدهی هر رشته ورزشی با رشته‌های دیگر تفاوت دارد، جدول لیگ‌های متفاوت اختلافاتی با هم دارند. البته شاید بتوان با توجه به جدول، اطلاعاتی درباره امتیازدهی ورزش‌های گوناگون نیز به دست آورد. در ادامه جدول‌هایی از لیگ رشته‌های بسکتبال، والیبال و هندبال آورده می‌شود. تلاش کنید که رابطه‌هایی بین تعداد بازی‌ها، مدت زمانی که انجام بازی‌ها طول کشیده، تعداد بازی‌ها و نحوه امتیازدهی در این ورزش‌ها نیز پیدا کنید.

اطلاعات به دست آمده درباره تعداد بازی‌ها و همچنین امتیازدهی مسابقات، در برگزاری و برنامه‌ریزی بازی‌ها بسیار کمک خواهد کرد. شما نیز می‌توانید مشابه این نتایج و این جدول‌ها را با تعداد تیم‌های متفاوت و در رشته‌ها و کشورهای مختلف مورد بررسی قرار دهید.



لیگ برتر فوتبال، جام خلیج فارس

تیم	بازی‌ها	برد	مسلوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
۱ فولاد	۳۰	۱۶	۹	۵	۳۶	۲۴	۱۲	۵۷
۲ پرسپولیس	۳۰	۱۶	۸	۶	۳۴	۱۵	۱۹	۵۵
۳ نفت تهران	۳۰	۱۵	۹	۶	۳۹	۲۳	۱۶	۵۴
۴ سپاهان	۳۰	۱۴	۱۲	۴	۳۶	۲۰	۱۶	۵۴
۵ استقلال	۳۰	۱۵	۹	۶	۳۴	۲۵	۹	۵۳
۶ تراکتورسازی	۳۰	۱۱	۱۳	۶	۳۹	۲۳	۶	۴۵
۷ ملوان	۳۰	۱۳	۶	۱۱	۴۰	۲۳	۷	۴۴
۸ سیلیا	۳۰	۷	۱۴	۹	۲۶	۳۱	-۵	۳۵
۹ سای قم	۳۰	۸	۹	۱۳	۲۳	۳۸	-۶	۳۳
۱۰ گسترش فولاد	۳۰	۷	۱۱	۱۲	۳۱	۳۴	-۳	۳۲
۱۱ راه‌آهن	۳۰	۷	۱۰	۱۳	۲۵	۳۴	-۹	۳۱
۱۲ استقلال خوزستان	۳۰	۶	۱۱	۱۳	۲۶	۳۷	-۱۱	۲۹
۱۳ ذوب‌آهن	۳۰	۶	۱۱	۱۳	۲۴	۳۶	-۱۲	۲۹
۱۴ فجر سپاسی	۳۰	۶	۱۱	۱۳	۲۰	۳۴	-۱۴	۲۹
۱۵ دماوند گیلان	۳۰	۵	۱۲	۱۳	۳۰	۴۰	-۱۰	۲۶
۱۶ مس کرمان	۳۰	۱	۱۹	۱۰	۳۱	۳۶	-۱۵	۲۲



البته با توجه به اینکه شیوه امتیازدهی هر رشته ورزشی با رشته‌های دیگر تفاوت دارد، جدول لیگ‌های متفاوت اختلافاتی با هم دارند. البته شاید بتوان با توجه به جدول، اطلاعاتی درباره امتیازدهی ورزش‌های گوناگون نیز به دست آورد. در ادامه جدول‌هایی از لیگ رشته‌های بسکتبال، والیبال و هندبال آورده می‌شود. تلاش کنید که رابطه‌هایی بین تعداد بازی‌ها، مدت زمانی که انجام بازی‌ها طول کشیده، تعداد بازی‌ها و نحوه امتیازدهی در این ورزش‌ها نیز پیدا کنید.

لیگ بسکتبال

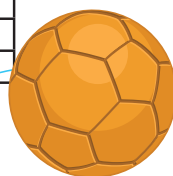
رتبه	نام تیم	بازی	برد	باخت	گل زده	گل خورده	معدل گل	امتیاز
۱	پتروشیمی بندر امام	۱۸	۱۲	۱	۱۵۰۰	۱۲۹۹	۱/۱۸۲	۳۵
۲	فولاد ماهان سپاهان	۱۸	۱۵	۳	۱۲۷۷	۱۱۰۸	۱/۱۲۳	۳۳
۳	مهرام تهران	۱۸	۱۴	۴	۱۲۴۵	۱۲۳۸	۱/۱۵۸	۳۱
۴	مهری زنجان	۱۸	۱۱	۷	۱۲۲۱	۱۱۲۱	۱/۰۸۹	۲۹
۵	شهرسازی گرگان	۱۸	۸	۱۰	۱۲۵۱	۱۲۳۹	۰/۹۲۴	۲۶
۶	دانشگاه آزاد تهران	۱۸	۷	۱۱	۱۲۶۱	۱۲۴۴	۰/۹۱۱	۲۵
۷	صنایع پتروشیمی ماهشهر	۱۸	۵	۱۳	۱۲۳۱	۱۲۴۷	۰/۸۵۷	۲۳
۸	فیلدر بندر کنگ	۱۸	۵	۱۳	۱۲۵۱	۱۲۰۴	۰/۸۹۱	۲۳
۹	استقلال زرین قشم	۱۸	۴	۱۴	۱۲۵۳	۱۲۸۲	۰/۹۰۶	۲۲
۱۰	نفت سیاهان	۱۸	۴	۱۴	۱۳۱۵	۱۵۲۳	۰/۸۶۴	۲۲

لیگ هندبال

رتبه	تیم	بازی	برد	مسلوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
۱	شاهین‌سیریزور	۱۸	۱۷	۰	۱	۵۸۶	۴۴۹	۱۲۷	۳۴
۲	شاهین‌شهر	۱۸	۱۴	۱	۳	۵۰۵	۴۳۳	۷۲	۲۹
۳	سگ آهن باقی	۱۸	۱۲	۲	۴	۴۹۱	۴۴۶	۴۵	۲۶
۴	صنعت مس کرمان	۱۸	۱۰	۳	۶	۴۴۳	۴۴۴	۹	۲۲
۵	نیک‌نویسان شهرسازی اصفهان	۱۸	۱۰	۱	۷	۴۵۱	۴۰۸	۴۳	۲۱
۶	هیکولاک	۱۸	۹	۱	۸	۴۶۹	۴۵۸	۱۱	۱۹
۷	نفت و گاز کرجسازان	۱۸	۶	۱	۱۱	۴۱۷	۵۲۶	-۲۹	۱۳
۸	نیروی زمینی	۱۸	۳	۲	۱۲	۴۳۸	۵۱۲	-۷۴	۸
۹	سای قم	۱۸	۳	۲	۱۴	۴۵۲	۵۱۴	-۶۲	۹
۱۰	کاسپین قزوین	۱۸	۱	۰	۱۷	۴۲۵	۵۵۸	-۱۳۳	۲

والیبال لیگ برتر												
رتبه	نام تیم	بازی	برد	باخت	مسابقات				جزئیات نتایج			
					معدل	باخت	برد	معدل	معدل	باخت	برد	معدل
۱	پارس‌لش	۲۹	۲۲	۷	۱۶	۸	۱۰	۲۳	۲۳	۲	۲	۱/۱۰۶
۲	متین‌ورسین	۲۸	۲۲	۶	۱۷	۵	۹	۲۳	۲۳	۳	۲	۱/۱۰۲
۳	سوزن خراسان	۲۴	۲۲	۲	۱۴	۸	۵	۲۳	۲۳	۲	۲	۱/۰۴۴
۴	کله‌مژگان	۲۸	۲۲	۶	۱۴	۸	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۱/۰۱۴
۵	پیکان تهران	۲۵	۲۲	۳	۱۳	۹	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۱/۰۱۲
۶	شهرسازی تبریز	۲۶	۲۲	۴	۱۱	۱۲	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۶۶
۷	تین کشیز	۲۶	۲۲	۴	۱۱	۱۲	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۶۸
۸	شهرسازی ارومیه	۲۸	۲۲	۶	۱۵	۷	۳	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۷۷
۹	الیمپیک‌المهدی	۲۷	۲۲	۵	۱۴	۸	۳	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۲۲
۱۰	جوهری کبک	۲۶	۲۲	۴	۱۴	۸	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۸۲
۱۱	شهرسازی اهواز	۲۵	۲۲	۳	۱۴	۸	۲	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۶۳
۱۲	سایگسوز	۱۷	۲۲	۵	۱۶	۱	۱	۲۳	۲۳	۲	۲	۰/۹۱۸

اطلاعات به دست آمده درباره تعداد بازی‌ها و همچنین امتیازدهی مسابقات، در برگزاری و برنامه‌ریزی بازی‌ها بسیار کمک خواهد کرد. شما نیز می‌توانید مشابه این نتایج و این جدول‌ها را با تعداد تیم‌های متفاوت و در رشته‌ها و کشورهای مختلف مورد بررسی قرار دهید.





تبدیل حرکت دایره‌ای به حرکت خطی

حسین غفاری

هنگام بریدن یا تراشیدن چوب یا فلز با استفاده از اره یا رنده، باید وسیله‌ای در جهت جلو و عقب، و یا بالا و پایین حرکت کند. در واقع نیاز به حرکتی در امتداد یک خط راست داریم. این نوع حرکت را «حرکت خطی» می‌نامند. اگر تجربه انجام کارهای فوق را داشته باشید، می‌دانید که انجام آن‌ها زمان زیادی می‌خواهد و البته وقتی طولانی شود، با سختی فراوانی همراه خواهد بود.

پس از اختراع برق و به دنبال آن اختراع موتورهای الکتریکی، تلاش شد که برای انجام ساده‌تر و سریع‌تر چنین کارهایی از نیروی الکتریسیته استفاده شود. امروزه استفاده از موتورهای الکتریکی در بسیاری از لوازم خانه، مانند ماشین لباس‌شویی، چرخ‌گوشت، آب‌میوه‌گیری، کولر، پنکه، هواکش و غیره دیده می‌شود. از آنجا که موتورهای الکتریکی تولید کننده حرکت‌های چرخشی یا دورانی هستند و در بیشتر این وسایل، حرکتی که مورد نیاز است حرکت چرخشی یا دورانی است، این نوع حرکت به سادگی توسط موتورهای الکتریکی تأمین می‌شود.

کلیدواژه‌ها: حرکت خطی، حرکت دایره‌ای، حرکت رفت و برگشتی، چرخ‌دنده

شکل زیر یک تلمبه دستی را نشان می‌دهد که برای بیرون کشیدن آب از چاه از آن استفاده می‌شده است. با پایین و بالا بردن دسته آن، میله‌ای (پیستون) داخل تلمبه بالا و پایین می‌رود که باعث بیرون آمدن آب از چاه می‌شود.



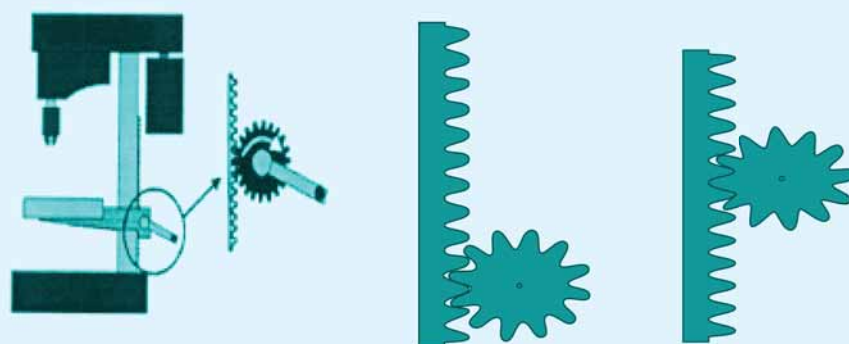
در شکل‌های زیر یک اره برای بریدن چوب یا فلز می‌بینیم. برای انجام عمل بریدن یا تراشیدن، باید ابزار را روی جسم مورد نظر بگذاریم و به جلو و عقب حرکت دهیم. در این عمل هنگام جلو بردن ابزار باید نیروی بیشتری وارد کنیم.





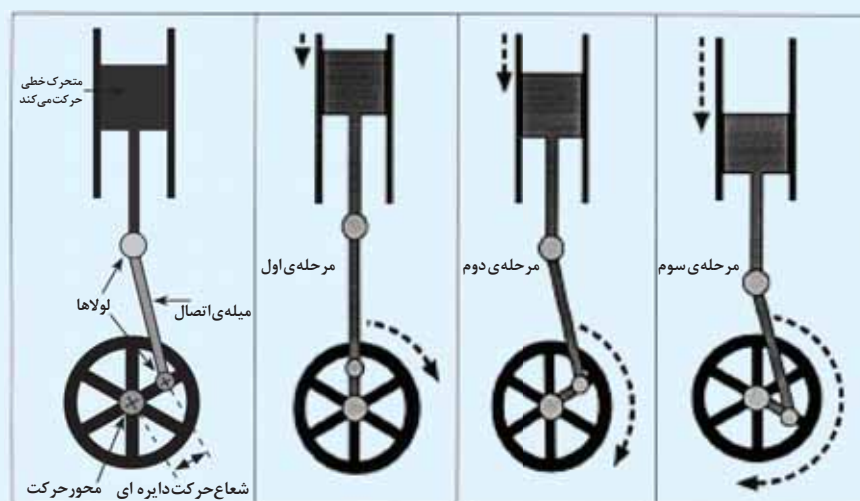
حال فرض کنید که بخواهیم برای انجام ساده‌تر و سریع‌تر کارهایی مانند کشیدن آب از چاه یا حوض، بریدن آهن و یا تراشیدن سطح چوب یا فلزات، از موتورهای الکتریکی استفاده کنیم. با توجه به این موضوع که حرکت موتورهای الکتریکی چرخشی است و در چنین کارهایی نیاز به حرکت‌های خطی داریم، چگونه باید از موتورهای الکتریکی استفاده کرد؟ در واقع، نیاز داریم که روشی طراحی کنیم که براساس آن بتوانیم حرکت چرخشی تولید شده توسط موتور الکتریکی را به حرکتی خطی تبدیل کنیم و از آن برای انجام کارهای بیان شده، استفاده کنیم.

در طول سالیان گذشته، تلاش بسیاری شده است که چنین روش‌هایی و همچنین ابزارهای لازم برای اجرای آن‌ها طراحی و اجرا شوند. در ادامه چند نمونه از چنین روش‌هایی را بررسی می‌کنیم.

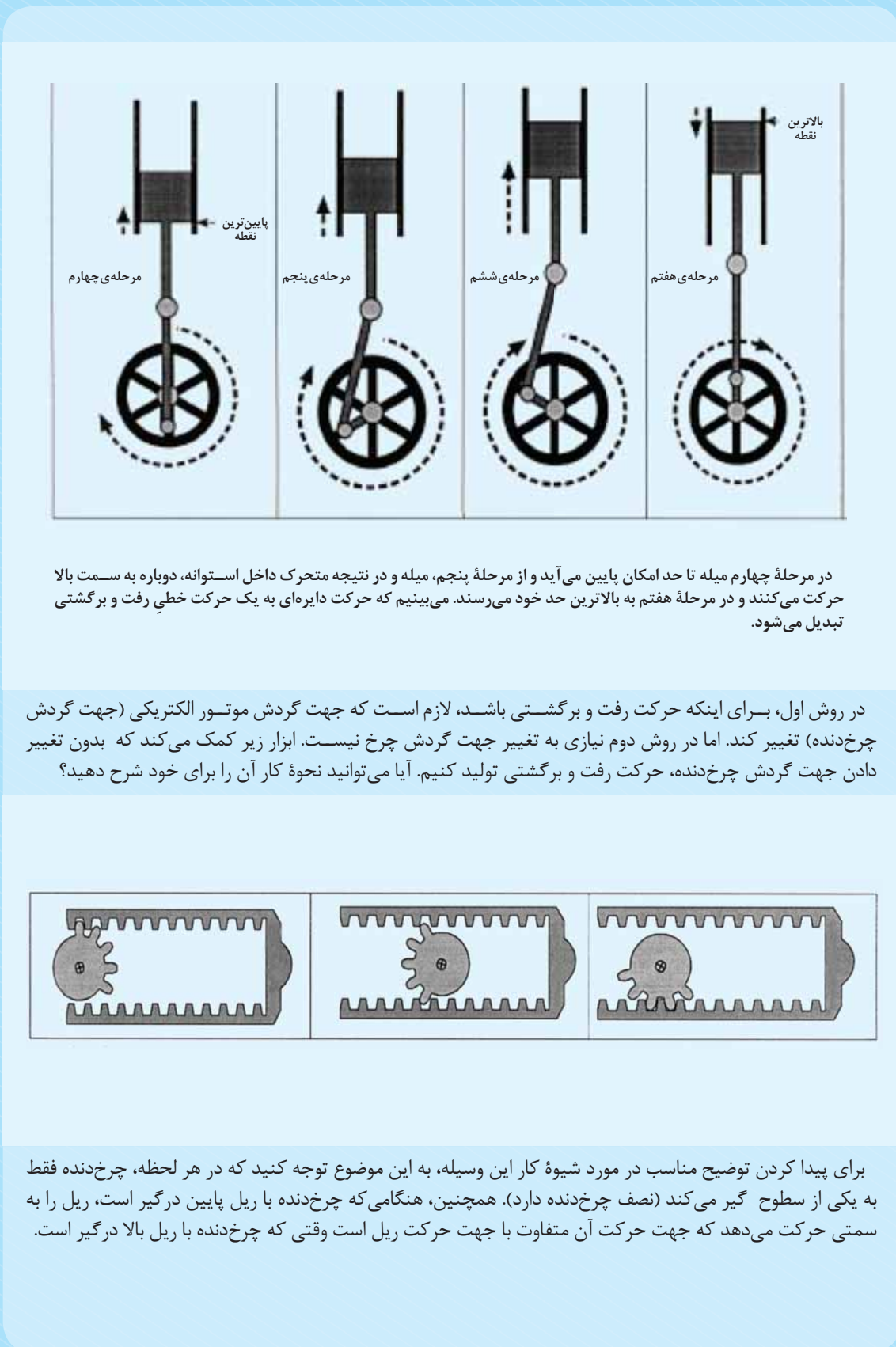


با چرخش چرخ‌دنده، قطعه دیگر (ریل) به سمت بالا و پایین حرکت می‌کند (با تغییر دادن جهت گردش چرخ‌دنده، می‌توان بالا رفتن یا پایین آمدن ریل را تعیین کرد). البته اگر ریل ثابت باشد، چرخ‌دنده بالا و پایین می‌رود. در این دریل ستونی، با چرخاندن چرخ‌دنده، صفحه (میز) ابزار بالا و پایین می‌رود.

روش دیگری که می‌توان برای تبدیل حرکت دایره‌ای به خطی (رفت و برگشت) به کار برد، استفاده از یک چرخ و میله‌ای متصل به آن چرخ است. مراحل این روش به کمک شکل‌های زیر بررسی می‌شود.



در شکل بالا، یک چرخ حول یک محور (محور حرکت) می‌چرخد و میله اتصال را به سمت پایین می‌کشد و در نتیجه، متحرک داخل استوانه به سمت پایین حرکت می‌کند (مرحله‌های اول و دوم). با ادامه این حرکت، میله پایین‌تر می‌آید و حرکت چرخشی به حرکت خطی تبدیل می‌شود.





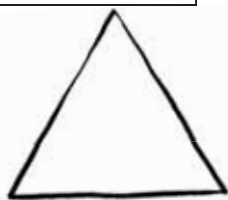
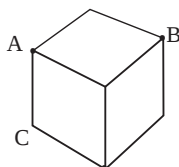
اگر یک آجر را ببریم چه شکل‌هایی به دست می‌آیند؟

● سپیده چمن‌آرا/عکاس: بهزاد اسلامی مسلم گزارش از «کارسوق سطح مقطع» - اسفند ۱۳۹۳

عبور بدهیم و یک بُرش از آن به‌دست بیاوریم. می‌خواهیم ببینیم چه شکلی به‌دست می‌آید. «بچه‌ها داشتند سؤال ۳ را حل می‌کردند:

● ۳. می‌خواهیم مکعب زیر را برش دهیم، به صورتی که صفحه بُرش ما از نقطه‌های A، B و C عبور کند. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:

۱	۲	۳
از چهار کنج مکعب می‌گذرد.		
مربع است.		
چهار ضلعی است، اما مربع نیست.		
زاویه قائمه دارد.		
مستطیلی است که طولش برابر با ۱۵ است.		



از این گروه خداحافظی کردیم و رفتیم سر میز سید مهدی، سیدامیر محمد، مهدی و علی رضا. بچه‌ها مرا با موضوع کارگاه بیشتر آشنا کردند: بحث دربارهٔ بُعدهاست: یک‌بُعدی، دو‌بُعدی و سه‌بُعدی. می‌خواهیم یک جسم سه‌بُعدی را برش بزنیم. نقطه‌هایی را رویش مشخص می‌کنیم و صفحهٔ دو‌بُعدی که می‌خواهیم از مکعب رد کنیم، باید از این نقطه‌ها بگذرد. سطح مقطع، جایی است که بریدیم. ما باید سطح مقطع را بکشیم. مثلاً در این سؤال:

● ۴. می‌خواهیم مکعب زیر را برش دهیم، به صورتی که صفحه بُرش ما از نقطه‌های A، B و C عبور کند. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:

بیشتر شکل‌های اطراف ما سه‌بُعدی و شکل‌های فضایی هستند، ولی اغلب ما شناخت چندانی نسبت به آن‌ها نداریم. مثلاً حتی در مورد یک مکعب مربع، یا یک آجر - که به شکل مکعب مستطیل است - و به نظر شکل‌های بسیار ساده‌ای می‌رسند، چیز زیادی نمی‌دانیم. هیچ‌وقت فکر کرده‌اید اگر با یک صفحهٔ خیلی تیز، یک مکعب مربع را برش بزنیم، چه شکل‌هایی ممکن است ایجاد شود؟ در واقع سطح مقطع یک مکعب مربع چه می‌تواند باشد؟

این سؤال و سؤالات مشابه آن، موضوع یک بخش از کارسوقی بود که روز ۲۱ اسفند ۱۳۹۳، در «دبیرستان دورهٔ اول علامه حلی (۲) تهران» برگزار شد. برنامهٔ آموزشی این کارگاه را گروه ریاضی دبیرستان با همکاری مسئولین کارگاه فنی آن برای دانش‌آموزان پایهٔ هفتم طراحی کرده بودند. دانش‌آموزان به دو گروه تقسیم شده بودند:

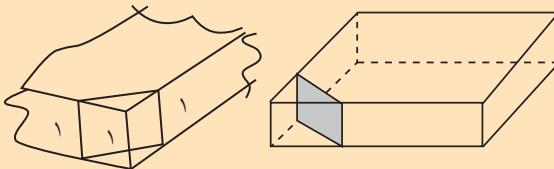
● یک گروه دانش‌آموزانی بودند که در کارگاه فنی، در گروه‌های چهار نفری باید ۱۱ تا سؤال را پاسخ می‌دادند و برای این کار مکعب‌های یونولیتی و ابزارهایی برای برش آن‌ها در اختیارشان بود.

● گروه دوم دانش‌آموزانی بودند که در کلاس و راهروی یکی از طبقات، با چسب و قیچی و کاغذ و فوم و نقشه‌هایی که به آن‌ها داده شده بود، چیزی شبیه «پرینتر سه‌بُعدی» را تجربه می‌کردند.

از زبان دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این کارگاه که در کارگاه فنی مشغول بودند، با این برنامهٔ آموزشی بیشتر آشنا شدیم: اول سراغ گروه رامتین، مبین، معراج و علی رضا رفتیم. بچه‌ها توضیح دادند: «کارگاه دربارهٔ سطح مقطع است. یعنی یک شکل سه‌بُعدی داریم و می‌خواهیم آن را از صفحهٔ دو‌بُعدی



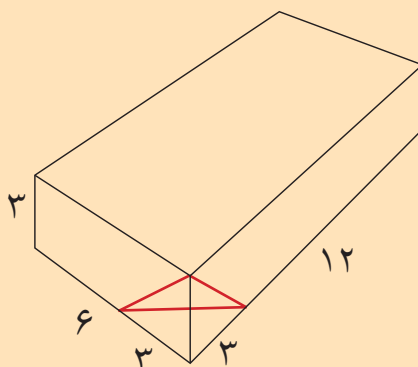
بچه‌ها یک مکعب دستشان گرفته بودند که شبیه شکل سؤال ۶ بود. یکی از آن‌ها گفت: «برای اینکه سطح مقطع، مربعی به ضلع ۱ شود، باید از این طرف (منظورش ارتفاع مکعب مستطیل بود) که طول ثابت دارد، آن قدر جلو برویم که ضلع ۱ بشود. آن وقت سطح مقطع می‌شود یک مربع 1×1 ».



به این ترتیب قسمت اول سؤال ۶ به راحتی حل شد. یکی از بچه‌ها گفت: «با هر طول ضلعی می‌توانیم یک مربع به دست بیاوریم».

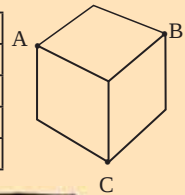
ولی وقتی برای قسمت دوم سؤال، باید مربعی به ضلع ۳ به دست می‌آوردند، بعضی‌ها گفتند می‌شود و بعضی‌ها گفتند نمی‌شود! من پرسیدم: «چرا نمی‌شود؟» گفتند: «آخر حداکثر ارتفاعش ۱ است!» و در مورد قسمت سوم سؤال: «بیشتر از ۳ که اصلاً نمی‌شود!» به نظر شما آیا آن‌ها درست می‌گفتند؟
دانیال، محمد کریم، یزدان و یزدان داشتند روی سؤال ۷ کار می‌کردند:

● ۷. می‌خواهیم مکعب مستطیل زیر را برش بزنیم؛ به شکلی که سطح مقطع به دست آمده یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشد. توضیح دهید که چه طور باید برش بزنیم تا مطمئن باشیم که سطح مقطع ما مثلث متساوی‌الاضلاع است (توضیح دهید و محل برش را روی شکل بکشید):



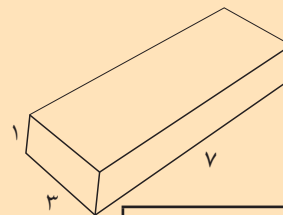
– الان باید در مورد یک سطح مقطع کار کنیم، یک مکعب مستطیل را باید طوری برش بزنیم که سطح مقطع آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع به دست بیاید.
اولش گول خوردیم؛ اندازه‌های روی شکل را دیدیم و با اندازه عرض محاسبه کردیم. ولی اندازه‌های روی شکل واقعی نبودند. بعد روی شکل به اندازه ارتفاع روی دو ضلع دیگر رفتیم جلو و مثلث را کشیدیم.

۱	۲	۳
مثلث قائم‌الزاویه است.		
مربع است.		
مثلث است، اما زاویه قائمه ندارد.		
حداقل یک ضلع به اندازه ۱۵ دارد.		
بیش از چهار ضلع دارد.		



پس از آن، با گروه **امیر علی، سید علی، محمد علی و محمد صدرا** همراه شدیم و آن‌ها توضیح دادند: «یک شکل حجم‌دار را از جایی می‌بریم. برای جواب دادن به سؤال‌ها، سه بار می‌توانیم تصمیم بگیریم؛ اول روی کاغذ و با شکلی که روی کاغذ کشیده شده است، بعد با یک حجم یونولیتی و فقط با نگاه کردن و تجسم کردن و بحث درباره آن، و سوم با برش دادن آن حجم یونولیتی.» بعد از آن، مدت طولانی با هم درباره سؤال ۶ گفت‌وگو کردیم:

● ۶. می‌خواهیم مکعب مستطیل زیر را برش بزنیم. به شکلی که سطح مقطع به دست آمده مربع باشد. هر کدام از موارد زیر را که امکان‌پذیر هستند، کامل کنید: (این سؤال شکل نمی‌خواهد)



می‌توانم طوری برش بزنم که سطح مقطع به دست آمده، مربعی به ضلع ۱ باشد.
توضیح روش کار:

می‌توانم طوری برش بزنم که سطح مقطع به دست آمده، مربعی به ضلع ۳ باشد.
از ۳ باشد.
توضیح روش کار:

می‌توانم طوری برش بزنم که سطح مقطع به دست آمده، مربعی به ضلع ۳ باشد.
توضیح روش کار:

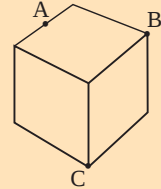




بعد رفتند سراغ سؤال ۸:

● ۸. می‌خواهیم مکعب زیر را به صورتی برش دهیم که صفحهٔ برش ما از نقطه‌های A، B و C عبور کند. سطح مقطع به‌دست آمده اصلاً به اندازهٔ قبلی‌ها ساده نیست! اما می‌توانیم بگوییم:

۳	۲	۱



- سطح مقطع مثلث می‌ماند، چون هیچ‌یک از وجه‌های پایین و پشت برش نمی‌خورد. به‌نظر ما چون مثلث متساوی‌الساقین یا متساوی‌الاضلاع نیست، مثلث یک مثلث مختلف‌الاضلاع می‌شود.

- ممکن است $\hat{B}$ قائمه باشد چون B و C روی یک وجه هستند و هر خط کج، با اون زاویه قائمه می‌سازد...

بچه‌ها را ترک کردم و نفهمیدم به چه نتیجه‌ای رسیدند، چون دیدم **سروش، نیما، علی و علی** رفته‌اند سراغ سیم‌های داغ که روی میزهای وسط کارگاه نصب شده بودند تا مکعب یونولیتی را برش بزنند و درستی پاسخ‌هایشان به سؤال ۱۱ را بررسی کنند. راستش برش زدن یونولیت با آن سیم‌های داغ که روی پایه‌ها نصب شده بودند، خیلی هیجان‌انگیز بود!

آقای **حسن‌نیا**، معلم ریاضی دانش‌آموزان، به آن‌ها یاد می‌داد که چگونه با استفاده از خط‌کش فلزی برش‌های صافی بزنند و سطح مقطع صاف به‌دست بیاورند.

● ۱۰. مکعبی را که در دست دارید به‌گونه‌ای برش بزنید که سطح مقطع به‌دست آمده یک شش‌ضلعی باشد. بعد آن را روی کاغذ قرار دهید و دور آن را با مداد خط بکشید.

● ۱۱. مکعبی را که در دست دارید به‌گونه‌ای برش بزنید که سطح مقطع آن یک شش‌ضلعی منتظم باشد! بعد آن را روی کاغذ قرار دهید و دور آن را با مداد خط بکشید.

سؤال‌های ۱۰ و ۱۱، سؤال‌های سختی بودند. حتی من هم جواب آن‌ها را نمی‌دانستم. برای همین با بچه‌ها همراه شدم. **سروش، نیما، علی و علی** هر کار کردند نتوانستند پاسخ را به‌دست بیاورند و حدس‌هایشان نادرست بود. ولی **رضا، علی‌رضا، یونس و ایمان** که داشتند روی این دو سؤال کار می‌کردند، بالاخره پس از کلی پشتکار، به‌خصوص با تلاش‌های رضا، به پاسخ درست رسیدند: «باید وسط‌های یک‌سری وجه‌ها را برش بزنیم...»

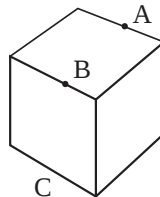
اگر می‌خواهید پاسخ رضا را ببینید، به **عکس‌های گزارش** دقت کنید.



این هم بقیه سؤال‌هایی که در این کارسوق، دانش‌آموزان پاسخ دادند:

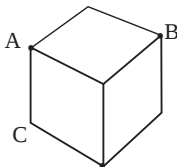
۱. می‌خواهیم مکعب زیر را برش دهیم، به صورتی که صفحه برش ما از نقطه‌های A ، B و C عبور کند. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:

۳	۲	۱

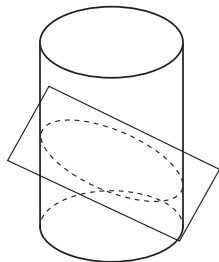


۲. می‌خواهیم مکعب زیر را برش دهیم، به صورتی که صفحه برش ما از نقطه‌های A ، B و C عبور کند. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:

۳	۲	۱



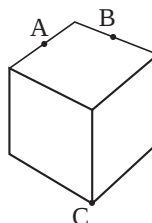
۵. شکل زیر یک استوانه را نمایش می‌دهد که توسط یک صفحه بریده شده است. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:



	دایره‌ای است که شعاعش از شعاع استوانه بیشتر است.
	دایره‌ای است که شعاعش از شعاع استوانه کمتر است.
	اصلاً دایره نیست.
	مساحتش از مساحت مقطع استوانه بیشتر است.

۹. می‌خواهیم مکعب روبه‌رو را به صورتی برش دهیم که صفحه برش ما از نقطه‌های A ، B و C عبور کند. در مورد سطح مقطع به‌دست آمده می‌توانیم بگوییم:

۳	۲	۱



در شماره آینده برهان، تجربه این دانش‌آموزان از پرینتر سه‌بعدی را برایتان گزارش خواهیم کرد.





با معلمان ریاضی

این صفحه برای معلمان ریاضی نوشته شده است و شامل ایده‌هایی است برای استفاده از مطالب این مجله در کلاس درس ریاضی. ما برای بعضی مطالب، راهنمایی‌هایی نوشته‌ایم. شما خودتان می‌توانید با ایده‌های مشابهی، سایر مطالب را به کلاس درستان ببرید. منتظر بازخوردهای شما نیز هستیم.

بازی مضرب‌ها و مقسوم‌علیه‌ها

بعضی وقت‌ها پیش می‌آید که زمان مختصری از کلاس درس، کاری برای انجام دادن نداشته باشید. یا زمان‌هایی که شاگردهایتان رمقی برای تمرین حل کردن و گوش دادن به درس نداشته باشند. بازی‌های مرتبط به درس، می‌تواند گزینه مناسبی برای این وقت‌ها باشد. در هر شماره از برهان تلاش می‌کنیم یک بازی مناسب برای کلاس ریاضی، معرفی کنیم. این بازی‌ها در نشریه برهان با عنوان «بازی‌هایی برای کلاس درس» از بقیه بازی‌های نشریه متمایز می‌شود.

وقتی مجموعه‌ها به شمارش و هندسه مرتبط می‌شوند
دیدن ارتباط بین موضوعات مختلف در ریاضیات، درک دانش‌آموزان از مفاهیم را عمیق‌تر کرده و توانایی‌های ذهنی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

این مطلب در این راستا نوشته شده است و مدلی برای بحث کلاسی ارائه می‌دهد تا طی یک فرایند اکتشافی، دانش‌آموزان بتوانند نمودار ون برای چهار مجموعه را رسم کنند.

یک مسئله، چند راه حل، کدام درست است؟

گاهی دانش‌آموزان پاسخ‌های متفاوتی به یک مسئله می‌دهند. بحث حول دلیل درستی یا نادرستی هر راه حل و مقایسه و تحلیل راه‌های مختلف، توانایی دانش‌آموزان را در حل مسئله افزایش می‌دهد و همچنین درک آن‌ها را نسبت به موضوع درسی مربوط به مسئله بیشتر می‌کند.

ریاضیات و کاربرد

در این ستون از مجله کاربرد ریاضی در جاهای مختلف را به زبان ساده برای دانش‌آموزان آورده‌ایم. این مطالب در کلاس درس می‌تواند ایجاد انگیزه کند.

اگر یک آجر را ببریم، چه شکل‌هایی به دست می‌آیند؟
گزارشی است از یک کارگاه آموزشی که ایده‌های خوبی برای آموزش احجام و سطح مقطع آن‌ها با صفحه و کمک به افزایش توانایی درک و تجسم فضایی دانش‌آموزان در بر دارد.

جدول راهنمای مطالب مجله برهان متوسطه (۱) / شماره ۷۵

عنوان مطلب	صفحه	پایه تحصیلی مرتبط	موضوع	اهداف آموزشی
راه من، راه تو، هردو یا ...	۳	هفتم و هشتم و نهم	احتمال	آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم شانس و احتمال در آزمون‌های چندگزینه‌ای.
بازی مضرب‌ها و مقسوم‌علیه‌ها	۷	هفتم و هشتم	حساب اعداد طبیعی	تسلط بیشتر دانش‌آموزان بر مضارب و مقسوم‌علیه‌های اعداد و درک تفاوت آنها باهم.
ماجرای پویا و عمو ...	۸	هفتم و هشتم و نهم	محاسبات سریع	کمک به دانش‌آموزان در دیدن الگوهای محاسباتی و توانایی ساختن رویه‌های کلی درست از روی این الگوها و بررسی دلیل درستی رویه‌ها.
کوچک‌ترین مخرج مشترک ...	۱۲	هفتم و هشتم و نهم	محاسبات سریع	آشنایی با روشی سریع برای یافتن مخرج مشترک دو یا چند کسر.
چندضلعی‌ها و ستاره‌ها	۲۰	هفتم و هشتم	هندسه و حساب	آشنایی دانش‌آموزان با روش ترسیم ستاره‌ها به کمک مضارب اعداد و دایره.
وقتی مجموعه‌ها به شمارش و ...	۲۲	نهم	مجموعه‌ها	آشنایی بیشتر با نمودار ون و کارکرد آن و استفاده از ترکیبیات و هندسه برای ترسیم نمودار ون برای چهار مجموعه.
یک مسئله، چند راه حل، ...	۲۶	هشتم و نهم	حل مسئله-سرعت	کمک به دانش‌آموزان در افزایش توانایی حل مسئله و تشخیص پاسخ‌های درست و نادرست و بحث درباره آن.



۱: مابا فعالیت های
روزانه مقدار زیادی
گاز گلخانه ای
تولید می کنیم!



۳: یخ های قطبی
آب می شوند. این یخ ها با
رنگ سفید و براق خود،
مانع جذب نور خورشید
و در واقع سایبانی
برای زمین هستند!

۲: زمین
گرم و گرم تر
می شود!



۴: با آب شدن یخ ها
زمین های حاصلخیز به
زیر آب رفته و تنها
بیابان ها و کوه ها
برای ما باقی می ماند!

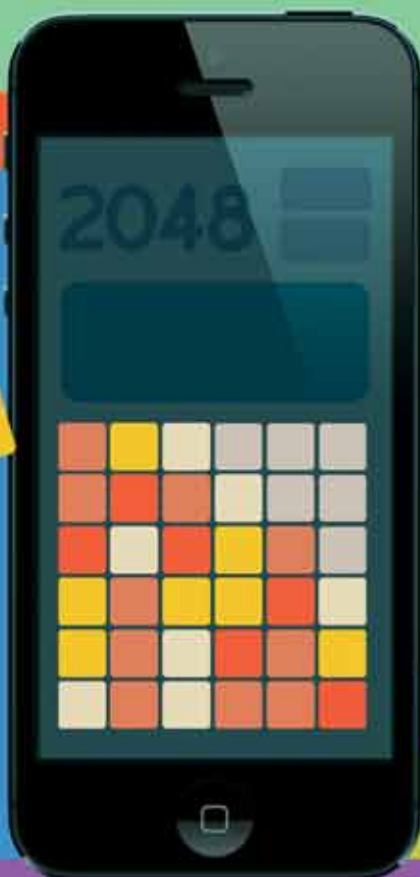


شکل مقابل به طور خلاصه دلیل گرم شدن زمین و آب شدن یخ های روی کره زمین را نشان می دهد. داده های آماری که از منابع مختلفی مانند هزاران ایستگاه هواشناسی در سطح زمین، بالون های هواشناسی، ماهواره هایی که به دور زمین می گردند، کشتی های اقیانوس پیما و غیره به دست آمده است. نشان می دهد که میانگین دمای سطح زمین رو به افزایش است. نمودار ستونی مقابل، میانگین گرمایش جهانی از سال ۱۸۸۰ تا سال ۲۰۱۰ میلادی را در بازه های زمانی ده ساله، نشان می دهد. در این نمودار می بینید که طی ۱۳۰ سال اخیر، میانگین دمای زمین حدود ۰/۷۹ درجه سانتی گراد افزایش یافته است. همچنین اختلاف ارتفاع ستون های متوالی نشان می دهد که در آخرین دهه، سرعت افزایش دما، بیش از دهه های قبل بوده است. همچنین می بینیم زمین، گرم ترین روزهای خود را در دهه اخیر داشته است.

گوشی‌های همراه و بازی‌های فکری

گردآوری: مرتضی سلیمی - سپیده چمن آرا

یکی از بازی‌های فکری جالبی که این روزها طرفداران زیادی پیدا کرده است، بازی ۲۰۴۸ است. این بازی، یک صفحه مربع شکل ۴×۴ دارد که از گوشه‌های آن به تصادف، کاشی‌هایی ظاهر می‌شود که روی آن‌ها، عدد ۲ یا عدد ۴ نوشته شده است. بازی به این صورت است که می‌توانیم با چهار کلید اصلی $\leftarrow$ $\rightarrow$ $\uparrow$ $\downarrow$ صفحه کلید، کاشی‌های یک ردیف یا یک ستون را حرکت دهیم و اگر دو کاشی هم عدد را به هم بچسبانیم، آن دو کاشی محو شده و به جای آن‌ها، کاشی‌های ظاهر می‌شود که حاصل جمع آن دو عدد روی آن نوشته شده است. هدف بازی این است که کاشی‌های بسازیم که عدد ۲۰۴۸ روی آن نوشته شده باشد.



اگر دقت کنید متوجه می‌شوید که اعداد روی کاشی‌ها توان‌های عدد ۲ هستند:

$$2 = 2^1$$

$$4 = 2^2$$

$$8 = 2^3$$

$$16 = 2^4$$

به همین دلیل است که حاصل جمع اعداد دو کاشی مشابه از همین نوع، و در واقع کاشی با عدد بعدی می‌شود:

$$2^m + 2^m = 2 \times 2^m = 2^{m+1}$$

و ۲۰۴۸، توان یازدهم ۲ است.

تعداد مربع‌های بازی ۲۰۴۸ عادی، ۱۶ عدد است، یعنی یک مربع ۴ در ۴. نسخه‌های با تعداد مربع‌های بیشتر به صورت ۸ در ۸ نیز وجود دارد. پس از استقبال از این بازی رایگان، نسخه‌ی ۲۰۴۸ فیبوناچی نیز ارایه شد. در این بازی باید اعداد را طبق سری فیبوناچی بایکدیگر جمع کرد. احتمال برد و کسب امتیاز بالاتر در این نسخه بیشتر است. اگر با اعداد رابطه‌ی خوبی ندارید، نسخه‌هایی از این بازی وجود دارد که به جای عدد، عکس‌های مشابه یا رنگ‌های مشابه را با هم جمع می‌کنید.

نسخه‌ی رسمی این بازی توسط گابریل سیرولی (Gabriele Cirulli) ارایه شد. این بازی برای

گوشی و تبلت‌های اندروید به شکل رایگان در نرم افزار بازار موجود است.

برای کسب امتیاز بیشتر:

اعداد بزرگ را با حرکت‌های بی‌جا از هم دور نکنید. اعداد را در یک گوشه زمین جمع کنید. اگر گوشه‌ای در پایین را برای جمع کردن اعداد انتخاب کرده‌اید فقط به پایین حرکت کنید. اولویت با بزرگ‌تر هاست؛ اگر چند جفت کاشی مشابه دارید، نخست اعداد بزرگ‌تر را به هم برسانید. مواظب باشید با حرکت در جهت مخالف آن گوشه‌ای که اعداد را در آن جمع می‌کنید، پشت اعداد را خالی نگذارید. در آن صورت، اعداد بزرگی خواهید داشت که با عدد‌های ۲ یا ۴ که از آن گوشه ممکن است ظاهر شوند، احاطه می‌شوند. اگر صفحه بازی یکی، دو کاشی بیشتر از نصف پر شده است، وضع شما وخیم است و باید خود را نجات بدهید.