

یادداشت سردبیر: یکی بر سر شاخ و بُن می‌برید!	۲	زهرا گویا
از کودکی رؤیای دیدن تخت‌جمشید و دیوارهایش را داشتم	۴	فردیناندو آرزارلو
ارزشیابی توصیفی: نظریه بدون عمل!	۸	سمیه غفاری، زهرا گویا
رایج شدن یک فرهنگ اثبات در هندسهٔ مدرسه‌ای (بخش نخست)	۱۴	پاتریسیوجی. هربست، مترجم: حسین غفاری
دست‌سازه‌ها: انگبینی برای یادگیری ریاضی	۲۶	حسین محمدیان
ریاضیات و فرهنگ (بخش نخست)	۲۸	نرگس عصارزادگان
فرایند برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی (بخش دوم)	۳۶	میرزا جلیلی
کسر متعارفی، تفکر نسبیتی و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان در رابطه با کسرها	۴۰	ناصر اسکندری، زهرا گویا
دو مفهوم کلیدی ریاضی دورهٔ ابتدایی	۴۸	مترجم: محمدحسام قاسمی
افت و بی‌ رغبتی به ریاضی چرا؟	۵۵	سید غلامرضا حسینی
استفاده از شطرنج به عنوان ابزاری برای توانایی حل مسئله ریاضی	۵۷	محمدعلی رضوانی
معرفی کتاب: حاکمیت خطا	۶۱	توسط شیوا زمانی
نامه‌های رسیده	۶۳	

نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ • تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ • فکس: ۸۸۳۰۱۴۷۸ • وبگاه: www.roshdmag.ir • پیام‌نگار: riyazi@roshdmag.ir • پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ • تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ • کد مدیرمسئول: ۱۰۲ • کد دفتر مجله: ۱۱۳ • کد امور مشترکین: ۱۱۴ • نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱ • تلفن امور مشترکین: ۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۳۳۶۶۵۵ • چاپ: شرکت افست (سهامی عام) • شماره‌گان: ۶۵۰۰

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به‌ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. • شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها و تصاویر، بیوست و در جاشبهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود. • برای ترجمهٔ مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمهٔ یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمهٔ ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستندهٔ مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمهٔ مقاله را به مترجم دیگری بدهد. • در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود. • بی‌نوشته‌ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد. • چکیده‌ای از اثر و مقالهٔ ارسال شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله‌های تحقیقی یا توصیفی، واژه‌های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود. • همچنین: • مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است. • مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبنی نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. • مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.



یکه بر سر شاخ و بن مے برید!

دیروز با یکی از استادان بنام و پیشکسوت مشاوره در ایران، راجع به تغییرات جدید برنامه‌های درسی گفت‌وگو می‌کردیم. ایشان نظرم را در مورد کتاب‌های درسی تازه تألیف ریاضی پرسید و من، دغدغه‌هایم را که مبتنی بر شواهد متعدد و متنوع پژوهشی و تجربی بود، بدون پوشاندن در زورق‌های خیره‌کننده و همچنین، بدون استفاده از اصطلاحات غیرضروری تخصصی، بیان نمودم. در ادامه بحث، این استاد عزیز تأکید کرد که طبق بررسی‌های ایشان، بیشترین افت تحصیلی مربوط به درس‌های ریاضی و ادبیات فارسی است، بیشترین کتاب‌های کمک آموزشی مربوط به ریاضی است، بیشترین تبلیغات مربوط به ریاضی است، بیشترین ... ایشان ادامه می‌داد و من سرگیجه گرفته بودم از این حقیقت عریان که سال‌هاست با آن آشنا هستم و فریاد کرده‌ام؛ اما چون فهمیده‌ام «آن‌چه البته به جایی نرسد فریاد است»، به نجوا کردن اکتفا نموده‌ام!

گفت‌وگوی ما به اینجا رسید که «چرا با این همه تلاشی که برای کاهش افت تحصیلی ریاضی مدرسه‌ای شده تا به حال جواب نگرفته‌ایم؟» و عرض من این بود که در واقع، مشکل از همان جا شروع شده و به دلیل ماهیت ویژه‌ای که ریاضیات و ادبیات دارند، بازار گرمی برایشان ایجاد شده که کنترل آن ساده نیست. واقعیت این است که در کتاب‌های کمک درسی ریاضیات و ادبیات، با هر تغییر کوچکی، می‌توان مدعی تولید «اثر جدیدی» شد، زیرا واژه‌ها، هجاها، عددها، نمودارها و آن‌چه که قوام‌دهنده محتوای این دو حوزه عظیم تمدن بشری است، غایت و نهایت ندارند! من در اینجا، به دلیل این که «متخصص» حوزه ادبیات نیستم، وارد آن نمی‌شوم، و امیدوارم در این مورد، صاحب‌نظران حوزه آموزش ادبیات، بیشتر و بیشتر بنویسند زیرا جامعه سخت‌بدان‌ها نیازمند است. اما تمرکز من بر آموزش ریاضی می‌گذارم و در آن هم، تنها به طرح یک مسئله بسنده می‌کنم، شاید پاسخ مناسب‌تری به استاد عزیز داده باشم.

ریاضی از مفاهیم، نمادها، نمودارها، تعریف‌ها و اصول و ... تشکیل شده است؛ اجزایی که هیچ‌کدام، غایتی ندارند و در نتیجه، می‌توان از ریاضی، مانند چشمه‌ای لایزال، دائم مطالب ظاهراً «جدید» بیرون کشید. برای مثال، حتماً حاصل $(۲+۵)$ با $(۴+۱۰)$ یا $(۶+۱۵)$ فرق دارد، ولی اگر دانش‌آموز یاد گرفته باشد که مثلاً دنبال الگوهای عددی بگردد، برایش هیجان‌انگیز خواهد بود که دریابد با ضرب $(۲+۵)$ در ۲ ، $۴+۱۰$ و با ضرب آن در ۳ ، $۶+۱۵$ حاصل می‌شود. وی ناگهان به کشف جالبی می‌رسد:

«آها! حالا فهمیدم که اگر این سه را پشت سر هم بنویسم و همین‌طور ادامه دهم، به الگوی قشنگی می‌رسم که ویژگی‌های آن، برایم جذاب است»

$(۲+۵)$ $۲(۲+۵)$ $۳(۲+۵)$ $۴(۲+۵)$

بعداً این دانش‌آموز، اگر به خوبی آموزش دیده باشد، می‌تواند به ویژگی‌های متعددی برای الگوی

بالا برسد و



اما در عوض، به جای این نوع آموزش، می توان هر کدام را به عنوان موضوعی جدید مطرح کرد، زیرا حاصل جمع ها و حاصل ضرب ها با هم فرق می کند و حتماً بین ۷، ۱۴، ۲۱ و ... تفاوت وجود دارد! «درک رویه ای»، به این بسنده می کند، اما «درک رابطه ای»، از این اعداد به بهانه ای برای درک عمیق تر ریاضی استفاده می کند. تفاوت بین نگاه رویه ای/ ابزاری به ریاضی با نگاه رابطه ای به آن، آنقدر زیاد است که اگر اولی سرلوحه قرار گیرد، کتاب های کمک آموزشی فعلی که سهل است، ده ها برابر این ها هم هنوز، جای تولید و جای قانع کردن مشتری را نسبت به خرید محصولشان دارد و اینجاست که درد اصلی شروع می شود!

مسئله ای که می خواهیم طرح کنیم، این نیست که مؤسسات، افراد و ناشران در تولید محصولاتشان محدود شوند، زیرا با تمام وجود، به اصل آزادی تولید و دادن فرصت انتخاب به مخاطب، در چارچوب ضوابط، معتقدم. اما مسئله ام این است که بین مراکز و بخش های خصوصی با سازمان های رسمی که مدافع حقوق تمام آموزش گیرندگان هستند، باید مرز روشنی وجود داشته باشد. این ضرورت از آن جا جدی تر می شود که نظام آموزشی در ایران متمرکز است و برای تولیدات متمرکز، حمایت های مالی زیادی می شود. در نتیجه، دست اندرکاران این تولیدات، مسئولیت سنگینی دارند که از نظر من، مهم ترین آن ها، نداشتن منافع مشترک با بخش های خصوصی است. برای مثال، اگر نسبت به تولید منابع درسی، از زبده ترین ها دعوت به همکاری شود و بدون شتاب، هر تولید چندین بار مورد نقد ده ها و ده ها معلم مجرب قرار گیرد - نه اینکه فقط به آن ها اطلاع رسانی شود- دیگر دلیلی ندارد که صدها کتاب کمک آموزشی، به بهانه رفع نارسایی های یک برنامه و کتاب، تولید شود. از همه مهم تر اینکه نباید، و این یک الزام است، نباید کسانی که مسئولیت تولید متمرکز در سطح ملی را دارند، کتاب های کمکی، آزمون های جورواجور، کتاب های کار و نظایر آن را برای بخش های خصوصی بنویسند. من فکر می کنم که این کتاب مطالبه عمومی است و برای کشیدن این مرز و قرار دادن این خط قرمز، هر موتور جست و جویی می تواند کمک مهمی باشد!

این کار، برای زدودن زنگار از سیمای آموزش عمومی، یک ضرورت است. اگر به موقع به آن توجه نشود - که بیش از یک دهه است که تداخل مسئولیت ها در آموزش و پرورش شتاب زیادی گرفته است- این خطر جدی تر می شود که دانش آموزان و معلمان، یک سره اعتماد خود را به تولیدات رسمی از دست بدهند و با نوع دیگری از محصولات همان تولید کنندگان، با پرداخت هزینه های گزاف، به آموزش خود اما از نوع دیگر، ادامه دهند.

به این دلیل، احساس می کنم که «یکی بر سر شاخ و بُن می برید!» و این نگرانی نا آرامم کرده است و برای رفعش، به دور از هیاهو و جنجال و زور و مداخله، نیازمند دوباره نگری هستیم. باید به هم کمک کنیم و نگذاریم وقت بگذرد. نسل ها به سرعت تغییر می کنند. آیا با ورود آیفون ۶ به بازار، ادامه بحث بر سر این که آزمون با ماشین حساب $\frac{1}{4}$ نمره کل را داشته باشد یا بیشتر یا کمتر، جای تأمل جدی ندارد؟!

زهرا گویا

از کودکی رؤیای دیدن تخت جمشید و دیوارهایش را داشتم

خوشامدگویی رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی
(ICMI)، فردیناندو آرزارلو، به شرکت کنندگان در
سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران (IMEC)

چند ایده دربارهٔ ابتکاراتی که می‌توانید
در این حوزه به خرج دهید، پیام خود را
به پایان می‌برم.

کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI)

کمیسیون بین‌المللی تدریس
ریاضی، سازمانی است که در سطح
جهانی، بر آموزش ریاضی متمرکز است.
این کمیسیون در سال ۱۹۰۸، در کنگره
بین‌المللی ریاضی‌دانان (ICM) در رُم
پایه‌گذاری شد و فلیکس کلاین، به عنوان
اولین رئیس این سازمان برگزیده شد.
کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی،
در سال‌های بین دو جنگ جهانی اول
و دوم، فعالیت اندکی داشت، اما در سال
۱۹۵۲، دوباره سازمان‌دهی شد. در این
زمان ICMI به عنوان کمیسیون رسمی
اتحادیه بین‌المللی ریاضی (IMU) معرفی
شد.

به مناسبت اولین سدهٔ کمیسیون
بین‌المللی تدریس ریاضی (۲۰۰۸-
۱۹۰۸)، کتابی تحت عنوان «تاریخ

جدید نیز برایم لذت‌آور بود، به این دلیل
هم متأسفم که نتوانستم دعوت صمیمانه
شما را بپذیرم.

اعلام اینکه نمی‌توانم به ایران بیایم
به خصوص، در سالی که برای شما
بسیار هیجان‌انگیز است، برایم غم‌انگیز
است. زیرا در این سال (۲۰۱۴)، مریم
میرزاخانی، به خاطر کارهای بزرگش،
مورد قدرشناسی قرار گرفت، کارهایی
که باعث افتخار کشور شما و پیشبرد
دیسپلین ریاضی شده است!

من برای شرکت در چهارمین دورهٔ
CANP، در دارالسلام-تانزانیا-هستم و
متأسفانه تاریخ این برنامه را نمی‌توانستم
تغییر دهم زیرا بیش از یک سال پیش،
این تاریخ قطعی شده بود و در نتیجه،
برایم سرباز زدن از وظایفم در این برنامه،
غیرممکن بوده است.

پس امیدوارم که عذرخواهی مرا
بپذیرید!

بنابراین، پیامی را برای شما آماده
کرده‌ام که در ابتدای آن، اطلاعاتی
دربارهٔ ICMI ارائه خواهم داد و بعد، با



دوستان عزیزم در ایران، باعث تأسف
است که نمی‌توانم در کنفرانس مهم شما
که شعار اصلی آن، «چالش‌های تدریس
ریاضی در عصر جدید»، است و موضوعی
بسیار تهییج‌کننده است، شرکت کنم.

همان‌طور که همکارم، زهرا
(گویا) می‌داند، از کودکی رؤیای دیدن
تخت جمشید و دیوارهایش را داشتم،
جدا از اینکه دیدار تعداد زیادی دوست

این نقاشی، یکی از چهار
نقاشی اصلی است که
از چهرهٔ گاوس کشیده
شده و در مقر اتحادیه
بین‌المللی ریاضی در
برلین قرار دارد.

ICMI» تدوین شد که از طریق سایت <http://www.icmihistory.unito.it>

قابل دسترسی است.

شروع این کتاب، به گفتاری از فلیکس کلاین مزین شده است که نشان‌دهنده دیدگاه معروف وی درباره «ریاضی به مثابه یک کل منسجم» است.

«من معتقدم که تمام بخش‌های تدریس ریاضی، از همان ابتدای ابتدا تا بالاترین سطح پژوهشی آن، باید به گونه‌ای سازمان‌دهی شود که یک پارچگی آن حفظ شود.

این دیدگاه، در من شفاف‌تر شده است که بدون چنین نگاه کل‌نگری، با منزوی کردن خود از توسعه‌های متعدد و سرزنده فرهنگی که در جریان است، خود را به خشکی و بی‌آبی محکوم کرده‌ایم، مثل گیاهی که در یک سلول قرارش داده‌ایم و نگذاشته‌ایم که نور خورشید، به آن برسد؛»

فلیکس کلاین، ۱۹۲۳

ساختار کمیسیون

بین‌المللی تدریس ریاضی

ICMI به عنوان کمیسیون IMU، دارای یک کمیته اجرایی (EC) شامل رئیس، دو معاون، یک دبیر کل و پنج عضو منتخب است (که پروفیسور زهرا گويا، یکی از نمایندگان IMU است). اعضای کمیته اجرایی یک بار در سال نشست حضوری با هم دارند.

کشورهای عضو کمیسیون

بین‌المللی تدریس ریاضی (۹۲ کشور)

۷۰ کشور عضو پیوسته اتحادیه بین‌المللی ریاضی (IMU)
۱۰ کشور عضو وابسته اتحادیه بین‌المللی ریاضی (IMU)
۱۲ کشور غیروابسته به وابسته اتحادیه بین‌المللی ریاضی (IMU)
هر کشور عضو، یک نماینده رسمی در کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی دارد. ایران یکی از کشورهای عضو

کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی است و این عضویت، از طریق انجمن ریاضی ایران اعمال می‌گردد. در حال حاضر دکتر سهیلا غلام‌آزاد- عضو پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش- نماینده رسمی ایران است.

فعالیت‌های اصلی ICMI

۱. کنگره‌های بین‌المللی آموزش ریاضی
۲. کنفرانس‌های منطقه‌ای
۳. مطالعات ICMI
۴. فعالیت‌های توسعه‌ای
۵. ابتکارات CANP (ایجاد قابلیت و شبکه‌سازی)
۶. جایزه‌های ICMI
۷. پروژه کلاین

۱. کنگره‌های بین‌المللی آموزش ریاضی (ICMEs)

- ICME12: در سئول، کره جنوبی، ۸ تا ۱۵، جولای ۲۰۱۲
- ۳۶۰۰ شرکت‌کننده از ۸۴ کشور گزارش زیر چاپ است.
- ICME13: هامبورگ، آلمان، ۲۴ تا ۳۱ جولای، ۲۰۱۶
- ICME14: در حال مذاکره برای میزبانی، تصمیم نهایی در آگوست ۲۰۱۵ گرفته می‌شود.

۲. کنفرانس‌های منطقه‌ای

- EARCOME: چین، ۲۰۰۵؛ مالزی، ۲۰۰۷؛ ژاپن، ۲۰۱۰؛ تایلند، ۲۰۱۳؛ (فیلیپین، ۲۰۱۵)
- CIAEM: برزیل، ۲۰۰۳؛ مکزیک، ۲۰۰۷؛ برزیل، ۲۰۱۱؛ (مکزیک، ۲۰۱۵)
- EMF: تانزانیا، ۲۰۰۳؛ کانادا، ۲۰۰۶؛ ماراکو، ۲۰۰۹؛ سوازیلند، ۲۰۱۲؛ (الجزایر، ۲۰۱۵)
- AFRICME: آفریقای جنوبی، ۲۰۰۵؛ کنیا، ۲۰۰۷؛ بوتسوانا، ۲۰۱۰؛ لسوتو، ۲۰۱۳
- EMLP: (در نشست امسال

تصویب شد)، پرتغال، ۲۰۱۵.

۳. مطالعات ICMI

در این بخش، به آخرین مطالعات ICMI اشاره می‌کنم (بقیه مطالعات از طریق سایت ICMI، قابل دسترسی است)

- Mathematics Education and Technology: Rethinking the Terrain (published 2010)
- Statistics Education in School Mathematics (published 2011)
- Proof and Proving in Mathematics Education (published 2012)
- Educational Interfaces between Mathematics and Industry (EIMI) (an ICMI-ICIAM-Study) (published 2013)
- Mathematics Education & Language Diversity (to be published in 2015)
- Task Design (to be published in 2015)
- Primary Mathematics Study on Whole Numbers (IPC Meeting 2014 in Berlin, Study Conference in 2015 in Macau)
- (Mathematics Curriculum)



در وبگاه این پروژه، ۲۳ نوشته به زبان‌های مختلف، منتشر شده است. آیا نوشته‌های فارسی هم برای این پروژه ارسال خواهد شد؟! این پروژه، باعث تعاملی بی‌نظیر بین ریاضی‌دان‌ها، آموزشگران ریاضی و معلمان ریاضی است. یک وبلاگ هم برای این پروژه تهیه شده است که علاقه‌مندان، می‌توانند از آن بازدید کنند.

پروژه‌های دیگر

پروژه پایگاه داده‌ها

- این پروژه در سال ۲۰۱۱ شروع شده و هدف غایی آن، ساختن بستری رایگان برای دسترسی به برنامه‌های درسی ریاضی در جهان از طریق آدرس زیر است:

<http://www.mathunion.org/icmi/activities/database-project/introduction>

پروژه ارتباطات،

اطلاع‌رسانی و آرشیو

- وبسایت ICMI

- خبرنامه (اخبار ICMI) که سه بار در سال منتشر می‌شود.

- فیس‌بوک ICMI (تا به حال، بیش از ۲۶۰۰ «دوست» و ۷۸۰ «لایک» گرفته است)

- آرشیو ICMI (با مسئولیت برنارد هاجسون)

حرف پایانی

مأموریت ICMI به‌طور مشخص، تشریک مساعی با همه کسانی است که برای ارتقای کیفیت آموزش ریاضی در تمام سطوح، کار می‌کنند و نیز حمایت از آن‌هایی که برای تحقق این هدف، سخت مشغول کارند. به طور معمول، مضمون برنامه‌های ICMI، دغدغه‌هایی است که در غالب برنامه‌ها بیان شد و اهم آن‌ها، تشریک مساعی با IMU و سایر مؤسساتی نظیر ICSU و UNESCO

است. این برنامه‌ها، دائم در حال افزایش هستند که به‌عنوان نمونه، می‌توان به سازماندهی CANP اشاره نمود.

۲۰۰۵ تا ۲۰۱۴: دهه آموزش برای توسعه پایدار (ESD)

همچنین، طبق قطع‌نامه شماره ۵۷/۲۵۴ مجمع عمومی سازمان ملل در دسامبر ۲۰۰۲ که سال‌های ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۴، دهه آموزش برای توسعه پایدار نامیده شده است؛ پروژه «به سمت تدریس ریاضی دوستانه برای یادگیرندگان»، طراحی شده است.

پروژه چالش‌های مبانی

آموزش ریاضی

سؤال‌هایی از این پروژه

«حتی در ابتدایی‌ترین کیفیت آموزش ریاضی برای همه، این آموزش نباید تنها به توسعه سواد ریاضی فروکاسته شود.»

علاوه بر حداقل‌های سواد ریاضی، آموزش ریاضی باید به سایر نیازها نیز بپردازد. ریاضی باید همه را توانمند سازد تا فعالیت‌ها و دستاوردهای بی‌نظیر انسانی را که ریشه در میراث به‌جامانده از قرن‌ها تلاش برای توسعه ریاضی در همه کشورها دارد، درک کنند؛ فعالیت‌هایی که جزئی از تاریخ بشری هستند. ریاضی باید همه را قدرتمند کند تا بتوانند سؤال‌هایی درباره نقشی که ریاضی در توسعه علوم، تکنولوژی، اقتصاد و جامعه ایفا کرده و هم‌چنان ایفا می‌کند بپرسند.

ریاضی باید دانش‌آموزان را قادر کند تا حالت‌هایی از تفکر ریاضی مانند انتزاع، تعمیم، تفکر منطقی، اثبات و تفکر نمادین را تجربه کنند تا قدرت چنان تفکری را درک کنند.

● آموزش ریاضی به‌عنوان یکی از عناصر حیاتی در یادگیری در طول زندگی یا آموزش مستمر؛

● آماده‌سازی و توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی؛

● چندزبانگی و تدریس ریاضی؛

● دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس و در حین تدریس؛

● کاربرد ریاضی در دنیای واقعی

تمام این مباحث، اگر در زمینه‌های بومی و منطقه‌ای توسعه یابند، معنای دیگری در مقایسه با توسعه همین مباحث در کشورهای دیگر دارند. همین تفاوت است که اتخاذ رویکردهای مرتبط با تدریس و یادگیری ریاضی را ایجاب می‌کند و ما را از مفروض گرفتن یک زبان جهانی برای ریاضی و ویژگی‌های فرهنگی آن در این عصر و نسل، برحذر می‌دارد.

اسناد سازمان ملل و یونسکو، بر ضرورت توسعه برنامه‌های درسی ریاضی جدیدی تأکید دارد که از طریق آن بتوان داشتن ابزاری برای همگان را ممکن ساخت تا به کمک آن، بتوانند از پس رویارویی با تکنولوژی، اطلاعات کمی و تصویری که توسط رسانه‌ها عرضه می‌شوند، و نیز حل مسئله و تصمیم‌گیری در محل کار و زندگی روزمره خود برآیند.

در این حال باید مراقب مباحث اساسی و بحران‌هایی که در این راه ممکن است پیش آید باشیم تا هم از وارد شدن آسیب‌های فرهنگی از طریق نوآوری‌ها، هم از خطر از خودیگانگی (الیناسیون) فرهنگی، و هم از خطر از دست دادن غنای فرهنگی موجود در مناطق مختلف جهان، در امان بمانیم.

این امر مهم است که بر این دیدگاه‌ها متمرکز شویم و راه‌هایی را برای به اشتراک گذاشتن تلفیقی از ملاحظات مختلف پیدا کنیم.

تشکر و موفق باشید!

پی‌نوشت

۱. اطلاعات کامل این جوایز، در شماره‌های قبلی این مجله، به خوانندگان عرضه شده است (مترجم)

ICMIwebsite: <http://www.mathunion.org/icmi/>

ارزشیابی توصیفی: نظریه بدون عمل!

چکیده

نوآورانه بودن ارزشیابی توصیفی و اجرای آن به عنوان رویکرد جایگزین ارزشیابی سنتی در مدارس ابتدایی، با توجه به نقش ویژه‌ای که نظام ارزشیابی در یادگیری ریاضی دانش‌آموزان دارد، پژوهشگر را بر آن داشت که کاری در این زمینه انجام دهد و تأثیر ارزشیابی توصیفی را بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان از دیدگاه معلمان دوره ابتدایی بررسی نماید. اصلی‌ترین یافته تحقیق این بود که معلمان، درک درستی از ارزشیابی توصیفی و چگونگی استفاده از آن جهت ارتقای جریان یاددهی-یادگیری ریاضی ندارند، بنابراین نیازمند به حمایت‌های بیشتر علمی و نمونه‌های عملی قابل اجرا هستند.

کلیدواژه‌ها: ارزشیابی، ارزشیابی ریاضی، ارزشیابی توصیفی

مقدمه

استانداردی، نمی‌تواند و قادر نیست که این داده‌های کیفی را در اختیار معلم بگذارد تا ارزشیابی عادلانه‌ای انجام دهد. چنین توصیه‌هایی برای آموزش و پرورش ایران، برانگیزاننده بود، زیرا ارزشیابی‌های متداول، مشکلاتی جدی برای دوره ابتدایی ایجاد کرده بود که سیاست‌گزاران آموزشی در ایران، پس از طراحی و اجرای چند پژوهش در سطح ملی، به این تصمیم‌گیری رسیدند که ارزشیابی توصیفی، می‌تواند بدیل مناسبی برای رویارویی با مشکلات شناخته شده در آموزش ابتدایی باشد.

به گفته رستگار (۱۳۸۲)، ارزشیابی توصیفی، یکی از نوآوری‌های آموزشی در دهه حاضر در نظام آموزشی

آینز (۲۰۰۰) بر این باور است که «ارزشیابی معنی‌دار آموزشی، نیازمند داده‌هایی است که از موقعیت‌های یادگیری دانش‌آموزان به دست آمده باشد». معلم می‌تواند در طول سال تحصیلی، کیفیت پرسش‌های دانش‌آموزان، بصیرت آن‌ها را در مورد پاسخ‌ها، درجه تعهدشان را در انجام تکلیف‌ها، کیفیت رابطه هر یک را با سایر دانش‌آموزان و چگونگی درک و فهم ریاضی آن‌ها را مشاهده کند. این مشاهدات، در واقع داده‌های بالارزشی در رابطه با موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان است که به استناد آن‌ها، معلم می‌تواند در مورد یادگیری دانش‌آموزان، قضاوت کند؛ چیزی که به گفته آیزنر، هیچ آزمون پیشرفت تحصیلی

دوره ابتدایی در ایران است و «خصلت عمده این نوع ارزشیابی در پویایی و گستردگی آن است». وی ابراز می‌دارد که در این نوع ارزشیابی، از معلم انتظار می‌رود که اقداماتی فراتر از آزمون‌های سنتی انجام دهد تا بتواند تصویری جامع از تمام وجوه یادگیری دانش‌آموز ارائه دهد. پیشینه پژوهشی این حوزه حاکی از این است که یکی از بارزترین ویژگی‌های ارزشیابی توصیفی این است که هر دانش‌آموز را متناسب با توان بالقوه‌اش در نظر می‌گیرد و از شواهد جمع‌آوری شده به‌طور مستمر، برای ارتقای دانش‌آموز استفاده می‌کند و توجه به تفاوت‌های فردی را مهم می‌داند. هم‌چنین، حسنی (۱۳۸۹) توضیح می‌دهد که «کیفی بودن این الگوی ارزشیابی تحصیلی بیشتر ناظر به دو عنصر مهم در آن است. از یک‌سو، در مرحله جمع‌آوری اطلاعات ابزارهای مصاحبه، مشاهده و مانند این‌ها را به‌کار می‌گیرد، که جنبه کیفی نیز دارند، و از سوی دیگر، در مرحله تحلیل و تفسیر اطلاعات حاصل از جریان پیشرفت تحصیلی دانش‌آموز، به ابعاد کیفی یادگیری مانند چگونگی یادگیری و دلایل ضعف و قوت آن، توجه می‌نماید» (ص. ۳۸). با این مقدمات، ارزشیابی توصیفی در ایران از سال تحصیلی ۱۳۸۲-۱۳۸۱، با هدف‌های زیر، برای اجرا، ابلاغ شد:

۱. ارزشیابی توصیفی و تشریح جریان پیشرفت تحصیلی و تربیتی (تلاش و عملکرد) دانش‌آموزان به‌منظور اصلاح روند یاددهی - یادگیری در کلاس درس

۲. ارتقای سطح بهداشت روانی از طریق کاهش نقش ارزشیابی پایانی و مقیاس کمی در سرنوشت تحصیلی و تربیتی دانش‌آموزان

۳. توجه به حیطه‌های مختلف شخصیت دانش‌آموز در ابعاد عاطفی، اجتماعی و سطوح بالای حیطه شناختی (مصوبه دویست و نود و ششمین جلسه شورای عالی آموزش و پرورش مورخ ۱۳۸۲/۰۶/۱۲).

اما زمانی می‌توان اهمیت و لزوم استفاده از چنین نوآوری‌هایی را در آموزش و پرورش موجه دانست که اثربخشی این نوآوری‌ها از طریق ارزیابی نتایج به‌دست آمده، مورد تأیید قرار گیرد. حسنی و کاظمی (۱۳۸۲) از قول چستر بارنارد نقل می‌کنند که اگر عملی به هدف

برسد، اثربخشی حاصل شده است (ص ۳۹). بدین سبب، انجام تحقیقات در مورد میزان تحقق هدف‌های ارزشیابی توصیفی یک ضرورت است. در این مقاله، پژوهشی که در سال تحصیلی ۱۳۹۳-۱۳۹۲ انجام شد، به اجمال، معرفی می‌شود.

پیشینه

در این بخش، پس از معرفی سابقه ارزشیابی توصیفی در ایران، پیشینه پژوهشی ارزشیابی ریاضی و استانداردهای ارزشیابی ریاضی به اختصار، بیان می‌شود.

ارزشیابی توصیفی در ایران: با توجه به تحولات آموزشی در جهان، در نظام آموزشی ایران نیز رویکردهای جدید ارزشیابی، رفته‌رفته جای ارزشیابی سنتی را می‌گیرد. این رویکردها بر ارزشیابی فرایندی و تکوینی تأکید دارند و به‌صورت مستمر، آموخته‌های دانش‌آموزان را به‌صورت کیفی ارزیابی نموده و بازخوردهایی را برای اصلاح و بهبود فرایند یادگیری دانش‌آموزان ارائه می‌دهند. یکی از برنامه‌هایی که در این زمینه در حال انجام است، برنامه ارزشیابی توصیفی در دوره ابتدایی در ایران است. بعد از مصوبات ۶۷۴ مورخ ۱۳۸۱/۲/۵ و ۶۷۹ مورخ ۱۳۸۱/۸/۳ «شورای عالی آموزش و پرورش»، مبنی بر تهیه طرحی برای تغییر نظام ارزشیابی پایه‌های اول تا سوم ابتدایی، طرحی تحت عنوان ارزشیابی توصیفی، توسط دفتر ارزشیابی تحصیلی و تربیتی تهیه و به اجرای آزمایشی گذاشته شد و پس از آن. این برنامه از سال ۱۳۸۲، به‌صورت آزمایشی در تعداد محدودی مدرسه اجرا شد و بعد از ارزیابی نتایج آن، در سال ۱۳۸۷، از طرف وزارت آموزش و پرورش، برای اجرا در مدارس ابتدایی و در سطح ملی، ابلاغ شد. برای آشنایی اجمالی با هدف‌های این طرح، حسنی (۱۳۸۹) هفت محور زیر را که به‌منزله ویژگی‌های ارزشیابی توصیفی است، ارائه داده است (صص ۴۰-۵۱):

● **محور اول:** تغییر تأکید از ارزشیابی پایانی به ارزشیابی تکوینی

● **محور دوم:** تغییر مقیاس فاصله‌ای (۰ تا ۲۰) به مقیاس ترتیبی (بیش از حد انتظار، در حد انتظار، نزدیک به انتظار، نیازمند تلاش بیشتر)

یکی از بارزترین ویژگی‌های ارزشیابی توصیفی این است که هر دانش‌آموز را متناسب با توان بالقوه‌اش در نظر می‌گیرد و از شواهد جمع‌آوری شده به‌طور مستمر، برای ارتقای دانش‌آموز استفاده می‌کند و توجه به تفاوت‌های فردی را مهم می‌داند

**بنابه اظهار شورای
ملی معلمان ریاضی،
استانداردها میزان و
معیاری برای قضاوت
و داوری کردن درباره
کیفیت ارزشیابی‌های
ریاضی هستند
که در شش بخش
ریاضی، یادگیری،
مساوات، بازبودن
(منعطف بودن)،
استنتاج، انسجام
و ارتباط منطقی،
دسته‌بندی شده‌اند**

● **محور سوم:** تنوع بخشی به ابزارهای جمع آوری اطلاعات مانند پوشه کار، ابزارهای ثبت مشاهده، آزمون‌های عملکردی و....

● **محور چهارم:** تغییر در ساختار کارنامه

● **محور پنجم:** تغییر در مرجع تصمیم گیرنده درباره ارتقای دانش آموزان

● **محور ششم:** توجه همه جانبه به تمامی جنبه‌های رشد

● **محور هفتم:** نقش ارزشیابی مستمر در فرایند آموزش.

ارزشیابی ریاضی: ارزیابی برنامه درسی و ارزشیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان، یکی از عوامل مؤثر در برنامه ریزی درسی و حتی فراتر از آن، از ضرورت‌های نظام آموزشی است تا به وسیله فرایند انجام آن، پویایی و سلامت و حیات نظام آموزشی حفظ گردد. این حکم در مورد هر ماده درسی نیز صادق است. به همین دلیل، تبیین اصول و استانداردها و چگونگی انجام آن در مورد هر موضوع درسی، بخشی از برنامه درسی آن موضوع است.

به توصیه شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (۲۰۰۰)، ضروری است که ارزشیابی، بازتاب ریاضیاتی باشد که همه دانش آموزان برای دانستن و انجام دادن، به آن نیازمندند و برای حل مسائل دنیای واقعی خویش، از آن استفاده می کنند؛ همان دنیای واقعی که دائم در حال توسعه و تغییر است و ریاضی مناسب، آن است که این تغییر و تحولات را مورد توجه قرار دهد. از جمله این تغییرات آن است که در دنیای اطلاعات و ارتباطات، همان طور که آیزنر (۲۰۰۰) پیش بینی کرده بود، در فرایند تولید معانی، دانش آموزان، مهر تأیید خردمندان خود را بر هر آن چه که می سازند، می زنند و معمولاً این نوع تولید، با آن چه که مورد انتظار معلمان است، فاصله زیادی دارد. از این گذشته در دوران کنونی، تفکر و اندیشیدن، تنها به مباحث و محتوای ریاضی مورد نیاز دانش آموزان مربوط نمی شود، بلکه به راه های مهم یادگیری و به کارگیری ریاضی نیز، مربوط است. کرشن مارک (۱۹۹۱)، معتقد است که به موازات تنوع شیوه های آموزش ریاضی از جمله تکلیف های بازپاسخ، فعالیت های گروهی و تأکید بر تفکر و ارتباطات،

روش های ارزشیابی نیز باید تغییر کنند. رویکردهای بین المللی به ارزشیابی ریاضی، تمرکز بیشتری بر ارزشیابی مهارت های فرایند حل مسئله، ارتباطات و استدلال و تأکید کمتری بر ارزیابی دانش حقایق ریاضی دارند، زیرا مهارت های پیشرفته تفکر ریاضی، نمی توانند به صورت مناسب، توسط روش های ارزشیابی یکنواخت مانند سؤالات چندگزینه ای، سنجیده شوند. بدین سبب برای ارزشیابی مهارت های پیشرفته تفکر، لازم است روش های ارزشیابی خاصی طراحی شوند. به عبارت دیگر، به تعبیر نوه و کیم^۱ (۲۰۱۰)، در زمان حاضر، چگونگی یادگیری و به کارگیری ریاضی، اهمیت اساسی پیدا کرده است. در نتیجه، آموزش ریاضی، به طور فزاینده ای بر چگونگی تفکر و حل مسئله ریاضی تأکید می کند، زیرا کسب مهارت های رویه ای به تنهایی، دانش آموزان را برای زیستن و موفق بودن در دنیای پیچیده کنونی آماده نمی کند. آنان هم چنین، دانش آموزان را مستحق نوعی از برنامه درسی ریاضی می دانند که بتواند قدرت ریاضی آن ها را توسعه دهد و بدین سبب، توصیه می کنند که نظام ارزشیابی، فرصت هایی ایجاد کند تا دانش آموزان، قادر به نشان دادن توانمندی ریاضی خود باشند.

از این ها گذشته، در سال ۲۰۰۰، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، اصول و استانداردهای ریاضی را منتشر کرد که در آن، اظهار شده است که ارزشیابی، باید حامی فرایند یادگیری دانش آموزان باشد و این بدان معنی است که ارزشیابی، علاوه بر کمک به یادگیری ریاضی، لازم است اطلاعات مفیدی را - هم به دانش آموزان و هم به معلمان - بدهد (نوه، کیم و کیم، ۲۰۰۳). در گزارش های همه کس به حساب می آید^۲ و هیئت آموزش علوم ریاضی^۳ (۱۹۸۹) نیز که به سفارش و با حمایت و پشتیبانی شورای ملی تحقیق^۴ در مورد دورنمای آموزش ریاضی در ایالات متحده منتشر شدند، تأکید شده است که در طراحی آزمون ها، باید توجه داشت که آن چه که ارزشمند است، مانند توانایی جست و جوی، کشف و حل مسئله دانش آموزان مورد سنجش قرار گیرد، نه آن چه که به راحتی قابل سنجش است (به نقل از کرشن مارک، ۱۹۹۱).

استانداردهای ارزشیابی ریاضی: بنابه اظهار شورای ملی معلمان ریاضی، استانداردها میزان و معیاری برای قضاوت و داوری کردن درباره کیفیت ارزشیابی‌های ریاضی هستند که در شش بخش ریاضی، یادگیری، مساوات^۵، بازبودن^۶ (منعطف بودن)، استنتاج^۷، انسجام^۸ و ارتباط منطقی، دسته‌بندی شده‌اند (۱۹۹۵). این استانداردها، می‌تواند به معلمان و سایر مسئولان آموزشی کمک کند تا در طراحی ارزشیابی‌ها، مطمئن شوند که برای هر آزمون، ویژگی‌های زیر، لحاظ شده است:

- نشان‌دهنده ریاضیاتی باشد که دانش‌آموزان باید بدانند و قادر به حل آن باشند؛
- باعث افزایش یادگیری ریاضی دانش‌آموزان شود؛
- تضمین‌کننده مساوات باشد؛
- فرایندی باز و منعطف باشد؛
- فرصت مناسبی برای استنباط‌های معتبر مربوط به یادگیری دانش‌آموزان فراهم آورد؛
- فرایندی منسجم باشد.

همه ارزشیابی‌های ریاضی کم و بیش، این استانداردها را به کار می‌گیرند؛ استانداردهایی که می‌توانند برای فعالیت‌های ارزشیابی خاص یا یک نظام ارزشیابی کلان نیز، مورد استفاده قرار گیرند. البته، استانداردهای انسجام و ارتباط منطقی، با استانداردهای دیگر تفاوت دارند و موجب ارتباط و اتصال درونی بین سایر استانداردها می‌شود تا نظام ارزشیابی و اهداف ارزشیابی، تحقق‌پذیر گردند (نوه و کیم، ۲۰۱۰). این استانداردها، باعث ایجاد تحرک و پویایی در تدریس و یادگیری ریاضی می‌شوند و فرایند اصلاحی برنامه درسی ریاضی، تدریس ریاضی و ارزشیابی را بهبود می‌بخشند.

معرفی یک مطالعه

در سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲، تحقیقی در ایران انجام شد که هدف اصلی آن، آشنایی با نظرات معلمان ابتدایی درباره ماهیت ارزشیابی توصیفی و طراحی بود که اجرای آن در دوره ابتدایی، از سال ۱۳۸۷ اجباری شد. شرکت‌کنندگان در این پژوهش، ۱۸ معلم دوره ابتدایی بودند و داده‌های این مطالعه، توسط یک پرسش‌نامه

جمع‌آوری شد. اولین سؤال این پرسش‌نامه، در مورد تفاوت‌های عمده ارزشیابی توصیفی با ارزشیابی‌های سنتی از نظر معلمان ابتدایی بود که در این مقاله، تنها نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل پاسخ‌های داده شده به این سؤال است.

یافته‌ها: در مجموع، از نظر معلمان، منظور از «استمرار» در ارزشیابی توصیفی، جمع‌آوری شواهد یادگیری دانش‌آموز طی جریان یادگیری و در طول زمان و همراه با آموزش نبود و بیشتر، به دفعات آزمون توجه داشتند. در حالی که در ارزشیابی سنتی هم، منظور از استمرار، افزایش دفعات آزمون است که گاهی ماهانه، گاهی هفتگی و حتی گاهی روزانه پس از آموزش هر موضوع، انجام می‌شود. در واقع، پاسخ معلمان به این سؤال، نشان‌دهنده سردرگمی آنان نسبت به شناخت و برداشتشان از ارزشیابی توصیفی بود که اکثراً آن را به نوعی با «استمرار» و «دفعات آزمون» معادل گرفته بودند. تجزیه و تحلیل پاسخ‌های معلمان ابتدایی شرکت‌کننده در این مطالعه به این سؤال نشان داد که از نظر آنان، عمده‌ترین تفاوت‌های ارزشیابی توصیفی با ارزشیابی سنتی، شامل چهار مقوله اضطراب، انگیزه و رقابت، تفاوت‌های فردی و فعالیت‌های کلاسی است که در ادامه، به اجمال، به هر یک پرداخته می‌شود.

اضطراب: برخی از پاسخ‌های معلمان هم‌سو و برخی دیگر در تناقض با اظهارات نظری این حوزه بود. برای مثال، معلمان ابتدایی، با متون داده شده به آنان برای آمادگی جهت اجرای طرح ارزشیابی توصیفی آشنا بودند که نقل قول زیر، یک نمونه معرف است:

یکی از نتایج ملموس و آشکار امتحانات حساس و مهم، اضطراب است که اکثر دانش‌آموزان به شکلی آن را تجربه کرده‌اند و این اضطراب پدیده شایعی در بین دانش‌آموزان است. امتحان تنها موقعیتی نیست که در آن رفتار اضطراب‌آمیز ظاهر می‌شود. نشان داده شده است که بین اضطراب کلی و اضطراب امتحان، رابطه وجود دارد اما تکرار این موقعیت به‌مرور، موجب ایجاد، توسعه و تشدید این رفتار خواهد شد. اضطراب در صورتی که در حد و اندازه طبیعی باشد، یک عامل

عمده‌ترین
تفاوت‌های ارزشیابی
توصیفی با ارزشیابی
سنتی، شامل چهار
مقوله اضطراب،
انگیزه و رقابت،
تفاوت‌های فردی و
فعالیت‌های کلاسی
است

جدول (۱). ویژگی‌های ارزشیابی توصیفی از نظر معلمان

نقاط قوت ارزشیابی توصیفی	نقاط ضعف ارزشیابی توصیفی
کاهش اضطراب	افزایش بی‌دقتی به دلیل نوع ارزشیابی
فعال کردن دانش آموز	بی‌میلی و بی‌انگیزگی به دلیل کاهش رقابت
افزایش اعتماد به نفس و ایجاد شور و نشاط در کلاس	از بین رفتن رقابت به دلیل عدم توجه به نمره دقیق
توجه به تفاوت‌های فردی	پاسخ گو نبودن نظام آموزشی در مقابل والدین
استمرار ارزشیابی از طریق سنجش فعالیت‌های کلاسی	بی‌انگیزه شدن دانش آموزان برای فعالیت و درس خواندن
تغییر رویکرد آموزش معلم محور به دانش آموز محور	تلاش محور نبودن دانش آموزان و کاهش روحیه رقابت و درس خواندن در آن‌ها

انگیزشی محسوب می‌شود و برای هر فعالیت حساس و دقیقی، شرط لازم است؛ اما به هر میزان که اضطراب افزایش یابد، روند بهبود یادگیری کاهش می‌یابد و اندک، خود اضطراب به یک معضل و مانع در مسیر یادگیری تبدیل می‌شود (حسنی و احمدی، ۱۳۸۴).

در نتیجه، اکثریت بالای شرکت کنندگان نیز به «اضطراب»، به عنوان یکی از تأثیرات جدی ارزشیابی در دانش آموزان اشاره نمودند و ابراز کردند که ارزشیابی توصیفی، می‌تواند عاملی برای «کاهش اضطراب» باشد. اگرچه این عده، هنوز شواهد تجربی قابل اتکا برای این گفته نداشتند و منابع نظری مانند نقل قول بالا هم، فرق بین دغدغه و اضطراب را برایشان مشخص نکرده بود که همین، به سردرگمی آن‌ها افزوده بود. مثلاً، معلمان به تکرار نوشته بودند که در ارزشیابی توصیفی، «تأکید بر فرایند یادگیری است و نه فرآورده»، پس «استرس نمره را از دانش آموز می‌گیرد» و «استرس امتحان را از بین می‌برد و دانش آموز با نقش فعال در یادگیری، شرکت می‌کند» و باعث «کاهش اضطراب و تنش‌های روانی یادگیری دانش آموزان» می‌شود. اما به ندرت، به دلایل تجربی برای چنین اظهارات نظری استناد کرده بودند.

کاهش رقابت: به نظر معلمان، ارزشیابی توصیفی موجب کاهش رقابت می‌شود، ولی این کاهش رقابت در راستای کاهش انگیزه هم هست. معلمان نشان ندادن پیشرفت را با «کمیت»، (نمره) از عوامل کاهش «میل و رغبت به درس» در دانش آموزان می‌دانستند، زیرا از نظر آن‌ها، «در ارزشیابی سنتی، که بر مبنای حداکثر نمره ۲۰ می‌باشد، ارزشیابی دقیق و بیشتر، باعث ایجاد انگیزه در دانش آموزان می‌گردد». ایشان هم چنین، در دفاع از ارزشیابی سنتی، اعتقاد داشتند که این نوع ارزشیابی

«برای اولیا نیز قابل درک و ملموس است»، برخلاف ارزشیابی توصیفی که به نظر اولیا، «در بسیاری مواقع باعث ایجاد تنبلی و کاهش میل و رغبت دانش آموز می‌شود». علاوه بر این «ارزشیابی توصیفی موجب می‌شود رقابت از بین برود و والدین، تفاوت خاصی را در بین فرزندان و همسالانشان نمی‌یابند». این نظرات نشان می‌دهد که آموزگاران در حالی که ارزشیابی توصیفی را عاملی برای «کاهش رقابت» دانش آموزان معرفی کردند، در همان حال نیز، آن را عاملی برای «کاهش انگیزه» دانستند، به گونه‌ای که «ارزشیابی توصیفی، موجب شده که دانش آموزان بی‌دقت‌تر شوند و تلاشی برای رفع بی‌دقتی خود نکنند». بیرون آوردن معلمان از این فضای متناقض، نیازمند آموزش‌های عملی با مصداق‌های واقعی است، اگرچه با تمام وجود با این گفته هم‌نظر باشند که «ایجاد رقابت بین کودکان در سنین اولیه دبستان، کاری ناپسند از منظر تربیتی است و عوارض نامطلوب زیادی را بر شخصیت کودکان بر جای می‌نهد» (شکوهی، ۱۳۸۰).

توجه به تفاوت‌های فردی: با توجه به اصول نظری حاکم بر ارزشیابی توصیفی، در انجام ارزشیابی پیشرفت تحصیلی می‌بایست به تفاوت‌های فردی دانش آموزان توجه شود. برای نمونه، باقری (۱۳۸۶) توضیح داده است که «در ارزشیابی توصیفی، دانش آموزان با یکدیگر مقایسه نمی‌شوند، بلکه هر دانش آموز با توجه به در نظر گرفتن تفاوت‌های فردی مورد ارزشیابی قرار می‌گیرد». اما طبق آموزش‌های نظری که به معلمان - حضوری یا غیرحضوری - داده شده، «توجه به تفاوت‌های فردی»، به درستی معرفی نشده بود. در نتیجه، نظرات معلمان نسبت به این مقوله در برداشتشان از ارزشیابی توصیفی، بیشتر تکرار حرف‌هایی از این قبیل بود که «توجه به

تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان بیشتر شده است»، زیرا در «ارزشیابی توصیفی، بیان و عملکرد دانش‌آموزان تقویت می‌شود». یا اینکه «ارزشیابی توصیفی فرصت فکر کردن به دانش‌آموز می‌دهد» و آن‌ها «به فکر کردن تشویق می‌شوند» و این‌ها، عاملی برای «افزایش توجه به تفاوت‌های فردی فراگیران می‌تواند باشد». در حالی که در سایر نظراتی که معلمان ابراز کردند، حمایتی از این ادعاها نکردند. در نتیجه، اینکه آیا معلمان در عمل، چنین باوری نسبت به ارزشیابی توصیفی داشته باشند، جای بحث و مطالعه دارد.

حرف پایانی

در جمع‌بندی نظرات معلمان به سؤال اول این پرسش‌نامه، مشاهده شد که از نظر آن‌ها، ارزشیابی توصیفی دارای ویژگی‌های متناقضی است که مهم‌ترین آن‌ها، در جدول (۱) آمده است.

در هر صورت، ارزشیابی توصیفی چالش بزرگی برای معلمان ابتدایی است که برای آن، راه‌حل مناسب ندارند و این، در پاسخ‌های آن‌ها به‌وضوح دیده می‌شود. یعنی در حالی که دوست دارند باور کنند که ارزشیابی توصیفی به نفع دانش‌آموزان و ارتقای یادگیری آن‌هاست، اما به این باور، بی‌اعتمادند! زیرا نه شواهد کافی برای ارجحیت ارزشیابی توصیفی نسبت به ارزشیابی سنتی یا معمول دارند، نه با ابزارهای ارزشیابی توصیفی آشنایی عملی دارند، نه آموزش‌های لازم را برای چگونگی استفاده از این ابزارها دیده‌اند و نه در نظام آموزشی فعلی، جایی برای قضاوت‌های آنان پیش‌بینی شده است. در نتیجه، ناگهان معلمان دوره ابتدایی، با پدیده‌ای به نام «ارزشیابی توصیفی» مواجه شده‌اند که سایر ارکان نظام آموزشی هم‌زمان با آن، تحول نیافته است. به‌طور مثال، نظام انتخاب، نوع حمایت، نظام رتبه‌بندی و ارتقا، آموزش‌های مستمر معلمان ابتدایی و بهبود شرایط زندگی آنان در عمل، تغییر اساسی نیافته است. اما میزان انتظار از آنان و اجرای برنامه‌هایی از قبیل ارزشیابی توصیفی و درس‌پژوهی که معلمان در مقابلشان مسئول به حساب می‌آیند، از نظام‌های آموزشی مانند ژاپن اقتباس شده که شأنیت معلم و نوع حمایت حرفه‌ای و معیشتی آنان، از اساس با آن‌چه که

در ایران شاهد آن هستیم، متفاوت است که این امر، نیازمند توجه و تأمل بسیار است.

پی‌نوشت‌ها

1. Noh & Kim
2. Everybody Counts
3. Mathematical Sciences Education Board
4. National Research Council
5. Equity
6. Openness
7. Inference
8. Coherence

منابع

۱. آیزنر، الیوت (۲۰۰۰). آنان که گذشته را نادیده می‌گیرند. زهرا گویا و سپیده چمن‌آرا (۱۳۸۱). *مجله رشد آموزش ریاضی*. شماره ۶۹، ص ۴ تا ۱۸؛ دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۲. احمدی، حسین و حسینی، محمد (۱۳۸۴). *ارزشیابی توصیفی الگویی نو در ارزشیابی تحصیلی*. تهران، چاپ اول، انتشارات مدرسه.
۳. باقری، رضا (۱۳۸۶). ارزشیابی کیفی و یادگیری. *همایش ملی ارزشیابی و پیشرفت تحصیلی*، انتشارات حضرت معصومه، چاپ اول، ۱۳۸۷.
۴. شکوهی، غلامحسین (۱۳۸۰). *مبانی و اصول آموزش و پرورش*. مشهد: انتشارات به نشر.
۵. رستگار، طاهره (۱۳۸۳). *ارزشیابی در خدمت آموزش*. تهران، مؤسسه فرهنگی منادی تربیت.
۶. حسینی، محمد (۱۳۸۹). *راهنمای اجرای ارزشیابی کیفی توصیفی در کلاس درس*. تهران، انتشارات عابد.
۷. حسینی، محمد و کاظمی، یحیی (۱۳۸۲). *طرح ارزشیابی توصیفی*. تهران، انتشارات آثار معاصر.
۸. کرشتن مارک، جین (۱۹۹۱). *ارزیابی ریاضی: اسطوره‌ها، مدل‌ها، سؤال‌های خوب و پیشنهادهای عملی*. ترجمه زهرا گویا و مانی رضائی (۱۳۸۷). تهران: انتشارات فاطمی.
۹. دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش (۱۳۸۵). *مجموعه مصوبات شورای عالی آموزش و پرورش*. تهران.

10. N.C.T.M.(1989). Principle and Standard for School Mathematics. Reston, VA:THE Author.
11. N.C.T.M.(1995). Assessment Standard for School Mathematics. Reston, VA:THE Author.
12. N.C.T.M. (1991). Professional Standard for Teaching Mathematics. Reston, VA:THE Author.
13. Noh, S. & Kim, M. K. (2010). Alternative Mathematics Assessment: A Case Study of the Development of Descriptive Problems for Elementary Schools in Korea. Seoul: Ewha Womans University Press.



رایج شدن یک فرهنگ اثبات در مدارس ریاضی؟

تکامل اثبات دوستونه در اوایل قرن بیستم*

(بخش نخست)

پاتریسیو جی. هربست**
ترجمه: حسین غفاری
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

در توسعه ایده‌های جدید، می‌توانند اثبات را در حد باور عمومی از آن، یاد بگیرند. بین اصلاحات قدیمی و اصلاحات جدید که بر استدلال و اثبات تأکید می‌کند، ارتباط برقرار خواهیم ساخت. با استفاده از مشاهدات تاریخی، پیشنهاد خواهیم کرد که همزمان با اینکه به دنبال ایجاد جایگاهی برای اثبات در ریاضی مدرسه‌ای امروزی هستیم، باید نسبت به جداسازی امر «اثبات» از امر «دانستن»، بدگمان باشیم.

کلیدواژه‌ها: اثبات، هندسه، هندسه مدرسه‌ای

مقدمه

اثبات در آموزش ریاضی مدرسه‌ای آمریکا

در توصیه‌های رایج برای آموزش ریاضی، همان‌طور که در اصول و استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای (شورای معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰) آمده است، این انتظار وجود دارد که دانش‌آموزان در هر پایه تحصیلی درگیر اثبات و استدلال باشند. «بخشی از زیبایی ریاضی این است که وقتی اتفاق جالبی در آن می‌افتد، معمولاً دلیل خوبی برای آن وجود دارد، و دانش‌آموزان باید این موضوع را درک کنند». دقیق‌تر اینکه، «در پایان دوره دبیرستان، دانش‌آموزان باید قابلیت درک و تولید اثبات‌های ریاضی را داشته باشند» (شورای معلمان ریاضی آمریکا، ۲۰۰۰، ص ۵۶). دلیل منطقی وجود اثبات به‌عنوان یکی از وظایف

همراه با اصلاحات دهه ۱۸۹۰، و در زمانی که هندسه به‌عنوان جایی برای دانش‌آموزان جهت یادگیری «هنر اثبات کردن»، در نظر گرفته شد؛ در آمریکا انتظار از دانش‌آموزان دبیرستانی برای اثبات حکم‌های هندسی، تبدیل به یک هنجار شد. در واکنش به مطالبه اصلاحات، در حرفه معلمی فرهنگی شکل گرفت که طی آن از دانش‌آموزان خواسته می‌شد که «اثبات» تولید کنند و آن را در «قالب دوستونی»^۱ به‌صورت گزاره‌هایی همراه با دلیل درستی هر گزاره بنویسند. من در اینجا یک گزارش تاریخی را با شروع از زمانی که هندسه به‌عنوان یک موضوع درسی مطرح شد تا وقتی که اثبات به مرکز و محور درس هندسه تبدیل شد، عرضه خواهم کرد و شرح خواهم داد که چگونه «اثبات کردن» به‌عنوان تکلیفی برای دانش‌آموزان تحول و تکامل یافت. همچنین از دلایل و توجیهات تاریخی استفاده خواهم کرد تا توضیح دهم که چگونه قالب اثبات دوستونی این امر را امکان‌پذیر ساخت که معلمان بتوانند ادعا کنند اثبات کردن را به دانش‌آموزان یاد می‌دهند و در عین حال دانش‌آموزان بتوانند نشان دهند فعالیت‌های آن‌ها شامل اثبات کردن می‌شود و بالاخره شرح خواهم داد چگونه این موضوع، به پایداری درس هندسه کمک کرد. من آشکار خواهم ساخت که ماهیت هندسه مدرسه‌ای، تحت تأثیر اصرار بر یاددهی اثبات، به چه چیزی تبدیل شد. این کار را با نشان دادن این موضوع انجام می‌دهم که دانش‌آموزان در ازای کاهش میزان مشارکتشان

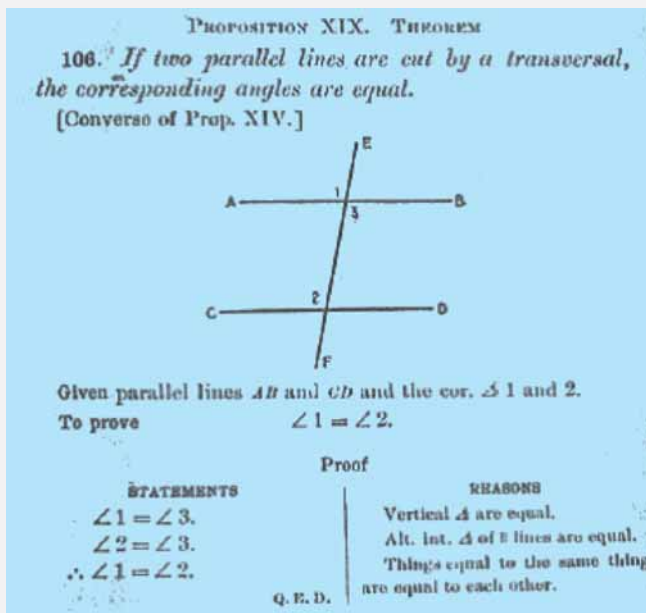
اصلی دانش‌آموزان در مدرسه، نقشی است که اثبات در کارهای ریاضی‌دانان برعهده داشته است. (لاکاتوش، ۱۹۷۶؛ راو، ۱۹۹۹). به خاطر ارتباط نزدیکی که اثبات با شکل گرفتن ایده‌های ریاضی دارد، فعالیت اثبات کردن برای دانش‌آموزان، به اندازه فعالیت‌هایی مانند تعریف کردن، مدل کردن، بازنمایی و حل مسئله، طبیعی به نظر می‌رسد. با این وجود، سوال مهمی که ایجاد می‌شود این است که کلاسی که در آن از دانش‌آموزان انتظار تولید اثبات می‌رود، چگونه باید سازماندهی شود و این اثبات چگونه باید باشد.

این عقیده^۲ که دانش‌آموزان باید گزاره‌هایی را اثبات کنند برای معلمان آمریکایی خیلی هم غریبه نیست؛ چراکه آن‌ها به‌طور سنتی از درس هندسه در دبیرستان برای کمک به توسعه مهارت «اثبات کردن»^۳ دانش‌آموزان استفاده کرده‌اند. این فرهنگ بیش از یک قرن در آمریکا وجود داشته و تأثیر ماندگاری بر طرز تلقی آمریکایی‌ها از اثبات ریاضی داشته است. در نگاه بسیاری از مردم، اثبات، دنباله‌ای از گزاره‌ها و دلایل آن‌هاست که در دو ستون نوشته می‌شوند و نشان می‌دهند که از فرض(ها) چگونه می‌شود حکم را نتیجه گرفت (شکل ۱). تحت تأثیر این فرهنگ اثبات دوستونی^۴، فعالیت اثبات برای دانش‌آموزان بیشتر از اینکه تمرینی باشد برای تولید استدلال‌های قانع‌کننده برای ایده‌های معقول و مهم ریاضی (بال و بس، ۲۰۰۰؛ شونفیلد ۱۹۸۷)، شبیه یک تمرین منطقی بود که برای نشان دادن درستی یک گزاره بدیهی انجام می‌شد (کلاین^۵، ۱۹۶۵).

برخلاف انتقادهای دو نکته درباره اثبات دوستونی قابل توجه است. نخست اینکه، هرچقدر هم که اثبات دوستونی فرهنگ اثبات را فروکاسته باشد، باز هم جایگاهی برای اثبات در مدرسه در طول بیش از یک قرن ایجاد و آن را حفظ کرده است. دوم این‌که، فرهنگ اثبات دوستونی در زمانی بسط و گسترش یافت که در برنامه درسی مدارس، بحث مسئولیت مدارس در قبال فعالیت‌های فکری^۶ دانش‌آموزان بسیار مورد توجه قرار گرفته بود (الیوت و همکاران، ۱۸۹۳؛ نایتینگل^۸ و همکاران، ۱۸۹۹). با در نظر گرفتن این دو ملاحظه، قابل درک است که فرهنگ اثبات دوستونی - چیزی که استدلال و اثبات ریاضی را به ابعاد منطقی و رسمی آن فروکاسته - به‌عنوان یک روش عملی در مدارس توسعه یافته باشد تا این خواسته را که دانش‌آموزان باید قابلیت انجام اثبات را داشته باشند، برآورده سازد.

قابلیتی که بیان شد در مطالعه‌ای که در اینجا گزارش خواهیم داد، نمایان شده است. من در اینجا رابطه بین تغییرات چگونگی پردازش متون برنامه درسی، گزارش‌های دانشگاهی^۹ و راهنمای تدریس معلمان برای

اثبات در هندسه و تغییرات در دستورالعمل‌های تدریس^{۱۰} اثبات در هندسه مدرسه‌ای را (که توسط کتاب‌های درسی تجویز می‌شدند) توضیح می‌دهم. به‌منظور تحلیل آن رابطه‌ها، مقاله حاضر یک بازسازی تاریخی انجام می‌دهد از اینکه چگونه فرهنگ اثبات دو ستونی بین سال‌های ۱۸۵۰ و ۱۹۱۰ تکامل یافت و به جزئی از تدریس هندسه در مدارس تبدیل شد. نشان می‌دهم که چه‌طور همزمان با پررنگ شدن نقش دانش‌آموزان به‌عنوان یادگیرنده، هندسه به‌عنوان یک موضوع درسی تحول یافت و به تکامل رسید و این باور توسعه یافت که باید از دانش‌آموزان انجام اثبات خواسته شود. همزمان که آن باور به یک انتظار از تمام دانش‌آموزان و یک معیار برای توسعه برنامه درسی تبدیل شد، قالب اثبات دوستونی با ترکیب اثبات موجود در کتاب‌های درسی و اثباتی که از دانش‌آموزان انتظار می‌رفت، به تثبیت هندسه در برنامه درسی کمک کرد.



شکل ۱. یک اثبات دوستونی (از کتاب شولتز و سون‌واک، ۱۹۱۳، ص ۵۳)

بررسی کامل این نکته که چگونه مسائل مربوط به موضوع‌های درسی و نقش یادگیرندگی دانش‌آموزان در مرکز توجه قرار گرفتند و بر توسعه فرهنگ اثبات تأثیر داشتند، می‌تواند به ما در مواجهه با چالش‌های اصلاحات امروزی^{۱۱} کمک کند. در حالی که موضوعات متفاوتی نسبت به دوره اصلاحات یک قرن پیش در معرض خطر قرار دارند، همچنان آن موضوعات برنامه درسی و فعالیت‌هایی را که از دانش‌آموزان انتظار می‌رود شکل می‌دهند، قابل درک است که حرفه معلمی می‌تواند جایی برای اهداف اصلاحات امروزی باز کند اما باید موضوعات دیگر نیز در نظر گرفته شوند و همچنین باید توجه داشت که ممکن است این اصلاحات تأثیرات نظام‌مندی شبیه

به قرن گذشته به همراه داشته باشد. بنابراین همزمان که به توصیه‌های رایج درباره تغییرات دستورالعمل‌های آموزشی فکر می‌کنیم، تاریخچه چگونگی واکنش نشان دادن این دستورالعمل‌ها به تغییرات برنامه درسی در گذشته، می‌تواند به‌عنوان منابعی از اطلاعات، انگیزه و محرک و همچنین هشدار، مورد استفاده قرار گیرد.

بنابراین پیشنهاد می‌کنم که به تاریخ از زاویه‌ای بنگریم که بتوانیم از آن برای امروز درسی از گذشته بگیریم. در بخش دوم، این نوع نگاه به تاریخ را با ارائه سیمای کلی حرکت اصلاحی یک قرن قبل که منجر شد اثبات دانش‌آموزی به‌عنوان یک استاندارد در آموزش هندسه پذیرفته شود، آغاز خواهیم کرد. سپس پیدایش آن استاندارد اثبات دانش‌آموزی را همراه با ارائه تصویری تاریخی از درس هندسه شرح خواهیم داد. در بخش سوم، دوره‌ای را توصیف خواهیم کرد که در آن اثبات دانش‌آموزی موضوعی نبوده که به صراحت بیان شده باشد. در بخش چهارم، درباره دوره‌ای گذرا صحبت می‌کنم که در آن اثبات توسط دانش‌آموزان به‌عنوان یک تکلیف قابل اجرا ظهور کرده است. در بخش پنجم، اقدام به ارزیابی اصلاحات پیشنهاد شده از سوی گروهی از ریاضی‌دانان (کنفرانس ریاضی) به کمیته ده نفره^{۱۱} (الیوت و همکاران، ۱۸۹۳)، خواهیم کرد. در بخش ششم، نشان می‌دهم که چگونه در سال‌های بعد، هندسه به‌طور چشمگیری تغییر می‌کند و تبدیل به درسی می‌شود که در آن دانش‌آموزان باید به اجبار هنر اثبات کردن را یاد بگیرند. سرانجام در بخش هفتم، تفسیری ارائه خواهیم کرد از اینکه چرا قالب اثبات دوستونی، مطالعه هندسه را در مدرسه پایدار کرد.

گزارش کمیته دهنفره و مطالعه هندسه

این الزام که دانش‌آموزان در درس هندسه باید «هنر اثبات کردن» را یاد بگیرند، ریشه در گزارش کمیته دهنفره دارد (الیوت و همکاران، ۱۸۹۳). در اواخر قرن نوزدهم، مسائل مربوط به جمعیت دبیرستانی‌ها (اینکه مشتریان دبیرستان چه کسانی هستند و پس از فارغ‌التحصیلی چه خواهند کرد؟) درهم آمیخت و مقدمه‌ای شد برای بحثی راجع به برنامه درسی که سالیان زیادی ادامه یافت (کلایبارد^{۱۲}، ۱۸۸۷). کمیته دهنفره، گروهی از رهبران آموزشی^{۱۴} بودند که سرگروه آن‌ها چارلز الیوت، رئیس وقت دانشگاه هاروارد بود. این کمیته از سوی انجمن آموزشی ملی^{۱۵} مسئول شد که مسائل مربوط به شرایط ورود به دانشگاه‌ها را مورد مطالعه قرار دهد. در آن زمان،

اذعان شد که گستره وسیعی از درس‌ها در دبیرستان‌ها ارائه می‌شود که «به بعضی از آن‌ها زمان کوتاهی اختصاص داده می‌شد که آموزش ناچیزی از آن حاصل می‌شد» (الیوت و همکاران، ۱۸۹۳، ص ۵). مأموریت کمیته این بود که این موضوع را بررسی کند که آیا درس‌هایی که مدارس ارائه می‌دهند باید بر اساس علاقه دانش‌آموزان باشد و پس از آن بگوید که چه دروسی باید در دبیرستان آموزش داده شوند و همچنین شیوه تدریس آن‌ها به چه روشی باشد^{۱۶}.

تاریخ‌نگاران درباره کارهای کمیته دهنفره و تأثیر آن‌ها بر شکل‌گیری آموزش آمریکا، بسیار نوشته‌اند (کلایبارد، ۱۹۸۷؛ کروگ^{۱۶}، ۱۹۶۴؛ راویچ، ۲۰۰۰؛ سیزر^{۱۷}، ۱۹۶۴). جورج استانیک^{۱۸} (۱۹۸۳ و ۱۹۸۷)، نشان داد که چگونه بحث‌هایی که آن زمان راجع به برنامه درسی شکل گرفت، نیاز دائمی به مطالعه ریاضی مدرسه‌ای را تحمیل کرده است. آیلین دونوفو^{۱۹} (۱۹۸۷) شرح داد که چگونه بعضی از نتایج آن بحث‌ها در شکل‌گیری برنامه‌های آموزش معلمان تأثیر داشته‌اند. اگرچه تاریخ نوشته شده در آن زمان، شامل دوره تأثیرگذاری آن گزارش بر تدریس هندسه (نسبتاً با جزئیات) می‌شود (کواست^{۲۰}، ۱۹۶۸؛ شیلی^{۲۱}، ۱۹۳۲)، اما آن‌ها مراحل تکامل اثبات در درس‌های مدرسه‌ای را به دقت مورد مطالعه قرار نداده‌اند. هدف من هم نوشتن یک تاریخ جامع از آن دوره نیست. در عوض، می‌خواهم از تاریخ موجود و برداشت‌های شخصی‌ام از منابع (متون برنامه درسی، کتاب‌های درسی هندسه و مقاله‌های تحقیقی) استفاده کنم و یک بازسازی تاریخی ارائه دهم از چگونگی تکامل جایگاه اثبات در درس هندسه، هنگامی که حرفه معلمی به برنامه درسی منتشر شده توسط کمیته دهنفره واکنش نشان می‌داد. بحرانی که در کار کمیته دهنفره وجود داشت ناشی از این مسئله بود که آیا برنامه درسی باید قوای ذهنی را پرورش دهد یا باید انتقال‌دهنده مطالب کتاب‌ها باشد (بیکر^{۲۲}، ۱۸۹۳/۱۹۶۹؛ الیوت و همکاران، ۱۸۹۳/۱۹۶۹؛ الیوت، ۱۹۰۵؛ هریس^{۲۳}، ۱۸۹۴). کمیته دهنفره از نظرات گروه کنفرانس ریاضی استفاده می‌کرد؛ گروهی که ریاست آن را استاد ریاضی دانشگاه جان هاپکینز، به‌نام سیمون نیوکمب^{۲۴}، در اختیار داشت و شامل پنج ریاضی‌دان دیگر، دو مدیر مدرسه و دو معلم ریاضی بود. این گروه یک گزارش تهیه کرد که شامل توصیه‌ها و یافته‌های مهمی برای تدریس هندسه بود. این توصیه‌ها بستری را برای انتقال بخشی از دانش هندسه به دانش‌آموزان آماده می‌کرد، که در آن فرهنگ، با ارزش به حساب می‌آمدند. البته این نکته را هم آورده بودند که باید مطالعاتی دانشگاهی انجام پذیرد تا پرورش

قوای ذهنی به عنوان یک معیار برای شکل دادن برنامه درسی دبیرستان، در نظر گرفته شود. بر اساس آن توصیه‌ها، کمیته دهنفره تشخیص داد که درس هندسه در دبیرستان باید وسیله‌ای باشد که دانش‌آموزان توسط آن هنر اثبات^{۲۵} را یاد بگیرند: «برای اثبات هندسی^{۲۶} به عنوان یک درس شامل گزاره‌هایی کامل، دقیق و منطقی، باید ارزش زیادی قائل شد» (الیوت و همکاران، ۱۹۸۳/۱۹۶۹، ص ۲۵).

کمیته دهنفره استدلال می‌کرد که دانش‌آموزان اثبات‌های کتاب‌های درسی را فقط حفظ می‌کنند و بحث پرورش قوای ذهنی که مبحث هندسه امکان‌پذیر کرده، عملاً به فراموشی سپرده شده است. در واقع تغییرات آموزشی نیاز بود تا هندسه بتواند وظیفه‌ای را که داشت انجام دهد. این حقیقت که دانش‌آموزان متون درسی را حفظ می‌کردند نه جدید بود و نه به سادگی قابل رفع بود؛ چیزی که جدید بود به رسمیت شناختن مشکل آفرین بودن این گونه امور بود که برای درس هندسه چالشی جدی ایجاد کرده بود. برای نشان دادن تغییرات ایجاد شده در تکلیف دانش‌آموزان که منجر به پیدایش فرهنگ اثبات دوستونی شدند، سه دوره مهم را در مطالعه هندسه ترسیم خواهیم کرد. نخست دوره ابتدایی و مبداء را مشخص می‌کنم که مشخصه بارز آن بازنویسی اثبات‌های داخل کتاب توسط دانش‌آموزان بود، سپس یک دوره گذار را معرفی می‌کنم که در آن دانش‌آموزان برای حکم‌های هندسی اثبات تولید می‌کردند، و در آخر دوره پایانی را شرح می‌دهم که در آن دانش‌آموزان یاد می‌گرفتند که چگونه اثبات انجام دهند. برای درک میزان تغییراتی که توسط کمیته دهنفره توصیه شده بود، بهتر است کمی به عقب برگردیم و کارمان را با معرفی اجمالی مشخصات درس هندسه‌ای شروع کنیم که در آن زمان مدارس شروع به تدریس آن کرده بودند.

دوره متن [کتاب اقلیدس]^{۲۷}: بازسازی اثبات

همزمان که دانشگاه‌ها در سال‌های دهه ۱۸۴۰ درس هندسه را پیش‌نیاز پذیرش دانشجویان قرار دادند، دبیرستان‌های آمریکا شروع به ارائه این درس نمودند (کواست، ۱۹۶۸، ص ۳۶). طی این دوره، که من آن را دوره متن [کتاب اقلیدس] می‌نامم، مطالعه هندسه مستلزم یادگیری دانشی از هندسه بود که در کتاب اقلیدس ارائه شده بود. کتاب‌های معروفی که چنین هدفی را دنبال می‌کردند عبارت بودند از اصول اقلیدس اثر رابرت سیمون (۱۷۵۶)، اصول هندسه اثر جان پلی‌فر^{۲۸} (۱۷۹۵/۱۸۶۰) و اصول هندسه اثر آن-ماری لژاندر که توسط جان فارر^{۲۹}

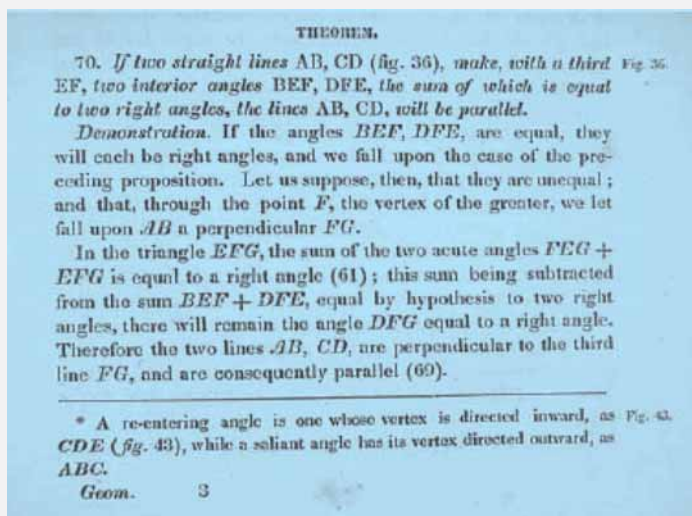
در سال ۱۸۱۹ ترجمه و ویرایش شده بود. اگرچه این سه کتاب در نحوه ارائه دانش هندسه تفاوت‌های قابل توجهی داشتند (جونز، ۱۹۴۴)، اما دانش‌آموزان پس از مطالعه آن‌ها تصویر مشابهی از اثبات و مفهوم آن به دست می‌آوردند. دانش‌آموز به عنوان خواننده‌ای در نظر گرفته می‌شد که رابطه‌اش با اثبات بر مبنای ارزش‌هایی بنا شود که بتوان آن‌ها را ریاضی نامید. در مورد خواسته‌هایی که مطالعه این کتاب‌ها بر دانش‌آموزان تحمیل می‌کرد و اینکه آن‌ها چگونه باید این خواسته‌ها را برآورده کنند، نگرانی خاصی دیده نمی‌شد. برای مثال، مواد درسی هر سه کتاب بر اساس این نکته که دانش هندسه را براساس کمترین اصول بنا کردن امری ارزشمند است، تهیه شده بود و فقط وقتی از اصول بیشتری استفاده می‌شد که از نظر ریاضی ناگزیر بود. اثبات‌های ارائه شده نیز براساس نکته ذکر شده گردآوری شده بودند و میزان سختی و طولانی بودن آن‌ها اهمیت چندانی نداشت. بر همین اساس فارر در ویرایش سال ۱۸۴۱ کتاب لژاندر، برای قضیه مجموع زوایای مثلث، یک اثبات طولانی‌تر و پیچیده‌تر از اثبات اقلیدس ارائه و افتخار کرده بود که در این اثبات از قضیه خطوط موازی استفاده نشده است (ر.ک. به فارر، ۱۸۴۱، ص iv). این موضوع که دانش‌آموزان بدانند (و بتوانند نشان دهند) که درستی قضیه مجموع زوایای مثلث مستقل از قضیه‌های مربوط به خطوط موازی است، موضوعی ارزشمند به نظر می‌رسید. در واقع اینکه دانش‌آموزان برای یادگیری این اثبات، نسبت به اثبات معروف اقلیدس که براساس توازی بنا شده بود، چه قدر بیشتر باید تلاش کنند، اهمیتی نداشت.

پلی‌فر در مقدمه کتابش مشخص می‌کند که چه نوع از نگرانی‌های آموزشی باعث این نوع نگارش کتاب شده است. «هدف اثبات ریاضی فقط اثبات درستی یک‌سری حکم بدیهی نیست، بلکه باید نشان داد که هر حکم به حکم‌های دیگر چه ارتباط‌ها و چه وابستگی‌هایی دارد».

(پلی‌فر، ۱۷۹۵/۱۸۶۰، ص xiv).

به این ترتیب، هندسه به عنوان بدنه‌ای سازمان‌یافته از دانش (همان‌طور که در کتاب اقلیدس بیان شده بود) که باید آموخته شود، در نظر گرفته شد. هدف از مطالعه هندسه در دبیرستان درک مشخصه‌های اصلی روابط بین اشیاء هندسی بود. برای رسیدن به چنین هدفی مطالعه اثبات آن روابط ضروری به نظر می‌رسید. کلمه نشان دادن [اثبات کردن] در کتاب استفاده شده بود، اما نه به عنوان اسم یک شیء که باید مطالعه شود، و نه به عنوان یک مهارت که باید آموزش داده شود. درک معنی نشان دادن، از راه دیدن اثبات‌های خاصی که در کتاب بیان شده بود، میسر بود. در واقع اثبات هر حکمی به نوعی منحصر به فرد بود و استدلال‌هایی را بیان می‌کرد که

برای نشان دادن درستی آن حکم براساس گزاره‌هایی که از قبل درستی آن‌ها پذیرفته شده بود، نیاز بود. این کتاب‌ها حرفی از روش‌های اثبات کردن نمی‌زدند و اثبات را نیز در حالت کلی توصیف نمی‌کردند. اثبات در قالب یک پاراگراف که از جملات بلند و پیچیده تشکیل می‌شد، ارائه شده بود. فقط تعداد کمی از گزاره‌ها به اصول، تعاریف و قضایای مربوطه ارجاع می‌دادند و در عوض بیشتر گزاره‌ها با آوردن حکم‌های قبلی به صورت ضمنی از آن‌ها استفاده می‌کردند (شکل ۲). این طور به نظر می‌رسد که هر کدام از گزاره‌ها باید با یک دلیل آشکار حمایت شوند چراکه بیان کردن این دلیل بخشی از بینشی بود که باید در طی خواندن اثبات به دست می‌آمد.



شکل ۲. یک نمونه اثبات از دوره متن (از کتاب لژاندر، ۱۸۴۱، ص ۱۷)

مطالعه هندسه از راه خواندن و بازسازی اثبات‌های کتاب انجام می‌شد، این کار قوه استدلال دانش‌آموزان را تقویت می‌کرد. اما کتاب‌ها، روشی رسمی بیان نمی‌کردند که تکامل قوه استدلال دانش‌آموزان چگونه باید شناسایی و هدایت شود. دانستن هندسه از توانایی اثبات قضیه‌های هندسی، قابل تمایز نبود. در واقع از نظر مدارس، تفاوت زیادی بین دانستن هندسه و حفظ کردن متن کتاب، وجود نداشت (کواست، ۱۹۶۸، ص ۴۰). همزمان که درس هندسه در دبیرستان‌ها فراگیر می‌شد، آموزش هندسه در حال تغییر بود و از این شیوه که فقط متن کتاب‌های تدریس شده، باز تولید شود، فاصله می‌گرفت.

دوره کارهای اصیل: تولید اثبات

حدود چند دهه قبل از شروع به کار کمیته ده نفره و با افزایش تعداد دبیرستان‌هایی که درس هندسه را ارائه

می‌دادند، تعداد کتاب‌های هندسه بیشتر شد و تغییراتی نیز در آن‌ها پدیدار گشت (شیلی، ۱۹۳۲، ص ۱۰۷). بنجامین گرین‌لیف^{۳۰} یکی از اولین نویسندگان آمریکایی بود که یک کتاب هندسه برای تدریس در مدرسه نوشت. وی در پیش‌گفتارش آورده است که «هدفم سازگاری با جدیدترین و مورد قبول‌ترین روش‌های آموزشی است». بخشی از این تغییرات در واکنش به تغییر نگرشی بود که نسبت به دانش‌آموزان اتفاق می‌افتاد. نگرش رایج آن دوره، همان‌طور که چارلز دیویس^{۳۱} نیز بیان کرده، دانش‌آموزان را به عنوان «خردهای پرورش نیافته‌ای»^{۳۲} در نظر گرفته که افزون بر حقایق هندسی، باید روابط منطقی بین آن‌ها را نیز درک کنند (دیویس، ۱۸۵۰، ص ۲۵۸-۲۵۶). دانش‌آموزان علاوه بر اینکه موظف بودند اثبات حکم‌های ارائه شده در کتاب درسی را باز تولید کنند، باید برای حکم‌های اصیل نیز، اثبات تولید می‌کردند. در بخش‌های بعدی نشان خواهیم داد که این کارهای اصیل چگونه پدید آمدند و چه عناصر دیگری همزمان به وجود آمدند تا این کارها جایشان را در برنامه درسی باز کنند.

پدیدار شدن حکم‌های اصیل برای اثبات توسط دانش‌آموزان

کتاب‌هایی که توسط گرین‌لیف (۱۸۵۸) و بعدتر ویلیام شاونه^{۳۳} (۱۸۷۰) نوشته شدند، بر خلاف کتاب‌های دوره قبل، شامل تمرین‌هایی برای اثبات بودند. از آنجا که این تمرین‌ها فرصت‌هایی برای انجام کارهای اصیل توسط دانش‌آموزان بودند، من این زمان را دوره کارهای اصیل نامیدم. این تمرین‌ها شامل نتایج فرعی حکم‌هایی بود که در کتاب اثبات شده بودند و همچنین قضیه‌هایی اضافی که در متن اصلی کتاب جایی نداشتند. در واقع در این دوره فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان مهیا شده بود که با استفاده از نیروی استدلالشان، دانش هندسه خود را تقویت کنند. ویلیام بیرلی^{۳۴} در مقدمه یکی از ویرایش‌های بعدی کتاب شاونه (۱۸۸۷) بیان کرده که هدف از کارهای اصیل این بود که «دانش‌آموزان مجبور شوند خودشان فکر کنند و دلیل بیاورند»؛ کاری فراتر از اینکه «مجموعه‌ای از حکم‌ها را یاد بگیرند و اثبات‌شان را نشان بدهند» (ص ۵). به نظر می‌رسد تغییراتی که در کتاب‌های بعدی این دوره اتفاق می‌افتاد در پاسخ به این هدف بود که «دانش‌آموزان توان درک و ارائه اثبات برای حقایق ساده هندسی را داشته باشند»، توانی که «با حفظ کردن اثبات‌های هندسی به دست نمی‌آمد»

(شاونه، ۱۸۸۷، ص ۵). در همان راستا، جورج ونتورث^{۳۵} (۱۸۸۷) در پایان هر فصل از کتابش فهرستی بلند از تمرین‌های اصیل قرار داده بود و حتی تعدادی از این تمرین‌ها را در ویرایش بعدی کتابش (۱۸۸۸)، لابه‌لای حکم‌های آن فصل آورده بود.

حضور کارهای اصیل با این فرض بود که دانش‌آموزان شیوهٔ استدلال کردن را با تمرین کردن استدلال یاد بگیرند. اما آن‌چه که باید درباره‌اش استدلال کنند (چه نوع حکم‌هایی را باید اثبات کنند) نخست به این نکته بستگی دارد که چه مطالبی باید در درس وجود داشته باشد و بعد اینکه دانش‌آموزان چه ایده‌ها و روش‌هایی را باید بدانند و قابلیت استفاده از آن‌ها را داشته باشند. برای اثبات این حکم‌های اصیل، شخص باید مهارت و ابتکاری بالا داشته باشد در حدی که بتواند قضیه‌هایی را که در متن کتاب آمده است خودش اثبات کند. با نزدیک شدن به دورهٔ کمیتهٔ دهنفره، اینکه دانش‌آموزان باید موضوع درسی را خود بررسی و کشف کنند، برای برآورده کردن این هدف که ذهن دانش‌آموزان تربیت شود، در اولویت قرار گرفت. بنابراین، ونتورث (۱۸۸۸) در تقابل با پیشنهاد کتاب‌های قبلی، خاطر نشان کرد که تمرین‌های اصیلی که در کتاب قرار داده «خیلی سخت نیستند... اما آزمون مناسبی برای تشخیص میزان یادگیری و تسلط دانش‌آموزان بر مواد درسی ارائه شده می‌باشند» (ص iv).

همزمان که این تمرین‌های اصیل در کتاب‌های درسی و بحث‌های مربوط به مطالعهٔ هندسه، مهم و برجسته می‌شد، جنبه‌های دیگری نیز نمایان می‌شدند. از یک سو، به دانش‌آموزان نباید فقط فرصت اثبات یک‌سری حکم داده شود؛ بلکه باید منابعی تهیه کرد که آن‌ها را قادر به انجام اثبات کنند. در بخش بعدی نمونه‌ای از این بحث را با بیان کردن تغییر رسم شکل در کتاب‌ها، شرح خواهم داد. از سوی دیگر، نحوهٔ تولید اثبات توسط دانش‌آموزان باید از طریق بیان صریح‌تر و دقیق‌تر مشخصه‌های اثبات، هدایت و کنترل شود. در دو بخش بعدتر، نشان می‌دهم که چگونه کتاب‌های درسی استخوان‌بندی یک هنجار را برای اثبات کردن، گسترش دادند. در هر دو مورد- منابع و هنجارها- بیان خواهم کرد که چگونه این ویژگی‌ها، بر ماهیت موضوع‌های مورد مطالعه تأثیر گذاشتند.

شکل‌هایی که دانش‌آموزان را قادر به انجام اثبات کرد: رسم‌های فرضی^{۳۶}

بعد از کتاب لژاندر، همراه شدن با عادت جدید کشیدن شکل، برای مؤلفان کتاب‌ها، امری عادی محسوب

می‌شد. دیویس (۱۸۴۸)، گرین‌لیف (۱۸۵۸) و شاونه (۱۸۷۰) برای نمایش تغییر شکل‌های (ترسیم‌های) انجام شده هنگام بیان اثبات، از نقطه‌چین استفاده می‌کردند. این کار برای ایجاد تمایز با خط‌هایی که برای نشان دادن فرض‌ها و حکم مسئله رسم شده بود، انجام می‌شد. گرین‌لیف برای تمرین‌های کتابش شکل نکشید، در حالی که شاونه این کار را کرد و هدفش را نیز چنین بیان کرد: برای اینکه سخت شدن مسائل تدریجی و گام به گام باشد، و دانش‌آموزان در تمام مسیر پیشرفت‌شان بتوانند درک و فهم نسبتاً خوبی از مسائل داشته باشند، بسیاری از تمرین‌ها به همراه شکل‌شان آورده شد که در آن‌ها خط‌های (تغییر شکل‌های) کمکی نیز رسم شدند (شاونه، ۱۸۷۰، ص ۲۹۳).

ونتورث نیز تغییراتی را در شکل‌هایی که برای حکم‌ها ارائه کرده بود، اعمال نمود. علاوه بر خط‌های ممتد و نقطه‌چین‌ها، ونتورث (۱۸۷۸، ص iii) گروه سومی از خط‌ها را نیز اضافه کرد: «خط‌هایی که جزء فرض‌های^{۳۷} مسئله‌اند با خط ممتد، خط‌هایی که کمکی^{۳۸} آند با نقطه‌چین و خط‌هایی که نتایج^{۳۹} را نشان می‌دهند با خط چین، مشخص شده‌اند». گاهی اوقات منشاء آن خط‌های کمکی مشکل‌آفرین بود. اوگن ریچاردز^{۴۰} استاد ریاضی دانشگاه ییل، در نقدی که بر روش‌هایی که بعدها به روش‌های نو در هندسه معروف شدند، وارد می‌کند، «نحوهٔ چینش و ترتیب حکم‌ها» در هندسهٔ جدید را هدف نقد خویش قرار می‌دهد (ریچاردز، ۱۸۹۲، ص ۳۳). از نظر وی این کار «مداخله در نظم و ترتیب طبیعی توسعهٔ مطالب» بود که وجود بعضی از ترسیم‌های فرضی مشکل‌آفرین را ضروری می‌ساخت:

به دانش‌آموزان گفته می‌شود که یک پاره‌خط به اندازهٔ پاره‌خط دیگر یا یک زاویه برابر زاویهٔ دیگر رسم کنند... بدون آن که چگونگی این ترسیم‌ها به آن‌ها تدریس شده باشد. ... [هندسهٔ جدید] به دانش‌آموزان نمی‌گوید که چه ترسیم‌هایی را می‌توانند انجام دهند. ... اثبات حکم‌های مشخصی را به وسیلهٔ ترسیم‌های فرضی انجام می‌دهند و از دانش‌آموزان می‌خواهند که مسائل را با قضیه‌هایی که واقعاً مربوط هستند، اثبات کنند. مسائل را با استفاده از قضیه‌هایی اثبات می‌کنند که قبلاً به وسیلهٔ مسائل اثبات شده‌اند. این کارها شاید یک دسته‌بندی خوب باشد اما نه می‌توان آن را هندسه نامید نه یک منطق خوب (ریچاردز، ۱۸۹۲، ص ۳۴؛ همچنین ر.ک. به هالستد^{۴۱}، ۱۸۹۳).

اما در پاسخ به مقالهٔ ریچاردز، جورج شوترز^{۴۲} (۱۸۹۲) استفاده از ترسیم‌های فرضی را قابل دفاع می‌دانست چراکه آن‌ها «رابطه‌هایی را که لازم است برای تسهیل

فراهم کردن منابعی برای دانش‌آموزان است که بتوانند فرآیند اثبات را انجام بدهند. در واقع، هندسهٔ مدرسه‌ای به تدریج تبدیل به رفتاری منطقی بین مجموعه‌ای از اشیا می‌شد که وجود و درستی آن‌ها مفروض و مستقل از استدلال‌هایی بود که در مواجهه با آن‌ها آورده می‌شد. این جداسازی برای دسته‌بندی مطالب، در نظر گرفته شدن سهمی از کار برای دانش‌آموزان، و همچنین فراهم کردن منابعی برای تولید اثبات توسط دانش‌آموزان، سودمند بود. همزمان با اینکه ترسیم‌های فرضی به‌عنوان منابعی برای دانش‌آموزان جهت تولید اثبات محسوب می‌شدند، یک قاعده (هنجار) برای نظارت معلمان روی کارهای دانش‌آموزان در حال شکل‌گیری بود.

پیدایش یک قاعدهٔ عمومی برای اثبات

دیویس (۱۸۵۰) در کتابی که دربارهٔ تدریس ریاضیات نوشته بود، پیشنهاد کرده بود که معلمان همزمان که گزاره‌هایی را برای اثبات قضیه‌ها بیان می‌کنند، به دلایل هر کدام از آن‌ها نیز اشاره کنند. با این همه، نه در کتاب لژاندر که توسط دیویس (۱۸۴۸) ویرایش شده بود و نه در کتاب‌های گرینلیف و شاونه، این موضوع لحاظ نشده بود. آن‌ها اثبات را به‌صورت پاراگراف‌هایی می‌نوشتند که فقط دلیل بعضی از گزاره‌ها در آن‌ها دیده می‌شد. اولین بار ونتورث (۱۸۷۸) تغییراتی در جنبه‌های مختلف یک کتاب درسی هندسه ایجاد کرد (شیبلی، ۱۹۳۲، ص ۱۴۴). او خود را ملزم کرد که جهت تسهیل درک و فهم قضیه‌ها، هر کدام از قضیه‌ها را به همراه اثباتش در یک صفحهٔ جداگانه بیاورد. در واقع او ملاحظات جدیدی را در مورد قالب نوشتن یک اثبات معرفی و تجویز کرد، بدین ترتیب که دلیل درستی هر مرحله از اثبات با قلمی کوچک‌تر، بعد از آن مرحله و قبل از مرحلهٔ بعد آورده می‌شود. این کار باعث می‌شود عمل ارجاع دادن به بخش‌های قبلی در فرآیند اثبات وقفه‌ای ایجاد نکند. ... علاوه بر این، هر ادعای جدید در اثبات ... از یک خط جدید شروع می‌شود. ... این روش مزایای مشهودی در پی دارد. دانش‌آموزان در هر مرحله می‌توانند بی‌درنگ به شکل مراجعه کنند، ... و با وجود جملات ساده‌تر و دقیق‌تر، به‌سرعت اثبات را یاد بگیرند. (ص ۱۷۴)

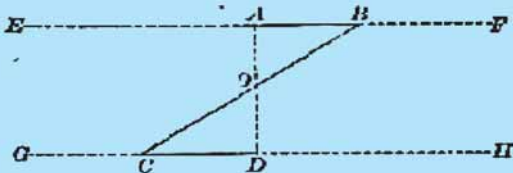
اثبات‌های این کتاب، به خاطر شرایط بیان شدنشان که در مراحل یا خط‌های جداگانه نوشته شدند، با جمله‌های کوتاه‌تری ارائه شدند (شکل ۳ را ببینید). هر خط آن اثبات‌ها با دلایل درستی‌اش همراه بود؛ شماره‌ای که در کنار هر خط نوشته شده بود به یک پاراگراف

انجام اثبات به آن‌ها توجه شود، قابل رؤیت می‌کنند» (ص ۲۶۵). از یک سو، واضح است که آنچه در مورد هندسهٔ جدید در معرض خطر است، شرايطی نیست که تحت آن‌ها حکم‌های معینی درست و یا ترسیم‌های مشخصی قابل رسم هستند، بلکه، هندسهٔ جدید به دنبال کوتاه‌ترین راه برای رسیدن به نتیجه است. ... پرورش ذهن از راه انجام تمرین‌های فکری برای رسیدن به حقیقت به دست می‌آید و اهمیت موضوع بحث کمتر از اهمیت این نکته است که درست را از غلط تمیز دهند و به‌طور منطقی مسیری را که به نتیجه می‌رسد دنبال کنند. (شوتر، ۱۸۹۲، ص ۲۶۴)

از سوی دیگر، استفاده از ترسیم‌های فرضی به دلیل ناآگاهی نویسندگان کتاب‌ها از هندسه نبود بلکه در پاسخ به نیازی بود که در روش تدریس احساس می‌شد: فراهم کردن اصولی که دانش‌آموزان در ترتیب دادن اثبات به آن‌ها نیاز داشتند. بنابراین پیدایش این «ترسیم‌های فرضی» برای این پژوهش حائز اهمیت است چراکه نمونه‌ای است که نشان می‌دهد چگونه سیستم آموزشی، به‌رغم تغییرات غیرقابل چشم‌پوشی که این اقدامات بر ماهیت هندسهٔ مدرسه‌ای تحمیل می‌کنند، درصدد

PROPOSITION VIII. THEOREM.

104. If two parallel straight lines are cut by a third straight line, the alternate-interior angles are equal.



Let EF and GH be two parallel straight lines cut by the line BC .

To prove $\angle B = \angle C$.

Proof. Through O , the middle point of BC , suppose AD drawn $\perp$ to GH .

Then AD is likewise $\perp$ to EF . § 102
(a straight line $\perp$ to one of two lls is $\perp$ to the other).

that is, CD and BA are both $\perp$ to AD .

Apply figure COD to figure BOA , so that OD shall fall on OA .

Then OC will fall on OB ,
(since $\angle COD = \angle BOA$, being vertical Δ);
and the point C will fall upon B ,
(since $OC = OB$ by construction).

Then the $\perp CD$ will coincide with the $\perp BA$. § 97
(from a point without a straight line only one $\perp$ to that line can be drawn)

$\therefore \angle OCD$ coincides with $\angle OBA$, and is equal to it. § 59
Q.E.D.

شکل ۳. یک نمونه اثبات از دورهٔ کارهای اصیل (از کتاب ونتورث، ۱۸۸۸، ص ۲۴)

(معمولاً یک قضیه) ارجاع می‌داد که گزاره نوشته شده را حمایت می‌کرد، و جمله‌ای که زیر آن گزاره نوشته می‌شد نحوه حمایت را نشان می‌داد.

در تقابل با اثبات‌های «دوران متن»، در اثبات‌هایی که ونت‌ورث (۱۸۷۸) و نویسندگان بعدی ارائه کردند، آن‌ها به یک قالب نمایش وفادار بودند که مشخص می‌کرد منظور از یک اثبات منطقی چه می‌تواند باشد. برداشت ونت‌ورث از «فرآیند استدلال (آوردن برهان)» به‌عنوان بخش اصلی اثبات (که شامل استدلال و ارجاعات می‌شد)، استفاده از آن قاعده عمومی را مورد توجه قرار می‌داد. اثبات (برهان) خوب در چارچوبی تجویزی (گزاره‌هایی که در هر خط نوشته می‌شد، ارجاعات) فراهم می‌شد که به نظر می‌رسید اثبات ارائه شده توسط آن، قابل درک و فهم می‌باشد. این حقیقت که دانش آموز پس از هر گزاره دلیل درستی آن را بیان کند، برای معلمان این معنی را داشت که دانش آموز با داشتن کل اثبات، برهان را درک کرده است (همچنین ر.ک. ولز^{۴۳}، ص ۸۰۰).

اثبات دانش آموزی

در آن زمان اصولی وجود داشت که امکان انجام اثبات را برای دانش آموزان فراهم کند. دانش آموزان باید هم استدلال کردن و هم حقایق قطعی را تعلیم ببینند و این یادگیری می‌توانست به وسیله مطالعه هندسه انجام بگیرد. اما آن آموزش به‌صورت خودبه‌خودی و به‌عنوان یک نتیجه فرعی مطالعه متن هندسه اتفاق نیفتاد. برای اجرایی کردن چنین آموزشی، دانش هندسه باید به درون متون هندسه مدرسه‌ای منتقل می‌شد؛ به‌ویژه باید تصویری از هندسه مدرسه‌ای به‌عنوان مجموعه‌ای سازماندهی شده از حقایق درباره خط و صفحه، ایجاد می‌کرد. هر کدام از آن حقایق با توجه به اصول منطقی استدلال استنتاجی توجیه می‌شد، اگرچه این نگاه که چنین استدلال‌هایی در تولید آن حقایق سهم دارند، مربوط به قبل، یعنی دوره متن بود. در آن زمان اثبات دانش آموزی وسیله‌ای بود که با آن، آموزش مورد نظر، قابل نظارت بود، که معمولاً در دو موقعیت اتفاق می‌افتاد: (۱) بیان اثبات (فهمیدن اثبات) حکم‌های متن اصلی کتاب و (۲) اثبات حکم‌های اصیل که به‌عنوان تمرین در کتاب وجود داشتند. آن موقعیت‌ها لزوماً متفاوت نبودند، چرا که هر دوی آن‌ها مستلزم تمرین دادن قوه استدلال و فراگیری دانش جدید بودند.

همزمان که زمان دوره کمیته دهنفره نزدیک می‌شد، اثبات دانش آموزی نه تنها به‌عنوان وسیله‌ای مناسب برای پرورش ذهن پیشنهاد می‌شد، بلکه مورد مطالعه و گسترش نیز قرار می‌گرفت. زمانی که آگاهی از توصیه

کمیته دهنفره، اثبات دانش آموزی را تبدیل به یک نیاز کرد، گروه کنفرانس ریاضی از انطباق‌های آموزشی که در دوران کارهای اصیل انجام شده بود، به‌طور جدی استفاده می‌کرد.

توصیه‌های گروه کنفرانس ریاضی درباره تدریس هندسه

چالش اصلی کمیته دهنفره، یافتن راهی برای همساز کردن و تجمیع مطالعات متنوع و ایجاد یک برنامه درسی بود که در آن تمام دانش‌آموزان در نظر گرفته شده باشند (راویچ، ۲۰۰۰، ص ۴۲). این باور که دانش‌آموزان باید در معرض آموزش علوم انسانی قرار بگیرند، علومی که شاید بتوانند ذهن را باز کنند و خرد را پرورش دهند، به اندازه کافی قوی نبود. رشته‌های جدید راه خود را برای ورود به برنامه درسی مدارس باز می‌کردند، اما اصلاح‌گران آموزشی نگران سنگین شدن و در نتیجه کم اثر شدن برنامه درسی بودند. دکتترین پرورش ذهن تبدیل به ابزاری برای آموزش‌گران عمومی شده بود که به وسیله آن بتوانند موضوعات مختلفی را که امکان راهیابی به برنامه درسی داشتند، با یکدیگر مقایسه کنند تا به یک برنامه درسی پهنه برسند (ر.ک. هریس، ۱۸۹۴). بنابراین «ارزش آموزشی ریاضیات» در این نکته دیده شد که «قوای درک، تشخیص و استدلال ذهن را پرورش دهد» (هیل، ۱۸۹۵، ص ۳۵۳). در حالی که علوم تجربی می‌خواهند روش‌های استقرایی را به دانش‌آموزان تعلیم دهند، «در هندسه رسمی، ما بهترین عرصه ممکن را برای آموزش استدلال‌های استنتاجی داریم» (هیل، ۱۸۹۵، ص ۳۵۴). در نتیجه، پرورش ذهن، که قبلاً برای توجیه مطالعه ریاضیات استفاده شده بود، به‌طور رسمی به‌عنوان معیاری برای تصمیم‌گیری درباره آنچه که باید در ریاضیات مطالعه شود، مورد استفاده قرار گرفت (نیوکمب و همکاران، ۱۸۹۳، ص ۱۰۵).

گروه کنفرانس ریاضی (نیوکمب و همکاران، ۱۸۹۳) توصیه کرد که در برنامه درسی هندسه به منظور تجمیع و ایجاد هماهنگی بین پرورش قوای ذهنی و انتقال بخش بارز دانش هندسه، تغییراتی ایجاد گردد. پیشنهاد آن‌ها این بود که یک درس جدید با نام هندسه ملموس در دوره ابتدایی تدریس شود. چنین درسی می‌توانست «دانش‌آموزان را با حقایق هندسه مسطحه و فضایی و همچنین با مفاهیمی که برای استدلال مجرد در هندسه لازم است، آشنا سازد» (ص، ۱۰۶). در واقع، تصور گروه کنفرانس ریاضی از هندسه دبیرستان بر این اساس شکل می‌گرفت که دانش‌آموزان در دوره

موضوعات درسی، برای تقویت عملکرد دانش‌آموزان در اثبات آن «تمرین‌ها» بود، من این زمان را دوره تمرین می‌نامم. در بخش‌های بعدی توضیح خواهم داد که چه تغییراتی و برای چه، در این دوره اتفاق افتاد.

تدریس درباره اثبات

اگر چه در دوره‌های پیشین نیز تولید اثبات از دانش‌آموزان خواسته می‌شد، اما کتاب‌های درسی به تفصیل درباره ماهیت اثبات بحث نمی‌کردند. همچنین، با وجود اینکه در کتاب‌ها، راهکارها و روش‌های متنوعی برای اثبات حکم‌ها به کار می‌رفت، اما متداول نبود که این روش‌ها با جزئیات تشریح شوند. تغییر قابل توجهی که در دوره تمرین رخ داد شرح و بیان این نکته بود که منظور از یک اثبات چیست و چگونه باید باشد. کتاب‌ها شروع به تدریس روش‌ها و راهکارهایی کردند که در انجام اثبات لازم می‌شد.

از توصیف اثبات تا قالب اثبات دوستونی

کتاب‌های دوره اصیل، تلاش می‌کردند که با آوردن اثبات برای قضیه‌های مطرح شده در درس، بیان کنند که منظورشان از اثبات چیست. پس از انتشار گزارش کمیته دهنفره، توصیف‌ها و تعریف‌های صریح‌تری از اثبات در کتاب‌ها ظاهر شد. برای مثال، ووستر بمن^{۴۴} و دیوید اوگن اسمیت^{۴۵}، شروع به تألیف یک‌سری کتاب تحت عنوان «هندسه مسطحه جدید» کردند. آن‌ها یک بخش به نام «حکم‌های مقدماتی» ایجاد کردند که «به تازه‌کارها ماهیت اثبات هندسی را نشان دهند و به وسیلهٔ مراحل ساده، آن‌ها را به تحسین منطق هندسه، رهنمون سازند» (بمن و اسمیت، ۱۸۹۹، ص ۱۳). همچنین علاوه بر ارائه کردن اثبات بعضی از حکم‌ها به عنوان نمونه و مدل، بمن و اسمیت، یک بخش را تحت عنوان «ماهیت یک اثبات منطقی» در کتاب ایجاد کردند که در آن‌جا به‌طور دقیق توصیف می‌کردند که یک اثبات چگونه باید باشد:

هر گزاره‌ای در اثبات باید بر مبنای یک اصل، تعریف و یا حکمی باشد که قبلاً اثبات شده باشد به‌طوری که هر وقت لازم شد دانش‌آموز بتواند اثبات آن را ارائه کند... درستی هیچ گزاره‌ای فقط به این دلیل که از روی شکل معلوم است، پذیرفته نیست... گزاره‌هایی که برای اثبات یک نتیجه ارائه می‌شوند، خلاصه و موجز باشند. اگر اثبات روی تخته سیاه نوشته می‌شود، مراحل شماره‌گذاری شوند تا هم کلاس و هم معلم بتوانند به سادگی ارجاع

ابتدایی حقایق پایه را در درس هندسه ملموس فراگرفته‌اند. بر اساس این تصور، برای دبیرستان «هندسه‌ای اثباتی در نظر گرفتند که سازوکار منطق رسمی را به بهترین شکل و در کل برنامه درسی، نمایان سازد» (ص ۱۱۵). در سال‌های قبل از این گزارش، هندسه مدرسه به یک‌سری روابط منطقی بین حقایق در مورد صفحه و فضا تبدیل شده بود و اینکه اشیاء هندسی چگونه به‌وجود آمده‌اند و درستی خواص آن‌ها چگونه اثبات می‌شوند، اهمیت چندانی نداشت. اصلاحاتی که توسط کمیته دهنفره پیشنهاد شد، همان دیدگاه قبلی را با شدت بیشتری تأیید کرد. از این رو، «هنر اثبات» به اصلی‌ترین موضوع مورد مطالعه در درس هندسه تبدیل شد. این‌گونه پذیرفته شد که راه اکتساب هنر اثبات، انجام اثبات است. در واقع، درگیر شدن واقعی با حقایق هندسی، به بهانه به دست آوردن این هنر انجام می‌شد. حقایق هندسی که قبلاً به‌عنوان تکیه‌گاهی برای توسعه استدلال به کار رفته بودند، اکنون بدون هیچ کوششی در جهت انجام استدلال استنتاجی و فقط به‌عنوان حقایق درست، تدریس می‌شدند (ر.ک. هالستد، ۱۸۹۳). اما این تغییرات برای این بود که نشان دهند از این موضوع آگاه هستند که انجام استدلال منطقی با به خاطر سپردن یک استدلال منطقی تفاوت دارد و دانش‌آموزان باید اولی را یادگیرند.

بنابراین، در حالی که فراهم کردن فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان جهت انجام اثبات به بخشی از برنامه درسی هندسه تبدیل شده بود، کمیته دهنفره آن را به بخشی مهم و مرکزی تبدیل کرد. انگیزه متداول برای سوق دادن دانش‌آموزان به سمت اثبات کردن و همچنین نپذیرفتن «اثبات‌هایی که به‌طور رسمی کامل و دقیق نیستند» به دلیل اینکه آن‌ها باعث تلاشی در جهت آموزش نمی‌شوند (الیوت و همکاران، ۱۸۹۳/۱۹۶۹، ص ۲۵)، یک چالش جدی برای روش تدریس ایجاد کرد. چالش این بود که چگونه تضمین شود که درس هندسه در دبیرستان جایی خواهد بود که در آن برای دانش‌آموزان نه تنها فرصت اثبات فراهم می‌گردد، بلکه اثبات کردن از آن‌ها خواسته می‌شود.

دوره تمرین: یادگیری انجام اثبات

توصیه‌های کمیته دهنفره، منجر به تغییرات مهمی در کتاب‌های درسی هندسه شد. تعداد موقعیت‌ها برای دانش‌آموزان جهت انجام اثبات در کتاب‌هایی که بعد از این توصیه‌ها چاپ شدند، در مقایسه با کتاب‌های دوران اصیل، بیشتر شد و ماهیت آن‌ها نیز تغییر کرد. از آن‌جا که به نظر می‌رسید بیشتر تغییرات مشاهده شده در

بدهند. میزان این ارجاعات بعد از هر مرحله را معلم باید به‌طور شفاهی یا مکتوب به دانش‌آموزان اعلام کند (بمن و اسمیت، ۱۸۹۹، ص ۲۰-۱۹).

بمن و اسمیت ابزارهایی کاغذی ارائه کردند که شناخته شده بودند و قبلاً توسط معلم‌ها برای بررسی جنبه‌های رسمی کارهای دانش‌آموزان استفاده می‌شدند. اما باعث شدند که قیدها و شرایط موجود تصریح و روشن شوند و دانش‌آموزان این گونه توجیه شوند که آنچه در کارهای آن‌ها مهم است، ترتیب منطقی گزاره‌هاست.

تغییر قابل توجه بعدی درباره تصریح و روشن کردن اثبات، در ویرایش دوم کتاب درسی هندسه آرتور شولتز^{۴۶} و فرانک سون‌اوک^{۴۷}، بنیان گذاشته شد (۱۹۱۳). شیلی (۱۹۳۲) اظهار می‌دارد که این دو نویسنده اولین کسانی بودند که اثبات را به‌صورت دو ستون از گزاره‌ها و دلایل‌شان نوشتند که با یک خط عمودی از یکدیگر جدا شده بودند (شکل ۱ را ببینید). شیلی (۱۹۳۲) اضافه می‌کند:

به نظر می‌رسد که چنین آرایشی [در دو ستون]، جهت تأکید بیشتر بر لزوم ارائه دلیل برای هر گزاره باشد و همچنین هنگامی که معلم آن اثبات نوشته شده را تصحیح می‌کند، باعث صرفه‌جویی در وقت می‌شود. (ص ۱۴۵)

پس از اینکه قالب اثبات دوستونی برای اولین بار استفاده شد، شولتز و سون‌اوک آن را چنین توصیف کردند:

هر اثباتی شامل تعدادی گزاره است که هر کدام با یک دلیل روشن، حمایت می‌شود. تنها دلایل قابل قبول که می‌توان ارائه کرد عبارت است از: حکمی که درستی آن قبلاً اثبات شده است؛ یک اصل، یک تعریف و یا یکی از فرض‌هایی که در مسئله آورده شده است. (شولتز و سون‌اوک، ۱۹۱۳، ص ۱۹)

میزان گسترش استفاده از این قالب اثبات و همچنین مدتی که این قالب به‌عنوان نمادی از اثبات در ریاضی مدرسه دوام آورد، بسیار چشمگیر است. نظم و ترتیبی که ظاهر این قالب بر اجزای مختلف اثبات تحمیل می‌کرد، یکی دیگر از اقداماتی بود که باعث رایج شدن یک قاعده و نظام برای تولید و کنترل اثبات توسط دانش‌آموزان می‌شد. همچنین این قالب، آنچه را که در عملکرد دانش‌آموزان مهم به نظر می‌رسید، با وضوح بیشتری و با ارائه تصویری از یک اثبات کامل، نمایش

می‌داد.

نوشته‌ها و مقالات آموزشی آن زمان، در مورد اثبات، بیشتر به رسمی یا غیررسمی بودن آن توجه می‌کردند- که اولی به اثباتی اشاره داشت که هر کدام از گزاره‌هایش با یک دلیل روشن، همراه باشد. در راستای اهداف کمیته دهنفره، یادگیری نحوه نوشتن اثبات‌های رسمی اهمیت یافته بود، گرچه بعضی از حکم‌های کتاب به‌طور «غیررسمی» اثبات شده بودند. این حقیقت که قالب اثبات دوستونی به روشنی بر جنبه‌های رسمی اثبات تأکید می‌کرد و به این باور که اثبات باید شامل مراحل از گزاره‌ها به همراه دلایل‌شان باشد، جامه عمل می‌پوشاند، باعث مهم و مفید شدنش در آن زمان گردید. پس از توصیف چگونگی تغییر جنبه‌های دیگر درس هندسه، به این موضوع باز خواهیم گشت.

تدریس روش‌ها و راهبردهایی برای اثبات حکم‌ها

کمیته دهنفره توصیه کرده بود که روش‌هایی برای کشف اثبات‌ها، به دانش‌آموزان تدریس شود. کتاب‌های درسی محبوبی نظیر ونت‌ورث و ولز، طبق این توصیه بازنگری شدند (ولز، ۱۹۰۸؛ ونت‌ورث، ۱۸۹۹). ونت‌ورث (۱۸۹۹)، بخشی را تحت عنوان «روش‌های اثبات قضیه‌ها» به انتهای فصل اول و قبل از تمرین‌ها اضافه کرد که در آن روش‌های تحلیلی، ترکیبی^{۴۸} و غیر مستقیم را عرضه کرده بود.

بعضی از کتاب‌های جدید که در آن زمان منتشر شدند، شامل نکات آشکارتری در مورد روش‌های اثبات بودند. برای مثال، شولتز و سون‌اوک (۱۹۰۱)، در ویرایش اول کتاب‌شان قصد داشتند که «دانش‌آموزان را به‌طور نظام‌مندی^{۴۹} با کارهای اصیل هندسی، آشنا کنند». بنابراین، آن‌ها ارائه قضیه‌ها را با آوردن «تبصره‌هایی» درباره رهیافت‌هایی که در اثبات آن قضیه‌ها به کار می‌روند، تکمیل کردند. از این رو، پس از اثبات تمام حالات توازی، بیان کردند:

برای نشان دادن توازی خطوط، می‌توان اثبات کرد: (الف) دو زاویه متبادل داخلی برابرند، (ب) دو زاویه متقابل داخلی و خارجی برابرند، یا (ج) دو زاویه متقابل داخلی مکمل هستند (ص، ۲۰).

تمرین‌ها معمولاً کنار قضیه‌هایی چیده می‌شدند که با همان رهیافت‌ها اثبات می‌شدند. ماهیت این تمرین‌ها و ارتباط‌شان با قضیه‌های درسی، شایسته شرح و تفصیل بیشتری است.

اطمینان یافتن از انجام اثبات توسط دانش آموزان: از کارهای اصیل تا تمرین‌ها

دستورالعمل‌های دقیق‌تری دربارهٔ چگونگی سازماندهی درس هندسه در سندی که توسط کمیته‌ای جدید منتشر شد، فراهم گردید (نایتینگل و همکاران، ۱۸۹۹). این کمیتهٔ جدید گزارشی را نیز منتشر کرد که توسط گروهی از متخصصان ریاضی به سرپرستی ژاکوب و. ا. یانگ^۵، استاد آموزش ریاضی از دانشگاه شیکاگو، تهیه شده بود. هم‌چنین، این گروه شامل هفت استاد ریاضی و دو مدیر مدرسه بود (یانگ و همکاران، ۱۸۹۹). آن‌ها پیشنهاد کردند که درس هندسه باید از دو جزء مختلف، یعنی حکم‌های بنیادین و تمرین‌ها تشکیل شود. حکم‌های بنیادین باید «حداقلی قضیه‌هایی باشد که تمام دانش‌آموزان باید بدانند» (ص ۱۴۲) - در واقع باید بتوان با این قضیه‌ها کل مباحث درس را ارائه کرد. اما علاوه بر آن، اثبات آن قضیه‌ها باید نمونه‌هایی باشند که منظور ما از اثبات را برسانند و خود آن قضیه‌ها باید اطلاعاتی باشند که دانش‌آموزان از آن‌ها هنگام اثبات «تمرین‌ها» استفاده کنند. کمیتهٔ ۱۸۹۹، تأکید داشت که مطالعهٔ ریاضی، وقتی ارزشمند است که دانش‌آموزان در آن فکر و تولید داشته باشند؛ «فقط اثبات‌ها را یاد نگیرند، بلکه اثبات کردن باید وظیفهٔ آن‌ها باشد» (یانگ و همکاران، ۱۸۹۹، ص ۱۳۶).

همان‌طور که در بخش ۴ معلوم شد، دادن فرصت به دانش‌آموزان برای تولید اثبات، امر جدیدی نبود. در حالی که تصور می‌شد تغییر نام از «اصیل» به «تمرین» فقط به دلیل معروف شدن اصطلاحات مربوط به موضوع پرورش ذهن باشد، اما فقط یک تغییر نام ساده نبود. در واقع تعداد «کارهای اصیل» بسیار کم بود و حکم‌های بسیار مشکلی بودند، در صورتی که «تمرین‌هایی» که دانش‌آموزان باید برای آن‌ها اثبات تولید می‌کردند، «زیاد، ساده و درجه‌بندی شده بودند» (یانگ و همکاران، ۱۸۹۹، ص ۱۳۶) و اثبات آن‌ها بر مبنای حکم‌های بنیادین بود (همان، ص ۱۴۲).

در مقایسه با دورهٔ کارهای اصیل، در این دوره به دانش‌آموزان نه تنها فرصت تولید اثبات می‌دادند، بلکه آن‌ها «واقعاً اثبات را به وسیلهٔ اثبات کردن یاد می‌گرفتند» (یانگ، ۱۹۰۶، ص ۲۵۹). از همین رو، شولتز (۱۹۱۲، ص ۹۸) متذکر شد که فقط اختصاص دادن زمانی برای انجام کارهای اصیل، با انجام دادن آن‌ها «طبق اصول کامل پداگوژیکی»، یکسان نبودند؛ و

یانگ (۱۹۰۶، ص ۲۶۰) اظهار داشت که از دانش‌آموزان «واقعاً انتظار می‌رفت که در کشف اثبات‌ها موفق باشند». بنابراین، دادن فرصت انجام اثبات به دانش‌آموزان، تنها مرحلهٔ اول بود - باید آن فرصت واقعاً استفاده، و اثبات انجام می‌شد تا هدف این درس، که همانا کسب کردن هنر اثبات بود، برآورده می‌شد.

معلمان باید گام‌های فعالانه‌ای را بردارند تا مطمئن شوند که هدف درس برآورده شده است. چنین بحثی در آن زمان بسیار معمول بود و مشخص می‌کرد که آموزشگران دربارهٔ دانش‌آموزان به‌عنوان یادگیرنده، چه فکری می‌کردند. نظر د.ای. اسمیت (۱۹۱۱، ص ۷۰) این بود که دادن فرصت برای اثبات ممکن است کافی نباشد چراکه با وجود تنوع زیاد دانش‌آموزان در کلاس درس هندسه، این انتظار را از دانش‌آموزان که به «ترتیب منطقی حکم‌های اثبات شده» علاقه‌مند شوند دور از واقعیت جلوه می‌دهد. اما در حالی که «انجام اثبات‌های جدید» توسط تمام دانش‌آموزان منطقی به نظر نمی‌رسید، اثبات حکم‌هایی که قبلاً برایشان اثبات شده بودند، امری بود که تمام دانش‌آموزان باید قادر به انجام آن می‌بودند (همان، ص ۱۶۰). اطمینان از اینکه تمام دانش‌آموزان اثبات انجام دهند، یکی از وظایفی بود که بر عهدهٔ حرفهٔ معلمی قرار داشت.

نویسندگان کتاب‌های راهنمای معلم - نظیر شولتز، د.ای. اسمیت و یانگ - پیشنهادهایی در این خصوص ارائه دادند که چه کارهایی می‌توان در جهت موفقیت دانش‌آموزان در اثبات انجام داد. یانگ (۱۹۰۶، ص ۲۵۹) توصیه کرد که «محتوا باید به طرز شایسته‌ای ساده‌سازی و به‌صورت تکه‌های کوچکی برای دانش‌آموزان تقسیم شود». بعدها نیز کمیته‌ای پانزده‌نفره که روی برنامهٔ درسی و سرفصل‌های هندسه کار می‌کرد، توصیه‌هایی داشت مبنی بر اینکه تمرین‌ها ساده‌تر و ملموس‌تر باشند و همچنین کاربردی از قضیه‌های مطرح شده در کتاب باشند (اسلات^۵ و همکاران، ۱۹۱۲، ص ۹۳). برای اینکه دانش‌آموزان معمولی کلاس «در اثبات کارهای اصیل، دلسرد و سردرگم نشوند، تمرین‌ها باید به ترتیب سختی و با شیئی ملایم و منطقی چیده شوند» (اسلات و همکاران، ۱۹۱۲، ص ۹۵).

هنوز، تاحدی، هدف از ارائهٔ این تمرین‌ها، فراهم کردن فرصتی برای تفکر بود، اما هدف دیگر «تمرین و تکرار دستورالعمل‌هایی بود که مفهوم آن‌ها را قبلاً درک کرده بودند». در واقع دانش‌آموزان باید «کارهای جلسهٔ قبل را کامل می‌کردند، نه اینکه برای جلسهٔ بعد آماده شوند» (اسلات و همکاران، ص ۱۳۲). بنابراین، تمرین‌هایی که پس از چند قضیه مطرح می‌گشت، به

همکاران (Slaught et al) (۱۹۱۲).

1. Two-column Format
2. Rav
3. Notion
4. Doing proofs
5. Two-column proving custom
6. Kline
7. Intellectual
8. Nightingale
9. Scholarly Commentaries
10. Instructional Practices
11. Present Day Reform
12. Committee of Ten
13. Kliebard
14. Educational Leaders
15. National Educational Association
16. Krug
17. Sizer
18. George Stanic
19. Eileen Donoghue
20. Quast
21. Shibli
22. Baker
23. Harris
24. Simon Newcomb
25. Art of Demonstration(Proof)
26. Geometrical Demonstration
27. The Era of Text
28. John Playfair
29. John Farrar
30. Benjamin Greenleaf
31. Charles Davies
32. Untrained Intellect
33. William Chauvenet
34. William Byerly
35. George Wentworth
36. Hypothetical Constructions
37. Givens
38. Aids
39. Resulting
40. Eugene Richards
41. Halsted
42. George Shutts
43. Wells
44. Wooster Beman
45. David Eugene Smith
46. Arthur Schultze
47. Frank Sevenoak
48. Synthetic
49. Systematically
50. Jacob W. A. Young
51. Slaught

نوعی کاربردی از آن قضیه‌ها محسوب می‌شدند. اسمیت (۱۹۱۱) اظهار کرده بود که این تمرین‌های ساده‌تر و اغلب «یک مرحله‌ای»، می‌توانند «تولید علاقه و کششی بکنند که از انجام یک کار مستقل، یا احساس موفقیت و غلبه کردن و یا میل به انجام کارهای اصیل، ناشی می‌شود».

بنابراین، این «تمرین‌ها» از یک جهت شبیه «کارهای اصیل» هستند، چراکه نیاز است دانش‌آموزان از مهارت‌های استدلالی خود استفاده کرده و تولید اثبات کنند. به هر حال، آن‌ها تفاوت‌هایی نیز داشتند. تمرین‌ها دیگر فرصت‌هایی برای توسعه ایده‌های جدید وابسته به درس نبودند، بلکه بیشتر برای تمرین چیزهایی بود که قبلاً یاد گرفته بودند. در نتیجه از یک سو، متون اثبات دانش‌آموزی، در گذار از کارهای اصیل به تمرین‌ها، شامل یک پیوستگی در جنبه‌های رسمی مورد تقاضا (تولید اثبات) می‌شد. اما از سوی دیگر شامل یک گسست در جنبه‌های بنیادی بود. در واقع، نقش اثبات از وسیله‌ای برای یاد گرفتن چیزهای جدید به وسیله‌ای برای تمرین چگونگی استفاده از معلومات قبلی، برای تولید اثبات، تبدیل شد.

ادامه این مقاله (و منابع آن) را در شماره ۱۲۰ بخوانید.

پی‌نوشت‌ها

* Herbst, P. G. (2002). Establishing a custom of proving in American school geometry: Evolution of the two-column proof in the early twentieth century. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 283–312.

** نویسنده مقاله (Patricio G. Herbst) از دانیل چازان (Daniel Chazan)، هومبرتو آلاچیا (Humberto Alagia) و دو بازنگر ناشناس به پاس توصیه‌های ارزشمندشان، قدردانی می‌کند.

*** ایده‌های اصلاحات در ریاضی (به‌ویژه در هندسه) در سایر کشورها نیز وجود داشته است (برای مثال ر.ک. به هاسون (Howson) ۱۹۸۲، ص ۱۳۴-۱۳۶ و ۱۵۵-۱۵۹؛ کیل‌پاتریک (Kilpatrick)، ۱۹۹۲؛ پوانکاره (Poincare) ۱۸۹۹). در این پژوهش خود را محدود به استفاده از متونی کرده‌ام که به وقایعی اشاره دارند که به‌طور مستقیم بر کلاس‌های مدارس آمریکا تأثیر گذاشته‌اند، اگرچه بسیاری از آن‌ها به واقع تأثیرات بین‌المللی داشته‌اند (برای نمونه ر.ک. به مور (Moor)، ۱۹۰۲؛ شولتز (Schultze) ۱۹۱۲؛ اسلات و



دستسازها:

انگیزه برای یادگیری ریاضه

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

حسین محمدیان
معلم ریاضی سردشت



آقای مدیر، با شفافیت خورشید نوبت ظهر ۸۶/۱۲/۵، نامه‌های اداری را در دسترس همکاران گذاشت.

در میان نامه‌ها، «فراخوان مسابقه طراحی سؤالات ریاضی سوم ابتدایی» را که با سلیقه‌ام بیشتر سازگار بود، دیدم. در نتیجه، برای پیگیری و اقدام لازم، در زنگ تفریح به کلاس برگشتم تا کتاب ریاضی خود را بردارم. در آن ساعت، دو دانش‌آموز در کلاس، مشغول خوردن نان خالی برای ناهار بودند و با دیدن معلمشان شرمزده شدند. اما قبل از آنکه احساس کنند بادی یا بارانی آمده، فوری کتاب ریاضی‌ام را برداشتم و از کلاس بیرون رفتم و در دفتر مدرسه مشغول تهیه پیش‌نویس سؤالاتی که در فراخوان خواسته شده بود، شدم.

اتفاقاً فردا روز هم، ابلاغ مأموریتم در برگزاری انتخابات مجلس شورای اسلامی و هم برنامه جشنواره الگوهای تدریس رسید. پس به ضرورت پرونده پرسش‌ها را بستم و به تمهید مقدمات این دو سفر خطیر و لازم پرداختم.

بعد از رهایی از طوفان و استخر، مسیر پیاده‌اخذ رأی «دیوالان - بوبانه» و در واقع، برگشت از دهمین بار مرگ خویش^۱، به محل جشنواره رسیدم ولی بعد از مشاهده دهان خندان پسته‌ای حضار جشنواره، من هم خندان شدم و به شوق آمدم و لطیفه «کوفته و گریه» را برای جمع گفتم. سپس مثل رودخانه زاب که، از پیش از تولد من و تو، تا این لحظه، ثانیه‌ای از حرکت نایستاده، من هم از حرکت نایستادم و به تکمیل پیش‌نویس پرسش‌ها پرداختم.

عجله داشتیم که این مهم را زودتر انجام دهم و فکر می‌کردم که یکی دو روز دیگر کار پایان می‌یابد، غافل از اینکه تازه در آغاز کار با رایانه بودم و تهیه سؤالات با این جهالت هم پیمان شده بودند و در نتیجه در سراسر نوزد، مرا به خود مشغول کردند!

در جریان نمی‌دانم چندمین بار ویرایش آن‌ها بود که مرور پرسش «مساحتی (میدانی) به اندازه ۶ سانتی‌متر مربع رسم کنید» به نحو زیر مایه تأمل خودم شد.

خود را به جای یکی از نمونه‌های جامعه امتحان‌شونده گذاشتم و دیدم که حتی از رسم یک مربع با خط‌کش در این اندازه کوچک، درمانده‌ام و بر سر دو راهی حذف یا نگهداری آن سؤال قرار گرفتم. در این کشاکش، ناگهان با خود گفتم که «می‌توان با چوب، سانتی‌متر مکعبی ساخت و آن را به استامپ

مهر زد و توسط آن، گذشته از رسم میدانی به اندازه مذکور، حروف و کلماتی هم در ساحة دلخواه نوشت! فکر توان ساخت این رسانه آموزشی و بهره‌مندی از امتیاز معرفی آن به E.E.I (شرکت صنایع آموزشی)، مرا بر نگهداری این سؤال مصمم کرد.

پس از بسته‌بندی سؤالات در عصرگاه ۸۷/۱/۱۴، گذر و نظری داشتیم بر حیاط خانه رو به آفتابمان، اما نه آفتاب روی خویش؛ تا بلکه به جای چوب، دو جسم پلاستیکی بیابیم و از آن‌ها مثل مهر آموزش ساعت، مهر آموزش سانتی‌متر مربع بسازم. ولی شب شد و فرزندم مستوره، مرا به شام خوردن و املا آموزی فرا خواند. در همان حال که مستوره کلمه زنگ را می‌نوشت، فکرم هجر کرد به «میله‌های پلاستیکی ده‌تایی در کیت ریاضی دبستان خودمان» و احتمال دادم هر کدام از آن‌ها، سطحی برابر با «۱ سانتی‌متر مربع» دارند. در جایی یادداشت کردم که فردا صبح از سانتی‌متر مربع پلاستیکی مدرسه استفاده کنم.

صبح وقتی که آفتاب عالم تاب شد بسته سؤالات را پیش آقای محمدیان دیگری بردم تا آن‌ها را با پست پیشتاز، به محل برگزاری مسابقه بفرستد. با این برنامه و ۵ دقیقه تأخیر، خود را به مدرسه رساندم. در زنگ تفریح، از کمد وسایل کمک‌آموزشی، آن گم شده خود را که همین میله زیر بود، پیدا کردم و بیرون کشیدم.



با خط کش فلزی ابعاد آن را 10×1 سانتی‌متر دیدم! و از فرط خوشحالی، حافظوار با خود گفتم: آب در کوزه و ما تشنه لبان می‌گردیم یار در خانه و ما گرد جهان می‌گردیم میله را همراه با استامپی داخل جیبم گذاشتم و در ساعت جمله‌سازی، کلمات شما، پروانه و بچه‌ها را به دانش‌آموزان دادم و خودم هم نوشتم:



پاییز ۹۳ که همراه یکی از خانم‌های همکار، صفحات ۸۸ تا ۹۶ کتاب ریاضی پایه سوم دبستان را ورق

می‌زدیم، تجربه بالا را در آن دیدم. وقتی با خوشحالی از ساخته سال قبل خود گفتم، همکارم با خونسردی گفت: «تو چیز ساده‌ای را برجسته ساخته‌ای! فکر بکری نکردی؛ چیز تازه‌ای نساخته‌ای!»

گفتمش که «در حوزه کاری تدریس، کاری از این مهم‌تر که مفت و مجانی، وسیله‌ای برای یاد دادن مفهوم مساحت به دست دانش‌آموزان بدهی تا مفهوم مساحت را در دو حیطة «حسی - حرکتی» و «عاطفی» یاد بگیرند و آموزش آن، برایشان شیرین شود؟»

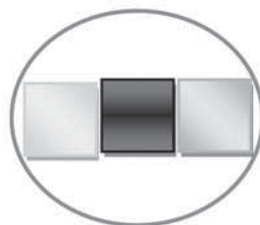
در طول تدریس، برایم جالب بود که دانش‌آموزان با همین پهنای یک در یک میله ده‌تایی بالا، با مفهوم مساحت بازی کنند.

همچنین با مهر آموزش سانتی‌متر مربع، علاوه بر بازی، می‌شود کارهای زیر را هم انجام داد.

۱. خیلی سریع، چند سانتی‌متر مربع را در آرایش‌های دلخواه رسم کرد؛



۲. درستی فرمول‌های مساحت را با آن‌ها به‌طور ملموس نشان داد؛



۳. نظیر نمونه‌های بالا و پایین، مساحت را به دروس هنر و فارسی ربط داد؛ مثل اینکه از دانش‌آموزان بخواهیم که یک «پ»، بنویسند که مساحتش، ۱۲ سانتی‌متر مربع باشد.

پی‌نوشت

۱. بنا به آیه «وَهُمْ يَصْطَرِّحُونَ... مِنْ نَصِيرٍ»، امام محمد غزالی در کتاب کیمیای سعادت نوشته است که: هر کس تا لحظه مرگ، ۱۰ بار از پیشامدهای مرگ‌بار رهایی می‌یابد و به دنیا بازگردانده می‌شود. بدین خاطر در روز قیامت، درخواست وی برای بازگشت به دنیا و مبادرت به اعمال نیک، پذیرفته نمی‌شود.

ریاضیات و فرهنگ

(بخش نخست)

مقدمه

ارزش‌های فرهنگی و آموزش ریاضیات ارتباط‌های قدرتمندی با یکدیگر دارند. ارزش‌های فرهنگی روی فرایند یاددهی - یادگیری و برنامه‌دستی تأثیر می‌گذارند، و برعکس یاددهی - یادگیری و برنامه‌دستی ریاضیات نیز می‌توانند بازتابی از فرهنگ باشند. به‌طور واضح، آموزش ریاضی می‌تواند بر حرکت‌های سیاسی و اجتماعی یک فرهنگ تأثیر گذارد.

این نوشته که در چهار بخش تنظیم شده است در پی بیان ارتباط بین ریاضیات و فرهنگ است. این گونه نوشته‌ها دربارهٔ فرهنگ و ریاضیات چون مبانی فرهنگی ریاضیات، توسعهٔ ریاضیات در فرهنگ‌های گوناگون، فرهنگ تاریخی ریاضیات، تأثیر فرهنگ بر یادگیری ریاضیات و گرایش به آن، و تأثیرات اجتماعی ریاضیات و آموزش ریاضی بر جوامع را در برمی‌گیرد. در این شماره ۲ بخش اول و در شماره بعدی ۲ بخش دوم این مقاله ارائه خواهد شد.

کلیدواژه‌ها: ریاضیات قومی، فرهنگ، ریاضیات، آموزش ریاضی

بخش اول: تعریف‌ها

ما فرهنگمان را از طریق ضرب‌المثل‌ها، سخنان حکمت‌آموز، کتاب‌ها، قصه‌های قومی، افسانه‌ها، اسطوره‌ها، رسانه‌های گروهی، کتاب‌ها، روزنامه‌ها و مجلات می‌آموزیم و آن را به نسل‌های بعدی منتقل می‌کنیم. باورهای ما با خودمان رشد می‌کنند. اما این‌ها همه، چه رابطه‌ای با ریاضی و آموزش ریاضی دارند؟

در همهٔ مدارس دنیا، درس‌ها اکثراً شامل خواندن، ریاضیات، نوشتن و امثال آن‌هاست، اما تفاوت‌هایی دارند که آن را می‌توان در آنچه هر فرهنگ بدان تأکید دارد و شیوه‌های تدریس مطالب جست‌وجو کرد. تنوع فرهنگی در شیوهٔ مشارکت دانش‌آموزان در فرایند یادگیری نقش دارد. برخی فرهنگ‌ها معلمان بیشتر وقت کلاس را به سخنرانی می‌گذارند و متکلم وحده هستند در حالی که در فرهنگ‌های دیگر شاگردان بیشتر صحبت می‌کنند. این در حالی است که سکوت و کمترین فعالیت گفتاری مشخصهٔ بعضی از کلاس‌های درس است و برعکس، در بعضی دیگر سروصدا و فعالیت زیادی

وجود دارد. در برخی فرهنگ‌ها دانش‌آموزان به جای استفاده از کتاب‌های متفاوت آنچه را معلمانشان می‌گویند تکرار می‌کنند و می‌نویسند (به‌خصوص با توجه به وضعیت اقتصادی).

فرهنگ بر آموزش و پرورش و فرایند یادگیری و ارزش‌ها و اعتقادات جامعه مؤثر است. برای مثال، در مدارس ایران بیشتر به درس ریاضی و علوم اهمیت داده می‌شود. فرهنگ‌های تدریس متفاوت هستند: سخنرانی در برابر تعامل، همکاری در برابر رقابت، سکوت در برابر سروصدا، فعال در برابر غیرفعال، کتاب در برابر حفظ کردن. تحقیقات نشان داده است که فرهنگ و قومیت تأثیر زیادی بر سبک‌های شناختی، ارتباطی و انگیزشی دارد (لاری، پورتر و استفانی، ۱۹۹۸).

این نوشته بر ارتباط‌های بین فرهنگ و ریاضیات تمرکز دارد. از جمله بر ریاضیات قومی^۱، که روش‌هایی را که گروه‌های فرهنگی مختلف برای ریاضیات به کار می‌برند بررسی می‌کند. تعریف گوناگون ریاضیات قومی در چارچوب پوشش‌دهندهٔ حوزه‌هایی از ریاضیات و آموزش ریاضیات ارائه می‌شود. خلاصه‌ها و نوشته‌های نمونه برای هر یک از این زمینه‌ها پیشنهاد می‌شود: ماهیت فرهنگی ریاضیات، تفکر ریاضی در فرهنگ‌های گوناگون، تاریخ فرهنگی ریاضی، سیاست‌های ریاضیات، یادگیری ریاضیات در فرهنگ‌های گوناگون، شناخت موقعیتی شامل زبان و دو زبانی، تأثیرات اجتماعی آموزش ریاضیات، و ارتباطات بین ریاضیات قومی و آموزش ریاضیات. مردم‌شناسان تاریخی و فرهنگی، ریاضیات را نوعی نظام معرفتی فرهنگی معرفی می‌کنند (آمبروسو، ۱۹۸۵، ص ۲۶). حقیقت پژوهش‌های فرهنگی در ریاضیات تشخیص فرهنگ در مفهوم وسیع و داشتن نگاه تاریخی با توجه به پارامترهای نژادی یا جغرافیایی است. به‌طور گسترده‌تر، روی فرهنگ یک گروه اجتماعی و یا حتی یک گروه سنی خاص تأکید می‌شود. گروه‌ها اصطلاحات مخصوص، کدهای رفتاری، ارزش‌ها و انتظارات ویژهٔ خود را دارند. گروه‌های فرهنگی همچون بچه

مدرسه‌های‌ها، کشاورزان، مهندسان، و دسته‌های حرفه‌ای، به‌طور کلی الگوهای رفتاری، نمادها، کدها و روش ریاضی ورزیدن خاص خود را دارند.

در رابطه ریاضیات و فرهنگ، تعریف فرهنگ‌ها و زیرفرهنگ‌ها معنا پیدا می‌کند، و نه تنها فرهنگ‌های نژادی و قومی، بلکه هر مجموعه (یا زیر مجموعه) از مردمی که تجربیات مشترکی مثل زبان، باورها، رسوم، یا تاریخ را به اشتراک می‌گذارند اهمیت پیدا می‌کند. با توجه به این تعریف، هر گروه قومی، یک فرهنگ را تشکیل می‌دهد. به‌طور مشابه یک گروه مذهبی، یک گروه ورزشی، گروهی از افراد ناشنوا، اجتماعی از هنرمندان، یک گروه جنسیتی، یا افراد مقیم در یک ناحیه نیز، هر کدام یک فرهنگ یا زیرفرهنگ را تشکیل می‌دهند.

آموزش ریاضی با شرایط و موقعیت‌های فرهنگی- اجتماعی ارتباط دارد. نوشته‌ها درباره فرهنگ و ریاضیات به واژه ریاضیات قومی باز می‌گردد. دی آمبروسیو^۱، یک ریاضیدان برزیلی است، که واژه ریاضیات قومی را پیشنهاد داده است. ریاضیات قومی روشی است که گروه‌های مختلف فرهنگی برای کار با ریاضی (شمردن، اندازه‌گیری کردن، دسته‌بندی کردن، و استنتاج کردن) به کار می‌برند (دی آمبروسیو، ۱۹۸۴). از نظر آمبروسیو، پیشوند Ethno تمامی عناصر تشکیل‌دهنده هویت فرهنگی یک گروه، مثل زبان، رمزه‌ها، ارزش‌ها، عقاید، غذا و لباس، عادت‌ها، و صفات فیزیکی را شرح می‌دهد. واژه ریاضیات، خود شامل یک دیدگاه وسیع از شاخه‌های ریاضی اعم از سری کردن، حساب کردن، دسته‌بندی کردن، مرتب کردن، استنتاج کردن، و مدل‌سازی می‌باشد (ص، ۲-۳). بنابراین، ریاضیات قومی روش‌های متفاوتی را که گروه‌های فرهنگی برای ریاضیات به کار می‌برند بررسی می‌کند (دی آمبروسیو، ۱۹۸۴).

تعریف ریاضیات و فرهنگ

از وقتی آمبروسیو واژه ریاضیات قومی را بنا نهاد، نویسندگانی چون خود وی، با معنای آن در کشمکش بودند و لذا اتفاق آرا در نوشته‌های آنان وجود نداشت (بارتون، ۱۹۹۶؛ ویتال و اسکافسموس^۲، ۱۹۹۷؛ پرسمگ^۳، ۱۹۹۸). برای تشریح این موضوع برخی تعاریف ریاضیات قومی از سال ۱۹۸۴ تا ۱۹۹۶ در زیر می‌آید:

● ریاضیاتی که در ضمن هر تجربه‌ای وجود دارد (گردیس^۴، ۱۹۸۶، ص ۱۰).

● مطالعه ایده‌های ریاضی یک فرهنگ نانوشته (اشر^۵، ۱۹۸۶، به نقل از بارتون، ۱۹۹۶، ص ۲۰۹).

● وضع قوانینی که به گروه‌های فرهنگی مختلف اجازه می‌دهد واقعیت را شرح دهند، و آن را [مدیریت و درک کنند (آمبروسیو، ۱۹۸۷، ص ۳).

● ریاضیاتی که به‌عنوان یک محصول فرهنگی و نتیجه‌ای از فعالیت‌های مختلف توسعه یافته است (بی‌شاپ^۶، ۱۹۸۸، ص ۱۸۲).

● هنر توضیح دادن، فهمیدن و سازگار شدن با محیط فرهنگی- اجتماعی و طبیعی... پویایی این تعامل (بین فرد و محیط)، در ارتباط و رمزنگاری و نمادها، محصولات دانش ساختاریافته که سرانجام تبدیل به نظام‌های معرفتی (دیسپلین‌ها) می‌شود، به میان می‌آید (آمبروسیو، ۱۹۹۰، ص ۲۲، به نقل از بارتون^۸، ص ۲۰۸).

● مطالعه و ارائه ایده‌های ریاضی افراد سنتی (اشر، ۱۹۹۱، ص ۱۸۸، به نقل از پرسمگ، ۱۹۹۸، ص ۳۲۸).

● هنر فنون توسعه یافته توسط فرهنگ‌های مختلف برای توضیح دادن، فهمیدن، سازش کردن با محیط‌های دیگر (آمبروسیو، ۱۹۹۲، ص ۱۸۴).

● هر صورت از دانش فرهنگی یا شاخصه‌های فعالیت اجتماعی از یک گروه اجتماعی یا فرهنگی، که می‌تواند توسط گروه‌های دیگر مثل مردم‌شناسان غربی، و نه لزوماً توسط گروه مبدأ، به‌عنوان دانش ریاضی یا فعالیت ریاضی تشخیص داده شود (پمپیو^۹، ۱۹۹۴، به نقل از پرسمگ، ۱۹۹۸، ص ۳۲۸).

● ریاضیات تجربه فرهنگی (پرسمگ، ۱۹۹۶، به نقل از پرسمگ، ۱۹۹۸، ص ۳۲۸).

ویتال و اسکافسموس (۱۹۹۷)، پس از تجزیه و تحلیل نوشته‌هایی درباره ریاضیات قومی، تعریفی را که سعی دارد دامنه وسیعی از مفهوم را در بر بگیرد بیان کردند: ریاضیات قومی به دسته‌ای از ایده‌های متمرکز روی تاریخ ریاضیات، ریشه‌های فرهنگی ریاضیات، ریاضیات مشهود در زمینه زندگی روزمره، و آموزش ریاضی گفته می‌شود (ص ۱۳۳). برخی دانش‌ها در جامعه با قدرت بیشتر و برخی با قدرت کمتری حضور دارند. این قدرت به تعاریف، مسائل مورد توجه، و بسیاری از اعتقادات ما که در دوره تحصیل با آن مواجه هستیم بستگی دارد. به عبارت دیگر، مسائل هویت فرهنگی برای درک دانش ریاضی هم برای افراد و هم برای جوامع، همچنین برای این موضوع که ما چگونه خطی بین دانش فرهنگی و موضوعی ترسیم کنیم اساسی هستند.

برای مثال، داستانی از تجربه ارتباط میان فرهنگ و ریاضیات برای گروه‌های آفریقایی آمریکایی در کالیفرنیا وجود دارد. این داستان موضوع‌های مهم را در درک ماهیت فرهنگ یادگیری ریاضی و تنش‌های در نظر گرفتن رمزه‌های صریح بین دانش موضوعی و فرهنگی در ریاضیات بیان می‌کند. به‌عنوان بخشی از مطالعه روی تفکر و یادگیری از طریق بافت‌های فرهنگی (نصیر^{۱۰}، ۱۹۹۶، ۲۰۰۰) از بازیکنان بسکتبال دوره‌های متوسطه و راهنمایی خواسته شد که مسائل میانگین و درصد را به دو روش حساب کنند: یکی در چارچوب تمرینات بسکتبال، و دیگری در قالب یک کاربرگ مسئله ریاضی. به‌طور کلی، بازیکنان به مسائلی که در زمینه بازی بسکتبال عنوان شده بود بهتر پاسخ دادند، و راهبردهای کاملاً متفاوتی در این دو زمینه ارائه دادند. در مسئله بسکتبال، بازیکنان به ارائه راهبردهای جدید و نوآورانه گرایش داشتند.

ریاضیات قومی روشی است که گروه‌های مختلف فرهنگی برای کار با ریاضی (شمردن، اندازه‌گیری کردن، دسته‌بندی کردن، و استنتاج کردن) به کار می‌برند (دی آمبروسیو، ۱۹۸۴). از نظر آمبروسیو، پیشوند Ethno تمامی عناصر تشکیل‌دهنده هویت فرهنگی یک گروه، مثل زبان، رمزه‌ها، ارزش‌ها، عقاید، غذا و لباس، عادت‌ها، و صفات فیزیکی را شرح می‌دهد. واژه ریاضیات، خود شامل یک دیدگاه وسیع از شاخه‌های ریاضی اعم از سری کردن، حساب کردن، دسته‌بندی کردن، مرتب کردن، استنتاج کردن، و مدل‌سازی می‌باشد (ص، ۲-۳).

معرفی رویکرد فرهنگی به ریاضیات توسط آمبرسیو (۱۹۸۴) روش‌های گوناگون آموزش ریاضی تأثیر داشته است. پژوهشگران حوزه ریاضیات و فرهنگ به این موضوع علاقه‌مندند: ماهیت یاددهی - یادگیری ریاضیات، قانونمند کردن شناخت ریاضی، کشف و استفاده از ریاضیات غیررسمی در آموزش ریاضی که در بافت زندگی روزمره محقق می‌شود.

معرفی رویکرد فرهنگی به ریاضیات توسط آمبرسیو (۱۹۸۴) روش‌های گوناگون آموزش ریاضی تأثیر داشته است. پژوهشگران حوزه ریاضیات و فرهنگ به این موضوع علاقه‌مندند: ماهیت یاددهی - یادگیری ریاضیات، قانونمند کردن شناخت ریاضی، کشف و استفاده از ریاضیات غیررسمی در آموزش ریاضی که در بافت زندگی روزمره محقق می‌شود.

گرایش‌های جاری ریاضیات قومی توسط رنوکا ویتال^{۱۱} و اسکافسموس (۱۹۹۷)، در چهار دسته طبقه‌بندی می‌شود:

۱. رویکرد مردم‌شناسانه محض. در این رویکرد ریاضیاتی که در فرهنگ‌های سنتی تحقق می‌یابد مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. این فرهنگ‌ها در این روابط مورد کاوش قرار گرفته‌اند: سیستم‌های اعداد، ژست‌ها و حرکات و نمادها و نشانه‌ها، بازی‌ها و معماها، هندسه، فضا، شکل، الگو، تقارن، هنر و معماری، زمان، پول، شبکه‌ها، نمودارها و صنایع دستی.

۲. رویکرد مردم‌شناسانه تاریخی. براساس نظر رنوکا ویتال و اسکافسموس (۱۹۹۷)، ص ۳۴ در این رویکرد تاریخ سنتی ریاضیات، با بررسی مشارکت‌های فرهنگ‌های بیرون اروپا در مقایسه با دانشی که تنها به ریاضیات غربی اشاره دارد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳. رویکرد اجتماعی - روان‌شناسی. این شاخه، ریاضیات گروه‌های مختلف در تنظیمات زندگی روزمره را با نمایش این موضوع که دانش ریاضی در بافت‌های گوناگون توسط بزرگسالان و بچه‌ها تبدیل و تغییر می‌یابد بررسی می‌کند. به‌خصوص، تجربیات روزمره گروه‌های مختلف بررسی می‌شود. در نتیجه چنین تحقیقی ادراک ما از ماهیت ریاضیات گسترش می‌یابد.

۴. ریاضیات قومی و آموزش ریاضی. این بخش روی ارتباط بین ریاضیات قومی و آموزش ریاضی تمرکز دارد. همه شاخه‌های بالا روی این موضوع تأثیر دارند.

روش فرهنگی، شناخت ریاضی و بافت اجتماعی از ویژگی‌های مشترک همه رویکردهای فوق هستند.

متن برخی کتاب‌های درسی ریاضی در همه سطوح شامل موضوع‌های جهانی و چند فرهنگی در مثال‌ها و نمونه‌هاست. کتاب ساختن پلی به ریاضیات: اتصالات ریاضی (۱۹۹۲) مجموعه‌ای از مسائل و پروژه‌ها را برای تجربه‌های گوناگون فرهنگ‌های مختلف ارائه می‌دهد. زاسلافسکی^{۱۲} یکی از قدیمی‌ترین کتاب‌ها را با تمرکز روی ریاضیات آفریقایی شامل فعالیت‌ها، بازی‌ها، و معماهایی در ریاضیات نوشت (زاسلافسکی، ۱۹۷۳). کاتالوگ‌ها و ارائه‌های کنفرانس‌ها ایده‌های گوناگونی را برای کاربرد نمونه‌هایی از ریاضیات قومی در کلاس درس نشان می‌دهد. تاریخ ریاضیات شامل حوزه‌هایی غیر اروپایی است. افرادی چون بویر^{۱۳} و مرزباخ^{۱۴} (۱۹۸۹) و کاتز^{۱۵} (۱۹۹۸)، و ژوزف^{۱۶} (۱۹۹۲)، روی ریاضیات غیر اروپایی تمرکز داشتند. دیگرانی چون اشتر (۱۹۹۱)؛ بی شاپ (۱۹۸۸)؛ انگلش^{۱۷} (۱۹۹۹)؛

گردیس (۱۹۸۸)؛ نلسن^{۱۸}، ویلیام ژوزف (۱۹۹۳)؛ پاول^{۱۹} و فرانکشتاین^{۲۰} (۱۹۹۷)؛ روی درک عمیق‌تر معلمان از مسائل ریاضیات قومی و مشارکت ریاضی فرهنگ‌های جهانی، جنبه‌های ریاضی یا فلسفی بیشتری را بررسی کردند. در قسمت بعدی این نوشته مباحثی درباره سیاست‌های ریاضیات و تأثیر عوامل اجتماعی بر آموزش ریاضی عنوان می‌شود.

بخش دوم: سیاست‌های ریاضیات

اشاره

در بخش قبلی به تعاریف ریاضیات و فرهنگ که از سوی صاحب‌نظران این حوزه ارائه شده است، اشاره شد. در این بخش به تأثیراتی که عوامل مختلف اجتماعی و فرهنگی و آموزش ریاضیات بر هم دارند پرداخته می‌شود. ریاضیات قومی سعی در بیان این موضوع دارد که ریاضیات بر روی حوزه‌های غیر آکادمیک جامعه تأثیر می‌گذارد. مطابق با نظر بارتون (۱۹۹۶)، کارهای اولیه‌ای از جمله مقاله بی‌شاپ (۱۹۹۰) درباره تأثیر قدرتمند ریاضیات غربی و بحث دی آمبروسیو (۱۹۹۰) درباره نقش ریاضیات در ساخت جوامع دموکراتیک و عادل صورت پذیرفته است. تحقیق نیونیک^{۲۱} (۱۹۹۳) درباره قدرت سیاسی و اقتصادی ریاضیات برای مزرعه‌داران نیشکر نیز به این‌ها اضافه می‌شود. در پایان، تجزیه و تحلیل آسمند^{۲۲} (۲۰۰۰) از درک کارمندان در این زمینه قابل ذکر است.

استفاده از بافت فرهنگی در یاددهی - یادگیری ریاضیات بسیار اهمیت دارد. ادبیات شامل (الف) به‌کارگیری نمونه‌های فرهنگی مرتبط با فرهنگ دانش‌آموزان (ب) و نمایش بافت‌های فرهنگی متفاوت با دانش‌آموزان (چندفرهنگی) می‌شود. نمونه‌هایی از دسته اول شامل نلسون باربر و استرین^{۲۳} (۱۹۹۵) و برادلی^{۲۴} (۱۹۸۴)، کسی که در یاددهی ریاضیات و برنامه درسی برای ملت آمریکا تجدیدنظر کرد؛ گردیس (۱۹۸۸)، ۲۰۰۱، کسی که بیاناتی درباره استفاده هنر آفریقایی در مدارس ابتدایی داشت؛ مالوری^{۲۵} (۱۹۹۷)، کسی که پیشنهادهایی درباره توسعه آموزش ریاضیات برای دانش‌آموزان آفریقایی آمریکایی داشت؛ و فلوریس^{۲۶} (۱۹۹۷)، کسی که پیشنهادهایی درباره راهبردهای آموزشی و مواد آموزشی برای دانش‌آموزان اسپانیولی ارائه داد. نمونه‌های دسته دوم شامل مقالات توسط بکر و ژاکوبز^{۲۷} (۱۹۹۷)، توماس^{۲۸} (۱۹۹۷) و دیویدسون و کرامر^{۲۹} (۱۹۹۷) در کتاب NCTM (۱۹۹۷) قابل ذکر است. نمونه‌های دیگری شامل پیشنهادها زاسلافسکی (۱۹۹۱، ۱۹۹۸) برای یکپارچه‌سازی ریاضیات قومی در کلاس‌های درس مدارس ابتدایی و راهنمایی، استفاده

کارپ (۱۹۹۴) از ادبیات دانش‌آموزان چندفرهنگی برای یاددهی ریاضیات، دولینکو (۱۹۹۷)، و پیشنهادهای یانو^{۳۲} (۱۹۸۴) برای آموزش چندفرهنگی شایان توجه است.

شناخت موقعیتی شامل زبان و دوزبانگی

تحقیق در این زمینه روی نفوذ و تأثیر فرهنگ در یادگیری ریاضیات بحث می‌کند. در شناخت موقعیتی، ریاضیات یادگرفته شده معمولاً رسمی نمی‌شود، و مثل ریاضیاتی که در مدرسه یادگرفته می‌شود مدون نیست. بارتون (۱۹۹۶) چند نمونه از این گونه تحقیق را بیان می‌کند: مطالعه ساکس^{۳۳} (۱۹۸۸) بر فروشندگان شکلات برزیلی، کار کریپر (۱۹۸۵، ۱۹۸۹) با بی‌سوادان برزیلی، کار لانس^{۳۴} (۱۹۸۳) با گینه‌ای‌ها، کار اسکریبنر^{۳۵} (۱۹۸۴) با کارگران روزانه در ایالات متحده، مطالعه لاو^{۳۶} از گروه‌های فروشندگان آمریکایی، تجزیه و تحلیل تفاوت‌های نوشتاری و شنیداری دانش‌آموزان از کاربردهای حساب توسط رید و لاو^{۳۷} (۱۹۸۱) نیز در این دسته قرار می‌گیرد.

کارهای دیگری هم در زمینه دوزبانگی و آموزش ریاضیات انجام شده است. تحقیق مهم و بحث در این زمینه می‌تواند در کارهای آستین و هاوسن^{۳۸} (۱۹۷۹)، کلارکسون و گالبرت^{۳۹} (۱۹۹۲)، کوواس^{۴۰} (۱۹۸۴)، کتکارت^{۴۱} (۱۹۸۰، ۱۹۸۲)، و کیستی^{۴۲} (۱۹۹۷) دیده شود. کار گری^{۴۳} و دیگران (۱۹۹۶) درباره نقش زبان چینی در یادگیری زود هنگام مفهوم عدد نیز در این دسته قرار می‌گیرد.

تأثیرات اجتماعی آموزش ریاضی

بارتون (۱۹۹۶) معتقد است که تجزیه و تحلیل‌های گردیس درباره تأثیرات اجتماعی اصلاح اساسی آموزش ریاضیات در موزامبیک (گردیس، ۱۹۸۱، ۱۹۸۵) در این دسته قرار می‌گیرد. ویتال و اسکافسموس (۱۹۹۷) آنالیز مشابهی از نقش آموزش ریاضیات در تحولات اجتماعی در آفریقای جنوبی ارائه کردند. فرانکشتین (۱۹۹۷) یک پداگوژی و برنامه درسی ریاضیات منتقدانه مبتنی بر تئوری فریر^{۴۴} (۱۹۷۸)، برای کمک به دانش‌آموزان جهت درک این که چگونه ریاضیات می‌تواند به عنوان یک ساز و کار برای افشای قدرت و ظلم خدمت کند فراهم کرد. ریاضیات و برنامه درسی جامعه که شامل نهادهای اجتماعی ریاضیات است، توسط آبراهام و بیبی^{۴۵} (۱۹۸۸) از نمونه‌های عالی در این زمینه است. پژوهش استاتیک^{۴۶} (۱۹۸۹) برای رفع انقطاع فرهنگی و نابرابری اجتماعی در کلاس درس نیز این مسئله را به طور مستقیم نشان می‌دهد.

ارتباط بین ریاضیات و آموزش ریاضیات

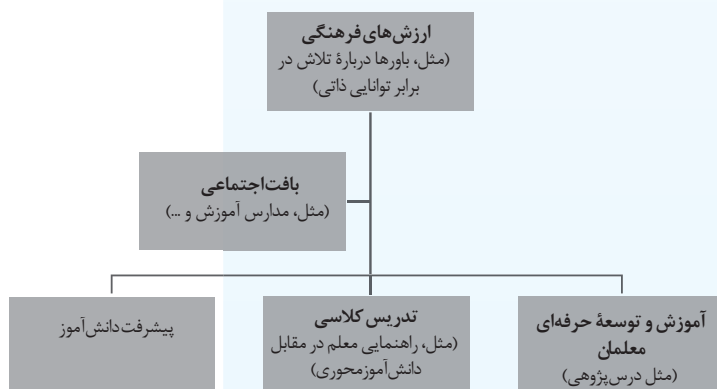
به عقیده بارتون (۱۹۹۶)، بحث‌های نظری بوربا^{۴۷} (۱۹۹۰)، دی آمبروسیو (۱۹۹۹)، و ویتال (۱۹۹۲) درباره ریاضیات قومی و برنامه درسی در این حوزه قرار می‌گیرد. راهبرد پرسمگ (۱۹۹۸) نیز برای آوردن ریاضیات

قومی درون برنامه درسی آماده‌سازی معلمان به‌طور شفاف در این دسته واقع می‌شود. مطالعه واکر و مک کوی^{۴۸} (۱۹۹۷) درباره ارتباط بین ادراک آفریقایی آمریکایی‌ها درباره ریاضیات و انگیزش آن‌ها برای یادگیری ریاضیات مثال‌هایی در این زمینه است.

تأثیرات فرهنگ روی پیشرفت در ریاضیات

دانش‌آموزان آسیای شرقی در مطالعات بین‌المللی علوم و ریاضیات، مثل TIMSS و PISA و مسابقات با مقیاس کوچک‌تر، فوق‌العاده خوب عمل کرده‌اند. آسیای شرقی شامل کشورهای چین، هنگ کنگ، ژاپن، کره، سنگاپور و تایوان است. مطالعات تطبیقی کلاسی نشان می‌دهد که روش آموزش ریاضی در این کشورها روش سنتی است. مطالعات تطبیقی روی آموزش و توسعه معلمان هم نشان می‌دهد که کشورهای شرق آسیا در این زمینه به‌طور واضحی با کشورهای غربی متفاوت‌اند. هم‌چنین، مطالعات تطبیقی در دانش معلمان بیان می‌کند که معلمان آسیای شرقی درک روشن‌تری از موضوع درسی دارند.

عوامل فردی، مؤسسه‌ای و سطوح اجتماعی-فرهنگی در این پیشرفت مؤثر است و به‌ویژه ارزش‌های شایسته مردم شرق آسیا در این پدیده تأثیر دارد. این ارزش‌ها شامل دیدگاه‌ها و نگرش‌ها نسبت به آموزش، تصور و نقش معلم در جامعه، ویژگی‌هایی از زبان چینی و غیره است. سطوح مختلف دلایل به‌طور پیچیده‌ای به هم مربوط می‌شوند. یک نمودار شماتیک از روابط ممکن در زیر نمایش داده شده است (لیونگ، پارک، شیمیزو و شو^{۴۹}، ۲۰۱۲).



شکل ۱. روابط موجود در جوامع کشورهای آسیای شرقی که به پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان منجر شده است.

در طی سی سال گذشته، محققان آموزش ریاضی برای فهمیدن چگونگی تأثیر تفاوت‌های فرهنگی روی عملکرد دانش‌آموزان در ریاضیات و گرایش آن‌ها به موضوع ریاضیات پژوهش‌هایی انجام داده‌اند. متدولوژی‌های تحقیق برای این مطالعات عموماً تطبیقی بوده است و محققان از این طریق سعی داشته‌اند عوامل فرهنگی تعیین‌کننده تفاوت

در پیشرفت و نگرش‌ها نسبت به ریاضیات را معین کنند. این مطالعات تفاوت‌های فرهنگی را در بین سه گروه کلی بررسی کرد: الف. دانش‌آموزانی از کشورهای مختلف (معمولاً ملیت‌های آسیایی و ایالات متحده)؛ ب. دانش‌آموزانی از نژادها یا گروه‌های قومی، اعم از آمریکایی - آسیایی، آمریکایی - آفریقایی، آمریکایی، آمریکایی - اسپانیایی؛ و ج. زنان و مردان. این بدنه از تحقیق چهار عامل کلی فرهنگی را که به‌نظر می‌رسد روی عملکرد و گرایش ریاضی تأثیر دارند مشخص می‌کند: الف. نگرش‌ها، ارزش‌ها، و عقاید والدین؛ ب. نگرش‌ها، ارزش‌ها، و عقاید معلمان؛ ج. ادراکات و عقاید دانش‌آموزان؛ و د. زبان. این عوامل می‌تواند ساختاری را برای چارچوب نظری پژوهش در این زمینه فراهم کند.

تأثیر رسانه‌های جمعی

لدر^{۵۰} (۱۹۹۲) بیان کرد که تأثیرات اجتماعی روی عقاید درباره تفاوت‌های جنسیتی در ریاضیات می‌تواند توسط تجزیه و تحلیل رسانه‌ها ارزیابی شود. او بیان داشت، «نقش مهمی که توسط رسانه‌ها در شکل‌گیری ایده‌ها و نگرش‌ها ایفا می‌شود، و نیز بازتاب و تقویت‌کنندگی باورهای عمومی مردم، بسیار گسترده است» (ص ۶۱۲). او گزارش داد جاکوبز و اکلس^{۵۱} (۱۹۸۵) باورهای والدین درباره تفاوت جنسیتی در ریاضیات را که می‌تواند توسط رسانه شکل بگیرد دریافتند. در یک تجزیه و تحلیل گزارش‌های رسانه‌ای، او دریافت که رسانه با یک دیدگاه کلیشه‌ای نقش مردان در فعالیت‌های شغلی را مجاز می‌داند (لدر، ۱۹۸۴، ۱۹۸۶). به‌طور مشابه، مالوی (۱۹۹۷) بیان داشت که تأکید رسانه روی فواصل پیشرفت مردان و زنان به کلیشه‌ای شدن تفکر والدین آمریکایی آفریقایی، معلمان، و دانش‌آموزان درباره توانایی پرداختن به ریاضیات منجر می‌شود.

تأثیر والدین

در بین همه انواع مطالعات تطبیقی، اعم از بین‌المللی، نژادی/ قومی، و جنسیتی، انتظار والدین تأثیر زیادی روی عملکرد و نگرش دانش‌آموزان دارد. همچنان که لدر (۱۹۹۲) گزارش داده است، آرمسترانگ و پرایس^{۵۲} (۱۹۸۲) و لانتز و اسمیت^{۵۳} (۱۹۸۱) دریافتند که اشتیاق‌ها و نگرش‌های دانش‌آموزان به ریاضیات به مقاصد آموزشی والدین درباره ریاضیات مدرسه‌ای پیوند خورده بود. استیونس^{۵۴} (۱۹۸۷) بیان داشت که در مقایسه با والدین چینی و اسپانیایی، والدین آسیایی معمولاً بر این باورند که هر بچه‌ای می‌تواند یاد بگیرد، اما والدین آمریکایی بیشتر روی توانایی ذاتی آن‌ها تأکید داشتند. او همچنین بیان کرد که والدین آمریکایی بر این باورند که خواندن مهم‌تر از ریاضیات است، در حالی که والدین آسیایی بر این باورند که ریاضیات و خواندن اهمیت یکسان دارند. به‌علاوه، یک بدنه بزرگ از تحقیق بیان می‌کند که والدین آسیایی بیشتر از اقوام و نژادهای دیگر

از وقتی آمبروسو
واژه ریاضیات
قومی را بنا نهاد،
نویسندگانی چون
خود وی، با معنای
آن در کشمکش
بودند و لذا اتفاق
آرا در نوشته‌های
آنان وجود
نداشت (بارتون،
۱۹۹۶؛ ویتال و
اسکافسموس،
۱۹۹۷؛ پریمسگ،
۱۹۹۸)

روی تلاش، به‌عنوان عنصر کلیدی برای موفقیت، در مدرسه تأکید دارند (هالووی^{۵۵}؛ ۱۹۸۸؛ و میزو کاوا و ریگمن^{۵۶}، ۱۹۹۰؛ هس، چانگ و مک دویت،^{۵۷} ۱۹۸۷)؛ لی، ایچاکاوا و استیونس^{۵۸}، ۱۹۸۷؛ تاس، زیمر و هو^{۵۹}، ۱۹۹۵).

مقایسه دانش‌آموزان آمریکایی - آسیایی با سفیدپوستان آمریکایی تأثیرات مشابه والدین را نشان می‌دهد، چن^{۶۰} و استیونس (۱۹۹۵) دریافتند که والدین آمریکایی - آسیایی استانداردهای بالاتری را برای پیشرفت دانش‌آموزان در نظر دارند و بر این باورند که تلاش برای موفقیت اساسی است. آن‌ها همچنین نگرش‌های مثبت‌تری درباره پیشرفت و مطالعه سخت‌کوشانه نسبت به همتایان سفیدپوست خود داشتند. هاستینگر و هوزه^{۶۱} (۱۹۹۵) ارتباط‌هایی را از طریق مادران، پدران، و دختران در خانواده‌های آمریکایی چینی و آمریکایی سفیدپوست وقتی آن‌ها برای حل کارهای فضایی با هم دیگر کار می‌کردند را بررسی کردند.

همچنین آن‌ها دریافتند که آمریکایی‌های چینی مؤدب‌تر، جدی‌تر، و منضبط‌تر و آمریکایی‌های سفیدپوست اجتماعی‌تر، پرحرف‌تر، و شوخ‌طبع‌تر در انجام وظایف خود بودند. از سوی دیگر، والدین آمریکایی - چینی کمتر با همدیگر و بیشتر با دخترانشان صحبت می‌کردند، در حالی که والدین آمریکایی بیشتر با همدیگر صحبت می‌کردند.

محققان بیان داشتند که در قیاس با والدین آمریکایی - آفریقایی، آمریکایی‌های سفیدپوست، آمریکایی‌های اسپانیایی، و دانش‌آموزان آمریکایی - آسیایی، مادران در همه گروه‌ها انتظارات بالایی از بچه‌های خود داشتند (الکساندر^{۶۲}، ۱۹۸۸؛ استیونس، چن و آتل^{۶۳}، ۱۹۹۰، گالپر^{۶۴}، و یگفیلد^{۶۵} و سیفلت^{۶۶} ۱۹۹۷). والدین آفریقایی - آمریکایی، به هر حال، ارزش‌های دو جنبه‌ای و غالباً متناقضی درباره آموزش فرزندان‌شان داشتند (السلام^{۶۷}، ۱۹۹۱). والدین آمریکایی بومی کمتر اطمینان داشتند که بچه‌هایشان بعد از آموزش رسمی مدرسه‌ای خود بتوانند آموزش یا شغل خوبی به‌دست آورند (گالپر و دیگران، ۱۹۹۷).

همان‌طور که نلسون باربر و استرین (۱۹۹۵) بیان داشتند، تجربیات والدین دانش‌آموزان آمریکایی گرایش به تجربیات سنتی متناقضی داشت. یادگیری قبیله‌ای سنتی بر مبنای «بین - سپس انجام بده» یا «گوش بده - سپس انجام بده» نسبت به «آزمون و خطا»، که اغلب در مدارس مورد نظر است تأکید دارد (سویشر^{۶۸} و دیل^{۶۹}، ۱۹۸۹). براد^{۷۰} (۱۹۷۶) نیز بیان داشت که جابه‌جا شدن زیاد خانواده‌های بومی آمریکایی و دستیابی محدود آن‌ها به مدارس از عوامل مؤثر در عملکرد ضعیف ریاضی آن‌هاست.

تأثیر معلمان

انتظارات بالاتر عملکرد دانش‌آموزان به‌طور شفاف در تفاوت‌های بین برنامه درسی ریاضی در چین و در ایالات

متحدۀ انعکاس می‌یابد (ژونگ‌هونگ و اگلتنون^{۷۱}، ۱۹۹۵). برنامه درسی ریاضی در ایالات متحدۀ انتظارات پایین برای عملکرد را نشان می‌دهد، در حالی که برنامه درسی چین دانش‌آموزان را به چالش و می‌دارد. استیگلر^{۷۲} و هیلبرت^{۷۳} (۱۹۹۹) نیز سبک‌های یاددهی گوناگونی را در معلمان ژاپن، آلمان، و آمریکا یافتند. آن‌ها بیان داشتند که معلمان ژاپنی دانش‌آموزان را بیشتر به چالش و می‌دارند، آن‌ها را با محتوای پیچیده‌تری آشنا می‌کنند، و زمان بیشتری را برای تجزیه و تحلیل و آماده‌سازی دروس نسبت به هم‌تایان آلمانی و آمریکایی خود می‌گذرانند. بردلی^{۷۴} (۱۹۸۴) مشاهده کرد که بسیاری از دانش‌آموزان بومی آمریکایی دانش گسترده‌ای از ریاضیات به‌طور ریشه‌ای دارند که به فرهنگ و سنت‌های آن‌ها باز می‌گردد؛ به هر حال، تعداد کمی از معلمان به این گنجینه دانش سنتی توجه داشتند (کاواگلی^{۷۵}، ۱۹۹۰؛ پامروی^{۷۶}، ۱۹۸۸).

لدر (۱۹۹۲)، در آنالیز تحقیق روی تعامل‌های معلمان با دانش‌آموزان دختر و پسر در کلاس درس ریاضی، به این نکته توجه داشت که چند تفاوت دقیق در تعامل‌ها وجود دارد. او بیان داشت: «به‌طور کلی، پسران انتقادات و ستایش‌های بیشتری را دریافت می‌کردند، بیشتر گوش می‌دادند، و تماس‌های بیشتری با معلمان داشتند». او هم‌چنین، اشاره کرد که مطالعات نشان می‌دهد معلمان به‌طور کلی از این فکر که ریاضیات در حوزه مردان قرار می‌گیرد بیشتر حمایت می‌کنند (فنیما^{۷۷}، ۱۹۹۰؛ لدر، ۱۹۸۶). به‌طور کلی، او دریافت که بازتاب این تعاملات و باورها می‌تواند تأثیر قابل توجهی روی دیدگاه زنان درباره قابلیت آن‌ها در ریاضیات داشته باشد.

تأثیر باورها و نگرش‌های شخصی دانش‌آموزان

باورها و نگرش‌های دانش‌آموزان می‌توانند به‌عنوان محصولی از میراث فرهنگی آن‌ها منظور شود، و به‌عبارت دیگر، نشانه‌ای از باورها و نگرش‌های آن‌ها که به والدین آن‌ها وابسته است باشد. پس بدیهی است که تحقیق‌ها تفاوت‌هایی را در بین دانش‌آموزان مختلف آشکار می‌کند. بر خلاف عملکرد ضعیف‌تر در پیشرفت ریاضیات، بچه‌های آمریکایی درباره عملکرد و آینده در ریاضیات خوشبین‌تر هستند (استیونس، ۱۹۸۷) و دانش‌آموزان اسپانیایی اشتیاق بالایی برای پاداش شغلی نسبت به دانش‌آموزان آسیایی دارند (آندرسون و جانسون^{۷۸}، ۱۹۷۱؛ اسپینوزا، فرناندز و دورن بوش^{۷۹}، ۱۹۷۷؛ هوارز و کوفلفسکی^{۸۰}، ۱۹۶۸). رامیرز و کاستاندا^{۸۱} (۱۹۷۴) دریافتند که دانش‌آموزان آمریکایی - اسپانیایی نسبت به دانش‌آموزان آمریکایی سفیدپوست گرایش بیشتری به موضوع داشتند.

به‌طور مشابه، مالووی (۱۹۹۷، ص. ۲۴) بیان داشت که «دانش‌آموزان آمریکایی - آفریقایی عموماً به روش مشخص شده توسط اجتماع و تأکیدات مؤثر، هماهنگ با جامعه،

دیدگاه‌های کل‌نگر، وابسته به موضوع، خلاقیت، و ارتباط غیر کلامی یاد می‌گیرند» (استیف^{۸۲}، ۱۹۹۰؛ ویلیس^{۸۳}، ۱۹۹۲). مالووی (۱۹۹۷) هم‌چنین بیان داشت دانش مدرسه‌ای و دانش فرهنگی آمریکایی‌های آفریقایی با یکدیگر در تناقض است. بنابراین، آمریکایی‌های آفریقایی اغلب به دانش مدرسه‌ای اهمیت نمی‌دهند. در بین مصاحبه‌های دانش‌آموزان دبیرستانی آمریکایی - آفریقایی، واکر و مک کوی^{۸۴} (۱۹۹۷) دریافتند که ادراکات دانش‌آموزان از ریاضیات به عوامل احاطه‌کننده خانوادگی در خانه، مدرسه، و اجتماع مربوط می‌شود، و انگیزش آن‌ها نسبت به یادگیری ریاضیات توسط بسیاری از عوامل مثل فقدان حمایت و ارتباط معلم کاهش یافته، و با درگیر شدن در فعالیت‌های درسی فوق برنامه^{۸۵} افزایش یافته بود.

تأثیر زبان

به‌نظر می‌رسد زبان نیز روی عملکرد ریاضی مؤثر باشد. برای مثال، گریس^{۸۶} و همکارانش (۱۹۹۷) دریافتند که ساختار اسامی اعداد زبان آسیایی، در توسعه درک با معنای مفاهیم عدد در سنین کم به دانش‌آموزان کمک می‌کند. والورده^{۸۷} (۱۹۸۴) بیان داشت که تفاوت‌ها در زبان انگلیسی و اسپانیایی باعث عملکرد ضعیف دانش‌آموزان آمریکایی اسپانیایی و درگیر شدن آن‌ها در ریاضیات می‌شود. مور^{۸۸} (۱۹۹۴) بیان داشت که زبان آمریکایی‌های بومی با واژه‌ها و مفاهیم و عبارات ریاضی سنتی همخوانی ندارد، از این رو باعث مشکلات یادگیری برای دانش‌آموزان بومی آمریکایی می‌شود.

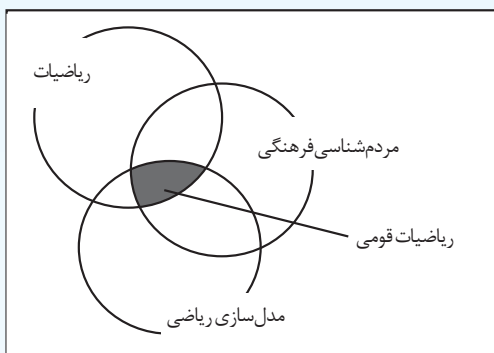
تحقیق فرهنگ و ریاضیات

با توجه به تعریف ریاضیات قومی، بارتون (۱۹۹۶)، یک شمای کلی برای دسته‌بندی، تجزیه و تحلیل، طراحی، و بررسی تحقیقات روی ریاضیات و فرهنگ انجام داد.

دسته‌بندی بارتون در ریاضیات قومی، سه بعد دارد: زمان، فرهنگ، و ریاضیات. «در بعد زمان، ریاضیات قومی ممکن است با ادراکاتی از زمان گذشته یا معاصر یک گروه فرهنگی مورد توجه قرار بگیرد» (ص. ۲۲۰). هم‌چنین، ممکن است با تجربیات تاریخی یا معاصر گروه فرهنگی مورد توجه قرار بگیرد. پژوهش در این حوزه می‌تواند روی این موضوع باشد که ایرانیان چگونه در دوران گذشته از ریاضیات استفاده می‌کردند یا ایرانیان چگونه در دوران جدید از ریاضیات استفاده می‌کنند. «بعد فرهنگی تعریف از یک گروه قومی جدا، به یک گروه اجتماعی خالص یا گروه پیشه‌ای خاص گسترش پیدا می‌کند» (ص. ۲۰). تحقیق روی این بعد ممکن است روی اقوام مختلف ایرانی، پسران و دختران ایرانی، یا معلمان ریاضی ایرانی تمرکز داشته باشد. «بعد ریاضی ریاضیات قومی توسط ارتباط بین ایده‌های ریاضی نسبت به خود ریاضیات تعیین می‌شود، به عبارت دیگر، ریاضیات قومی مطالعه‌ای است که می‌تواند بر مبنای ریاضیات درونی باشد،

5. Gerdes
6. Ascher
7. Bishop
8. Barton
9. Pompeu
10. Nasir
11. Renuka Vital
12. Zaslavsky
13. Boyer
14. Merzbach
15. Katz
16. Joseph
17. Eglash
18. Nelson
19. Powell
20. Frankenstein
21. Knijnik
22. Osmond
23. Nelson Barber and Estrin
24. Bradley
25. Mallory
26. Flores
27. Becker & Jacobes
28. Thomas
29. Davidson & Kramer
30. karp
31. Dolinko
32. Yao
33. Saxe
34. Lancy
35. Schribner
36. Lave
37. Read & lave
38. Austin & Howson
39. Clarkson & Galbreath
40. Cuevas
41. Cathcart
42. Khisty
43. Geary
44. Frerier
45. Abraham & Bibby
46. stanic
47. Borba
48. Walker & McCoy
49. Leung; Park; Shimizu; Xu
50. Leder
51. Jacobs & Eccles
52. Armstrong & Price
53. Lantz & Smith
54. Stevenson
55. Holloway
56. Mizokawa & Ryckman
57. Hess; Chang & McDevitt
58. Lee; Ichikawa & Stevenson
59. Tuss; Zimmer & Ho
60. Chen
61. Hutsinger & Jose
62. Alexander & Entwisle
63. Uttel
64. Galper
65. Wigfield
66. Seefeldt
67. Alsalam
68. Swisher
69. Deyhle

یا به‌طور مفهومی از قراردادهای ریاضی حذف شده باشد» (ص ۲۲۰). نمونه‌هایی از این بعد می‌تواند شامل ادراکات رسمی متفاوت از ریاضیاتی که توسط معلمان ایرانی حفظ شده یا ریاضیاتی که توسط هنرمندان ایرانی به‌کار می‌رود باشد. نمودار شکل ۲ (گرفته شده از بارتون) شرح می‌دهد که چگونه این سه بعد با هم در تعامل هستند.



شکل ۲. ریاضیات قومی به‌عنوان اشتراک سه نظام معرفتی (دیسپلین): ریاضیات، مردم‌شناسی فرهنگی، مدل‌سازی ریاضی.

در مورد تأثیر عوامل فرهنگی بر آموزش ریاضی منابع مهمی در یک کتاب‌شناسی توسط برایان ویلسون^{۸۹} جمع‌آوری و معرفی شده است (ویلسون، ۱۹۸۱). هم‌چنین، در مورد اتصالات ریاضی - زبان و عوامل محیطی، تحقیقی توسط آستین و هوسون (آستین، هوسون، ۱۹۷۵) انجام گرفته است. در مورد زبان و ریاضیات نیز برخی سمینارها در آفریقا برگزار شده است. دی آمبروسو (۱۹۸۲) روی نقش عوامل محیطی و اجتماعی بر آموزش ریاضی تحقیقات وسیعی انجام داده است. بسیاری از پروژه‌ها دربارهٔ ریاضیات و فرهنگ در ژورنال ریاضیات دورهٔ لیسانس و کاربردهای آن ماساچوست^{۹۰} و بولتن مؤسسهٔ ریاضیات و کاربردهای آن^{۹۱} منتشر شده است. هم‌چنین کتاب اچ - بورکهارت^{۹۲}، (۱۹۸۱) و وی. ویلیانی و بی. اسپوتورنو^{۹۳} (۱۹۷۶) به‌عنوان منابع بسیار خوبی از نمونه‌های مربوط به ریاضیات و فرهنگ است. یک منبع مهم برای آمریکای لاتین چامورو^{۹۴} (۱۹۸۳) است. ریاضیات قومی باور نابی است که همهٔ افراد و نه فقط ریاضی‌دانان، ریاضیات را در زندگی روزمرهٔ خود به‌کار می‌برند. در این حوزه برنامه‌ای پیشنهاد می‌شود که محققان بررسی کنند چگونه و چرا می‌توان ریاضیات را در بافت مدرسه، فرهنگ و جامعه آموزش داد.

در بخش بعدی این مقاله به برنامه درسی و ریاضیات قومی می‌پردازیم.

پی‌نوشت‌ها

1. Ethnomathematics
2. D' Ambrosio
3. Vital and Skovsmose
4. Presmeg

cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 179-191.

14. Bishop, A. J. (1990). Western mathematics: The secret weapon of cultural imperialism. *Race and Class*, 32(2), 51-65.

15. Bishop, A. J. (1994). Cultural conflicts in mathematics education: Developing a research agenda. *For the Learning of Mathematics*, 14(2), 15-18.

16. Bradley, C. (1984). Issues in mathematics education for Native Americans and directions for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(2), 96-106.

17. Campbell, P. F., & Silver, E. A. (1999). Teaching and learning mathematics in poor communities. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

18. Carey, D. A. (1992). The patchwork quilt: A context for problem solving. *Arithmetic Teacher*, 40(4), 199-203.

19. Carraher, T. N., Carraher, D., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.

20. D'Ambrosio, U. (1984). The intercultural transmission of mathematical knowledge: Effects on mathematical education. Campinas: UNICAMP.

21. Nasir, Na'ilah Suad; Hand, Victoria: Taylor Edd V. (2008). Culture and Mathematics in School: Boundaries Between "Cultural" and "Domain" Knowledge in the Mathematics Classroom and Beyond. Available from <http://rre.sagepub.com/content/32/1/187>.

22. D'Ambrosio Ubiratan, (2001). What is ethnomathematics, and how can it help children in schools? *Teaching Children Mathematics*; Reston. Volume 7. Issue 6. P. 308.

23. Bishop, A. J. (1997, August). The relationship between mathematics education and culture. Opening address delivered at the Iranian Mathematics Education Conference in Kermanshah, Iran.

24. Zaslavsky, Claudia. (1988). Integrating Mathematics with the study of cultural Traditions. Paper presented at the ICME6. Budapest, Hungary. Available from ERIC.

25. Rahul Mitra (2010). Doing Ethnography, Being an Ethnographer: The Autoethnographic Research Process and I. *Journal of Research Practice*, Volume 6, Issue 1.

26. Bush, William S. (2002). Culture and Mathematics: An Overview of the Literature with a view to Rular Contexts, Working Paper. Ohio university, Athens. Available from ERIC.

27. Sangasubana, Nisaratana. (2011). How to Conduct Ethnographic Research. The Qualitative Report Volume 16 Number 2 March 2011 567-573 <http://www.nova.edu/ssss/QR/QR16-2/sangasubanat.pdf>

28. Favilli, Franco. ETHNOMATHEMATICS AND MATHEMATICS EDUCATION. Proceedings of the 10th International Congress of Mathematics Education Copenhagen.

29. Frederick Leung; Kyungmee Park; Yoshinori Shimizu; Binyan Xu. (2012). MATHEMATICS EDUCATION IN EAST ASIA. ICME12. Plenary Activities6. Korea.

70. Brod
71. Eggleton & zhonghong
72. Stigler
73. Hilbert
75. Kawagley
76. Pomeroy
77. Fennema
78. Anderson & Johnson
79. Espinoza, Fernandez & Dornbusch
80. Juarez & Kuvlesky
81. Ramirez & Castaneda
82. Stiff
83. Willis
84. Walker & McCoy
85. Extracurricular
86. Greay
87. Valverde
88. Moore
89. Bryan Wilson
90. UMAM: The Journal of Undergraduate Mathematics and its Applications (Lexington, Massachusetts: OOMAP)
91. (Essex: IMA)
92. H- Burkhardt
93. B. Spotorno & V. Villani
94. Chamorro

منابع

۱. سماور، لاری. ای پرورتز، ریچارد. استفانی لیزا (۱۳۷۹). ارتباط بین فرهنگ‌ها. مترجمان: کیانی، غلامرضا و میرحسینی، سید اکبر. چاپ اول. انتشارات باز. تهران.

۲. سیف، علی‌اکبر (۱۳۸۹). روان‌شناسی یادگیری و آموزش. ویرایش ششم. چاپ چهل و هفتم. نشر دوران.

۳. گال، مردیت، بورگ، والتر، گال، جویس. روش‌های تحقیق کمی و کیفی در علوم تربیتی و روان‌شناسی، ترجمه احمدرضا نصر و همکاران (۱۳۸۲). تهران مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه شهید بهشتی و سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت). چاپ اول. جلد ۱ و ۲.

۴. گويا، زهرا (۱۳۸۹). «سنت آموزش ریاضی در دوران طلایی ایرانی/اسلامی»، فصل‌نامه مطالعات برنامه درسی ایران. سال پنجم، شماره ۱۷: ص ۱۲۶.

۵. فتحی واجارگاه، کوروش. اصول برنامه‌ریزی درسی، انتشارات ایران زمین. ۱۳۸۸.

۶. قورچیان، نادرقلی و دیگران. سیمای روند تحولات برنامه درسی. مؤسسه پژوهش و برنامه‌ریزی آموزش عالی. ۱۳۷۴.

7. Bishop, Alan (2010): Mathematics Education: Major Themes in education. Routledge Publication.

8. Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 201-233.

9. Ascher, M. (1991). Ethnomathematics: A multicultural view of mathematical ideas. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.

10. Bishop, A. J. (1983). Research on the social context of mathematics

11. education. Wlough, UK: NFER-Nelson.

12. Bishop, A. J. (1988a). Mathematics enculturation: A cultural perspective on mathematics education. Dordrescht, Netherlands: Kluwer.

13. Bishop, A. J. (1988b). Mathematics education in its

فرایند برنامه‌ریزی و تألیف کتاب درسی

میرزا جلیلی

کارشناس اسبق گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

کلیدواژه‌ها: فرایند برنامه‌ریزی، تألیف کتاب‌های درسی ریاضی، کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی

اشاره

در مقاله ۱ شرایط انتخاب کارشناس، برنامه‌ریز و مؤلف را تشریح کردیم و نوشتیم که برای آماده ساختن دانش‌آموزان برای زندگی در دنیای متحول امروز با رسانه‌های گروهی و تکنولوژی پیشرفته آن، ما باید یک سیستم برنامه‌ریزی درسی پویا، کارآمد و نوآور همراه با شیوه تألیف مناسب، خوب و جذاب داشته باشیم. در آن مقاله شرایط لازم برای رسیدن و جامه عمل پوشاندن به این اهداف، به‌طور مفصل تبیین و توصیف شد، اکنون، در تکمیل کلام نکات لازم دیگری را در این مقاله اضافه می‌کنیم:

- در مقاله ۱ بحث شد که هر کارشناس لازم است یک دوره مدیریت کوتاه‌مدت را ببیند و همچنین حداقل سالی یک‌بار در کنفرانس‌های بین‌المللی ریاضی غربی یا آسیایی شرکت داشته باشد یا برنامه‌ریزان بتوانند در جلسات برنامه‌ریزی بعضی از کشورهای پیشرفته حضور بهم رسانند. انجام این کارها؛ البته، نیاز به بودجه‌های خاصی دارد که مسلماً باید از طریق سازمان پژوهش تأمین گردد چه از این کار نه تنها معاونت پژوهشی ضرر نمی‌کند بلکه چون برنامه‌ریزی و تألیف همیشه در مسیر صحیح آموزش جهانی قرار می‌گیرد و کشور کلی از آن سود خواهد برد. البته، در همه ممالک پیشرفته، بیشترین هزینه‌ها به تربیت برای آموزش، بهداشت، امنیت، کشاورزی و راه‌سازی صرف می‌شود.

نکات دیگر مربوط به شیوه کار و نحوه عملکرد در تألیف است که باید مورد توجه مؤلفین محترم قرار بگیرد. از این قرار:

- لازم است تمرینات مربوط به هر درس جدید، همچنین تصویر و شکل‌ها دقیقاً همزمان با عمل تألیف به‌وسیله خود مؤلفان تهیه شود. سابق چنین معمول بود که برای آماده شدن به موقع کتاب، متن درس را یک یا دو نفر می‌نوشتند و افراد دیگری تمرینات مربوط به هر قسمت را از روی منابع موجود تنظیم می‌کردند و این کار اغلب موجب ایجاد ناهماهنگی بین متن درس و تمرینات می‌شد که مشکلاتی به دنبال داشت. این موضوع همچنین در مورد تهیه تصاویر و شکل‌های مربوط به هر قسمت از متن کتاب نیز درست است که باید یک‌جا و همزمان تنظیم گردد.

- لازم است معنای هر اصطلاح یا واژه و یا کلمه جدیدی که در متن درس به کار گرفته می‌شود قبلاً درباره آن توضیحات کافی داده شود و معنا و مفهوم هر واژه جدید برای دانش‌آموزان کاملاً روشن و مفهوم گردد. گاهی اوقات مؤلف فکر می‌کند چون مطلب برای خود او روشن است دیگر نیاز به توضیح اضافی نیست. اما اتفاق افتاده است که دانش‌آموز عبارت مربوط به یک درس را از حفظ دارد ولی به اصل مطلب و مفهوم درس خوب پی نبرده است:

- یکی از عللی که دانش‌آموزان کتاب‌های کمک‌درسی را می‌خرند این است که مطالب در آن کتاب‌ها بسیار ساده



و روان بیان شده و تصویرهای روشن کار یادگیری را ساده می‌کند، همچنین ذکر مثال‌های فراوان و به‌جا و نحوه تنظیم تمرینات از ساده به مشکل، درک مطلب را آسان می‌سازد.

- وقتی مؤلف به قسمت‌های استدلال درس می‌رسد باید مطلب به‌صورت تجسمی، تجربی و شهودی آغاز شود و به‌تدریج صورت تجرد و استدلالی آن بیان گردد؛ به‌عبارت دیگر، دانش‌آموز باید قبل از شروع استدلال، تصویری از مطلب در ذهنش ایجاد شده باشد تا بعداً استدلال آن مطلب را درک نماید.

- همچنین توصیه می‌شود که دبیر بعد از بیان و تدریس مفهوم استدلال، به دنبال تکنیک محاسبه باشد که آن استدلال را به‌صورت عملی فرموله نماید تا استفاده از آن استدلال در حل تمرینات آسان گردد، در مرحله بعدی دانش‌آموز خود باید با حل تمرینات فراوان به مرحله مهارت در مطلب برسد، اگر سه مرحله مفهوم، تکنیک و مهارت به‌طور مطلوبی پیش برود دانش‌آموز به‌طور اتوماتیک و خود به خود به مرحله کاربرد مطلب نیز می‌رسد.

- نکته قابل تذکر دیگر استفاده از تکنولوژی روز در کار تدریس است، اما این استفاده حدودی دارد و باید با دقت و ملاحظه اعمال گردد؛ مثلاً، ما اگر بعد از تألیف کتاب به‌جای تشکیل کلاس‌های بازآموزی حضوری دبیران، از یک فیلم استفاده کنیم، این کار نظر و هدف بازآموزی حضوری را تأمین نخواهد کرد؛ چه اینکه، تجربیات گذشته نشان می‌دهد که کلاس‌های بازآموزی بیشتر جنبه بحث و گفت‌وگو و تبادل نظر بین دبیران و مؤلفان دارد و معلمان اغلب در این دوره‌ها از نحوه ارائه بعضی مطالب ایراد و یا مشکل دارند؛ مثلاً، می‌گویند از یک مطلب در کتاب زیاد بحث شده و از یک مطلب مهم‌تری یا بحث نشده یا کمتر به آن توجه شده است؛ یا می‌گویند مثال‌ها کم است یا ترتیب تنظیم آن‌ها مشکل دارد. همچنین تمرینات آخر بخش‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهند؛ به‌عبارت روشن‌تر، کلاس‌های بازآموزی حضوری، شامل بحث‌های دوجانبه است و اغلب خود مؤلفان از کلاس‌ها کلی تجربه یاد می‌گیرند و مطلب می‌آموزند و نظر مفید دبیران را در کار خود تأثیر می‌دهند.

به‌خاطر دارم در یکی از این کلاس‌های بازآموزی در گذشته، یکی از مؤلفان در دفتر مطرح می‌کرد که فلان دبیر در جلسات کلاس، خیلی بحث و پرسش می‌کند و

وقت کلاس را می‌گیرد و سایر همکاران در پاسخ جواب دادند که این کلاس‌ها به‌خاطر همین گفت و شنودها تشکیل شده است تا همکاران دبیر بحث کنند و مطلب برای آن‌ها پخته و روشن گردد.

ای کاش از یکی از دوره‌های گذشته بازآموزی فیلمی در دست بود تا امروزی‌ها ببینند که کار در کلاس‌های حضوری چقدر با تهیه یک فیلم یک‌طرفه تفاوت دارد؟

- نکته دیگر آنکه، در طرح برنامه‌ریزی و تألیف به‌هیچ وجه نباید حرفی زد یا عملی انجام داد که به کار صحیح برنامه‌ریزی و تألیف لطمه وارد آید؛ مثلاً، اگر فردی با تجربه، شایسته و صاحب‌نظر بوده و در این زمینه‌ها کار کرده و تألیف دارد و صاحب قلم می‌باشد؛ هیچ دلیلی نباید مانع دعوت و حضور وی در برنامه‌ریزی و تألیف گردد به‌عبارت دیگر، شایسته است از افراد صاحب‌نظر استقبال شده و در کارها شرکت داده شوند. خاصه یک کارشناسی مورد کم‌لطفی قرار نگیرد و کنار زده نشود.

- نکته مهم دیگر آنکه هیچ‌کس غیر از خود مؤلفان و کارشناسان دفتر که در جریان کار تألیف هستند، حق تجدیدنظر یا کم و زیاد کردن مطالب کتاب تألیف نشده را ندارد، چه بسا اینکه با تغییرات به‌وسیله دیگران نظم و هماهنگی کتاب به‌هم بخورد.

تألیف کتب درسی قبل از تشکیل دفتر برنامه‌ریزی و تألیف^۱

قبل از تشکیل دفتر برنامه‌ریزی و تألیف، مسئولیت تألیف کتب درسی هر دوره در اختیار دوائر مختلف وزارتخانه بود؛ مثلاً، حوزه آموزش ابتدایی مسئول تألیف کتب درسی ابتدایی بود و حوزه آموزش متوسطه کار تنظیم کتب درسی دبیرستان را انجام می‌داد^۲. شیوه کار نیز چنین بود که آن مسئول آموزش متوسطه که با یکی دو دبیر که آشنا و نزدیک بود دعوت می‌کرد تا کتب درسی را برنامه‌ریزی و تألیف نمایند که این کار معمولاً بدون تحقیق و مطالعه دقیق صورت می‌گرفت در نتیجه موجب پایین آمدن سطح و کیفیت کتاب‌ها و باعث ناهماهنگی با آموزش جهانی می‌گردید.

در فاصله سال‌های ۱۳۳۰ تا ۱۳۴۵، افرادی که دوره‌های آموزش ۶ ماهه را در فرانسه دیده بودند و به زبان فرانسه تسلط داشتند، امثال مرحومین، احمد بیرشک، حسین مجذوب، حسن صفاری، ابوالقاسم قربانی، محسن هنربخش و دیگران پیشنهاد کردند تا

یکی از عللی که دانش‌آموزان کتاب‌های کمک‌درسی را می‌خرند این است که مطالب در آن کتاب‌ها بسیار ساده و روان بیان شده و تصویرهای روشن کار یادگیری را ساده می‌کند، همچنین ذکر مثال‌های فراوان و به‌جا و نحوه تنظیم تمرینات از ساده به مشکل، درک مطلب را آسان می‌سازد



لازم است تمرینات مربوط به هر درس جدید، همچنین تصویر و شکل‌ها دقیقاً همزمان با عمل تألیف به‌وسیله خود مؤلفان تهیه شود. سابق چنین معمول بود که برای آماده شدن به موقع کتاب، متن درس را یک یا دو نفر می‌نوشتند و افراد دیگری تمرینات مربوط به هر قسمت را از روی منابع موجود تنظیم می‌کردند و این کار اغلب موجب ایجاد ناهماهنگی بین متن درس و تمرینات می‌شد که مشکلاتی به دنبال داشت

تألیف کتب درسی آزاد گردد و کسانی که شناخته شده‌اند صلاحیت دارند کتاب درسی را تألیف نمایند و اولین نوع از این سری تألیف‌ها کتب ریاضی دبستان بود که به‌وسیله مرحوم **پروفسور تقی فاطمی** صورت گرفت و بلافاصله، بعد از آن کتاب‌های متوسطه آزاد و سیله افراد زیر تألیف یافت:

- کتاب‌های مرحوم احمد بیرشک، رهنما و... به‌نام **مجموعه خرد**؛

- کتب تنظیمی و سیله مرحوم پرویز شهریاری،

ازگمی به‌نام **مجموعه علوم**؛

- کتاب‌های پروفسور فاطمی، محسن هنربخش...؛

- کتب تألیف شده به‌وسیله آقایان دکتر محمدعلی

مجتهدی، هوشنگ منتصری، آذرنوش، بحرینی؛

- کتاب‌های حسن صفاری و ابوالقاسم قربانی که بعدها خیلی شهرت یافت؛

- هندسه ترسیمی و رقومی حسین مجذوب

- هندسه دبیرستان حسین هورفر

روشن است که شیوه ورود به مطلب و نحوه ارائه درس در هر کتاب، مربوط به تجارب شخصی و سلیقه‌های خاص افراد یا احیاناً منابع خارجی که هر نویسنده در اختیار داشت، می‌شد اما نکته مهم این بود که هر کدام از این مؤلفان اقلاً ۲۰ سال سابقه تدریس دبیرستانی داشتند و با محیط مدرسه و کلاس، روحیه و قوه دانش‌آموزان کاملاً آشنا بودند و طرف خود را خوب می‌شناختند. با همه این وجود مشکلی که ایجاد می‌شد این بود که وقتی دانش‌آموزی بالاجبار، در وسط سال، از یک شهر به شهر دیگر یا از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر در شهر خود منتقل می‌شد، مطالبی که او در شهر یا مدرسه قبلی خوانده بود (فرض کنید کتاب‌های مجموعه خرد) با ترتیب ارائه و بیان آن مطلب در شهر یا مدرسه جدید تفاوت داشت (فرض کنید کتاب‌های مجموعه علوم) مطلبی در کتاب مدرسه قبلی خوانده بود که هنوز در مدرسه جدید مطرح نشده بود و برعکس موضوعی در مدرسه جدید خوانده بودند که آن مطلب در مدرسه قبلی هنوز تدریس نشده بود.

گاهی هم مؤلفی مطلبی را در سال دوم دبیرستان مطرح کرده بود در حالی که مؤلف دیگر همان موضوع را در سال سوم آورده بود. قابل ذکر است که چون اغلب منابع مورد استفاده مؤلفان فرانسوی بود به‌طور طبیعی ریاضیات ما ریشه در ریاضیات کشور فرانسه پیدا کرد که

ریاضیاتی منسجم، دقیق و استدلالی بود.

برای رفع مشکل دانش‌آموزان انتقالی مدارس در وسط سال، یک پیشنهاد مطرح شد و آن این بود که از میان کتاب‌های تألیف شده موجود، یک سری که از همه بهتر است انتخاب گردد و آن سری در همه مدارس کشور تدریس شود اما مشکلی که این پیشنهاد داشت این بود که چه دستگاهی یا منبعی یا افرادی این انتخاب احسن را انجام بدهند و اگر شورایی برای این کار تشکیل شود چه کسانی باید عضو این شورا باشند تا رأی بر گزینش بهترین سری از کتاب‌های موجود را بدهند؟ به‌طور مسلم بعضی از همین مؤلفان باید عضو این شورا می‌شدند که در این صورت آیا انتخاب می‌توانست بی‌طرفانه صورت بگیرد؟ تا اینکه در سال ۱۳۴۴ پس از بررسی و مشاوره‌های فراوان تشکیل سازمان خاصی به‌نام سازمان کتاب‌های درسی ایران (دفتر برنامه‌ریزی و تألیف فعلی) از تصویب شورای عالی وزارت آموزش و پرورش گذشت.

ناگفته نماند که این تصویب‌نامه پس از بررسی شیوه کار و عمل در غرب، خاصه در آمریکا، صورت پذیرفت و با این اقدام، بسیاری از مشکلات حاد آن روز حل گردید. سازمان تأمین شده از دبیران به‌نام آن زمان دعوت به عمل آورد تا ابتدا کار برنامه‌ریزی برای هر دوره تحصیلی را انجام دهند سپس به تألیف کتب درسی آن دوره بپردازند. در این تغییرات و برنامه‌ریزی، نظام جدید آموزش مدرسه‌ای ما، همچون کشور آمریکا، شامل سه دوره گردید:

الف. دوره ابتدایی شامل ۵ سال، ب. دوره راهنمایی ۳ سال، ج. دوره دبیرستان ۴ سال شد.

مؤلفان کتب دوره ابتدایی و راهنمایی

از طرف شورا آقایان پرویز شهریاری و جهانگیر شمس‌آوری مسئول تألیف کتب ابتدایی و راهنمایی شدند و آن‌ها با استفاده از یک سری از کتب ریاضی مدارس آمریکا تحت عنوان، «ریاضیات روز»، کتاب‌های دوره ابتدایی و راهنمایی را تألیف کردند که با این کار واقعاً تحولی بزرگ در آموزش ریاضی دوره دبستان به‌وجود آوردند؛ چه، قبلاً محتوای مطالب ریاضی دبستان (دوره ۶ ساله) در ایران شامل چهار عمل اصلی، تناسب، مراحه و تنزیل همراه با یک سری مسائل پیچیده و بسیار مشکل بود.

- به دنبال تألیف کتب ابتدایی و راهنمایی تألیف کتب

دبیرستان نیز با یک برنامه‌ریزی بسیار دقیق؛ یعنی هم توجه به ریاضیات روز بین‌المللی و هم قسمت موجود در کشور، وسیله دبیران واجدالشرایط آن زمان انجام پذیرفت. - اگر شرایط انتخاب کارشناسان دفتر برنامه‌ریزی و تألیف و گزینش هیئت مؤلفان طبق مقاله ۱ صورت بگیرد، به‌نظر می‌رسد که شیوه فعلی تألیف مرکزی و سازمان‌یافته بهترین وجه انجام کار باشد؛ باید اضافه کرد که چنانچه در شهرستانی دبیری موجه یا نویسنده و مؤلفی بنام که شرایط مؤلف ذکر شده در مقاله ۱ را دارا بود شناسایی شد؛ هیچ مانعی وجود نخواهد داشت که از این فرد (یا افراد) هم دعوت به عمل آید تا به هیئت مؤلفان در مرکز بپیوندند؛ کما اینکه در حال حاضر دو نفر از اعضای هیئت تحریریه رشد آموزش ریاضی شهرستانی هستند که واقعاً صاحب‌نظرند و به کار پیشرفت مجله کمک می‌کند.

آخرین نکته در این زمینه آن است که در هر یک از شرایط ذکر شده در زیر:

الف. کتاب‌ها به‌خاطر تأمین نظر سیاسی مقامات بالا خیلی سریع و در حداقل زمان و بدون رعایت اصول نگارش کتب درسی، تهیه و تنظیم گردد.

ب. تألیف تنها به این خاطر صورت بگیرد که اسم من مؤلف در پشت جلد کتاب قرار بگیرد و احیاناً مزایایی شامل حال بشود.

ج. تا زمانی که مؤلف واجدالشرایط انتخاب نگردد و کار تألیف از روی جان و دل و ذوق و علاقه و به‌طور علمی و صرف وقت و زمان زیاد، صورت نپذیرد؛ آن‌گاه:

کتاب‌های تألیف شده در مدارس دوام زیادی نخواهد آورد و روشن است که تغییر دائم کتاب‌ها در مدارس موجب از بین رفتن ثبات آموزشی در کشور می‌شود که به پیشرفت ریاضی لطمه بزرگی وارد می‌سازد.

تجربه تألیف استانی

تألیف کتب درسی استانی؛ یعنی، تألیف کتب درسی مدارس هر استان وسیله معلمان و دبیران خود آن استان، قبلاً دوبار در کشور تجربه شده است:

- یکی در سال ۱۳۴۳ و در زمان وزارت محمد درخشش که خود را جزء معلمان می‌دانست؛
- دیگری در اوایل انقلاب که همه کارها و امور مردمی اعلام شده بود؛

و هیچ کدام نتیجه مطلوب نداده، مردود شناخته

شدند. در نتیجه یکی دو سال بعد لغو و تألیف کتاب‌های درسی دوباره مرکزی شد.

دلیل عدم موفقیت تألیف استانی این بود که:

طرح، بیان و شیوه ارائه هر مطلب در کتاب یک استان با استان دیگر فرق داشت در یک استان سطح مطالب بالا گرفته شده کتاب‌ها پرمحتوا و حجیم بود و برعکس در استان دیگری سطح علمی کتاب‌ها پایین و بی‌محتوا بود و همچنین ترتیب مطالب مطرح شده یکسان نبود، یعنی مطالب پس و پیش آمده بود، در نتیجه مسئولین آموزش استان‌ها با این مشکل مواجه بودند که وقتی دانش‌آموزی از یک استان به استان دیگری انتقال می‌یافت، درس ریاضی این دانش‌آموز فلج می‌شد و ادامه کار برای او مشکل بود (درست نظیر زمان قبل از تأسیس سازمان کتب درسی) دانش‌آموز در استان قبلی هنوز مطلبی نخوانده بود و حال آنکه در استان جدید این مطلب در کتاب زودتر مطرح و تدریس شده بود و برعکس.

قانونی مبنی بر منبع انتقال یک فرد یا کارمند از یک استان به استان دیگر نیز نمی‌توانست یک کار عملی باشد. مسئله مهم دیگر امتحان نهایی دیپلم که کشوری بود مطرح می‌شد و موفقیت در این امتحان نیز برای دانش‌آموزان بعضی استان‌ها با مشکل مواجه بود. همچنین مسئله کنکور سراسری که صرفاً جنبه رقابتی داشت برای دانش‌آموزان استانی با یک کتاب ضعیف مشکل‌آفرین بود و این‌ها موجب اعتراض والدین و مردم گردید و ناگزیر دوباره تألیف کتاب‌ها به تهران اعاده شد. می‌گویند: برنامه‌ریزی و تألیف دو بال دارد که با آن دو بال به پرواز درمی‌آید:

- یک بال استفاده از تجربه گذشته و سنت موجود است؛

- بال دوم توجه به استانداردهای بین‌المللی مواد مورد آموزش مدرسه‌ای روز است.

پی‌نوشت‌ها

۱. سازمان کتاب‌های درسی قبلی
۲. روایت از مرحوم حسین قیور که وقتی آقای آرم مسئول آموزش متوسطه بود از حسین قیور هم دعوت کرد تا به اتفاق هم کتاب بنویسند.



کسر متعارف، تفکر نسبیت و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان در رابطه با کسرها

ناصر اسکندری، دبیر ریاضی شهرستان‌های استان تهران و کارشناس ارشد آموزش ریاضی زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

در این مقاله، ابتدا پیشینه مفهوم کسر ارائه می‌شود. سپس، ساختارهای کسری مورد مطالعه قرار می‌گیرد، آن‌گاه به یافته‌های بعضی از تحقیقات انجام شده در رابطه با بدفهمی و تعبیرهای نادرست دانش‌آموزان در حوزه کسر و تفکر نسبیتی، اشاره می‌شود.

کلیدواژه‌ها: کسر، ساختارهای کسری، بدفهمی، تفکر نسبیتی^۱

۱. مقدمه

نتایج ارزیابی‌های بومی، ملی و بین‌المللی در موضوع عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل کسری، نشان داده است که یادگیری مفهوم کسر برای آن‌ها دشوار است (موردادک^۲ و استیوارت، ۲۰۰۵)، در حالی که آنان، قبل از ورود به مدرسه، با این مفهوم آشنایی دارند. مثلاً کودکان در انواع مقایسه‌هایی که انجام می‌دهند، به‌نوعی از تفکر کسری «جزیی از کل» استفاده می‌کنند. گاهی در شروع آموزش رسمی، این درک شهودی در تقابل با درک رسمی قرار می‌گیرد و یادگیرنده را دچار مشکل می‌کند. بدین‌سبب، انجام تحقیقات در حوزه کسر و تفکر نسبیتی، برای آشنایی با نوع تفکر دانش‌آموزان و بدفهمی‌های احتمالی آنان کمک می‌کند تا بتوان

برای توسعه این نوع تفکر و کاهش بدفهمی‌ها نسبت به کسر، راهکارهای مؤثری اندیشید. (همان، ۲۰۰۵)

۲. مفهوم کسر

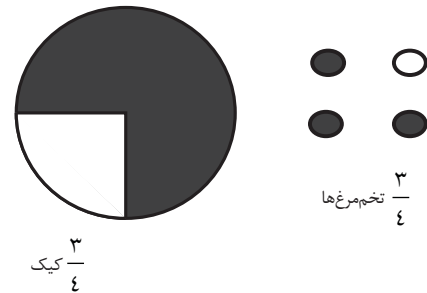
کسرها، بسته به موقعیت‌هایی که استفاده می‌شوند، می‌توانند نشان‌دهنده معانی مختلفی باشند. استیوارت^۳ (۲۰۰۵)، به نقل از اولسن^۴ (۱۹۸۸)، درک معنی کسر را با توجه به ارتباط بین مفهوم انتزاعی کسر و جایگاه استفاده از کسر معرفی می‌کند. به گفته لامون (۱۹۹۹)، چون کسرها زیرمجموعه‌ای از اعداد گویا هستند، یعنی نسبت دو عدد صحیح به هم، به شرط آنکه مخرج کسر صفر نباشد توسعه تفکر نسبیتی، باعث فهم بهتر اعداد گویا و به تبع آن، کسرها می‌شود، همان چیزی که قبلاً نیز فرودنتال (۱۹۸۳) نقل شده در استیوارت (۲۰۰۵) نشان داد که کسرها، منشأ شکل‌گیری مفهومی اعداد گویا هستند. در هر صورت، هر دو تحقیق، بر ارتباط مفهومی بین اعداد گویا و کسرها تأکید دارند و از یافته‌های آن‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که هر دو مفهوم، به توسعه یکدیگر کمک می‌کنند.

به دلیل این اهمیت تام‌کی‌پرن^۵ (۱۹۷۶) مطالعات بسیاری در حوزه مفهوم کسرها انجام و یکی از اصلی‌ترین یافته‌های وی این بود که ساختار کسر را تقسیم به پنج زیرساختار اصلی رابطه جزء به کل^۶، اندازه^۷، عملگر^۸، خارج‌قسمت^۹ و نسبت^{۱۰} نمود که هر

کدام، با وجود نقش‌های متفاوتی که دارند، به هم مرتبط‌اند. وی با استفاده از مثال $\frac{3}{4}$ ، هر یک از این زیرساختارها را به شکل زیر شرح داده است.

۱-۲. رابطه جزء به کل

کسر عبارت است از تقسیم یک مقدار پیوسته یا مجموعه‌ای از موضوعات گسسته، به مجموعه‌ها یا زیرمجموعه‌هایی با اجزای مساوی. به عنوان مثال، کسر $\frac{3}{4}$ می‌تواند نشان‌دهنده سه برش مساوی از کیک باشد که به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است (مدل پیوسته) و یا می‌تواند نشانگر ۳ تخم‌مرغ از ۴ تخم‌مرغی باشد که در سبد قرار دارد. (مدل گسسته) این دو تعبیر از $\frac{3}{4}$ را می‌توان به شکل‌های زیر نشان داد:



۲-۲. اندازه

در این زیرساختار، کسر به موقعیت یک عدد روی محور اعداد یا یک خط‌کش، اطلاق می‌شود.



۳-۲. عملگر

وقتی کسر به عنوان یک تبدیل در نظر گرفته می‌شود، در واقع نقش عملگر را دارد. مثلاً کسر $\frac{3}{4}$ به عنوان یک عملگر برای به دست آوردن ۳ جزء از یک شی یا مقدار، تعریف می‌شود، یا اینکه $\frac{3}{4}$ از ۱۲، عدد ۹ را نتیجه می‌دهد.

۴-۲. خارج قسمت

زمانی که کسر به عنوان «نتیجه تقسیم کردن» تعریف می‌شود، یعنی در موقعیت زیرساختار خارج‌قسمت واقع شده است، در این حالت کسر $\frac{3}{4}$

به صورت تقسیم ۳ بر ۴ است، مثل اینکه ۳ کیک بین ۴ نفر به تساوی قسمت شود.

۵-۲. نسبت

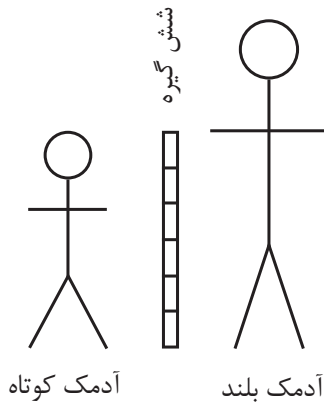
نسبت، بیانگر رابطه بین دو مقدار است، مثل رابطه بین تعداد بسته‌های شکلات و مقدار پولی که باید برای آن‌ها پرداخت شود. بدین معنا، کسر یک نسبت است، به طوری که صورت جزء و مخرج کل باشد. ولی باید توجه داشت که در نسبت، ممکن است هم صورت و هم مخرج، جزء باشند.

۳. تفکر نسبیتی در یادگیرندگان

لامون^{۱۱} (۲۰۰۷)، اشاره می‌کند که تفکر نسبیتی؛ شامل یافتن، توضیح دادن و تحلیل مناسب ارتباط‌هاست. به گفته پیاژه و اینهلدر (۱۹۷۵)، تفکر نسبیتی یک رابطه مرتبه دو شامل یک رابطه معادل بین دو نسبت است، مانند این که هر کدام از کسرهای $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ یک رابطه هستند که تساوی بین آن‌ها نیز، رابطه دوم است (به نقل از لو^{۱۲} و واتانابه^{۱۳}، ۱۹۹۷).

لش، پست و پر^{۱۴} (۱۹۸۸) دریافتند که برای طراحی رویکردی جامع به تدریس کسر، توجه به پنج زیرساختاری که تام کی‌پرن (۱۹۷۶) معرفی کرده بود، ضروری است. برای چنین تدریسی، لازم است زمینه‌ها و بازنمایی‌های مناسبی فراهم شود تا به توسعه تفکر نسبیتی نیز کمک کند.

تورنیر و پولوس (۱۹۸۵)، نقل شده در سند مرکز همکاری‌های ال پاسو برای تعالی آموزشی^{۱۵}، (۲۰۰۷)، در مروری بر مطالعات انجام شده در زمینه تفکر نسبیتی، دریافتند که بزرگسالان نیز مانند کودکان، در تفکر نسبیتی ضعیف‌اند. در همین سند نقل شده است که در ایالات متحده به طور مستمر، نمرات دانش‌آموزان در «ارزیابی ملی پیشرفت تحصیلی»^{۱۶} و در مسائل مربوط به استدلال نسبیتی، پایین است. در «سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم» (تیمز) هم، مشابه این نتایج به دست آمده است. این در حالی است که از نظر پریش، اسپرو، کی‌سین و هورست^{۱۷} (۲۰۰۶)، تفکر نسبیتی، ستون فقرات یادگیری ریاضی و مبنایی برای موفقیت دانش‌آموزان در ریاضیات سطح بالا به شمار می‌رود، هم‌چنان که یکی از پایه‌های ریاضیات دوره ابتدایی نیز به حساب می‌آید.



به اندازه شش گیره کوچک باشد، قد آدمک بلند، به اندازه چند گیره کوچک است؟
کارپلاس^{۲۱} و پترسون^{۲۲} (۱۹۷۰) (نقل شده در سند مرکز همکاری‌های ال پاسو برای تعالی آموزشی، ۲۰۰۷، ص. ۸)، دلیل اشتباهات دانش‌آموزان را در مسائل نسبیتی از این نوع، به صورت زیر دسته‌بندی کردند:

۱. درک مستقیم یا دریافت شهودی^{۲۳}:
دانش‌آموز تصمیمی بر اساس ظاهر عوامل غیراصولی در مسئله می‌گیرد و با استفاده از روش‌های غیرکمی، عملی را انجام می‌دهد.

۲. محاسبه شهودی^{۲۴}: دانش‌آموزان از برخی داده‌ها استفاده کرده و بر روی آن‌ها بدون استدلال خاصی، اعمال ریاضی انجام می‌دهند.

۳. روش تفاوت‌های ثابت^{۲۵}: یافته‌های تحقیقی نشان داده‌اند که تفاوت‌های ثابت یا روش جمع کردن موقع کار کردن با تناسب، تا به حال پرخطرترین روش به کار رفته توسط دانش‌آموزان بوده است. در این روش، دانش‌آموزان به جای توجه به خارج‌قسمت، برای به‌دست آوردن مقدار نامعلوم در تناسب دوم، به تفاوت ثابت بین اعداد در صورت و مخرج کسرها توجه می‌کنند. برای نمونه، در مثال آدمک بلند و آدمک کوتاه تعداد زیادی از دانش‌آموزان، برای حل تناسب $\frac{x}{6} = \frac{6}{4}$ گفته بودند که چون در کسر اول، اختلاف بین صورت و مخرج دو است، پس در کسر دوم نیز باید همین اختلاف وجود داشته باشد که در این صورت، $x = 8$ است.

۴. مقایسه^{۲۶}: گاهی دانش‌آموزان، برای حل مسئله‌ای که از آن‌ها خواسته شده دو کمیت را با هم مقایسه کنند؛ از یک مقیاس آشنا استفاده می‌کنند، بدون آنکه در صورت مسئله، اطلاعاتی در مورد آن

به دلیل این اهمیت، تحقیقات قابل توجهی در حوزه تفکر نسبیتی انجام شده است. برای نمونه، لو و واتانابه، (۱۹۹۷) در پژوهش خود، دریافتند که اساس تفکر نسبیتی تفکر ضربی^{۱۸} است که برای شناخت درصدها، شیب خط، مثلثات و جبر نیز، مورد نیاز است. این در حالی است که بسیاری از الگوهای بدفهمی دانش‌آموزان در رابطه با مسائل استدلال نسبیتی، نشان می‌دهد که آن‌ها از تفکر تجمعی^{۱۹} به جای تفکر ضربی استفاده می‌کنند که می‌تواند باعث ایجاد بدفهمی در درک نسبیتی شود. این پژوهشگران معتقدند که آشنا کردن دانش‌آموزان با مسائل ضرب و تقسیم معمولی، نمی‌تواند به آن‌ها، جهت گسترش درک تفکر نسبیتی کمک کند، چون اکثر دانش‌آموزان، معمولاً با قاعده‌ای که یاد گرفته‌اند، مسائل را حل کرده و کمتر توجهی به مفهوم‌ها دارند. همچنین در کتاب‌های درسی ریاضی، عدم ارتباطی بین روش‌های به کار رفته توسط دانش‌آموزان و روش‌های ارائه شده در کتاب‌ها وجود دارد که این امر، مشکلات یادگیری کسر، را بیشتر می‌کند. این در حالی است که هدف تفکر نسبیتی، ایجاد برقراری نسبت‌ها و حل آن‌هاست که اغلب شهودی و وابسته به زمینه و مبتنی بر روش‌های نمادین/رسمی‌اند و عمدتاً بر اساس جمع کردن و ترکیب اعدادند که دانش‌آموزان ترجیح می‌دهند از آن‌ها، استفاده کنند. این در حالی است که در اغلب کتاب‌های درسی ریاضی، بیشتر از قاعده طرفین-وسطین که مستقل از زمینه و شهود است، برای حل مسائل تناسب استفاده شده است. (هارت^{۲۰}، ۱۹۸۴)

۳-۱. دسته‌بندی اشتباهات دانش‌آموزان در حل مسائل نسبیتی

در این قسمت، از مثال (۱) که در «سند مرکز همکاری‌های ال پاسو برای تعالی آموزشی» (۲۰۰۷، ص. ۵) آمده، برای توضیح دسته‌بندی اشتباهات دانش‌آموزان، استفاده می‌شود.

مثال (۱)

در شکل مقابل، قد دو آدمک به وسیله دو گیره کوچک و بزرگ، اندازه‌گیری شده است. با استفاده از گیره بزرگ، قد آدمک بلند شش گیره و قد آدمک کوتاه چهار گیره است. اگر طول قد آدمک کوتاه

داده شده باشد. برای مثال، در سؤال آدمک بلند و کوتاه، بعضی از دانش‌آموزان گفته بودند که گیره دوم نصف گیره اول است. در حالی که در صورت سؤال به این موضوع اشاره نشده بود.

۳-۲. عوامل مشکل‌ساز

از نظر نیبورز^{۲۷} (۲۰۰۲) نقل شده در سند مرکز همکاری‌های ال‌پاسو برای تعالی آموزشی، (۲۰۰۷) تفکر نسبیتی و توانایی استدلالی، به عنوان سنگ‌بنای ریاضیات دوره متوسطه دیده می‌شود، اما به گفته پیرن^{۲۸} و استفنز^{۲۹} (۲۰۰۴)، یکی از عوامل مسئله‌ساز برای دانش‌آموزان در رابطه با مفهوم کسر، تعمیم اعمال اعداد حسابی به کسرهاست. مثلاً اگر دانش‌آموز، کوچک‌تر شدن در تقسیم اعداد حسابی را به کسرها تعمیم دهد، ممکن است انتظار داشته باشد که در تقسیم دو کسر نیز، همین اتفاق بیفتد که این دوگانگی، برایش مسئله ایجاد می‌کند. این پژوهشگران، برای رویارویی با این چالش، استفاده از بازنمایی‌های چندگانه شامل مدل‌های گسسته و پیوسته را برای نمایش کسرها و انجام عملیات با آن‌ها، توصیه می‌کنند. هم‌چنین، برای تسهیل یادگیری کسر، در بیشتر کتاب‌های درسی ریاضی دیده می‌شود. مخصوصاً به دانش‌آموزان نشان داده می‌شود که چگونه اطلاعات را در مسائل تناسب، به عنوان معادله کسری بنویسند و آن را از طریق ضرب و سپس تقسیم حل کنند. نکته اصلی این است که در کسر، صورت کسر معرف جزئی از کل و مخرج کسر معرف کل است، در حالی که در نسبت، ممکن است هم صورت کسر و هم مخرج کسر، هر دو جزئی از کل باشند. به عبارت دیگر، کسرها خود زیرمجموعه‌ای از نسبت‌ها هستند و همین حقیقت، چنین ارتباطی را بین کسرها و نسبت‌ها، ناکارآمد می‌کند. مثال زیر، برگرفته شده از «سند مرکز همکاری‌های ال‌پاسو برای تعالی آموزشی» (۲۰۰۷، ص. ۵) است که معرف این مشکل است.

مثال (۲)

برای درست کردن شربت پرتقال، ترکیب ۳ لیوان آب و دو لیوان عصاره پرتقال شیرین‌تر می‌شود یا چهار لیوان آب و ۳ لیوان عصاره پرتقال؟ یا اینکه شربت با هر دو ترکیب، به یک اندازه شیرین می‌شود؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

دانش‌آموزان برای مقایسه شیرینی شربتی که با این دو ترکیب درست شده، لازم است دو کمیت $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را با هم مقایسه نموده و بررسی کنند که آیا این دو کمیت با هم برابرند یا خیر و اگر نیستند، کدام یک بیشتر از دیگری است. در این مثال، هم صورت و هم مخرج این دو کسر، «جزء» هستند.

این مثال، بیانگر این است که استفاده از رویکرد تلفیقی کسر و نسبت در کتاب‌های درسی ریاضی، به درک بهتر مفهوم کسر کمک می‌کند، در صورتی که فقدان آن، باعث سردرگمی دانش‌آموزان می‌شود (نورتون^{۳۰}، ۲۰۰۵). این در حالی است که در اغلب کتاب‌های درسی ریاضی، معرفی کسر و نسبت به صورت جداگانه انجام می‌گیرد، در حالی که این دو به هم مرتبط بوده و به طور دقیق‌تر، کسرها زیرمجموعه‌ای از نسبت هستند.

در مطالعات صورت گرفته توسط تورنیر (۱۹۸۵)، نقل شده در سند مرکز همکاری‌های ال‌پاسو برای تعالی آموزشی، (۲۰۰۷)، متغیرهایی که بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در یادگیری نسبت و تناسب تأثیر می‌گذارند، به صورت زیر فهرست‌بندی شده‌اند: ۱. «متغیرهای ساختاری»، مربوط به ساختار اعداد و نسبت در مسئله می‌شود.

متغیرهای ساختاری مسئله تناسبی، شامل نسبت‌های اعداد صحیح، ترتیب، اعداد نامعلوم، اندازه اعداد و کاربرد نسبت‌های واحد است و در مسئله‌های مقایسه‌ای، برابری نسبت‌ها را بررسی می‌کند. ۲. «متغیرهای متنی» با چگونگی وجود مسئله سروکار دارد.

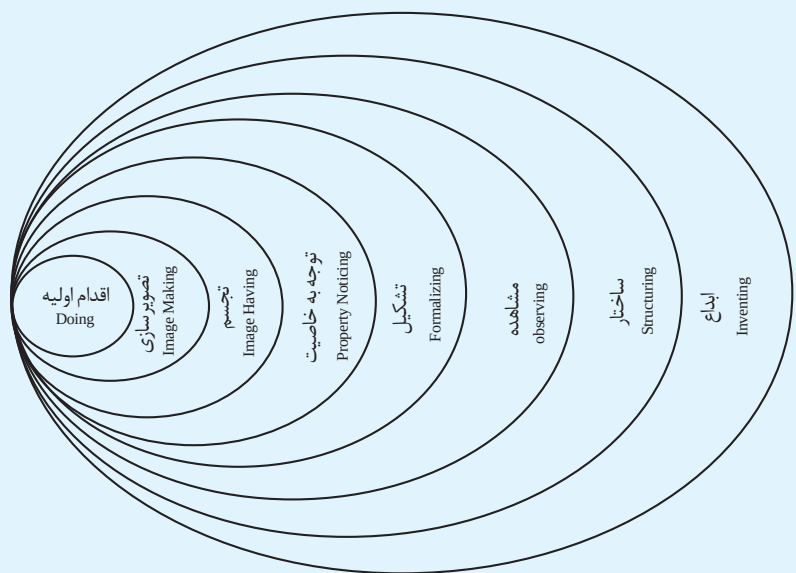
آشنایی دانش‌آموزان با متن مسئله، فهمیدن و دستکاری درست آن و توانایی ایجاد مدلی برای نشان دادن و حل آن مسئله، به طور چشم‌گیری عملکرد دانش‌آموزان را در رابطه با کسرها، ارتقا می‌بخشد.

۳. «متغیرهای دانش‌آموزی» که به جای ساختار یا متن مسئله، به دانش‌آموزان توجه می‌کند.

این متغیر بدین معناست که دانش‌آموزانی که نسبت به ریاضی دید مثبتی دارند، در حل مسائل نسبیتی، عملکرد بهتری نسبت به دانش‌آموزانی دارند که باور دارند در درس ریاضی ضعیف هستند.

۴. مدل تام‌کی‌پرن در مورد رشد یادگیری ریاضی (با تأکید بر کسر)

پی‌پری^{۳۱} و کی‌پرن (۱۹۸۸)، مدلی برای یادگیری ریاضی با استفاده از هشت مرحله معرفی کردند و آن را به صورت دایره‌های هم‌مرکز نشان دادند. از نظر آن‌ها لازم نیست که حرکت بین این مراحل، از کوچک‌ترین دایره به سمت بزرگ‌ترین دایره صورت گیرد، یعنی، رابطه بین دایره‌ها، رابطه‌ای خطی نیست، بلکه برعکس، یادگیرنده می‌تواند با حرکات رفت و برگشتی، دانش خود را بر اساس بازگشت به مراحل قبلی، افزایش دهد، به عبارت دیگر یادگیرنده با بازگشت به مراحل قبلی، دانش جدیدی را کسب، یا دانش قبلی خود را تصحیح می‌کند که به او در مراحل بعدی، کمک خواهد کرد.



شکل ۱: مدل پی‌پری و کی‌پرن (۱۹۸۸) برای رشد یادگیری ریاضی

برای آشنایی بیشتر با این مدل، به شرح اجمالی مراحل آن می‌پردازیم.

اقدام اولیه^{۳۲}: اقدام اولیه، شروع هر عملی است و مبتنی بر دانش اولیه‌ای است که دانش‌آموز در اختیار دارد و اساس و نقطه شروع توسعه یادگیری است. در مراجعه به کسرها، توانایی دانش‌آموزان در تقسیم (به عنوان مثال تقسیم یک پیتزا)، اقدام اولیه را برای انجام کار ایجاد می‌کند.

تصویرسازی^{۳۳}: در این مرحله، تصویرها در طول عملیات مخصوص، شروع به شکل‌گیری می‌کنند، جایی که یادگیرنده می‌تواند دانش خود را در

موقعیت‌های جدید به کار برد، مثلاً یادگیرنده بتواند از دانشی که در فهم کسر به دست آورده، در حل مسائل غیر کسری استفاده کند.

درونی‌سازی تصویر^{۳۴}: با توجه به فعالیت‌های انجام گرفته در مرحله تصویرسازی، یادگیرنده تصویرها و شکل‌های ذهنی را برای خود، درونی می‌کند. در واقع کسرها، یک موضوع ذهنی برای یادگیرنده می‌شود و او می‌تواند از کسر، تجسمی در ذهن خود ایجاد کند.

توجه کردن به خاصیت‌ها^{۳۵}: این مرحله، بازگشت به مراحل قبلی است. که در آن، یادگیرنده می‌تواند با استفاده از طرحواره‌های ذهنی قبلی، الگوها و خصوصیات و ارتباطات جدیدی را بسازد و توسعه دهد، خواص و روابط بین آن‌ها را کشف کند. برای مثال، یادگیرنده ممکن است یک رشته از کسرهای مساوی را تصور نماید که از یک کسر اولیه، تولید شده است.

انتزاع: در این مرحله، یادگیرنده بین تصویرها، طرحواره‌های ذهنی خود و دانشی که دریافت کرده، رابطه برقرار می‌کند. برای مثال، در این مرحله، یادگیرنده تشخیص می‌دهد که هر عدد کسری را می‌توان به صورت $\frac{a}{b}$ تعریف نمود، به طوری که در آن $b \neq 0$.

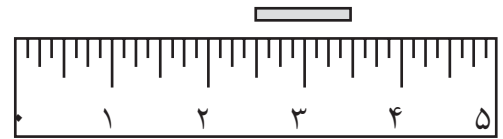
مشاهده^{۳۶}: یادگیرنده با مشاهده فرایند فکری خود و ساماندهی آن‌ها، توانایی ساختن دانش جدید را پیدا می‌کند. برای مثال، یادگیرنده مشاهده می‌کند که «کوچک‌ترین عدد کسری مثبت» وجود ندارد، چون اگر مخرج کسری مانند $\frac{a}{b}$ را هر قدر بزرگ‌تر کنیم، کسر کوچک‌تر و نزدیک‌تر به صفر می‌شود، ولی باز هم کسرهای کوچک‌تری به وجود می‌آیند و این کار، تداوم دارد.

ساختار^{۳۷}: در این مرحله، یادگیرنده مشاهدات خود را با استفاده از نتایج نظام‌دار مراحل قبلی، ساماندهی می‌کند و صورت‌بندی منسجم‌تری از آن‌ها، به وجود می‌آورد.

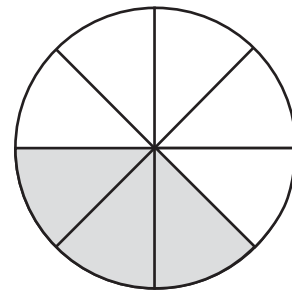
ابداع^{۳۸}: پس از مراحل فوق است که یادگیرنده، توانایی درک یک مفهوم را به عنوان یک کل، پیدا می‌کند و بدون زیورورد کردن و تجزیه نمودن ساختار آن مفهوم برای درک عمیق‌تر، به ابداع روش‌های جدیدی در ذهن خود می‌پردازد که با روش‌های پیشین، می‌تواند کاملاً متفاوت باشد.

۷-۲. دسته‌بندی بدفهمی‌ها در رابطه با کسر

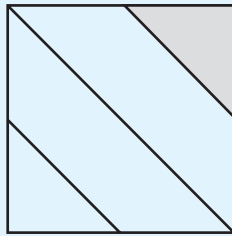
در مطالعات مختلفی که توسط آسکیو (۲۰۰۲)، بل (۲۰۰۵) و سوان (۲۰۰۶) صورت گرفته، برخی از اشتباهات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با کسرها، شناسایی شدند. با تعمق در این بدفهمی‌ها، می‌توان مراحل مختلف مدل کی‌پرن و چرایی ایجاد بدفهمی‌های زیر را که ناشی از توسعه نیافتن مراحل این مدل در دانش‌آموزان مختلف است مشاهده نمود. ۱. بعضی از دانش‌آموزان برای اندازه‌گیری اشیاء گمان می‌کنند که همیشه باید از مبدا شروع کنند. برای مثال، بعضی از دانش‌آموزان در مثال زیر، طول خط را $3\frac{1}{2}$ سانتی‌متر در نظر می‌گیرند که نشان‌دهنده این است که طول خط را، از مبدا در نظر گرفته‌اند.



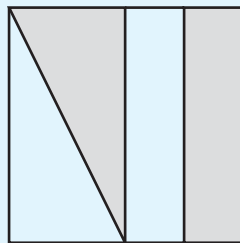
۲. یکی دیگر از بدفهمی‌های متداول این است که با وجودی که کسر جزئی از کل است، ولی بعضی دانش‌آموزان، کسر را به صورت جزئی از جزء می‌نویسند که مثال زیر، یکی از آن‌هاست که در آن برای شکل زیر، دانش‌آموز کسر $\frac{3}{5}$ را به جای $\frac{3}{8}$ نوشته است.



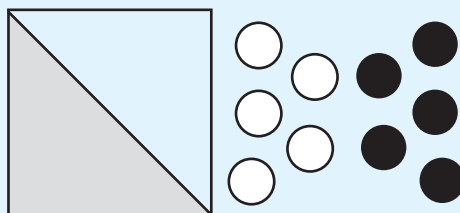
۳. گاهی دانش‌آموزان، برای به دست آوردن کسری از کل یک طول یا یک مساحت، این نکته را در نظر نمی‌گیرند که وقتی از کسری از کل بحث می‌شود، منظور اجزایی با اندازه‌های مساوی است که نمونه مقابل، یکی از آن‌هاست.



۴. گاهی هم عده‌ای تصور می‌کنند که کسری از کل یا اجزاء، باید قسمت‌هایی با شکل‌های یکسان باشند و بدین سبب، نمونه‌هایی مانند زیر را به دلیل مشابه نبودن جزءها، نمی‌توانند به صورت کسر تعریف کنند.



۵. بعضی اوقات، دانش‌آموزان نمی‌دانند که کسرها هم عدد هستند. برای همین، با وجودی که کسری مانند $\frac{1}{2}$ را در موقعیت‌هایی مثل شکل‌های زیر می‌توانند نشان دهند، ولی قادر به تشخیص همین عدد روی محور اعداد نیستند، زیرا تصورشان این است که $\frac{1}{2}$ یک عدد نیست، بلکه یک جزء است.

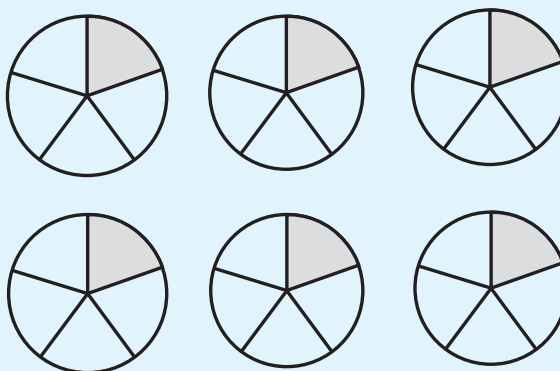


۶. گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند که اعداد مخلوط بزرگ‌تر از کسر هستند، زیرا هر عدد مخلوط شامل یک عدد کامل است و این امر، سبب می‌شود که تصور کنند که آن عدد مخلوط، بزرگ‌تر از کسر است، مثل اینکه عدد مخلوط $1\frac{4}{5}$

را بزرگ‌تر از $\frac{9}{5}$ می‌بینند، در صورتی که هر دو، با هم مساوی‌اند.

۷. بسیاری از دانش‌آموزان، کسر را کوچک‌تر از یک می‌دانند که ممکن است علت آن، شروع آموزش کسر باشد که اغلب، کسرها به منزله جزئی از کل با صورت کوچک‌تر از مخرج، معرفی می‌شوند.

۸. گاهی پیش می‌آید که دانش‌آموزان، اجزا را بدون توجه به کل، می‌شمارند، برای همین، تصور می‌کنند که مثلاً، $\frac{1}{5}$ شش دایره را با اندازه‌های مختلف، در کل با هم ببینند و شکل زیر را، نشان‌دهنده کسر $\frac{6}{30}$ بدانند.



۹. اگر بدفهمی بالا تعمیم یابد، دانش‌آموزان به برابری کسرها توجه می‌کنند، اما به این نکته دقت نمی‌کنند که مثلاً $\frac{1}{4}$ از ۲ کیلومتر، با $\frac{1}{4}$ از ۸ کیلومتر، مقدارهای متفاوتی هستند.

۱۰. گاهی دانش‌آموزان علامت کسر را با علامت اعشار اشتباه می‌گیرند.

۱۱. یکی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با کسرها این است که عددهای صورت یا مخرج را مستقل از اینکه جایگاهشان کجاست، با هم مقایسه می‌نمایند. مثل اینکه بعضی‌ها $\frac{1}{8}$ را بزرگ‌تر از $\frac{1}{6}$ می‌دانند، زیرا به تصور آن‌ها، عدد ۸، بزرگ‌تر از عدد ۶ است.

۱۲. گاهی دانش‌آموزان تصور می‌کنند که کسرهایی که دارای مخرج‌های کوچک‌تر هستند، همیشه بزرگ‌ترند، بدون اینکه برای مقایسه، به

صورت کسرها هم توجه کنند. این بدفهمی را می‌توان در مثال‌هایی مانند این دید که بگویند $\frac{3}{5}$ کوچک‌تر از $\frac{1}{4}$ است زیرا $\frac{1}{4}$ بزرگ‌تر از $\frac{1}{5}$ است.

۱۳. برخی از دانش‌آموزان، قادر به تشخیص کسرهایی مساوی که به صورت‌های متفاوت نمایش داده شده‌اند، نیستند. مثلاً این بدفهمی نمی‌گذارد درک کنند که $\frac{2}{4}$ با $\frac{3}{6}$ مساوی است و آن‌ها را دو کسر متفاوت می‌دانند، زیرا هر دو صورت و هر دو مخرج، با هم متفاوت‌اند.

۱۴. یکی از بدفهمی‌های رایج این است که بعضی از دانش‌آموزان، برای ساختن کسرهایی مساوی به جای ضرب صورت و مخرج در مقداری ثابت صورت و مخرج کسر را با عدد ثابتی جمع می‌کنند. مانند اینکه برای ساختن کسری مساوی $\frac{3}{8}$ ، عمل $\frac{3+1}{8+1}$ را مجاز دانسته و به کسر $\frac{4}{9}$ می‌رسند.

۱۵. بدفهمی دیگر در رابطه با عملیات با کسرها این است که دانش‌آموزان برای جمع دو کسر، صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را نیز در هم ضرب می‌کنند. مثل اینکه برای جمع $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$ ، عمل $\frac{3 \times 1}{5 \times 2} = \frac{3}{10}$ را انجام می‌دهند.

۱۶. بعضی دانش‌آموزان، برای جمع کردن کسرها، صورت‌ها را با هم و مخرج‌ها را با هم جمع می‌کنند، مثل $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{4}{9}$.

۱۷. یکی از بدفهمی‌های شایع در مورد عمل تقسیم با کسرها، تعمیم تفکر تقسیم اعداد صحیح به اعداد کسری است مثل تقسیم کردن عدد صحیح ۴ به عدد کسری $\frac{1}{2}$ که به جای آن، عدد را بر ۲ تقسیم می‌کنند، مثل $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$.

۱۸. برعکس این عمل هم زیاد دیده می‌شود که هنگام تقسیم یک کسر به یک عدد صحیح، دانش‌آموزان مخرج کسر را به آن عدد تقسیم می‌کنند، مانند $\frac{1}{13} \div 2 = \frac{1}{26}$.

۱۹. موقع ضرب یک عدد در یک کسر بعضی‌ها، هم صورت و هم مخرج کسر را در آن عدد ضرب می‌کنند مثل $\frac{20}{24} = 4 \times \frac{5}{6}$.

2. Bell, A. (2005). Introduce Diagnostic Teaching. Alan Bell and the Toolkit Team. *A Strategy in the Toolkit for Change Agents*. MARS, Michigan State University.
3. Swan, M. (2006). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies* (Standards Unit). Department for Education and Skills Standards Unit. University of Nottingham.
4. Lamon, S.J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 629- 666). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
5. The El Paso Collaborative for Academic Excellence (2007). Proportional Reasoning: Student Misconception and Strategies for Teaching.
6. Murdock Veon & Stewart. (2005). Making of student's understanding of fraction: An exploratory study of sixth grader's construction of fraction concepts through the use of physical referents and real word representations. The Florida state university college of education. October 12, 2005.
7. Hart, K.M. (1984). *Ratio: Children's strategies and errors*. A report of the strategies and errors in secondary mathematics project. London: NFER-Nelson.
8. Lesh, R, Post, T, & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.93- 118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates & National Council of Teachers of Mathematics.
9. parish, L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (2006). *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
10. Stephen j. Norton, In Chick, H.L. & Vincent, J. L. (2005). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 17- 24. Melbourne: PME.
11. Lo, J. & Watanabe, T. (1997). Developing ratio and proportion schemes: Astory of a fifth grader. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(2), 216- 236.
12. Kieren, T. (1976). Pieri, S.; kieren, T. (1988).
1. Proportional Thinking
2. Murdock
3. Stewart
4. Ohlsson
5. Tom-Kieren
6. *Part-Whole Relationship*
7. *Measure*
8. Operator
9. Quotient
10. Ratio
11. Lamon
12. Lo
13. Watanabe
14. Lesh & Post & Behr
15. The El Paso Collaborative for Academic Excellence
16. National Assessment of Educational Progress: NAEP
17. Parish , Sparrow , kissane & Hurst
18. Multiplicative Thinking
19. Collective Thinking
20. Hart
21. Karplus
22. Peterson
23. Intuition
24. Intuitive computation
25. Constant Differences Method
26. *Scaling*
27. Nabors
28. Pearn
29. Stephens
30. Norton
31. Pirie
32. Primitive Doing
33. Image Making
34. Image Having
35. Property Noticing
36. Observing
37. Structuring
38. Inventing

1. Askew, M. (2002). The changing primary mathematics classroom- the challenge of the National Numeracy Strategy. In L. Haggerty (Ed.), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice*. London: Routledge Falmer.

دومفهوم کلیدی ریاضی دوره ابتدای

مترجم: محمد حسام قاسمی

کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان شهریار

جست و جو کرد. برای مثال، «در نظام آموزشی بریتانیا، دانش آموزان ۷ ساله در سطح ۱ یا دانش آموزان ۱۱ ساله در سطح ۳، مشکلات ریاضی قابل توجهی دارند.» (سطوح مورد انتظار برنامه درسی ملی برای این سن‌ها، سطح ۲ و ۳ است).

«کمتر موفق بودن در ریاضی»، یک پدیده تک بعدی و به دلایلی ثابت و مشخص نیست. این مشکل می تواند دلایل متعددی داشته باشد و لازم است که در ابعاد گوناگون، مورد بررسی قرار گیرد. گاهی وجود شرایط مختلف و گاهی چندین دلیل پیچیده و گره خورده به هم، مسبب عدم موفقیت یک دانش آموز در درس ریاضی است. حتی شاهد هستیم که بسیاری از دانش آموزانی که در موضوع درسی ریاضی ضعیف هستند، در دروس دیگر نیز مشکل دارند و دارای عملکرد مشابهی هستند. هایلک (۱۹۸۶) طی یک مطالعه با مشارکت معلمان دوره ابتدایی، دریافت که ۷۹ درصد دانش آموزانی که در درس ریاضی مشکل دارند و اصطلاحاً «کمتر موفق» یا «ضعیف» نامیده شده اند، همین وضعیت و همین عنوان را در سایر دروس هم دارند (این مطالعه بر روی ۲۱۵ دانش آموز ضعیف ۱۰ تا ۱۱ ساله انجام شده است). اما در مورد دانش آموزان متوسط و رو به بالا در کلاس هایی به جز کلاس ریاضی، داکر (۲۰۰۴: ۲) معتقد است که مشکلات ریاضی آن ها، مختص به بخش های مشخصی از ریاضی است که گاهی، قابل رفع است. به گفته وی، «برخی از این دانش آموزان، در حین انجام محاسبات به شدت کند هستند و به زمان بیشتری احتیاج دارند

کلیدواژه ها: مشکلات زبانی در ریاضی، محتوای ریاضی معنی دار، فعالیت های هدفمند ریاضی، توضیح دادن، یکسان بودن و نبودن، پرسیدن، تیزهوشی در ریاضی

دانش آموزان کمتر موفق معرفی مفهوم

صفت «کمتر موفق»^۱ یا «ضعیف»، معمولاً در مورد دانش آموزانی به کار می رود که در مدارس ابتدایی از قافله اکثریت دانش آموزان همکلاسی یا هم سن و سال خود در کسب نتایج مورد انتظار، عقب می مانند و نمرات و نتایج آن ها، از میانگین نمرات کلاس خیلی کمتر است. این دانش آموزان، در فعالیت های کلاسی گروهی (مشارکتی) هم بسیار کم کارند و تقریباً هیچ نقش سازنده ای در گروه خود ایفا نمی کنند.

توضیح و بحث

مفهوم «کمتر موفق»، تنها در مورد دانش آموزانی که در درس ریاضی نتایج ضعیف کسب می کنند یا در این درس به توضیح و تکرار بیشتری نیازمندند، به کار نمی رود. داکر^۲ (۲۰۰۴) با توجه به نتایج مطالعات خود، استفاده از اصطلاح «کمتر موفق» را برای «کودکی با مشکلات زیاد یادگیری ریاضی» توصیه می کند. همچنین، داکر (۲۰۰۴: ۴) معتقد است که برخی از دلایل «کمتر موفق بودن» دانش آموزان را باید در برنامه درسی به ویژه در سطح بندی و تطابق نامناسب مطالب با سن کودکان

که این مشکل قابل رفع است. اما برخی دیگر، تنها در مسائل محاسباتی یا موضوع خاصی است مشکل دارند و در سایر بخش‌ها، مشکلی ندارند.»

در این مقاله، هرگاه صحبت از عدم موفقیت و کم‌توان بودن یک دانش‌آموز در درس ریاضی می‌شود، منظور اختلالات روان‌شناختی در قالب بیماری‌های شناخته شده نیست. مثلاً این امر، شناخته شده است که یکی از این اختلالات در یادگیری ریاضی، مشکل «عددپیشی^۳» است و این مشکل و سایر مشکلات این‌چنینی، بر میزان موفقیت دانش‌آموز در درس ریاضی، تأثیر فراوانی دارد و می‌تواند یکی از دلایل «کمتر موفق بودن» دانش‌آموز باشد، اما موضوع بحث نیست و قصد نداریم که در اینجا، به آن بپردازیم و به دانش‌آموز «کمتر موفق» ربطش دهیم. زیرا «عددپیشی» و اختلالات مشابه آن، از نوع بیماری‌های خاص شناختی هستند که ممکن است ناشی از آسیب‌های مغزی باشد که جزء حالت‌های استثنایی است و در مورد همه دانش‌آموزان، عمومیت ندارد. از همین نوع آسیب‌ها و اختلالات یادگیری، می‌توان به «خوانش‌پیشی^۴» و «کنش‌پیشی^۵» نیز اشاره کرد که نه تنها بر یادگیری درس ریاضی، بلکه به‌طور عام بر میزان موفقیت در همه حوزه‌های یادگیری در برنامه درسی، تأثیر گذارند.

این درحالی است که هایلک (۱۹۹۱: ۴۱-۴)، به آن دسته از عواملی که می‌توانند دلیلی برای «کمتر موفق بودن» در ریاضی باشند و موضوع موردنظرمان در این بخش است، اشاره می‌کند. او به دلایلی هم‌چون اضطراب ریاضی، مشکلات رفتاری و اجتماعی مانند ضعف در برقراری ارتباط با دیگران در محیط مدرسه، ضعف در درک تصویرهای فضایی و اشکال، به‌ویژه انتقال و تقارن، و مشکلات ادراکی و آن‌هایی که ناشی از زبان و نمادهای ریاضی‌اند، اشاره می‌کند. علاوه بر این‌ها، می‌توان موارد عمومی‌تری مانند غیبت‌های مکرر، مشکلات خانوادگی، فقر، بیماری و مشکلات جسمی، عدم تمرکز، تفاوت‌های فرهنگی، بیگانه بودن با محیط مدرسه یا بی‌زاری از مدرسه را هم برشمرد.

از طرف دیگر، هوسارت^۶ (۲۰۰۴) با مطالعه مشکلات ریاضی دانش‌آموزان ضعیف و «کمتر موفق» در گروه‌های مشارکتی، به این نتیجه رسید که برخی از این مشکلات، می‌توانند به جنبه‌های خاصی از نوع تکلیف یا کار ارائه شده به گروه، ربط پیدا کنند. مثلاً برخی

از این دانش‌آموزان، تمایلی به انجام تکلیف‌ها به‌صورت محاسبه ذهنی ندارند و با تکلیف‌ها و فعالیت‌های کتبی و نوشتنی در قالب الگوریتم‌های مشخص و معمول، احساس راحتی بیشتری می‌کنند. هم‌چنین، هوسارت (۲۰۰۴: ۱۶۵) اشاره جالبی نیز به یکنواخت نبودن رفتار دانش‌آموزان ضعیف دارد و اشاره می‌کند که گاهی همین دانش‌آموزان، با دادن پاسخ‌های صحیح و انجام درست و دقیق تکلیف‌های خود، معلمانشان را شگفت‌زده و غافلگیر می‌کنند.

یکی از یافته‌هایی که در گزارش کاکرافت (۱۹۸۲) به آن اشاره شده است این است که در سن ۱۱ سالگی، در ریاضی، یک «شکاف هفت‌ساله» وجود دارد. به این معنا که سطح موفقیت یک کودک ۱۱ ساله در ریاضی با برخی از کودکان ۷ ساله و ۱۴ ساله، مطابقت دارد. این محدوده موفقیت با هفت سال اختلاف، برای آموزگاران در طراحی آن چه که باید به دانش‌آموزان خود آموزش دهند، دردسرساز است و در روند تدریس آن‌ها، مشکلاتی به وجود می‌آورد

هایلاک (۱۹۹۱: ۶۶-۷) موقعیت‌های این‌چنینی را که در آن، یک دانش‌آموز ضعیف به ناگهان پاسخی صحیح و به دور از انتظار معلم و همکلاسی‌هایش می‌دهد، تعهد و صلاحیت غیرمنتظره^۷ می‌داند. وی ابراز می‌دارد که «بارها شاهد بوده‌ایم که دانش‌آموزی ضعیف، هنگامی که معلم اصلاً انتظارش را ندارد و حتی توقعی از او برای مشارکت و پاسخ دادن ندارد، فعال شده و پاسخ‌های کاملاً صحیحی به سؤالات معلم به‌ویژه در مورد سؤالات واقعی در زندگی و کاربرد ریاضی در موقعیت‌های واقعی می‌دهد و همه را غافلگیر می‌کند.» دی‌گیست^۸ و همکارانش (۲۰۰۲) هم، شواهد و نمونه‌هایی از بروز رفتارهای با کیفیت بالا از دانش‌آموزان ضعیف مطرح می‌کنند که حتی در برخی از این موارد، رفتارهایی که از آن‌ها سر می‌زند، همراه با تفکر ریاضی سطح بالایی است که مشابه آن را می‌توان در عملکرد دانش‌آموزان نخبه و با نبوغ بالا، جست‌وجو کرد. آنان معتقدند که هنگام بروز چنین رفتارهایی، معلم می‌تواند با اتخاذ روش‌ها یا به کارگیری مواد و محتوای

مناسب، آن‌ها را در این دانش‌آموزان، تقویت کند. از جمله راهکارهای مناسبی که بهتر است معلمان برای کمک به این‌گونه دانش‌آموزان به کار گیرند، می‌توان به ارائه مثال‌های درست همراه با مثال‌های نادرست، بسط دادن بی‌شتاب و عجله نکردن در ارائه موضوع‌ها و توسعه تدریجی روش‌ها از سطح آسان به سطح دشوار، اشاره کرد. این راهکارها، باعث ایجاد و تقویت توانایی این دانش‌آموزان در انجام فعالیت‌های ریاضی می‌شود (هریس، ۲۰۰۱ و واتسون، ۲۰۰۰).

بنابه اظهار داکر (۲۰۰۴: ۲)، «تدریس ناکارآمد و نامتناسب» نیز به‌نوبه خود، از عوامل اصلی ضعیف شدن و کمتر موفق بودن دانش‌آموزان است. در اصل، داکر به نقش معلم به عنوان یکی از جنبه‌هایی که می‌تواند مشکل‌آفرین باشد اشاره می‌کند و این اشاره صحیحی است، چون ما شاهد مواردی بوده‌ایم که وقتی معلم یا روش معلم این دانش‌آموزان عوض شده، عملکردشان بهبود یافته است. هایلک (۱۹۹۱: ۵۰-۴۴)، چند نمونه از عملکرد نامناسب معلم را که می‌تواند منجر به تشدید پدیده «دانش‌آموزان کمتر موفق» در کلاس درس شود، ذکر کرده است که به بعضی از اثرگذارترین آن‌ها، اشاره می‌شود:

- عدم تنوع در به کارگیری مواد آموزشی و کمک‌درسی و انعطاف‌پذیر نبودن معلم در این مورد؛
- بی‌توجهی به نیازها، خواسته‌ها، پرسش‌ها و حرف‌های دانش‌آموزان ضعیف کلاس به تصور اینکه نه تنها کمکی به روند تدریس نمی‌کنند، بلکه در کار تدریس نیز وقفه و مانع ایجاد می‌کنند؛
- عبور سریع از یک مبحث یا یک مسئله به مبحث یا مسئله بعدی قبل از آنکه دانش‌آموزان ضعیف‌تر، فرصت بررسی، تحلیل و رفع ابهامات خود را پیدا کنند؛
- طبیعی جلوه دادن اینکه ریاضی خشک و بی‌روح است و عدم اشاره به کاربردهای آن؛
- آوردن بیش از اندازه مثال‌های انتزاعی و از دید دانش‌آموزان ضعیف بی‌معنی؛

- دادن تکلیف‌های بالاتر از توان و کشش به دانش‌آموزان کمتر موفق، به‌طوری که باعث دلزدگی و خستگی آن‌ها شود.

برای رسیدگی به مشکلات دانش‌آموزان ضعیف و کمتر موفق، نیاز به توصیه‌ها و راهکارهایی است که معلمان ابتدایی باید به آن‌ها توجه کافی داشته باشند. در این زمینه، دی‌گیست و همکارانش (۲۰۰۲)، چند پیشنهاد برای معلمان دارند. آن‌ها معتقدند معلمی می‌تواند در مواجهه با دانش‌آموزان ضعیف، موفق‌تر عمل کند که بتواند به خوبی آن‌ها را با خود و کلاس

همراه سازد، به موضوع درسی پیش‌رو و محتوای آن معنا بخشد، و همواره به دنبال «معناسازی» در ریاضی باشد. علاوه بر این، فرصت کافی و زمان لازم برای فکر کردن در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد و برای انجام تکلیف‌های کلاسی، به آن‌ها سخت نگیرد. هم‌چنان که با پرسش‌هایشان برخورد مناسب نموده و سعی کند محیط کلاس را برایشان چنان امن کند که در آن، بتوانند با سایر هم‌کلاسی‌های خود باصمیمیت مشارکت کنند و از سرزنش معلم به خاطر اشتباه‌های احتمالی خود، نهراسند.

مثال‌های عملی

معلمان ابتدایی که خواستار کمک به دانش‌آموزان کمتر موفق کلاس خود هستند، باید به این نکته مهم و کلیدی توجه داشته باشند که نمی‌توانند یک شیوه یا یک راهکار را در مورد همه دانش‌آموزان ضعیف، به‌طور یکسان اعمال کنند، زیرا اگرچه این دانش‌آموزان در ضعیف بودن با هم مشترک‌اند، اما دلایل ضعف آن‌ها در ریاضی یکسان نیست. این دلایل، پیچیده‌تر و متنوع‌تر از آن هستند که صرفاً با به کارگیری یک رویه و پیچیدن یک نسخه، بتوان مشکل همه آنان را حل کرد. اما با این حال، ما با نگاهی کلی‌تر و با در نظر داشتن مشکلات عمده و مشترک آن‌ها، ده راهکار عملی را برای استفاده معلمان ابتدایی، پیشنهاد می‌کنیم.

- توجه خاص و اختصاص زمان کافی به دانش‌آموزان کمتر موفق برای روشن کردن منظور خود از جملاتی که به زبان ریاضی، بیان می‌کنند؛
- اکتفا نکردن به مواد درسی مکتوب مانند کتاب، جزوه، نمونه سؤال و نظایر آن و تلاش برای استفاده از مواد آموزشی غیرمکتوب و ملموس تا حد امکان؛
- طراحی انواع مختلف فعالیت‌های ریاضی برای دانش‌آموزان در سطوح متفاوت تا دانش‌آموزان کمتر موفق بیکار نمانند و با انتخاب فعالیت‌های آسان‌تر و جذاب از بین فعالیت‌های ارائه شده و انجام آن‌ها، از حالت انزوا و گوشه‌گیری خارج شوند؛
- طراحی فعالیت‌های ریاضی در قالب‌های معنی‌دار و قابل اجرا برای دانش‌آموزان در سطوح مختلف؛
- تلاش برای کاربردی کردن و استفاده روزانه از موضوع‌های ریاضی برای باورمند کردن دانش‌آموزان به هدفمند بودن آن‌ها؛
- سعی در استفاده از مسئله‌هایی که به زندگی روزانه کودکان نزدیک‌تر باشد؛
- شناسایی مشکلات ویژه دانش‌آموزان ضعیف در درک و فهم موضوع‌های ریاضی و کمک به کسب مهارت‌های لازم برای رفع مشکلات شناسایی شده دانش‌آموزان؛

● شکستن هدف‌ها به اجزای کوچک‌تر تا دانش‌آموزان کمتر موفق بتوانند با برداشتن گام‌های کوچک اما مطمئن، انگیزه خود را افزایش داده و برای انجام کارهای جدی‌تر، تشویق شوند و از این طریق به سمت تحقق اهداف اصلی پیش روند؛

● دادن آزادی عمل بیشتر همراه با راهنمایی معلمان تا حد امکان به دانش‌آموزان ضعیف تا بتوانند مسائل را با روش‌های غیررسمی خود حل کنند و به مفاهیم با همان تعبیرهای ساده خودشان معنا بدهند و آن‌ها را به کار گیرند؛

● دادن اجازه برای استفاده محدود از ماشین حساب برای حل مسائل محاسباتی.

مطالعه بیشتر

مطالعه دو منبع هایلک (۱۹۹۱) و هوسارت (۲۰۰۴) را که در مورد تجارب معلمان ابتدایی در رویارویی با دانش‌آموزان ضعیف و کمتر موفق است به شما توصیه می‌کنیم. داکر (۲۰۰۴) نیز به تجزیه و تحلیل مقالات و یافته‌های پژوهشی در زمینه ماهیت مشکلات یادگیری ریاضی دوره ابتدایی پرداخته و علاوه بر آن، راهکارهایی مؤثر نیز در این زمینه پیشنهاد کرده است. برای آشنایی با مشکل «عددپریشی»، نیز منبع اندرسون (۲۰۰۳) را پیشنهاد می‌کنیم و برای آگاهی از جزئیات بیشتر در مورد «عددپریشی» و «خوانش‌پریشی»، هم می‌توانید به بخش «راهنمای حمایت از دانش‌آموزان خوانش‌پریش و عددپریش»^۹ از DfES (۲۰۰۱) مراجعه کنید. بخش دیگری از DfES (۲۰۰۵) هم با عنوان «حمایت از کودکانی که در فهم و درک آن‌ها از ریاضی گسست وجود دارد»^{۱۰}، به همین موضوع ارتباط دارد و هدف آن، رفع مشکلات خاص دانش‌آموزان در درک عددی و انجام عملیات حسابی است. بالاخره، بخش ۱۸ از ادواردز (۱۹۹۸)، حاوی پیشنهاد مفیدی برای معلمان ابتدایی است تا به آن‌ها در چگونگی رفتار و برخورد با دانش‌آموزان ضعیف و کمتر موفق در ریاضی، کمک شود.

توجه به تفاوت‌های بین دانش‌آموزان معرفی مفهوم

در حوزه تدریس ریاضی دوره ابتدایی، منظور از «تفاوت»^{۱۱} یا تفکیک بین دانش‌آموزان آن است که معلمان از تفاوت‌های اساسی دانش‌آموزانشان در ویژگی‌های رفتاری ریاضی و میزان یادگیری آن، آگاه باشند تا بتوانند با این شناخت، دست به روش‌های مناسبی برای تدریس ریاضی و اجرای آن در کلاس

طراحی کنند. تعریفی که برای این موضوع در زیر آورده‌ایم، از سوی «داره آموزش و پرورش اسکاتلند»^{۱۲} ارائه شده است:

«تفاوت»، شناسایی و به رسمیت شناختن حیطه‌های مختلف توانایی دانش‌آموزان در کلاس درس است یعنی اینکه باور کنیم دانش‌آموزان یک کلاس، لزومی ندارد به صرف هم‌کلاسی بودن، هم‌سن بودن و هم‌پایه بودن، یک محتوای ثابت و یکسان را در موقعیت‌های ثابت و یکسان و با روشی ثابت و یکسان، دریافت کنند و در آخر هم، انتظارات از آن‌ها، ثابت و یکسان باشد. اگر جایی حرف از تفاوت قائل شدن به میان آید، منظور این است که معلم، روش تدریسی اتخاذ کند که بدون نیاز به جدا کردن دانش‌آموزان قوی از دانش‌آموزان ضعیف، از طریق ارائه مباحث در دو یا چند سطح مختلف، بتواند پاسخگوی نیازهای متفاوت دانش‌آموزانش باشد.» (سیمپسون و یور^{۱۳}، ۱۹۹۴: ۱)

توضیح و بحث

البته اتخاذ رویکردی که در این تعریف آمده است و هدف آن، توجه به تفاوت‌های دانش‌آموزان در همه جنبه‌هاست، در مرحله عمل کار آسانی نیست. این کار، نیازمند مهارت و هنر معلم در تشخیص نوع و میزان تفاوت‌ها و دریافت بازخوردهاست. در ریاضی، تفاوت بین دانش‌آموزان هم‌سن در زمینه میزان موفقیت و سطح مهارت و دانش آن‌ها، برجسته‌تر و چشمگیرتر از سایر تفاوت‌هایشان است. حتی در مورد دوقلوهای هم‌سان و هم‌کلاس نیز، معلمان و اولیا برای مقایسه و تفکیک آن‌ها از هم، به نمرات و نتایج درس ریاضی‌شان، به عنوان یک معیار در ارزیابی، بیشتر توجه دارند. مثلاً اگر دانش‌آموزان ۷ ساله را در نظر بگیرید، بعضی از آن‌ها به راحتی و به سرعت می‌توانند به‌طور ذهنی، هر عدد دو رقمی را دو برابر کنند، در حالی که ممکن است سایر دانش‌آموزان نتوانند این کار را با اطمینان کافی انجام دهند. یکی از یافته‌هایی که در گزارش کاکرافت (۱۹۸۲) به آن اشاره شده این است که در سن ۱۱ سالگی، در ریاضی، یک «شکاف هفت‌ساله»^{۱۴} وجود دارد. به این معنا که سطح موفقیت یک کودک ۱۱ ساله در ریاضی با برخی از کودکان ۷ ساله و ۱۴ ساله، مطابقت دارد. این محدوده موفقیت با هفت سال اختلاف، برای آموزگاران در طراحی آن‌چه که باید به دانش‌آموزان خود آموزش دهند، دردسرساز است و در روند تدریس آن‌ها، مشکلاتی به وجود می‌آورد.

تفاوت بین دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی، دارای دلایل متفاوت و عوامل مؤثر دیگری است که شاید حتی

بین میزان تفاوت بین دانش آموزان کلاس در یادگیری و میزان موفقیت عمومی آن کلاس در دست یابی به اهداف آموزشی، رابطه معکوس وجود دارد؛ به این معنای ساده که هر چه تفاوت ها کمتر باشد، درس دادن و پیشرفت در برنامه ها نیز به همان میزان راحت تر و سریع تر است

به طور مستقیم، به ماهیت ریاضی مربوط نباشد. برای مثال، تاملینسون^{۱۵} (۲۰۰۰) معتقد است که تفاوت در یادگیری، خود بر این اساس استوار است که دانش آموزان هم سن، از نظر آمادگی برای یادگیری، علاقه مندی، روش یادگیری، تجارب خارج از مدرسه و شرایط زندگی، با یکدیگر متفاوت اند. در یک مطالعه بر روی توانایی های ریاضی کودکان تیزهوش مدرسه های، کروتسکی (۱۹۶۷)، متوجه نوع دیگری از تفاوت شد؛ وی دریافت که برخی از دانش آموزان، با تخیل بصری خود مسائل ریاضی را درک نموده و حل می کنند، در حالی که عده ای دیگر، حتماً به قلم و کاغذ نیاز دارند و وابسته به نوشتن هستند تا بتوانند روی کاغذ و با کار بر روی نمادها و اعداد، حل مسئله را جلو ببرند. البته این نوع تفاوت بین دانش آموزان از این نظر که می تواند فرصت هایی ایجاد کند تا انواع مختلفی از روش ها، استدلال ها و توضیحات در کلاس مطرح شوند، کم و بیش مفید است. یک نمونه دیگر از تفاوت بین دانش آموزان که معلمان ابتدایی با آن آشنا هستند، تفاوت در توانایی خواندن است. در یک کلاس مورد مطالعه متشکل از دانش آموزان پایه سوم (۷ تا ۸ ساله ها)، بعضی از دانش آموزان خیلی روان و کاملاً مستقل روخوانی می کردند، در حالی که عده ای دیگر در خواندن متن ها بدون کمک یا مداخله معلم و دیگران، با مشکل مواجه می شدند. این نوع تفاوت (تفاوت در خواندن) بسیار با اهمیت است، زیرا بر روش تدریسی که معلمان در کلاس انتخاب و اجرا می کنند، اثر زیادی دارد و معلم را در انتخاب متون و منابع نوشتاری متناسب با دایره لغات و توانایی های متفاوت در رابطه با تلفظ و خواندن به ویژه در مورد دانش آموزان ضعیف تر، دچار مشکل می کند.

بین میزان تفاوت بین دانش آموزان کلاس در یادگیری و میزان موفقیت عمومی آن کلاس در دست یابی به اهداف آموزشی، رابطه معکوس وجود دارد؛ به این معنای ساده که هر چه تفاوت ها کمتر باشد، درس دادن و پیشرفت در برنامه ها نیز به همان میزان راحت تر و سریع تر است. برخی از مدرسه های ابتدایی خاص که در آن ها، دانش آموزان را بر حسب نتایج در آزمون های ورودی، معدل و میزان موفقیتشان ثبت نام می کنند، تفاوت ها کم و کمتر و برعکس، در مدارس عادی و چندپایه، تفاوت ها بیشتر و بیشتر قابل مشاهده است. میزان موفقیت در مدارس خاص بیشتر است و کار معلم نیز ساده تر است، در حالی که در مدارس عمومی و یا چندپایه که گاهی از چند رده سنی مختلف در یک کلاس نشسته اند، کار معلم بسیار دشوار تر و معمولاً

میزان موفقیت او نیز، به تبع آن، کمتر است. در مدارس خاص دانش آموزان خوب و قوی را دست چین کرده و آمارهای قبولی بالایی را در سوابق مدرسه خود ثبت کرده و به آن آمارهای خیره کننده افتخار می کنند و آن را به ابزاری تبلیغی برای اولیا و مسئولان بدل می کنند. ولی در اصل، حقیقتی پنهان پشت این پرده موفقیت وجود دارد که کمتر مورد توجه قرار می گیرد و آن این است که در مدارس خاص، میزان تفاوت ها بین دانش آموزان، به دلیل شرایط گزینشی برای ثبت نام، به حداقل ممکن کاهش یافته است. در نتیجه، معلم به راحتی می تواند یک روش تدریس و یک طرح درس فراگیر و در سطح بالای دانش را انتخاب، طراحی و اجرا کند که بدیهی است این کار باعث افزایش بازدهی مدرسه و کلاس می شود. خیلی از این مدارس، دلیل عملکرد خوب خود را صرفاً مدیریت و برخورداری از یک تیم آموزشی قوی عنوان می کنند. بدون آنکه به این دلیل پنهان اما اصلی موفقیت مدرسه های خود، یعنی گلچین کردن بهترین دانش آموزان و هم سطح بودن آن ها و در نتیجه کاهش میزان تفاوت ها و یکسان سازی برنامه درسی، اذعان کنند. با این وجود، دیده می شود که مسئولان ارزیابی معلمان و مدارس، گاهی بدون توجه به این تفاوت عمده، معلمان مدارس ابتدایی معمولی و چندپایه را به دلیل عملکرد و نتایج ضعیف آن ها در مقایسه با مدارس خاص و موفق، مورد نکوهش قرار می دهند. یکی از صاحب نظران این حوزه، تجربه شخصی خود از تدریس در یک کلاس چندپایه ابتدایی واقع در مناطق روستایی را این گونه بیان می کند که در یک کلاس درس، از هر چهار رده سنی در مرحله کلیدی ۲ (۷ تا ۱۱ ساله) حضور داشتند. به وضوح، تفاوت و فاصله بین درک و فهم مطالب در دانش آموزان آن کلاس، قابل مشاهده بود. اختلاف بین یادگیری ضعیف ترین دانش آموز پایه سوم و قوی ترین دانش آموز پایه ششم، تا حد آزاردهنده ای زیاد بود. در این شرایط، هیچ گزینه ای برای تطبیق و تنظیم یک روش و رویکرد متناسب با این سطح تفاوت ها نداشتیم. به خصوص آنکه اصلاً، امکان طرح و اجرای فعالیت های انفرادی، گروهی و رقابتی در درس ریاضی نبود چون علاوه بر اینکه کمکی برای کم کردن فاصله ها نمی کرد، باعث افزایش فاصله ها و سرخوردگی برخی از دانش آموزان هم می شد.

قبل از اجرای برنامه «استراتژی ملی سواد عددی» در مدارس انگلستان، یک روش متداول برای شناسایی تفاوت ها و سپس تفکیک دانش آموزان از یکدیگر در درس ریاضی، به خصوص در مرحله کلیدی ۲، استفاده از

نمرات مستمر کلاسی در درس ریاضی بود که اصطلاحاً به آن «تفکیک به‌وسیلهٔ میزان پیشرفت»^{۱۶} گفته می‌شد. این مورد از سوی معلمانی اجرا می‌شد که به نیازهای فردی متناسب با تفاوت‌های دانش‌آموزان در کلاسشان اهمیت می‌دادند. با این حال در عمل معلوم شد که این روش ناکارآمد بود و از سوی منتقدان و آموزشگران ریاضی، مورد نقد قرار گرفت. برای مثال، هایلاک (۱۹۹۱: ۴۴-۷) نواقصی را که در این نوع تفکیک می‌دید، به این صورت بیان نمود که اعتماد بیش از حد به متون و محتوای کتاب‌ها به‌عنوان دستورالعمل اصلی کار در کلاس، فرصت ناکافی معلمان برای توضیح مفاهیم و فرایندهای اساسی ریاضی، هدر دادن بخشی از زمان تدریس معلمان توسط دانش‌آموزان [بدون نتیجه]، سر باز زدن از فعالیت‌های کلاسی به دلیل دشواری بودن سازماندهی منابع مورد نیاز، صحبت‌های اندک دانش‌آموزان با یکدیگر در مورد ریاضی و خسته و دل‌سرد شدن دانش‌آموزان قوی‌تر و اینکه معلم کمتر به آن‌ها و پرسش‌هایشان اهمیت می‌دهد، همگی در ناکارآمدی این برنامه مؤثر بودند.

اما توصیهٔ جدید «استراتژی ملی سواد عددی» در این زمینه، توجه به آموزش برای تمام کلاس است. امروزه در کلاس‌های ریاضی دورهٔ ابتدایی انگلستان، شاهد آن هستیم که بسیاری از معلمان به‌جای نشستن پشت میز و انتظار توجه یک‌طرفه از جانب دانش‌آموزان، خود به‌طور فعال در روند آموزش مشارکت دارند و بین دانش‌آموزان، در حرکت‌اند و یادگیری تک‌تک آن‌ها را زیر نظر دارند. با این حال، هنوز به دلیل اهمیت نیاز به تفکیک، باید اطلاعات بیشتری در مورد تفاوت‌ها داشته باشیم. یکی از اصول اصلی استراتژی ملی سواد عددی، «تفکیک کنترل‌شده»^{۱۷} است بدین معنا که معلمان باید مطمئن شوند که تفکیک، مدیریت شده باشد و از نظر جامع بودن، همهٔ دانش‌آموزان کلاس را دربرگیرد و کمک‌سازنده‌ای برای آن‌هایی باشد که به سختی می‌توانند در حل مسائل ریاضی، با هم‌سن‌وسال‌های خود همراه شوند (DFEE, ۱۹۹۹ b: ۵).

به گفتهٔ تام‌لینسون (۲۰۰۰)، حرکت کردن کامل در چارچوب برنامهٔ سالانه و تأکید بیش از حد بر آموزش استاندارد، نه می‌تواند راه‌حلی برای رفع مشکل معلمان در پاسخگویی به نیازهای متفاوت دانش‌آموزانشان باشد و نه قادر است که از آن‌ها، در قبال تنوع و گوناگونی موجود بین دانش‌آموزان، رفع مسئولیت کند. در یکی از گزارش‌های منظم و مستمری که توسط بازرسان^{۱۸} از کلاس‌های ابتدایی تهیه می‌شود، یکی از بازرسان ارشد

مدارس در انگلستان مشاهده خود را چنین گزارش نموده بود:

معلم‌هایی که در پر کردن شکاف‌های ناشی از تفاوت‌های بین دانش‌آموزان خود موفق‌ترند کسانی‌اند که ساختار برنامه-محور موجود درس‌ها را تا حدودی شکسته، و آن را با در نظر گرفتن نیازهای متفاوت دانش‌آموزان جرح و تعدیل می‌کنند. آنان با شیوه‌ای منعطف، سؤالات هدفمندی طراحی می‌کنند و با بالا یا پایین‌تر آوردن سطح دروس، تا جایی که به اهداف برنامه لطمه وارد نشود، و با تدوین فعالیت‌های متنوعی مشابه فعالیت‌های کتاب‌های درسی ریاضی اما متفاوت با آن‌ها، بازطراحی، بازسازی و اجرا می‌کنند. مسلماً یک برنامهٔ درسی ثابت و استاندارد، نمی‌تواند پاسخگوی تفاوت‌های موجود بین یک فرد تا فرد دیگر، یک کلاس تا کلاسی دیگر، یک مدرسه تا مدرسهٔ دیگر و یک ناحیه و محل تا ناحیه و محلی دیگر باشد (live.ofsted.gov.uk/publication, 2005).

مثال‌های عملی

در ادامه، مثال‌ها و روش‌هایی ارائه می‌کنیم تا بتوانند به معلمان، جهت شناخت و توجه به تفاوت‌های دانش‌آموزان در مدارس ابتدایی و پاسخگویی بهتر به نیازهای آن‌ها، کمک کند.

تفکیک قائل شدن در فعالیت‌های گروهی

در این روش تفکیک، دانش‌آموزان در گروه‌هایی با توانایی‌های مختلف برای انجام کارهای متفاوت و متناسب با توانایی گروه دسته‌بندی می‌شوند. در راهنمای استراتژی ملی سواد عددی آمده است که هنگامی که معلمان با گروه‌ها کار می‌کنند، تعداد گروه‌ها حداکثر چهار باشد تا بتوانند از گروه‌ها حمایت کنند. همچنین، برای گروه‌ها کارهایی در نظر گرفته شود که بر اساس طرح‌های متداول باشد و بیش از سه سطح دشواری، نداشته باشد (DFEE, ۱۹۹۹b). یکی دیگر از نکته‌های مهم در این باره این است که معلمان بپذیرند که به دلیل وجود تفاوت‌ها، تنها یکی از سطوح وظایف برای هر گروه، مورد نیاز است و بر ارائهٔ تکلیف‌های سطح بالا به همهٔ گروه‌ها، اصرار نداشته باشند. برای مثال، بخشی از درس «دو برابر سازی» برای عرضه در گروه‌هایی با توانایی‌های متفاوت، معرفی می‌شود: کم‌کارترین گروه می‌تواند با یک بازی کارتی، فعالیت یادگیری را شروع کند که شامل فقط مرتب کردن و قرار دادن کارت‌هایی با اعداد یک رقمی، در مقابل کارت‌هایی با اعداد دو برابر

آن‌هاست. در حالی که گروه‌های سطح دوم، می‌توانند روی برخی از تمرینات کتاب درسی کار کنند که در مورد کسب مهارت در دو برابر کردن اعداد تا عدد ۵۰ است. در سطح سوم نیز معلم می‌تواند برای گروه‌های پیشرو و فعال کلاس، همان مهارت دو برابر کردن اعداد را تا سقف عدد ۱۰۰، افزایش دهد.

تفکیک قائل شدن در پرسش و پاسخ کلاسی

در فعالیتی که برای ایجاد مهارت دوبرابر کردن به آن اشاره کردیم، معلم می‌تواند بحثی همراه با پرسش و پاسخ درباره دوبرابر کردن و با مشارکت همه دانش‌آموزان در کلاس، به راه اندازد و بنا به تفکیک دانش‌آموزان از یکدیگر، از آن‌ها پرسش کند. مثلاً در توضیح نحوه دوبرابر کردن، معلم می‌تواند از یک دانش‌آموز ضعیف کلاس شروع کند و از او، درباره یک ایده برای دوبرابر کردن عدد ۷ سؤال کند. در حالی که بعد از آن می‌تواند، همین سؤال را درباره دوبرابر کردن عدد ۴۷، از دانش‌آموزان توانا تر بپرسد.

تفکیک قائل شدن در نتایج

در این رویکرد، تکلیف‌های مشابه به دانش‌آموزان داده می‌شود، اما اساس تفکیک را در سطح انتظارات و ارزیابی قرار می‌دهیم. برای مثال، می‌توان ورقه‌ای از سؤالات ریاضی را به یک کلاس داده و به بعضی از دانش‌آموزان بگوییم که تنها بخش اول را حل کنند و از بعضی دیگر بخواهیم که همه سؤالات را حل کنند. ولی به‌طور کلی، این نوع تفکیک برای درس ریاضی، چندان مناسب و کارآمد نیست، زیرا ارزیابی متفاوت از دانش‌آموزان، امری بسیار حساس است و با توجه به پیوسته بودن و گره خوردن موضوعات و مفاهیم ریاضی به یکدیگر، این کار کمی دشوار است.

تفکیک قائل شدن در غنا و توسعه آموزش

در این نوع تفکیک قائل شدن، تمام دانش‌آموزان از ابتدا، تکلیف‌های پایه‌ای یکسانی انجام می‌دهند، اما دانش‌آموزان با توجه به نیازهایی که در ذهن خود حس می‌کنند، تکلیف‌های تکمیلی خود را به دلخواه انتخاب می‌کنند. به این ترتیب، دانش‌آموزان می‌توانند تجربه‌های خود را در رابطه با طراحی و استفاده و انجام مهارت‌ها و دانش ریاضی توسعه دهند. این کار، روشی کارآمد برای پاسخگویی به نیازهای دانش‌آموزان فعال‌تر، در کلاس درس ریاضی است.

مطالعه بیشتر

در پروژه‌ای که هدف آن، شناسایی و بررسی انواع سیاست‌های اتخاذی مدارس در مدیریت نیازهای مبتنی بر تفاوت‌های دانش‌آموزان و راهکارهای تفکیک روش‌ها و برنامه‌های آن‌ها طراحی شد و توسط وستون^{۱۹} و همکارانش (۱۹۹۸) انجام گرفت، یافته‌ها و اطلاعات مفیدی در این زمینه به دست آمد. در این پروژه که در دهه ۹۰ میلادی انجام شد، چندین مطالعه موردی در سطح ملی صورت گرفت. از جمله یافته‌های این پروژه این بود، مدارس که نسبت به شناسایی تفاوت‌ها و نیازهای تک‌تک دانش‌آموزانشان تلاش کردند و به این تفاوت‌ها احساس مسئولیت بیشتری نشان دادند، موفقیت دانش‌آموزانشان بیشتر بود. هم‌چنین، جونز و آلبون^{۲۰}، روش‌های قابل اجرایی برای چگونگی تفکیک، ارائه کرده‌اند (در کوشی^{۲۱} و همکاران، ۲۰۰۰). برای معلمان هم که به کودکان کم سن و سال‌تر تدریس می‌کنند، مطالعه فصل ۱۷ از ادواردز^{۲۲} (۱۹۹۸) را که در همین رابطه است، پیشنهاد می‌کنیم.

پی‌نوشت‌ها

1. Low Attainment
2. Dowker
3. Dyscalculia
4. Dyslexia
5. Dyspraxia
6. Houssart
7. Unexpected competence and commitment
8. De Geest
9. Guidance to support pupils with dyslexia and dyscalculia
10. Supporting children with Gaps in their Mathematical Understanding
11. Differentiation
12. Scottish Office Education Department
13. Simpson and Ure
14. Seven-year gap
15. Tomlinson
16. Differentiation by Rate of Progress
17. Controlled Differentiation
۱۸. نظام بازرسی در انگلستان، قوی است و بازرسان، Inspectors نامیده می‌شوند.
19. Weston
20. Jones & Allebone
21. Koshy
22. Edwards

مرجع

Haylock, D. Thangata, F. *Key Concepts in teaching primary Mathematics*



افت و رغبت به ریاضه چرا؟

دلایل افت تحصیلی ریاضی و بی رغبت بودن دانش آموزان به انتخاب این رشته در استان ایلام

سید غلامرضا حسینی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی
دبیر ریاضی شهرستان دره شهر

چکیده

ترس از یادگیری ریاضی، از دیرباز تا امروز در میان دانش آموزان از همان دوره ابتدایی وجود داشته است. این امر ممکن است از جانب اولیای دانش آموزان پایه های بالاتر و حتی بعضی از مربیان و معلمان نیز، به دانش آموزان القا شود که همین امر، باعث ایجاد ترس از ریاضی و فرار از آن، انتخاب نکردن این رشته و افت تحصیلی در این درس شود. نظرسنجی از یک نمونه ۱۰۰ نفری از مدیران، معلمان، مشاوران، دانش آموزان، و اولیاء در استان ایلام، عوامل افت ریاضی را در این شهر، نشان داد.

کلیدواژه ها: افت تحصیلی، عوامل آموزشی، اجتماعی، اقتصادی، عوامل مدیریتی.

مقدمه

در این نوشته، به چهار دسته عامل که بیشترین نقش را در ایجاد افت تحصیلی ریاضی در ایلام داشته اند به اختصار، اشاره می شود.

الف: علل آموزشی

۱. انتخاب نادرست رشته تحصیلی؛

با توجه به علاقه نداشتن دانش آموزان به رشته ریاضی و عدم گرایش به آن در بعضی از مناطق استان، رشته ریاضی در شرف از بین رفتن است. همین امر باعث شده دانش آموزانی که نسبت به ریاضی علاقه، رغبت و توانایی ندارند، با اصرار اولیا یا مدیران به این رشته کشانده شوند که این خود باعث افت تحصیلی بیشتر می شود؛

۲. تغییرات نظام آموزشی و سردرگمی معلمان و دانش آموزان؛

۳. تغییرات هر ساله کتاب‌های درسی ریاضی؛
۴. حالت یکنواخت و بدون تنوع مباحث درسی؛
۵. عدم رابطه طولی بین مطالب پایه‌های تحصیلی؛
۶. فقدان یا ضعف آموزش‌های ضمن خدمت و نحوه ارتقای معلمان به دوره‌های بالاتر؛
۷. محدود بودن ساعت‌های تدریس دروس ریاضی؛
۸. حجم زیاد و گستردگی مطالب درسی؛
۹. ناهماهنگی بین مطالب درسی و نیازهای اجتماعی جامعه؛
۱۰. وجود نمره مستمر.

ب. عوامل اجتماعی

۱. پراکندگی روستاها و بعد مسافت محل سکونت تا محل تحصیل: وجود این معضل و عدم وجود سرویس مناسب ایاب و ذهاب در روستاها به‌خصوص در فصل زمستان به علت شرایط نامساعد جوی، باعث می‌شود که معمولاً دانش‌آموزان حدود یک ربع تا نیم ساعت دیرتر به مدرسه برسند.

۲. تقارن فصل کشاورزی با شروع سال تحصیلی: در حوزه جنوبی استان شروع سال تحصیلی با فعالیت‌های کشاورزی از جمله سیفی کاری علاوه کاری همزمان می‌شود که تا اواخر آبان ماه ادامه دارد. لذا بر خستگی ناشی از کار و غیبت‌های مکرر و فاصله گرفتن از درس، رغبت چندانی برای دانش‌آموزان به تحصیل باقی نمی‌ماند.

ج. عوامل اقتصادی- اجتماعی

۱. مشکلات اقتصادی و عدم تغذیه کافی در مناطق روستایی و عشایری؛
۲. فقر فرهنگی، بی‌سوادی یا کم‌سوادی اولیاء و عدم ارتباط با مدارس و جویا نشدن وضعیت تحصیلی دانش‌آموزان؛
۳. وضعیت حقوقی و مشکلات اقتصادی و رفاهی معلمان و چند شغله بودن آن‌ها که موجب عدم مطالعه و آمادگی لازم آن‌ها جهت تدریس می‌شود.

د. عوامل اجتماعی- روانی

۱. ترس از یادگیری ریاضی
۲. اخذ نمره از طرق مختلف
۳. توهم علمی دانش‌آموزان

حرف پایانی

به علت انتظارات بیش از حد خانواده‌ها، از دانش‌آموزان و وادار کردن آن‌ها به تهیه کتاب‌های کمک‌آموزشی مختلف، دانش‌آموزان فقط به مقایسه اصول و روش‌های بیان شده در این کتاب‌ها می‌پردازند و از اصل مطلب که همان ارتقای کیفیت آموزشی است، باز می‌مانند که لازم است وزارت آموزش و پرورش، نظارت بیشتری بر کیفیت مؤسسات بانی کتاب‌های کمک‌آموزشی داشته باشد تا حیطه‌های شناختی آموزش را بیشتر پوشش دهند.

استفاده از شطرنج

به عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی حل مسئله ریاضی

پژوهشگر: محمدعلی رضوانی

استاد راهنما: دکتر محمدرضا فدایی (دانشگاه شهید باهنر کرمان)

استاد مشاور: دکتر زهرا گویا (دانشگاه شهید بهشتی)

داوران: دکتر بیژن ظهوری زنگنه (دانشگاه صنعتی شریف)

دکتر اسفندیار اسلامی (دانشگاه شهید باهنر کرمان)

دکتر ابوالفضل رفیع پور (دانشگاه شهید باهنر کرمان)

تاریخ دفاع: تیرماه ۱۳۹۳

دانشگاه شهید باهنر کرمان

اشاره

یکی از مهم ترین اهداف آموزش ریاضی حل مسئله است. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا^۱ (۱۹۸۹) بر اهمیت وجود «حل مسئله» در ریاضیات مدرسه ای تأکید کرده و اعلام می دارد که حل مسئله بخش مهم و اصلی ریاضی است. بنابراین بایستی به دنبال راهکارهایی برای تقویت توانایی حل مسئله یادگیرندگان بود.

کلیدواژه ها: حل مسئله، راهبردها، آموزش شطرنج، نمونه گیری تصادفی خوشه ای، مداخله آموزشی، طرح آموزشی

ذوقی و منطقی اش حتی بسیاری از فیلسوفان، هنرمندان، دانشمندان و سیاستمداران را شیفته خود کرده است. به

شطرنج ورزش نسبتاً پرتعدادی در بسیاری از کشورهاست و به دلیل قدرت سرگرم کنندگی و جاذبه های

گفته مایزلیس (۱۹۹۷) شطرنج سبب تمرکز فکری، تقویت حافظه و پرورش هوش می‌شود و همچنین وسیله‌ای برای یادگیری اصول استراتژی و تاکتیک‌ها می‌باشد. در هر وضعیت از بازی شطرنج، ما با یک مسئله مواجه می‌شویم که مراحل حل آن شباهت زیادی با مراحل چهارگانه مدل حل مسئله پولیا دارد. بسیاری از راهبردها یا استراتژی‌هایی که در حل مسئله ریاضی مفید هستند در شطرنج هم به همان شکل به کار می‌روند مانند حل زیرمسئله‌ها، الگویابی و حدس و آزمایش.

از آنجا که در ایران، در زمینه آموزش استراتژی‌ها و رهیافت‌های حل مسئله ریاضی کمتر کاری صورت گرفته، لذا نظام آموزشی نتوانسته است گام‌های مؤثری در زمینه ارتقا توانایی حل مسئله دانش‌آموزان بردارد. لذا هرگونه فعالیتی که بتواند باعث پیشرفت توانایی حل مسئله یادگیرندگان شود از ارزش و اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است.

پژوهشگر این تحقیق بیش از ۲۰ سال به‌طور رسمی در همه سطوح شطرنج فعالیت داشته، همچنین در همین مدت نیز به تدریس ریاضیات دانشگاهی مشغول بوده است. با این پیشینه وی در سال ۱۳۸۸ دوره دکتری ریاضی خود را با گرایش آموزش ریاضی شروع کرد. در حین تحصیل با کارهای جورج پولیا (۱۹۶۲ و ۱۹۴۵) در مورد حل مسئله ریاضی آشنا شد و از طریق شونفیلد (۱۹۸۵) از زاویه جدیدی به شطرنج به‌عنوان مصداقی برای موضوع «حل مسئله ریاضی» نگریست. این نگاه نو‌انقد برای جذاب شد که بررسی ارتباط بین شطرنج و حل مسئله ریاضی را موضوع تحقیق رساله خود قرار داد این در حالی است که در بسیاری از منابع تجربی آموزشی، استفاده از شطرنج در مدرسه، به‌عنوان یک ورزش فکری که باعث تقویت فکر می‌شود، توصیه شده است. به‌عنوان نمونه ایزابلا (۲۰۰۶) توضیح می‌دهد که در برنامه درسی ریاضی در استان نیوبرانزویک در کشور کانادا، یک متن درسی با عنوان «ریاضیات مبارز طلب‌آ» هست که در آن از شطرنج برای آموزش منطق ریاضی به زبان غیررسمی برای دانش‌آموزان پایه دوم تا هفتم ابتدایی استفاده می‌شود.

با توجه به نقش حساس تعلیم و تربیت در جامعه کنونی، وظیفه مهم نهادهای آموزشی تربیت دانش‌آموزانی است آگاه، مستقل، نقاد و متفکر که با تصمیم‌گیری‌های سریع و به موقع خود بتوانند تهدیدهای اجتماعی را به فرصت‌های قابل ملاحظه‌ای تبدیل کرده و از فرصت‌های موجود به نفع رشد و بالندگی خود به جامعه بهره ببرند. بدین منظور بایستی، به کارگیری کلیه ظرفیت‌های آموزشی مدارس و استفاده صحیح و بهینه از آن‌ها در

دستور کار برنامه‌ریزان و سیاست‌گذاران آموزشی قرار گیرد. لذا با توجه به شور و شوق کودکان و نوجوانان و تکمیل ظرفیت‌های یادگیری آن‌ها و همچنین جهت‌دار بودن آموزش به‌سوی اهداف متعالی، آموزش شطرنج به‌عنوان یکی از این جایگاه‌های با ارزش می‌تواند در سطوح مختلف تحصیلی مورد توجه قرار گیرد. در ارتباط با جایگاه شطرنج در آموزش عمومی مسائل گوناگونی مطرح شده است. یکی از این مسائل «ارتباط بین حل مسئله ریاضی و شطرنج» است. طرح این موضوع در ایران، به‌خصوص از این جهت اهمیت ویژه دارد که در تغییرات جدید برنامه درسی ریاضی بعضی از پایه‌ها، آموزش «حل مسئله» به‌عنوان فصلی جدا در کتاب‌های درسی ریاضی مورد تأکید قرار گرفته است (داوودی، رستگار، شاهورانی و عالیمان، ۱۳۹۲).

ویژگی‌های بالقوه شطرنج، فقدان جایگاه مناسب آن در نظام آموزشی و دستگاه تعلیم و تربیت کشور و همچنین مشکلات دانش‌آموزان در زمینه حل مسئله ریاضی نگارنده را بر آن داشت تا حوزه مطالعاتی و تحقیقاتی خود را در این بخش دنبال کند. برخی از مهم‌ترین اهداف این مطالعه عبارت‌اند از:

۱. بررسی رابطه بین آموزش شطرنج و توسعه توانایی حل مسئله دانش‌آموزان؛
۲. مقایسه توانایی حل مسئله دانش‌آموزان قبل و بعد از آموزش شطرنج؛
۳. بررسی شباهت‌های بین استراتژی‌های حل مسئله ریاضی و استراتژی‌های شطرنج؛
۴. مقایسه قدرت بازی شطرنج (الو)^۳ دانش‌آموزان قبل و بعد از آموزش شطرنج.

سوالات تحقیق

۱. آیا آموزش شطرنج در افزایش توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی مؤثر است؟
۲. آیا بین آموزش شطرنج و پیشرفت توانایی حل مسئله دانش‌آموزان رابطه معناداری وجود دارد؟
۳. آیا بین استراتژی‌های حل مسئله ریاضی و استراتژی‌های شطرنج شباهت‌هایی وجود دارد؟
۴. آیا آموزش شطرنج سبب افزایش قدرت بازی شطرنج (الو) دانش‌آموزان می‌شود؟

روش پژوهش

با توجه به موارد مطرح شده در مقدمه، یک مطالعه با دو طرح آزمایشی طراحی شد که هدف اصلی آن، بررسی تأثیر آموزش شطرنج بر توسعه توانایی‌های حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی در ایران بود.

طرح اول از نوع «تک‌گروهی پیش‌آزمون - پس‌آزمون»^۴ و طرح دوم از نوع «پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه گواه»^۵ انتخاب شد.

داده‌های این تحقیق، از طریق یک پیش‌آزمون و یک پس‌آزمون که هر کدام شامل ۲۰ مسئله کلامی با جواب‌های چند مرحله‌ای بود جمع‌آوری شد. آزمون‌ها براساس شباهت‌های موجود بین استراتژی‌های شطرنج و استراتژی‌های حل مسئله ریاضی و براساس اهداف آموزشی و محتوای کتاب درسی پایه پنجم طراحی شدند. در این آزمون‌ها، علاوه بر استراتژی‌های «حل مسئله ساده‌تر» و «رسم شکل» از سه استراتژی «حل زیرمسئله‌ها»، «الگویابی» و «حدس و آزمایش» نیز استفاده شد.

در این تحقیق برای تعیین پایایی آزمون‌ها از «آلفای کرونباخ»^۶ استفاده شد. برای تعیین میزان روایی آزمون‌ها نیز با دعوت از معلمان پایه پنجم مدرسه و طراحی دو پرسش‌نامه در «مقیاس لیکرت»^۷ با طیف «کاملاً نامناسب» تا «کاملاً مناسب» برای هر یک از سؤال‌های دو آزمون، روایی آزمون‌ها تعیین شد.

با توجه به هدف تحقیق، اولین طرح آزمایشی به‌گونه‌ای طراحی شد تا بتوان به این سؤال پاسخ داد که «نقش آموزش شطرنج در توسعه توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی چیست؟»

جامعه این پژوهش، دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی یکی از استان‌های جنوب شرقی ایران و نمونه آماری شامل ۲۵ نفر از دانش‌آموزان پسر پایه پنجم ابتدایی از یک مدرسه واقع در یکی از شهرهای استان بود. انتخاب نمونه به روش «تصادفی خوشه‌ای دو مرحله‌ای»^۸ انجام گرفت.

اجرای تحقیق

مراحل اجرای تحقیق به شرح زیر انجام گرفت. ابتدا قدرت حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان با یک پیش‌آزمون مشخص شد و پس از پایان دوره آموزشی شطرنج (مداخله آموزشی) نیز یک پس‌آزمون برگزار گردید. قدرت دانش‌آموزان در بازی شطرنج (الو) توسط برنامه «فریتز»^۹ اندازه‌گیری شد. ابتدا هر دانش‌آموز ۹ بازی با برنامه فریتز انجام داد و براساس نتایج کسب شده الوی اولیه وی تعیین گردید. پس از پایان دوره آموزشی شطرنج، الوی نهایی به همان روش محاسبه شد. پس از برگزاری پیش‌آزمون، ۵۲ جلسه آموزش شطرنج به مدت ۲۶ هفته طبق طرح درس استاندارد فدراسیون شطرنج توسط مدرسان مورد تأیید فدراسیون شطرنج ایران و با نظارت محقق برگزار گردید. علاوه بر آموزش استاندارد شطرنج، مثال‌ها و مسائل متنوعی نیز معادل با سه استراتژی (راهبرد) حل مسئله

متناسب با کتاب درسی ریاضی پایه پنجم ابتدایی و سه استراتژی معادل این سه در شطرنج انتخاب شدند. این سه استراتژی عبارت بودند از «حل زیرمسئله‌ها»، «الگویابی» و «حدس و آزمایش».

دومین طرح آزمایشی به‌گونه‌ای طراحی شد تا دریابیم که آیا «آموزش شطرنج در ارتقای توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی مؤثر است؟» در این طرح ۲۵ دانش‌آموز کلاس پنجم به‌طور تصادفی خوشه‌ای دو مرحله‌ای انتخاب شدند و به مدت ۶ ماه تحت آموزش شطرنج قرار گرفتند. این دانش‌آموزان «گروه آزمایش» و ۴۱ دانش‌آموز نیز «گروه گواه» را تشکیل دادند.

یافته‌های پژوهش

این پژوهش درصدد بود تا با مطرح کردن شطرنج به‌عنوان یک ابزار آموزشی مؤثر بتواند گام هر چند کوچکی در زمینه حل مشکل اصلی اکثریت جامعه دانش‌آموزان کشورمان که همانا توانایی حل مسئله ریاضی است بردارد. این هدف والا زمانی تحقق می‌یابد که همه دست‌اندرکاران امر آموزش، به ارزش و اهمیت استفاده از آموزش شطرنج در توانایی حل مسئله ریاضی پی برده و در جهت اجرایی شدن آن اقدامات لازم را انجام دهند.

پاسخ به سؤالات تحقیق به‌صورت زیر انجام گرفت:

سؤال ۱: آیا آموزش شطرنج در افزایش توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی مؤثر است؟

پاسخ: نتایج حاصل از انجام طرح‌های آزمایشی ۱ و ۲ بیانگر آن است که آموزش شطرنج در افزایش توانایی حل مسئله دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی مؤثر است. همچنین با توجه به تأکید مداخله آموزشی بر سه استراتژی شطرنج که همسو با سه استراتژی حل مسئله ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی یعنی «الگویابی»، «حل زیر مسئله‌ها» و «حدس و آزمایش» بود می‌توان نتیجه گرفت که آموزش شطرنج بستر مناسبی برای توسعه توانایی حل مسئله ریاضی است که در تغییرات اخیر یکی از هدف‌های عمده برنامه درسی ریاضی اعلام شده است.

سؤال ۲: آیا بین آموزش شطرنج و پیشرفت توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی رابطه معناداری وجود دارد؟

پاسخ: با مرور کلی نتایج به‌دست آمده در طرح‌های آزمایشی مورد بحث رساله و نتایج حاصل از تحقیقات دیگر که در این پایان‌نامه آمده است، مشخص شد که بین آموزش شطرنج، و ارتقای توانایی‌های حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی رابطه مثبت و معناداری وجود دارد. مثبت بودن به این معناست که می‌توان با

طراحی مداخله‌های آموزشی مناسب مبتنی بر استفاده از شطرنج، توانایی‌های حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان دوره ابتدایی را توسعه داد.

سؤال ۳. آیا بین استراتژی‌های حل مسئله ریاضی و استراتژی‌های شطرنج شباهت‌هایی وجود دارد؟ پاسخ: همان‌گونه که در قسمت‌های قبل بیان شد در بازی شطرنج در هر وضعیت، با یک مسئله مواجه هستیم که مراحل حل آن شباهت زیادی با مراحل چهارگانه مدل حل مسئله پولیا دارد و بسیاری از راهبردها یا استراتژی‌هایی که در حل مسئله مفیدند، در شطرنج هم به همان شکل به کار می‌روند که از آن جمله می‌توان به استراتژی‌های «حل مسئله ساده‌تر»، «رسم شکل»، «حل زیر مسئله‌ها»، «الگویابی» و «حدس و آزمایش» اشاره کرد.

سؤال ۴. آیا آموزش شطرنج سبب افزایش قدرت بازی شطرنج دانش‌آموزان می‌شود؟

پاسخ: براساس نتایج حاصل از طرح آزمایشی ۱ و پس از تعیین السوی اولیه و نهایی دانش‌آموزان توسط برنامه فریتز مشخص گردید که الوی نهایی دانش‌آموزان نسبت به الوی اولیه آنان رشد داشته است و لذا نتیجه‌گیری شد که «آموزش شطرنج سبب افزایش قدرت بازی شطرنج دانش‌آموزان می‌شود».

همان‌گونه که در بخش اهداف ذکر شد هدف اصلی تحقیق حاضر بررسی و مطالعه در چهار زمینه زیر بود.

۱. بررسی رابطه بین آموزش شطرنج و توسعه توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان؛
۲. مقایسه توانایی حل مسئله دانش‌آموزان قبل و بعد از آموزش شطرنج؛
۳. بررسی شباهت‌های بین استراتژی‌های حل مسئله ریاضی و استراتژی‌های شطرنج؛
۴. مقایسه قدرت شطرنج دانش‌آموزان قبل و بعد از آموزش شطرنج.

علاوه بر تحقق اهداف بیان شده و دستیابی به پاسخ سؤالات تحقیق بایستی عنوان نمود که وجه تمایز این تحقیق با تحقیقات پیشین در این حوزه این است که در پژوهش حاضر علاوه بر مداخله آموزشی، متغیر شطرنج نیز کمی شده و معیاری برای سنجش میزان ارتقای الوی معرفی شد.

افزون بر این، رساله حاضر نشان داد که می‌توان از ظرفیت‌های مختلف برنامه‌درسی رسمی مدرسه‌ای، در جهت استفاده از شطرنج به‌عنوان ابزاری برای ارتقای توانایی‌های حل مسئله ریاضی بهره برد. در طرح‌های آزمایشی انجام شده، مداخله آموزشی در قالب بخشی از فعالیت‌های فوق برنامه مدرسه انجام شد و والدین و مسئولان مدرسه نیز استقبال خوبی از آن کردند.

پیشنهادهای

با توجه به نتایج به دست آمده از رساله حاضر و اینکه آموزش شطرنج می‌تواند به‌عنوان یک ابزار آموزشی مؤثر در جهت ارتقای توانایی حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان مورد استفاده قرار گیرد، می‌توان پیشنهادهای زیر را ارائه نمود.

۱. شایسته است برنامه‌ریزان، دست‌اندرکاران و متولیان امور آموزشی روی آموزش شطرنج برنامه‌ریزی کنند و این امر بایستی در راستای برنامه درسی مدرسه‌ای انجام گیرد. ۲. شطرنج می‌تواند به‌عنوان یک واحد درسی مستقل و یا قسمتی از برنامه درسی ریاضی مدارس مورد توجه قرار گیرد.

۳. می‌توان از شطرنج به‌عنوان قسمتی از فعالیت‌های فوق برنامه مدارس، استفاده کرد و از این طریق سبب افزایش روحیه نشاط در بین دانش‌آموزان گردید.

در زمینه استفاده از شطرنج به‌عنوان یک ابزار آموزشی مؤثر توجه به نکات زیر حائز اهمیت است:

۱. بایستی سیاستگذاران، برنامه‌ریزان و متولیان امور آموزشی کشور در زمینه استفاده از شطرنج در برنامه درسی به جمع‌بندی نهایی برسند.

۲. لازم است مطالعات علمی و تحقیقات لازم جهت توجیه ورود شطرنج به نظام آموزشی کشور در دانشگاه‌ها و مراکز پژوهشی کشور صورت گیرد و گزارش این پژوهش‌ها در نشریات معتبر علمی منتشر و در دسترس همگان، به‌خصوص متولیان امور آموزشی قرار گیرد.

۳. بایستی، بودجه لازم جهت انجام این گونه تحقیقات از طریق مراجع ذیصلاح تأمین گردد.

۴. لازم است، افراد متخصص در زمینه آموزش شطرنج در مدارس، تربیت شده و دوره‌های لازم را در دانشگاه‌ها و مراکز علمی معتبر بگذرانند.

۵. بایستی ارتباط بین نهادهای ذیربط از جمله دانشگاه‌ها، آموزش و پرورش و فدراسیون شطرنج برقرار شده و روزبه‌روز تقویت گردد.

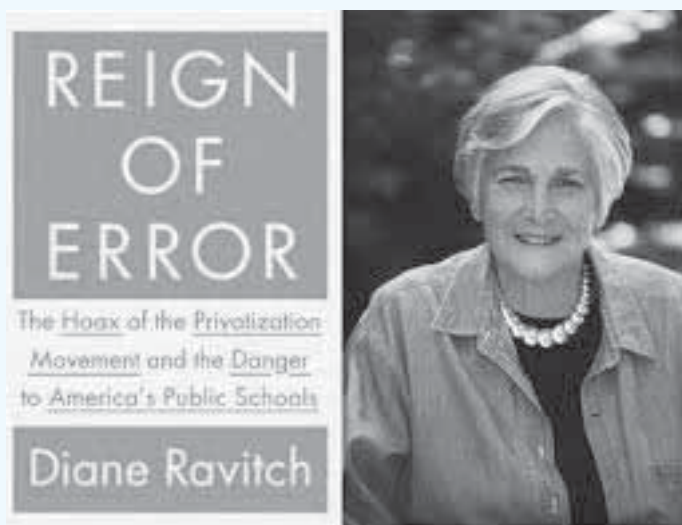
پی‌نوشت‌ها

1. National Council of Teachers of Mathematics
2. Challenging Mathematics
3. Elo
4. One group Pretest-Posttest Design
5. Pretest- Posttest control group
6. Cronbach alpha
7. Lekert scale
8. Two-stage cluster sampling
9. Fritz



حاکمیت خطا

معرفی کننده: شیوا زمانی، دانشیار دانشگاه صنعتی شریف



حاکمیت خطا: شوخی فریبنده جنبش خصوصی سازی و خطری که مدارس دولتی آمریکا را تهدید می کند.

این کتاب، نگاهی مفهومی به نظام مدرسه های در آمریکای امروز است و در مقابل افرادی موضع می گیرد که معتقدند این نظام، شکست خورده است و قابل بازسازی نیست. کتاب، فراخوان بی صبرانه اما معقولی برای توقف خصوصی سازی است که به گفته راولیچ، انرژی دانش آموزان و منابع مالی مدارس دولتی را می مکد.

در «حاکمیت خطا»، دایانا راولیچ دلیل می آورد که بحران آموزش عمومی در آمریکا، بحران دستاوردهای آکادمیک نیست، بلکه تلاش هماهنگی است که برای تخریب مدارس دولتی آغاز شده است. او نشان می دهد که برخلاف ادعاهایی که می شود، نمرات آزمون و نرخ فارغ التحصیلی مدارس دولتی، بیشترین مقدار و نرخ مردودی ها، کمترین مقدار خود را از گذشته تا به امروز دارد. راولیچ معتقد است که برنامه های دولتی مانند «هیچ کودکی عقب نماند» از جورج دبلیو بوش و «سبقت تا قله»^۳ از باراک اوباما، هدف های نامعقولی برای دانش آموزان آمریکایی تعیین کرده اند، مدارس را تحت فشار قرار داده اند و در صورتی که عملکرد دانش آموزان کمتر از حد انتظار شود، به اخراج معلمان منجر می شود و آن ها را به ناحق، عامل شکست نظام آموزشی تلقی می کنند. او هشدار می دهد که شرکت های سرمایه گذاری بزرگ، میلیاردرها و مدیران صندوق های تأمین

این کتاب، نگاهی مفهومی به نظام مدرسه‌ای در آمریکای امروز است و در مقابل افرادی موضع می‌گیرد که معتقدند این نظام، شکست خورده است و قابل بازسازی نیست

مالی وال استریت، برخی به دلایل ایده‌آل‌گرایانه و برخی برای سود، خصوصی‌سازی آموزش عمومی را تشویق می‌کنند. خیلی از افرادی که برای صندوق‌های سرمایه‌گذاری کار می‌کنند، به آموزش عمومی به عنوان یک بازار نوظهور برای سرمایه‌گذاران نگاه می‌کنند. به نظر راویچ، آن‌ها معلمان را درک نمی‌کنند؛ زیرا نمی‌توانند کسانی را تصور کنند که کاری را بدون انگیزه مالی انجام می‌دهند. به همین دلیل، مدام برنامه‌هایی برای «پرداخت بر مبنای شایستگی» طراحی می‌کنند، بدون توجه به شواهدی که نشان می‌دهند این کار، نه انگیزه‌ای برای معلمان ایجاد می‌کند و نه عملکرد دانش‌آموزان را بهبود می‌بخشد.

«حاکمیت خطا» از نقطه پایان «زندگی و مرگ نظام عالی مدرسه‌ای در آمریکا» آغاز می‌شود، استدلال عمیق‌تری علیه خصوصی‌سازی آموزش عمومی ارائه می‌دهد، و فصل به فصل، برنامه‌ای برای حفظ و بهبود آموزش عمومی عرضه می‌دارد. در این کتاب، راویچ به روشنی توضیح می‌دهد که چه چیزهایی در آموزش آمریکا درست است، سیاستگذاران چگونه در شناسایی دلایل ریشه‌ای شکست‌های آموزشی ناموفق هستند و چگونه می‌توانند این شکست‌ها را برطرف کنند.

به گفته راویچ، «به جای سعی در درست کردن آن‌چه در مدارس عمومی اشتباه به نظر می‌رسد، سیاستگذاران باید انگیزش‌های ضد فقر را فعال کنند تا نابرابری‌های اقتصادی - اجتماعی و نژادی را کاهش دهند؛ نابرابری‌هایی که حتی قبل از اینکه کودکان به مدرسه بروند، به بهداشت و آموزش نامناسب منجر می‌شود.» او با وجودی که کمبودها را می‌پذیرد، صداقت بنیادهای محافظه کار را که از جنبش خصوصی‌سازی برای قطعه‌قطعه کردن آموزش عمومی پشتیبانی می‌کنند، مورد سؤال قرار می‌دهد.

برای راویچ، آموزش در مدارس دولتی، برای دانش، یادگیری، شخصیت‌سازی و تربیت شهروندانی مؤثر برای جامعه است. هدف آموزش عمومی، پرورش متفکران مستقل است، نه اینکه فقط افرادی را با مهارت‌های شغلی یا آمادگی برای تحصیلات دانشگاهی تربیت کند. راویچ معتقد است که آموزش عمومی، لازمه دموکراسی است و هدف آن، از زمان پایه‌گذاری کشور آمریکا، آموزش شهروندانی برای کمک به برپایی و حفظ دموکراسی در آینده این کشور بوده است.

پی‌نوشت‌ها

1. Diane Ravitch, 2013, **The Reign of Error: The Hoax of the Privatization Movement and the Danger to America's Public Schools**, Knopf, New York.
2. No child left behind
3. Race to the top
4. Diane Ravitch, 2010, **The Death and Life of the Great American School System: How Testing and Choice Are Undermining Education**, Basic Books, New York

در «حاکمیت خطا»، دایانا راویچ دلیل می‌آورد که بحران آموزش عمومی در آمریکا، بحران دستاوردهای آکادمیک نیست، بلکه تلاش هماهنگی است که برای تخریب مدارس دولتی آغاز شده است



با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و ده شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه اول)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد تکنولوژی آموزشی

♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

♦ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول)
♦ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم)
♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد آموزش مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار دانش ♦ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

نامه‌های رسیده

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان دی ۱۳۹۳، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

- ♦ سعید رازورز، از سلماس؛
- ♦ زهرا عرب‌سالاری، از شهرری؛
- ♦ غلامعلی احمدی، از تهران؛
- ♦ آرزو بشیر، از کرج؛
- ♦ نرگس یافتیان، از تهران؛
- ♦ صدیقه علوی، از ساری؛
- ♦ علیرضا صداقت‌دوست، از اردبیل؛
- ♦ سعید مرسلی، از ابهر؛
- ♦ فاطمه اکتسابی، از استهبان؛
- ♦ فرحناز نکوفر، از کرج؛
- ♦ علی روزبهانی، از بوشهر؛
- ♦ حسینعلی کشیری، از بهشهر؛
- ♦ محدثه رومنا، از خورموج؛
- ♦ جعفر چاوشی، از تهران.

2. Editors' note: Sitting on the Branch & Cutting the Root!
by: Z. Gooya

4. Greeting of ICMI President to the IMEC13 Participants
by: F. Arzarelo

8. Discriptive Evaluation: Theory without Practice!
by: S. Ghafari & Z. Gooya

14. Establishing a Custom of Proving in School Geometry (part I)
Trans. by: H. Ghafari

26. Teacher's Narrative: Manipulatives Facilitators Mathematics Learning
by: H. Mohammadian

28. Mathematics and Culture: (Part I)
by: N. Assar zadegan

36. The Process of Curriculum Development and Textbooks Writing (part II)
by: M. Jalili

40. Fractions Proportional Reasoning and Students' Misconceptions
by: N. Eskandari & Z. Gooya

48. Key Concepts for Teaching Elementary Math
Trans. by: M. H. Ghasemi

55. Why Some Students Do not Like Math
by: S. G. Hoseini

57. Using Chess as a Tool to Enhance Math Learning at the Elementary Schools: Extended Dissertation Abstract
by: M. A. Rezvani

61. Book Review: Reign of Error
by: D. Ravitch, Reviewer: S. Zamani

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Pari Hajikhani

Editorial Board:

Sayyed Hasan Alamolhodaei, Esmail Babolian,

Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad,

Mirza Jalili, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie,

Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

www.roshdmag.ir

e-mail: riyazi@roshdmag.ir

P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



برگ اشتراک مجله های رشد

نحوه اشتراک:

شما می توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

.....
.....
.....

♦ نام و نام خانوادگی:

.....

♦ تاریخ تولد:

♦ میزان تحصیلات:

♦ تلفن:

♦ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان: خیابان:

شماره فیش بانکی: مبلغ پرداختی:

پلاک: شماره پستی:

♦ اگر قبلاً مشترک مجله بوده اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

♦ اشتراک مجله: ۱۴-۷۷۳۳۹۷۱۳/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۶۶۵۶-۲۱

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال