

- به جای یادداشت سردبیر • ایگرگ یا وی؟ / بهزاد اسلامی مسلم / ۲
- از گذشته • معادله خط و رسم خط / حمیدرضا امیری / ۳
- ریاضیات و مدرسه • قصه هایی درباره جدول ضرب / بهزاد اسلامی مسلم / ۷ • هند یا گریلند: کدامیک بزرگتر است؟ / آمنه ابراهیمزاده طاری / ۱۰ • اخلاق عجیب آقای دو / هوشمند حسن نیا / ۱۰
- رابطه های ساده، شکل های بامزه / بهزاد اسلامی مسلم / ۱۴ • می خواهیم نی رادرست در مرکز سر لیوان دوغ فرو کنیم! / زهرا عبدی، سپیده چمن آرا / ۴۵
- معرفی کتاب • خوراک مغز / آمنه ابراهیمزاده طاری / ۱۸
- ریاضیات و محاسبه • محاسبه سریع / لیلا خسروشاهی / ۱۹
- ریاضیات و بازی • بازی نقشه گنج / آمنه ابراهیمزاده طاری / ۲۱ • بازی مختصات / زهره پندی / ۴۴
- ریاضیات و تاریخ • مختصات در بستر تاریخ / سپیده چمن آرا / ۲۲
- ریاضیات و کاربرد • داستان مختصات / نازنین حسن نیا / ۲۳ • اختراع دوباره چرخ / حسین غفاری / ۲۸
- ۲۸ • رمز نویسی به کمک مختصات / زهره پندی / ۳۰
- ریاضیات و استدلال • زبان ما، زبان ریاضی / لیلا خسروشاهی / ۳۲
- ریاضیات و فن آوری • جی پی اس: آیا سه ماهواره کافی است؟ / سارا ارشادمشنش / ۳۴ • ارتباطات بی سیم به کمک روش های دودی! (بخش پنجم) / ابوالفضل طاهری / ۳۶
- ریاضیات و سرگرمی • شعبده های ریاضی آقای شبده چی / بهزاد اسلامی مسلم / ۳۹
- ریاضیات و مسئله • کی می تونه حل کنه؟ / آمنه ابراهیمزاده طاری / ۴۶ • پاسخ کی می تونه حل کنه از شماره ۷۲ / آمنه ابراهیمزاده طاری / ۴۷
- نامه های رسیده / ۴۸
- معرفی وبگاه • زهرا صباغی / صفحه سوم جلد



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری
سردبیر: سپیده چمن آرا
مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه:
آمنه ابراهیمزاده طاری، سارا ارشادمشنش،
حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن نیا،
لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی،
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور
تصویرسازان: سام سلماسی، سید میثم موسوی
نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶
صندوق پستی ۱۵۸۷۵ / ۶۵۸۵
تلفن ۹ - ۸۸۸۳۱۱۶۱ - ۰۲۱ (داخلی ۳۷۴)
نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله:
<http://weblog.roshdmag.ir/>
borhanrahnamaiee.borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
ایمانامه:
پیماک: ۳۰۰۸۹۹۵۱۲
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲
کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد مشترکین: ۱۰۲
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۵ و ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۰۲۱
شمارگان: ۱۶۲۰۰ نسخه
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)



توضیح جلد:

رنه دکارت، ریاضی دان و فیلسوف فرانسوی،
ابداع کننده مختصات در صفحه است. در صفحه
۲۲، داستان او را بخوانید.

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: • گسترش فرهنگ ریاضی؛ • افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ • توسعه تفکر و خلاقیت؛ • توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ • توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آنها؛ • توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان؛ • توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ • توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ • تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان چه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار Word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتراژ باشد. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

ایگرگ یا وای؟

بهزاد اسلامی مسلم

احتمالاً در کلاس زبان انگلیسی با الفبای انگلیسی آشنا شده‌اید و می‌دانید که نام حروف این الفبا چیست. مثلاً

A: ای

B: بی

H: ایچ

K: کی

Y: وای

A	اَ
B	بِ
C	سِ
D	دِ
E	صدایی بین ا و اُ
F	اِف
G	اِ
H	اَش
I	ئی
J	ژی
K	کا
L	اِل
M	اِم
N	اِن
O	اُ
P	پِ
Q	کو
R	اِغ
S	اس
T	تِ
U	او
V	وِ
W	دوبل وِ
X	ایکس
Y	ایگک
Z	زِد



پس چرا بعضی از معلم‌های ریاضی، از نام‌های دیگری استفاده می‌کنند؟

○ طول پاره خط AB چه قدر است؟ طول پاره خط «آب» چه قدر است؟

○ ارتفاع مثلث را با h مشخص می‌کنیم. ارتفاع مثلث را با «هاش» مشخص می‌کنیم.

○ تعداد کتاب‌ها را با K نشان می‌دهیم. تعداد کتاب‌ها را با «کا» نشان می‌دهیم.

○ می‌خواهیم Y را پیدا کنیم. می‌خواهیم «ایگرگ» را پیدا کنیم. این‌ها تقریباً نام‌های فرانسوی حروف هستند. چه طور شد که نام‌های فرانسوی حروف رایج شدند؟ در ایران تا حدود شصت سال پیش، زبان فرانسوی در آموزش حضور جدی داشت. خیلی از افراد تحصیل کرده، با زبان فرانسه آشنا بودند یا حتی در فرانسه درس خوانده بودند. بعضی از اشخاصی هم که در ایران تدریس می‌کردند، خودشان فرانسوی بودند. پس می‌توان گفت که رواج این نام‌ها، یادگار آن دوره‌اند.

حالا که حرف به اینجا کشید، نام‌های فرانسوی همه حروف را برایتان می‌نویسیم:

تشکر

از آقای دکتر میرامید حاجی میرصادقی بابت راهنمایی‌شان متشکرم.

منابع

۱. مهدوی غروی، ندا (۱۳۸۸). «وای؛ نه ایگرگ!». رشد آموزش ریاضی. شماره ۹۸.
2. <http://en.wikipedia.org/wiki/French-orthography>





معادله‌ی خط و رسم خط

قسمت اول

حمیدرضا امیری

برای دانش آموزان سال سوم راهنمایی

است که طول هر کدام قرینه‌ی عرض آن‌هاست و یا عرض آن‌ها قرینه طولشان است.

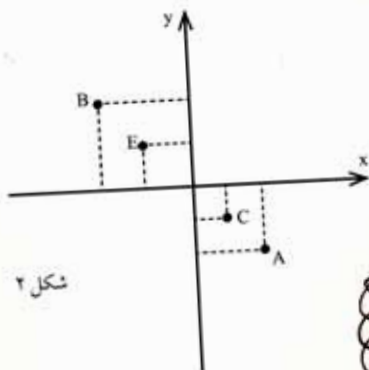
آیا نقاط زیر جزو این مجموعه نقاط از صفحه هستند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

چند نقطه‌ی دیگر می‌توانید بنویسید که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی $y = -x$ برقرار باشد؟ حال اگر نقاط A, B, C, D و E را روی محورهای مختصات رسم کنیم (مطابق شکل ۲)، مشاهده می‌شود که همگی آن‌ها روی یک امتداد هستند و می‌توان خطی رسم کرد که از همه‌ی آن‌ها عبور کند. اگر این خط را رسم کنیم، در حقیقت نمودار خط $y = -x$ را رسم کرده‌ایم (شکل ۳).



شکل ۲



می‌دانیم که اگر دو محور عمود بر هم، با مبدأ مشترک در صفحه رسم کنیم، هر نقطه‌ی واقع در صفحه را می‌توان توسط دو مقدار که یکی نشان‌دهنده‌ی طول آن نقطه و دیگری عرض آن نقطه است، مشخص کرد.

این دو محور در واقع صفحه‌ی مختصات دکارتی را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند که علامت طول و عرض هر نقطه در هر یک از این چهار ناحیه یا چهار ربع در شکل ۱ مشخص شده است.



شکل ۱

برای مثال در ناحیه‌ی اول، هر نقطه دارای طول و عرض مثبت است، و یا در ناحیه‌ی چهارم، طول هر نقطه مثبت و عرض آن منفی است.

گاهی در صفحه‌ی دکارتی به نقاطی بر می‌خوریم که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی خاصی برقرار است. به عبارت دیگر، بین x و y رابطه‌ای برقرار است که با داشتن مختص x می‌توان y را حدس زد یا برعکس. اگر عرض نقطه‌ی y را داشته باشیم، می‌توانیم توسط آن رابطه، طول نقطه یعنی x را به راحتی به دست آوریم. مثلاً اگر به ما بگویند بین مختصات مجموعه‌ی نقاطی از صفحه رابطه‌ی $y = -x$ برقرار است، آیا می‌توانیم این مجموعه‌ی نقاط را بیابیم؟ جواب مثبت است. رابطه‌ی بالا به ما می‌گوید، نقاطی موردنظر

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

تا این جا مشاهده شد که:

الف) اگر دو نقطه از یک خط معلوم باشد، با اتصال آن‌ها به یکدیگر توسط یک پاره خط و امتداد آن پاره خط و امتداد آن پاره خط از طرفین، به خطی که از آن دو نقطه می‌گذرد و یا نمودار خط دست پیدا کرده‌ایم.

ب) اگر رابطه‌ی بین طول و عرض نقاط واقع روی یک خط را معلوم کنند، به راحتی می‌توان با مشخص کردن مختصات دو نقطه از مجموعه نقاط روی خط، طبق آن چه در قسمت الف گفته شد، خط را رسم کرد. البته گاهی رابطه‌ی بین x و y با توجه به مختصات نقاط داده شده به دست می‌آید (مانند تمرین قبل) و گاهی نیز رابطه‌ی بین x و y با به عبارت دیگر معادله‌ی خط به ما داده می‌شود؛ مانند مثال زیر.

مثال ۲. معادله‌ی خط L به صورت $y = \frac{1}{3}x$ مفروض است.

این خط را روی محورهای مختصات رسم کنید.

بنابر آن چه در قسمت الف گفته شد، برای رسم خط به دو نقطه از این خط نیاز داریم و برای یافتن مختصات دو نقطه از خط، با توجه به معادله‌ی خط که رابطه‌ی بین x و y

در همه‌ی نقاط واقع روی

خط را برای ما مشخص

می‌کند، کافی است به x مقدار

بدهیم (عددی به جای x قرار

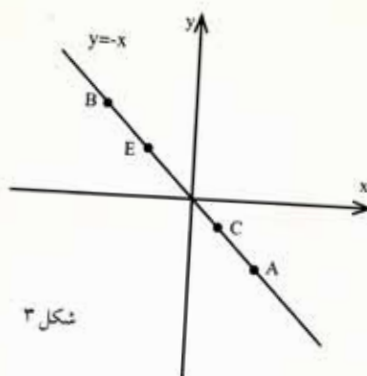
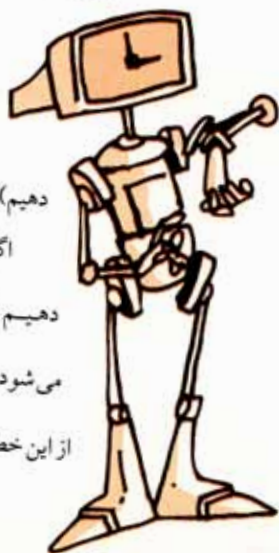
دهیم) تا مقداری برای y حاصل شود.

اگر در معادله‌ی $y = \frac{1}{3}x$ قرار

دهیم: $x=3$ ، مقدار $y=1$ حاصل

می‌شود. لذا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ یک نقطه

از این خط است. و اگر قرار دهیم $x=-3$ ،



شکل ۳

به رابطه‌ی $y = -x$ معادله‌ی خط L گفته می‌شود.

مثال ۱. با توجه به شکل ۴، اگر دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و

$B = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را به هم وصل کنیم و امتداد دهیم، خط L_1 حاصل

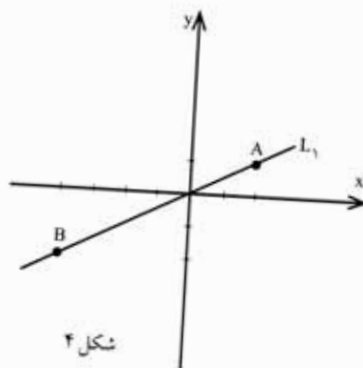
می‌شود (توجه دارید که از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد).

برای نوشتن معادله‌ی خط L_1 کافی است رابطه‌ی بین x و y را با توجه به مختصات دو نقطه‌ی A و B به دست آوریم.

همان طور که مشاهده می‌کنید، در هر دو نقطه همواره $x = 2y$

یا $y = \frac{1}{2}x$ در واقع، معادله‌ی خط L_1 را به دست آورده‌ایم که

عبارت است از: $y = \frac{1}{2}x$



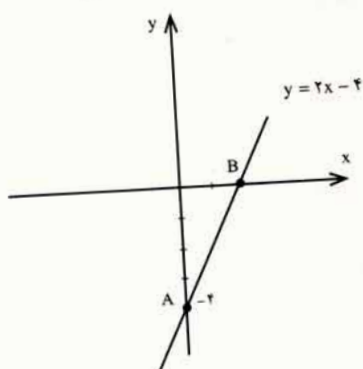
شکل ۴

تمرین: در هر یک از حالت‌های زیر مختصات نقاط A و B داده شده‌اند. اولاً مختصات نقطه‌ی C را به نحوی تکمیل کنید که خط L از آن سه نقطه عبور کند. ثانیاً معادله‌ی خطی را که از سه نقطه‌ی A ، B و C عبور می‌کند، به دست آورید.

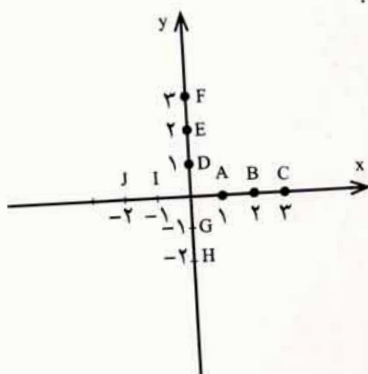
$$\text{الف) } A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

x	...	۳	$\frac{1}{3}$	...
y	...	...	...	۴

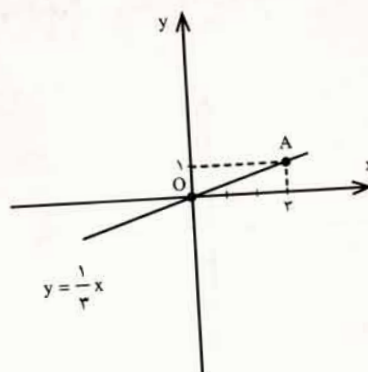
ملاحظه می کنید که اگر در معادله ی خط به جای x صفر قرار دهیم، برای y مقدار -4 به دست می آید. حال اگر این نقطه را A بنامیم، داریم $A = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$. از طرف دیگر، اگر به جای y صفر بگذاریم، مقدار $x=2$ حاصل می شود و اگر این نقطه را B بنامیم خواهیم داشت: $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$. همین دو نقطه برای رسم خط کافی هستند. اکنون مشاهده خواهید کرد که این خط و در حالت کلی، هر خطی که معادله ی آن به شکل $y = ax + b$ باشد، از مبدأ عبور نمی کند و همواره دو محور x ها و y ها را قطع می کند.



نکته ی مهم ۲. همان طور که می دانید، هر نقطه روی محور x ها واقع باشد، فاصله اش تا مبدأ مختصات، طول نقطه ی مورد نظر است و همواره عرضش صفر است. هم چنین، اگر نقطه ای روی محور y ها واقع باشد، فاصله اش تا مبدأ، همان عرض نقطه و طولش صفر خواهد بود. به شکل زیر توجه کنید.



مقدار -1 حاصل می شود. البته می توانستیم مقدار $x=0$ را در معادله قرار دهیم تا $y=0$ حاصل می شود؛ یعنی نقطه ی $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ که مبدأ مختصات را نشان می دهد. حال پس از تعیین نقاط حاصل روی صفحه ی مختصات، آن ها را به هم وصل می کنیم و امتداد می دهیم.



نکته ی مهم ۱. همان طور که مشاهده کردید، اگر معادله ی یک خط به صورت $y = ax$ باشد، همواره با قرار دادن $x=0$ مقدار $y=0$ حاصل می شود. به عبارت دیگر، تمام این خطوط حتماً از نقطه $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، یعنی مبدأ مختصات عبور می کنند. لذا از این پس اگر با

معادله ی خطی به صورت فوق مواجه شدیم که رسم آن از ما خواسته شده بود، با خیال راحت می گوئیم آن خط از مبدأ مختصات عبور می کند. پس کافی است فقط مختصات یک نقطه ی دیگر از خط را مطابق آن چه در مثال قبل دیدید، بیابیم و مبدأ مختصات را به آن نقطه وصل کنیم و امتداد دهیم.

حتماً سؤال خواهید کرد: اگر خطی از مبدأ مختصات عبور نکند، آیا برای رسم آن نیز می توان از روش قبل، یعنی استفاده از مختصات دو نقطه استفاده کرد یا خیر؟

جواب مثبت است. یعنی در هر حالت برای رسم یک خط می توان با یافتن دو نقطه از آن، خط مورد نظر را رسم کرد. بدین ترتیب که دو نقطه را به هم وصل می کنیم و از دو طرف امتداد می دهیم. به مثال دیگری توجه کنید:

مثال ۳. معادله ی خط L به صورت $y = 2x - 4$ مفروض است. ابتدا جدول زیر را تکمیل کنید. سپس نمودار این خط را روی صفحه ی مختصات دکارتی بکشید.

حال با توجه به شکل و نکته ی فوق، مختصات نقاط زیر را تکمیل کنید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

نتیجه ی مهم ۳. هرگاه بخواهیم نمودار خط L به معادله ی $y = ax + b$ را رسم کنیم، با توجه به نکته ی قبل و با دانستن آن که این خط هر دو محور را قطع می کند، کافی است محل برخورد خط با دو محور x و y را به دست آوریم و آن را رسم کنیم. از طرف دیگر می دانیم، محل برخورد خط L با محور x نقطه ای است که روی محور x قرار دارد و همواره عرض آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله ی خط قرار دهیم: $y = 0$ که مقدار $x = \frac{-b}{a}$ حاصل می شود.

هم چنین، محل برخورد این خط با محور y نقطه ای است که طول آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله ی خط قرار دهیم: $x = 0$ که مقدار $y = b$ حاصل می شود.

پس $A = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$

مختصات محل برخورد خط با محور y و نقطه ی

$$B = \begin{bmatrix} \frac{-b}{a} \\ 0 \end{bmatrix}$$

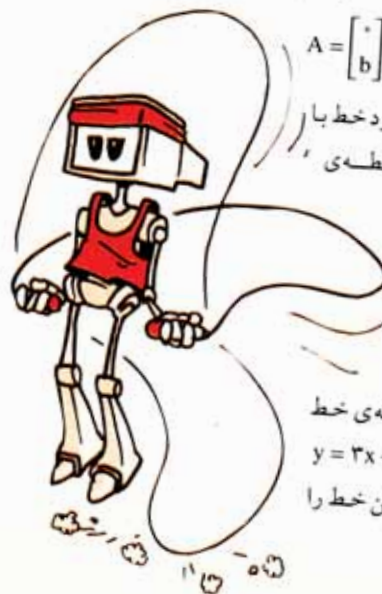
برخورد خط با محور x خواهد بود.

مثال ۴. معادله ی خط

$$L \text{ به صورت } y = 3x + 2$$

داده شده است. این خط را

رسم کنید.



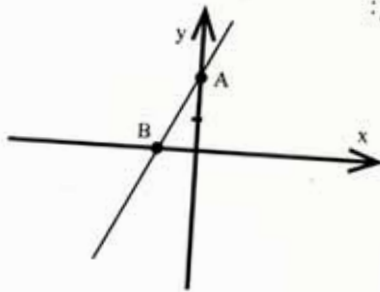
محل برخورد با محور عرض ها

$$\text{اگر } x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

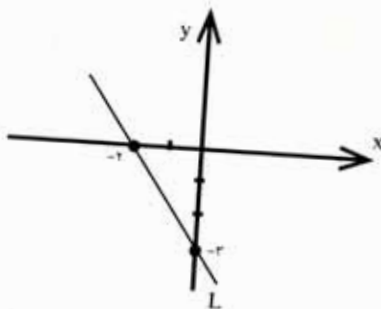
محل برخورد با محور طول ها

$$\text{اگر } y = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین:



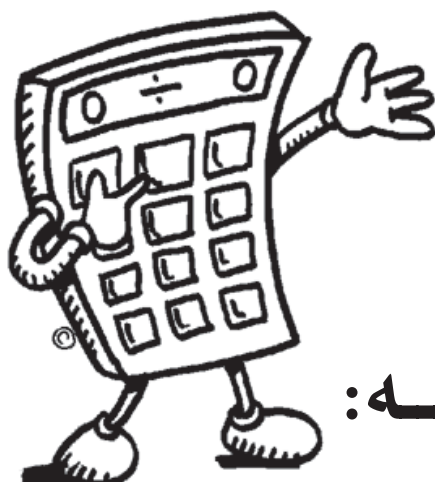
مثال ۵. خط L محور طول ها را در نقطه ای به طول ۲- و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۳- قطع می کند. این خط را پس از مشخص کردن دو نقطه رسم کنید.



درباره ی وضعیت دو خط نسبت به هم (موازی یا متقاطع) و نیز این که آیا با داشتن دو نقطه از خط می توان معادله ی خط را نوشت و یا حالت های دیگر برای نوشتن معادله ی خط و انواع دیگر خط، در مقاله ای جداگانه در شماره ی آینده بحث خواهیم کرد.

بی نوشت

۱. چون اولین بار دکارت، ریاضی دان فرانسوی، آن را برای نقاط مختلف در نظر گرفت و از روش محورهای مختصات استفاده کرد، صفحه ی مختصات دکارتی به یاد وی نام گذاری شده است.



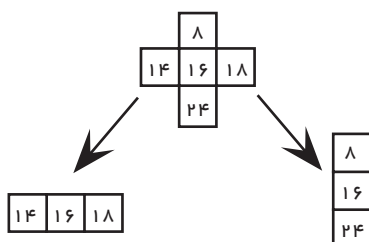
قصه‌هایی درباره جدول ضرب

سومین قصه: جمع در صلیب

بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: جدول ضرب، حاصل جمع ردیف‌ها، حاصل جمع ستون‌ها

در قسمت رنگ‌شده جدول بالا، الگوی جالبی دیده می‌شود:

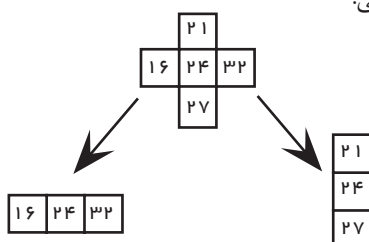


مدت‌هاست که با جدول ضرب آشنا هستید. اما ممکن است به مسئله‌های جالبی که درباره همین جدول ظاهراً ساده وجود دارد، برخورد نکرده باشید. در هر شماره از برهان امسال، با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید. این دفعه، درباره حاصل جمع بعضی از عددهای جدول ضرب صحبت می‌کنیم.

جدول زیر، همان جدول ضرب 10×10 است. به خانه‌هایی از این جدول که رنگی شده‌اند، توجه کنید. این خانه‌ها، شکلی شبیه صلیب تشکیل می‌دهند:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

هم حاصل جمع عددهای ردیف برابر ۴۸ می‌شود، و هم حاصل جمع عددهای ستون! یا این یکی:



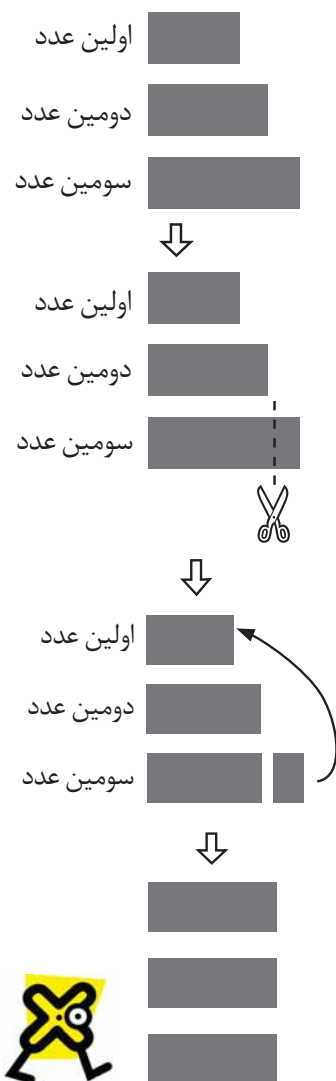
هر دو حاصل جمع برابر ۷۲ می‌شوند.

این الگو در هر قسمت دیگری از جدول هم که به شکل  باشد،

در هریک از مثال‌های بالا، حاصل جمع سه عدد برابر است با سه برابر عدد دوم.

چرا این‌طور است؟

دلیل: اولین عدد از دومین عدد مقداری کمتر است. سومین عدد از دومین عدد دقیقاً به همین مقدار بیشتر است. وقتی عددها را با هم جمع می‌کنیم، این کمتر بودن و آن بیشتر بودن، یکدیگر را خنثا می‌کنند. انگار دومین عدد را سه بار نوشته‌ایم و جمع کرده‌ایم. همین توضیحات را در شکل‌های زیر می‌بینید:



پس اگر به شما بگویم عددهای عجیب و غریب

۳۶/۸۰۱۱۷۶۸۹

۴۱

۴۵/۱۹۸۸۲۳۱۱

فاصله‌های یکسان دارند، به راحتی می‌توانید بگویید حاصل جمع آن‌ها چند است. کافی است ۴۱ را در ۳ ضرب کنید.

برقرار است. حتی اگر جدول ضرب به جای ۱۰×۱۰ ، جدول ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ بود، باز هم همین الگو برقرار می‌بود.

شک دارید؟ حق دارید شک کنید. خب ما فقط چند تا از قسمت‌های به شکل  را بررسی کرده‌ایم. پس شاید این الگو در مورد بقیه قسمت‌های به شکل  برقرار نباشد. باید دلیل بیاوریم. نگران نباشید! دلیل ما را در ادامه مقاله بخوانید.

دلیل برقرار بودن الگو

ابتدا باید مقدمه‌ای را بیان کنیم.

مقدمه دلیل برقرار بودن الگو

سه عدد در نظر داریم با فاصله‌های یکسان؛ مثلاً ۲، ۴ و ۶ یا مثلاً ۱۱، ۱۶ و ۲۱ یا مثلاً ۲۵، ۳۰ و ۳۵. حاصل جمع این عددها، چه ربطی به عدد دوم دارد؟ منظورم این است که مثلاً آیا می‌توانیم حاصل جمع ۲۵، ۳۰ و ۳۵ را از روی عدد دوم (یعنی ۳۰) پیدا کنیم؟ چند مثال را بررسی می‌کنیم تا حدسی بزنیم:

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۱۲	۶	۴	۲

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۴۸	۲۱	۱۶	۱۱

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۹۰	۳۵	۳۰	۲۵

حاصل جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۲۴۰	۸۶	۸۰	۷۴



نتیجه

خب این مقدمه چه فایده‌ای دارد؟ به زودی می‌فهمید!
دوباره به جدول ضرب نگاه کنید:

×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

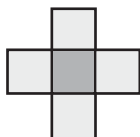
خب! چرا حاصل جمع‌ها برابر می‌شوند؟ یعنی چه دلیلی برای
برابری

دومین عدد ردیف $3 \times$

و

دومین عدد ستون $3 \times$

داریم؟ دلیلمان این است: دومین عدد ردیف، همان دومین
عدد ستون است! نگاه کنید:



در نتیجه:

حاصل جمع ردیف = حاصل جمع ستون

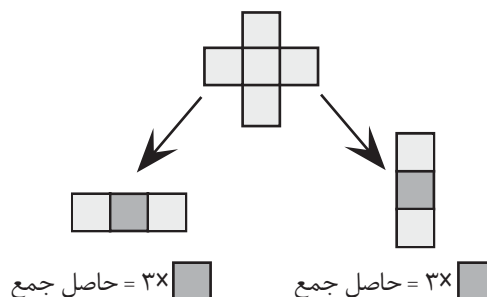
و دیگر مطمئن هستیم که الگو، حتی در جدول ضرب
 1000×1000 هم برقرار است.

در هر ردیف، عددها فاصله‌های یکسان دارند. مثلاً در ردیف
عدد ۹، عددها ۹ تا ۹ تا اضافه می‌شوند، یا مثلاً در ردیف عدد
۵، عددها ۵ تا ۵ تا اضافه می‌شوند. پس فاصله‌های یکسان دارند.
در مورد ستون‌ها هم دقیقاً همین‌طور است. مثلاً در ستون عدد
۸، عددها ۸ تا ۸ تا اضافه می‌شوند. در نتیجه فاصله‌های یکسان
دارند.

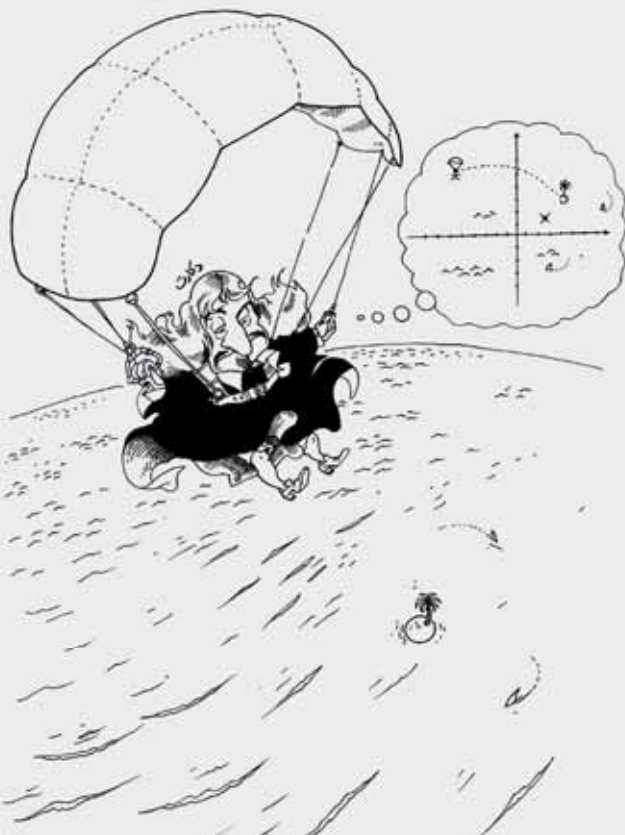
وقتی در عددهای ردیف را جمع می‌کنیم، در حقیقت
سه تا عدد با فاصله‌های یکسان را جمع می‌کنیم. پس همان‌طور
که در قسمت «مقدمه» گفتیم، حاصل برابر است با:
دومین عدد ردیف $3 \times$

همین‌طور، وقتی در عددهای ستون را با هم
جمع می‌کنیم، در حقیقت سه عدد با فاصله‌های یکسان را جمع
می‌کنیم. پس حاصل برابر است با:
دومین عدد ردیف $3 \times$

در شکل زیر، همین توضیح را می‌بینید:



شوخى بادکارت



هند یا گرینلند؛ کدام یک بزرگ‌ترند؟

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

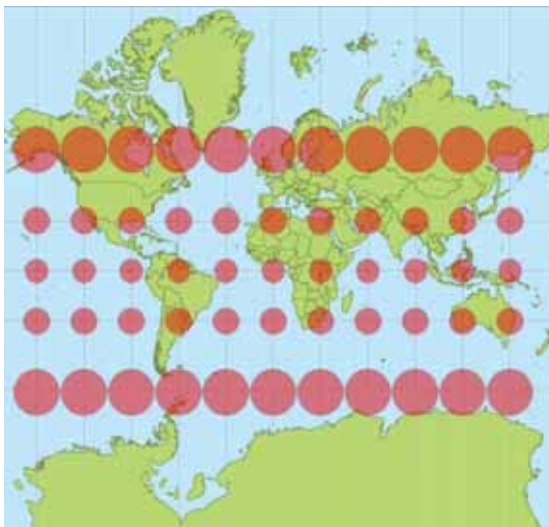
کلیدواژه‌ها: مختصات، نقشه جغرافیایی، تصویر کره روی صفحه، هند، گرینلند

میلادی رسم کرد. در نقشه مرکاتور، شکل‌های کلی کشورهای کوچک درست‌اند، ولی مشکلی بزرگ وجود دارد: وقتی روی نقشه، از استوا به سمت قطب‌ها حرکت می‌کنیم، مساحت کشورها از مساحت واقعی‌شان بزرگ و بزرگ‌تر به‌نظر می‌رسد. یعنی کشورهای نزدیک استوا در مقابل کشورهای نزدیک قطب‌ها کوچک‌تر دیده می‌شوند. در کره زیر، دایره‌هایی که رسم شده‌اند، مساحت برابر دارند:



شکل (۱)

حالا ببینید که وقتی نقشه مرکاتور رسم می‌شود، اندازه این دایره‌ها چه‌طور تغییر می‌کند. (نقشه ۲)



نقشه شماره (۲)

نزدیک قطب شمال، جزیره‌ای بسیار بزرگ به نام «گرینلند» وجود دارد. گرینلند بزرگ‌ترین جزیره زمین است. حدس می‌زنم نقشه‌هایی که از کره زمین دیده‌اید، کاملاً شبیه نقشه زیر باشد. همان‌طور که در این نقشه می‌بینید، مساحت گرینلند چندین برابر مساحت هند است.

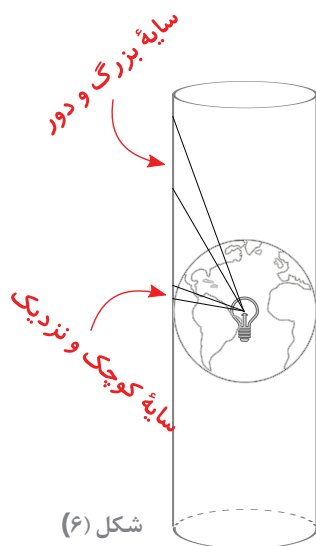


نقشه شماره (۱)

صبر کنید! با یک جست‌وجوی ساده می‌توانیم بفهمیم که مساحت گرینلند ۲٬۱۶۶٬۰۸۶ کیلومتر مربع و مساحت هند ۳٬۲۸۷٬۵۹۰ کیلومتر مربع است؛ یعنی مساحت هند تقریباً یک و نیم برابر مساحت گرینلند است! پس چرا روی نقشه مساحت هند کمتر به‌نظر می‌رسد؟ نقشه ما را به اشتباه انداخت. بیایید ببینیم این مشکل نقشه جهان از کجا می‌آید.

همان‌طور که می‌دانید، زمین به شکل یک کره است. پس برای کشیدن نقشه جغرافیایی کشورها روی کاغذ، باید تصویرهای روی سطح یک کره را روی یک سطح مسطح منتقل کنیم. برای این کار روش‌های متفاوتی وجود دارند.

نقشه ۱ به «نقشه مرکاتور» معروف است. مرکاتور، فیلسوف، نقشه‌نگار و ریاضی‌دانی بلژیکی بود. او این نقشه را در سال ۱۵۶۹

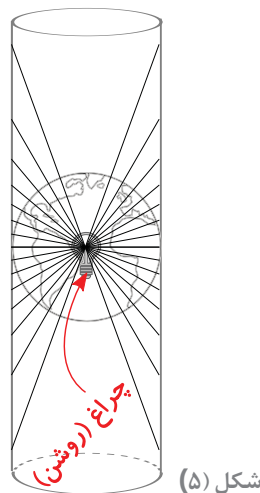


شکل (۶)

پس در نقشه مرکاتور، هرچه به قطب نزدیک‌تر می‌شویم، کشورها بزرگ و بزرگ‌تر از اندازه واقعی‌شان دیده می‌شوند.

حالا می‌توانیم بگوییم چرا روی نقشه، گرینلند بزرگ‌تر از هند به نظر می‌رسد. دلیلش این است که گرینلند نزدیک قطب شمال است و هند نزدیک استوا.

منبع
<http://en.wikipedia.org/wiki/Mercator-projection>

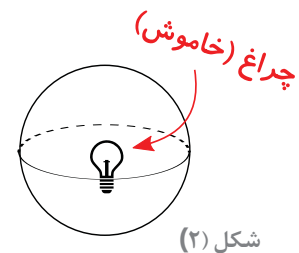


شکل (۵)

حالا این سایه‌ها را علامت می‌زنیم تا نقشه مرکاتور به دست بیاید.

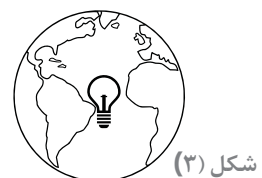
سایه کشورهای نزدیک استوا روی کاغذ استوانه‌ای، خیلی نزدیک به تصویر خودشان تشکیل می‌شود. در حالی که سایه کشورهای نزدیک قطب‌ها، خیلی از خودشان دور می‌شود. به همین دلیل، سایه کشورهای نزدیک قطب، بزرگ‌تر از سایه کشورهای نزدیک استوا دیده می‌شود. (شکل ۶)

چرا در نقشه مرکاتور این اتفاق می‌افتد؟ بیایید ببینیم نقشه مرکاتور چگونه رسم می‌شود. تصور کنید کار را با یک کره شفاف و بدون رنگ شروع می‌کنیم. در مرکز این کره، چراغی کوچک می‌گذاریم. (شکل ۲).



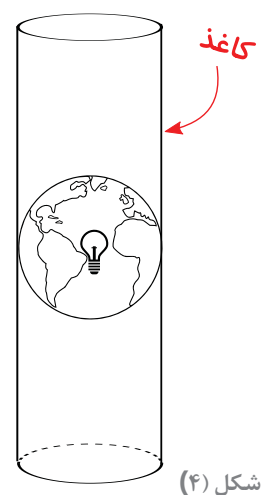
شکل (۲)

سپس مرز کشورهای گوناگون را روی این کره می‌کشیم، اما داخلشان را رنگ نمی‌کنیم. (شکل ۳)



شکل (۳)

حالا کاغذی دور این کره می‌پیچیم. پس استوانه‌ای به دور کره درست کرده‌ایم. (شکل ۴)



شکل (۴)

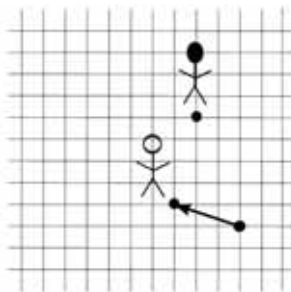
اکنون چراغ را روشن می‌کنیم. سایه مرز کشورها، از روی کره به روی کاغذ می‌افتد. (شکل ۵)



اخلاق عجیب آقای دو

هوشمند حسن نیا

کلیدواژه‌ها: بردار، مختصات بردار، ویژگی‌های بردار



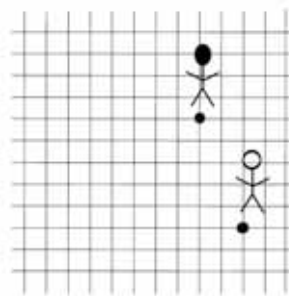
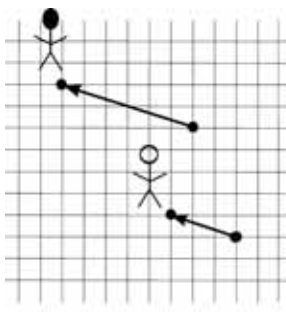
آقای یک و آقای دو با هم دوست هستند. آقای دو اخلاق عجیبی دارد. مثلاً او همیشه صبر می‌کند تا آقای یک حرکت کند. وقتی حرکت آقای یک تمام می‌شود، آقای دو حرکت می‌کند؛ اما نه هر طوری که دلش بخواهد! او راه رفتن آقای یک را نگاه می‌کند و با توجه به آن حرکت می‌کند. دو مثال زیر را ببینید تا با اخلاق عجیب آقای دو بیشتر آشنا شوید.

آقای یک:

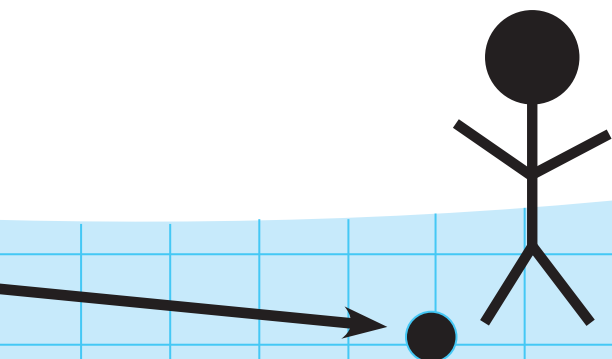
آقای دو:

وقتی متوقف می‌شود، آقای دو با بردار $\begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند.

مثال ۱. آقایان یک و دو مانند شکل زیر ایستاده‌اند:

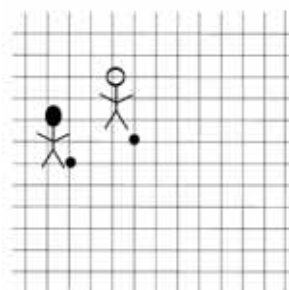


حالا آقای یک با بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند:

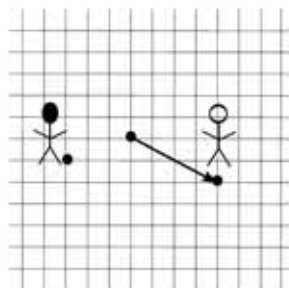


مثالی دیگر:

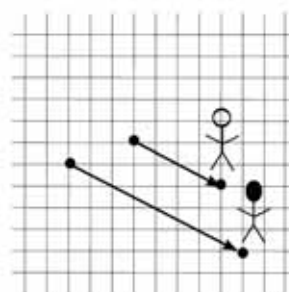
مثال ۲: آقایان یک و دو مانند شکل روبه‌رو ایستاده‌اند:



حالا آقای یک با بردار $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند:



و وقتی حرکتش تمام می‌شود، آقای دو با بردار $\begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند.



آیا حدس زدید که آقای دو دقیقاً چگونه حرکت می‌کند؟

قانون حرکت او چنین است:

فرض کنید حرکت آقای یک با بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ انجام شود. آقای دو صبر می‌کند که حرکت آقای یک تمام شود. سپس آقای دو از نقطه‌ای که خودش ایستاده است، با بردار $\begin{bmatrix} 2x \\ 2y \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند تا به نقطه‌ای جدید برسد.

حالا که با آقای یک و دو آشنا شده‌اید، این دو مسئله را حل کنید:

مسئله الف. آقای یک در نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و آقای دو در نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ ایستاده‌اند.

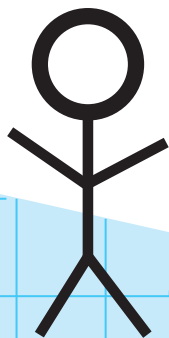
آقای یک از جایی که ایستاده بود به نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ رفته است.

آقای دو به چه نقطه‌ای می‌رود؟

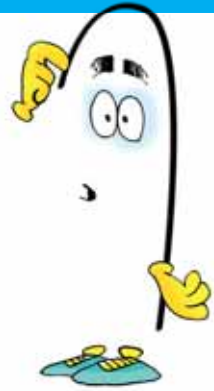
راهنمایی: اگر جواب شما $\begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}$ است، بدانید که سؤال را به دقت نخوانده‌اید. آن را دوباره بخوانید و به آن پاسخ دهید.

مسئله ب. آقای یک روی نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ایستاده است و آقای دو روی نقطه $\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix}$ قرار دارد.

آقای یک با آقای دو کار دارد. پس می‌خواهد حرکت کند و در نقطه‌ای بایستد. او باید نقطه‌ی انتهای حرکت خود را طوری انتخاب کند که وقتی آقای دو (با اخلاق عجیبش) حرکت کرد، در همان نقطه بایستد. یعنی آقای یک و آقای دو به هم برسند. آقای یک باید با چه برداری حرکت کند و به چه نقطه‌ای برود؟



رابطه‌های ساده، شکل‌های بامزه



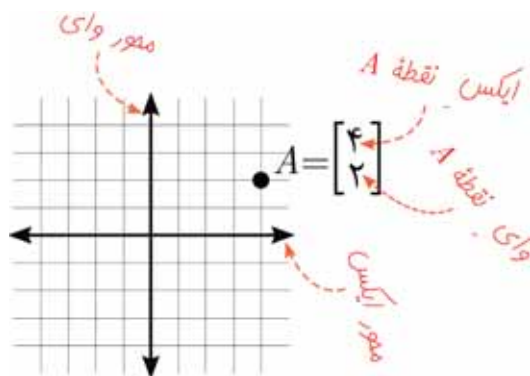
بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: دستگاه مختصات، معادله خم‌ها، معادله خط راست

ایکس؟ وای؟

ده نقطه در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم که هر یک شرط زیر را داشته باشند:
شرط: وای نقطه دو برابر ایکس نقطه است.
این نقطه‌ها در کنار هم، شبیه چه شکلی می‌شوند؟

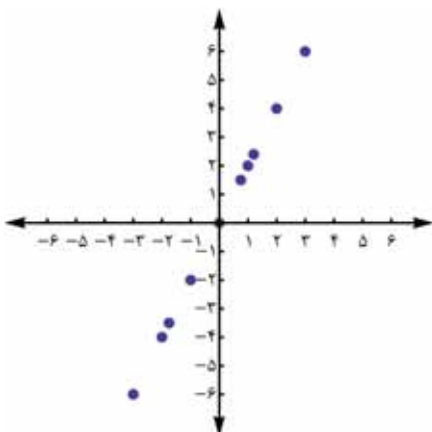
حتماً با دستگاه مختصات و روش نوشتن مختصات نقاط آشنا باشید. اما شاید ندانید که کلمات «محور ایکس» و «محور وای» و «ایکس نقطه» و «وای نقطه» به چه معناست. این‌ها را در شکل زیر به راحتی می‌توانید یاد بگیرید. نگاه کنید:



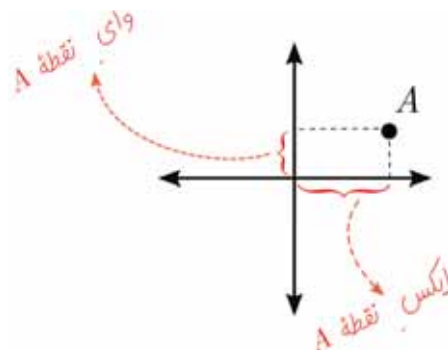
بیا باید چند نقطه که شرط را داشته باشند پیدا کنیم و بعد آن‌ها را در دستگاه مختصات رسم کنیم.
مثلاً در نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ، ایکس برابر است با ۳ و وای برابر است با ۶. پس وای دو برابر ایکس است. دیگر چه نقطه‌هایی؟ مثلاً این نقطه‌ها:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0,75 \\ 1,5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1,2 \\ 2,4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1,75 \\ -3,5 \end{bmatrix}$$

حالا بیا باید همه این ده نقطه را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم:



پس محور ایکس همان محور افقی است و محور وای همان محور عمودی است. در این یکی شکل هم می‌توانید معنای ایکس و وای نقطه را ببینید:



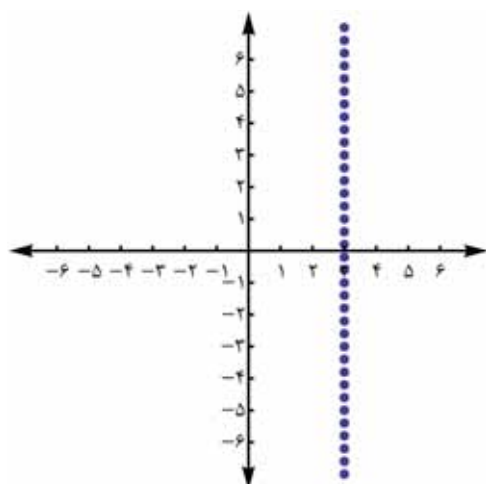
حالا می‌رویم سراغ بحث اصلی. این مسئله را ببینید:



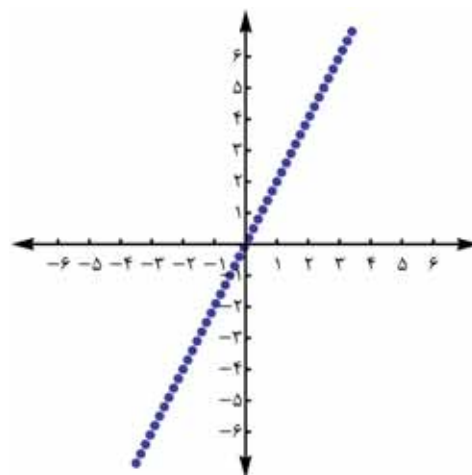
مسئله‌ها

۱. سی‌وپنج نقطه که هریک شرط زیر را دارند، در
دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:
شرط: ایکس نقطه برابر ۳ است.
این نقطه‌ها در کنار هم، شبیه چه شکلی می‌شوند؟

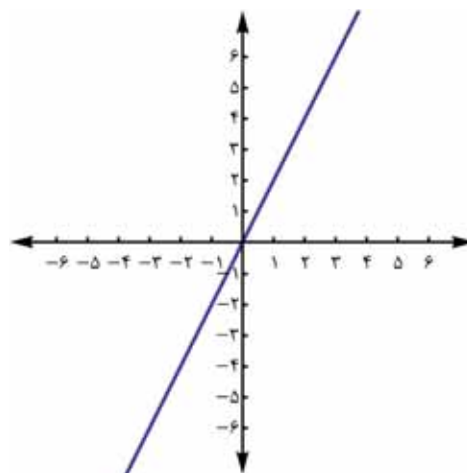
شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم: $X=3$.
ببینیم چه شکلی تشکیل می‌شود.



انگار این نقطه‌ها روی یک خط قرار دارند. بگذارید تعداد
نقطه‌ها را بیشتر کنیم. با استفاده از رایانه، نزدیک به ۵۰ تا نقطه
پیدا می‌کنیم با همین شرط که «وای نقطه، دو برابر ایکس نقطه
باشد». دیگر مختصات نقاط را نمی‌نویسیم. فقط آن‌ها را در
دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



هرچه تعداد نقطه‌ها را بیشتر کنیم، شکل بیشتر شبیه خط
می‌شود. در حقیقت، اگر می‌توانستیم همه نقاطی را که «وای
هریک از آن‌ها، دو برابر ایکس‌اش است» رسم کنیم، دقیقاً به
خط می‌رسیدیم!

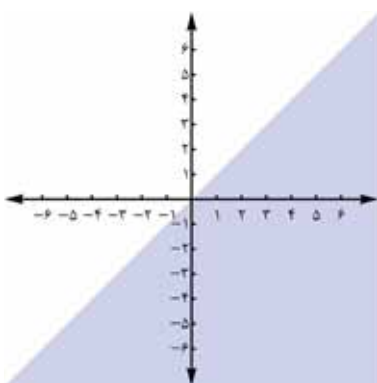


توجه کنید که این خط از دو طرف ادامه دارد. فقط قسمتی از
آن را رسم کرده‌ایم، زیرا نمی‌توانیم آن را کامل رسم کنیم.
راستی، می‌توانیم شرط «وای نقطه، دو برابر ایکس نقطه است»
را به این صورت بنویسیم: $y=2x$.

۲. همهٔ نقطه‌هایی را که این شرط را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: **ایکس** نقطه از وای آن بیشتر است.
این نقطه‌ها در کنار هم، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم: $X > Y$.
عجیب است! این بار دیگر به خط نمی‌رسیم، بلکه سطحی تشکیل می‌شود:



البته این شکل از سمت راست و پایین ادامه دارد و فقط بخشی از آن را رسم کرده‌ایم.

راستی! آیا می‌توانیم شرطی بگذاریم که نقاط، دایره تشکیل بدهند؟ بله! مسئله بعد را بخوانید.

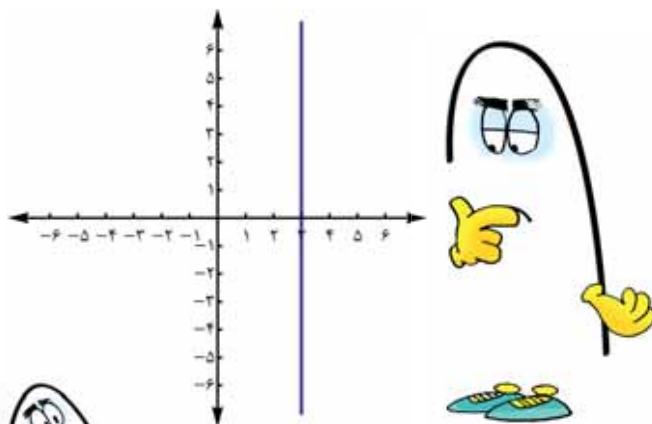
۳. همهٔ نقطه‌هایی که این شرط را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: **(ایکس × ایکس) + (وای × وای) = ۲۵**
این نقطه‌ها در کنار هم، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم:
$$x^2 + y^2 = 25$$

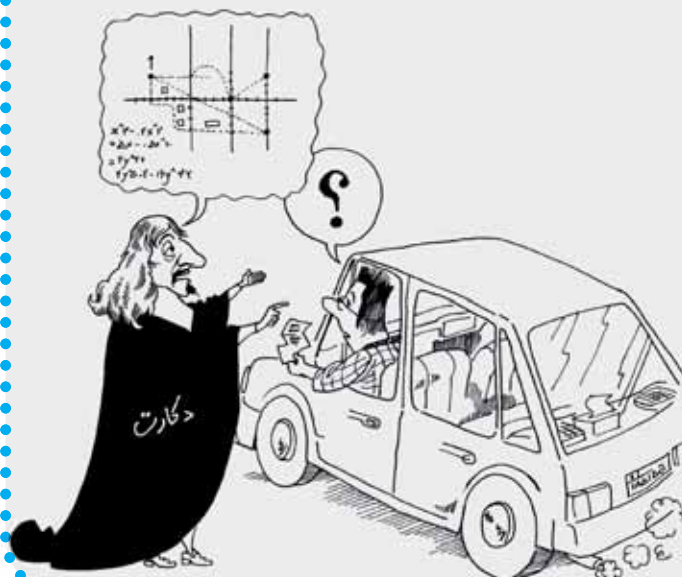
باز هم ابتدا چندتا از نقاط را پیدا می‌کنیم. (چه‌طور این کار را می‌کنیم؟ برای این کار روشی جود دارد که سخت هم نیست. اما

اگر می‌توانستیم همهٔ نقاطی با شرط را رسم کنیم، باز هم به خط می‌رسیدیم. البته این بار، خطی عمودی:



که این‌طور... لابد هر شرطی که انتخاب کنیم و نقطه‌ها را رسم کنیم، به خط می‌رسیم. درست است؟
نه! مسئله بعد را ببینید.

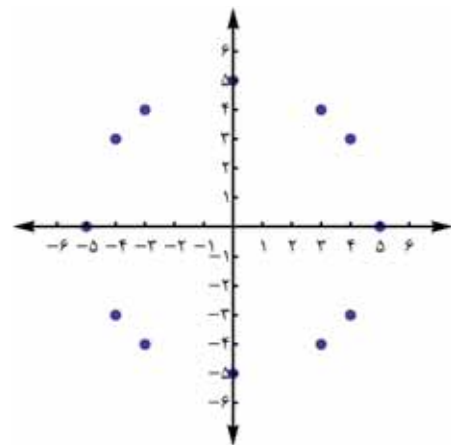
شوخی بادکارت



در اینجا کاری به آن روش نداریم.)

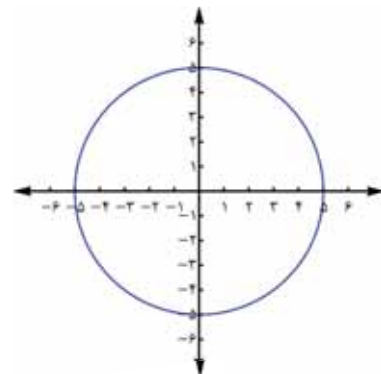
$$\begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

نگاه کنید:



و اگر همهٔ نقاط را می‌توانستیم رسم کنیم، به این شکل

می‌رسیدیم:



چه جالب! دایره‌ای به شعاع ۵!

می‌ترسم بعضی شرط‌ها،

شکل‌های عجیب‌تر هم ایجاد کنند!

مثلاً شکلی که از دو تکه جدا از هم

درست شده باشد!

۴.

همهٔ نقطه‌هایی را که این شرط را دارند، در دستگاه

مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: (وای × وای) + ایکس = ایکس × ایکس! یکس

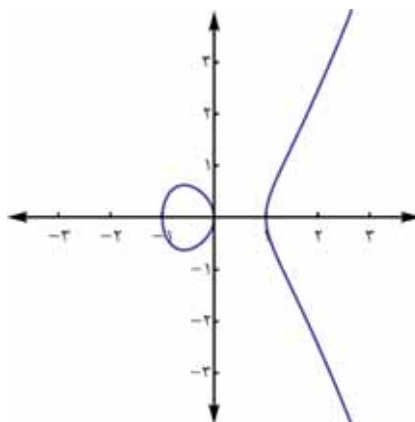
این نقطه‌ها در کنار هم چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم:

$$y^2 + x = x^2$$

این بار شکل خیلی عجیب‌تر است! برخلاف قبل، حتی یک‌تکه

هم نیست!



روزی،

ریاضی‌دان‌ها رابطهٔ بین شکل‌ها و

شرط‌ها را کشف کردند؛ مانند همین

چیزی که در این مقاله خواندید.

این کشف، از مهم‌ترین اتفاقات

تاریخ ریاضی است و باعث

پیشرفت‌های مهمی در ریاضی شد.

راستی؛ مثل این که خود تو هم

یکی از همان شکل‌ها هستی!

شرطِ نقاط تو چیست؟

خوراک مغز برای مصرف یک سال

آمنه ابراهیمزاده



خوراک مغز برای مصرف یک سال

نویسنده: گئورگ گراتزر

مترجم: محسن نقشبند ارجمند

ناشر: نشر علوم ریاضی ره آورد وابسته

به انتشارات فاطمی

چاپ: اول، ۱۳۹۳

بهاء ۱۵۰۰۰ تومان

همه ما برای داشتن جسمی ورزشی و سالم، نیازمند غذای سالم هستیم. ذهن ما هم برای ورزشی شدن و سالم ماندن، به غذای مناسب احتیاج دارد. بعضی افراد، معماها را غذاهای مناسبی برای ذهن می دانند. نویسنده کتاب «خوراک مغز برای مصرف یک سال» از این دسته افراد است.

این کتاب، به جای فصل های مختلف، به ۵۲ هفته تقسیم شده است. هریک از این هفته ها هم ۲ یا ۳ معما برای یک هفته از سال دارد. برای حل معماهای این کتاب نیاز به دانش ریاضی خاصی ندارید. فقط لازم است کمی صبور باشید و زود از رسیدن به نتیجه ناامید نشوید.

بیشتر معماهای این کتاب، داستان های جذابی دارند. همچنین داستان برخی از معماها، در معماهایی دیگر ادامه پیدا می کند؛ پس شاید بهتر باشد معماهای کتاب را به ترتیب بخوانید. ممکن است به بعضی از معماهای کتاب چندین روز فکر کنید، ولی به نتیجه ای نرسید. نگران چنین اتفاقی نباشید، بیشتر معماهای کتاب، به جز راه حل کامل، راهنمایی های کوتاهی هم دارند.

پس اگر معمایی را نتوانستید حل کنید، یا اگر هیچ ایده ای برای حل آن نداشتید، می توانید نگاه کوتاهی به قسمت راهنمایی ها بیندازید. شاید با این کار، بتوانید راهی برای حل معماهای سخت پیدا کنید.

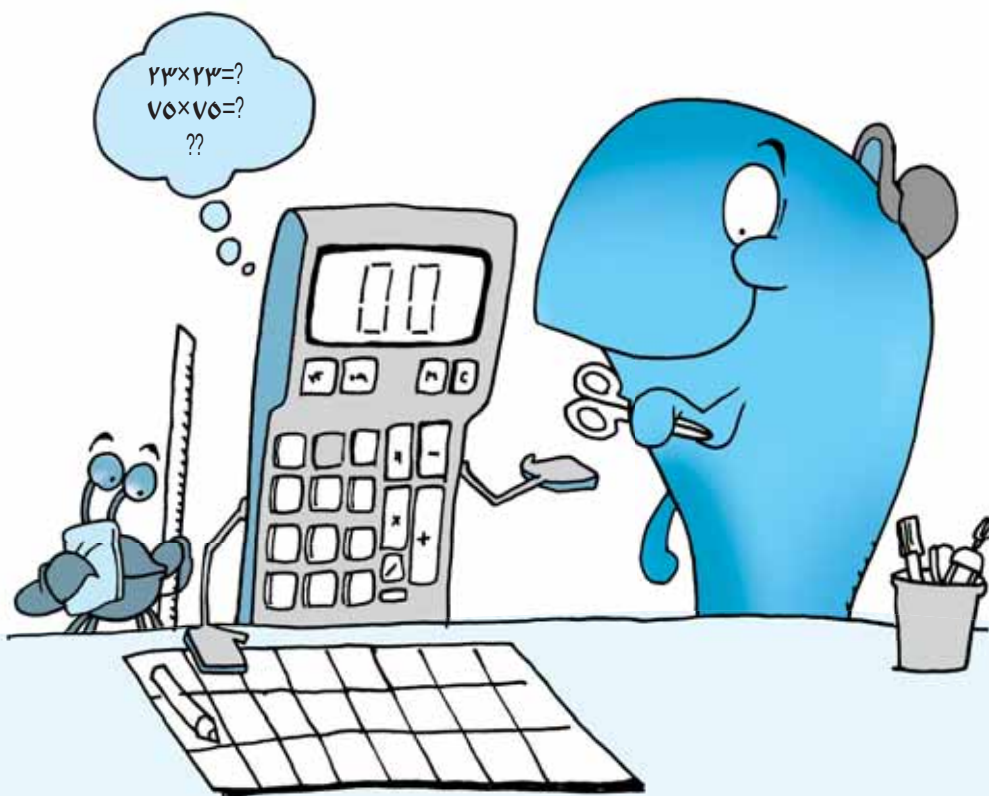
شانزده هفته آخر کتاب، با عنوان «کمر بند سیاه» از بقیه هفته ها متمایز شده است. هر هفته از این قسمت، فقط ۲ معما دارد. ولی اگر نتوانستید هر دو معمای این هفته ها را حل کنید، می توانید به خودتان صد آفرین بگویید!

راستی! ۳ مسئله «کی می تونه حل کنه؟!» شماره بعد را از کتاب «خوراک مغز برای مصرف یک سال» انتخاب کرده ایم. فقط داستان هر کدام از این معماها را کمی خلاصه کرده ایم.

محاسبه مربع

لیلا خسروشاهی^۱

کلیدواژه‌ها: محاسبه، مربع عدد، توان دو، ساده‌سازی ضرب



$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 460 \\ \hline 529 \end{array}$$

از عدد ۲۳، برای تبدیل شدن به عدد ۲۰، سه واحد کم شده است. حالا این سه واحد را به عدد ۲۳ بعدی اضافه می‌کنیم و به عدد ۲۶ می‌رسیم.

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 23 \\ \hline 78 \\ 520 \\ \hline 598 \end{array}$$

مربع یک عدد، یعنی آن عدد به توان دو. پس برای اینکه مربع عددی را به دست بیاوریم، باید آن را در خودش ضرب کنیم:

$$23 \times 23 = 529$$

انجام عمل ضرب به روش ستونی معمولاً کاری وقت‌گیر است. با استفاده از بعضی روش‌ها می‌توان حاصل ضرب یک عدد در خودش را سریع‌تر به دست آورد.

● مثلاً فرض کنید می‌خواهیم 23^2 یا همان 23×23 را محاسبه کنیم. برای این کار نزدیک‌ترین مضرب عدد ۱۰ به عدد ۲۳ را در نظر می‌گیریم: ۲۰؛ حالا آن را به جای یکی از ۲۳‌ها قرار می‌دهیم.

• اکنون به جای 23×23 ، حاصل ضرب 20×26 را محاسبه می‌کنیم. به‌دست آوردن این حاصل ضرب، نسبتاً ساده است؛ چون یکی از عوامل مضرب ده است.
 $20 \times 26 = 520$

در مرحله آخر، کافی است عددی را که یک بار اضافه و یک بار کم شد، به توان دو برسانیم و به حاصل ضرب قبلی اضافه کنیم:

$$520 + 3^2 = 520 + 9 = 529$$

با این کار به حاصل ضرب 23×23 دست یافته‌ایم:

$$23 \times 23 = 20 \times 26 + 3^2$$

• در ادامه دو مثال دیگر از به توان دو رساندن اعداد دو رقمی را می‌بینید:

$$38 \times 38 = 40 \times 36 + 2^2 = 1440 + 4 = 1444$$

$$75 \times 75 = 70 \times 80 + 5^2 = 5600 + 25 = 5625$$

• برای محاسبه مربع اعداد سه رقمی بهتر است به جای نزدیک‌ترین مضرب 10 ، عدد را با نزدیک‌ترین مضرب 100 جایگزین کنیم:

$$238 \times 238 = 200 \times 276 + 38^2 = 55200 + 1444 = 56644$$

• چرا از این روش استفاده کنیم؟

این روش کار را ساده‌تر می‌کند؛ چون یکی از اعداد را به مضارب 10 یا 100 تبدیل می‌کند و با این کار عمل ضرب آسان‌تر می‌شود.

• چرا این روش ما را به جواب درست می‌رساند؟

$$20 \times 26 = (23 - 3) \times (23 + 3) = 23 \times 23 + 23 \times 3 - 23 \times 3 - 3 \times 3 = 23^2 - 3^2$$

همان‌طور که در تساوی بالا می‌بینید، $20 \times 26 = 23^2 - 3^2$

بنابراین: $20 \times 26 + 3^2 = 23^2$

همین کار را می‌توان با اعداد دیگر هم انجام داد.

• حالا نوبت شماسست تا با روشی که در این نوشته معرفی شد، حاصل عبارات زیر را به‌دست آورید. می‌توانید درستی پاسخ‌های خود را با استفاده از ماشین حساب امتحان کنید.

64^2	123^2	85^2
15×15	109×109	12^2
7002×7002	410^2	215^2

پی‌نوشت:

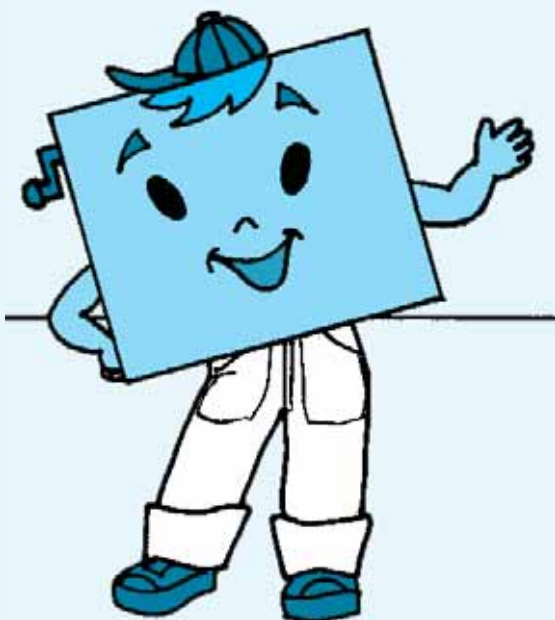
۱. بازنویسی و توسعه بخشی از مطالب ارسال شده توسط فاطمه رضائزاد.

منابع:

secrets of mental math: the mathematicians' guide to lightning calculation and amazing math tricks

Arthur Benjamin- Michael shermer

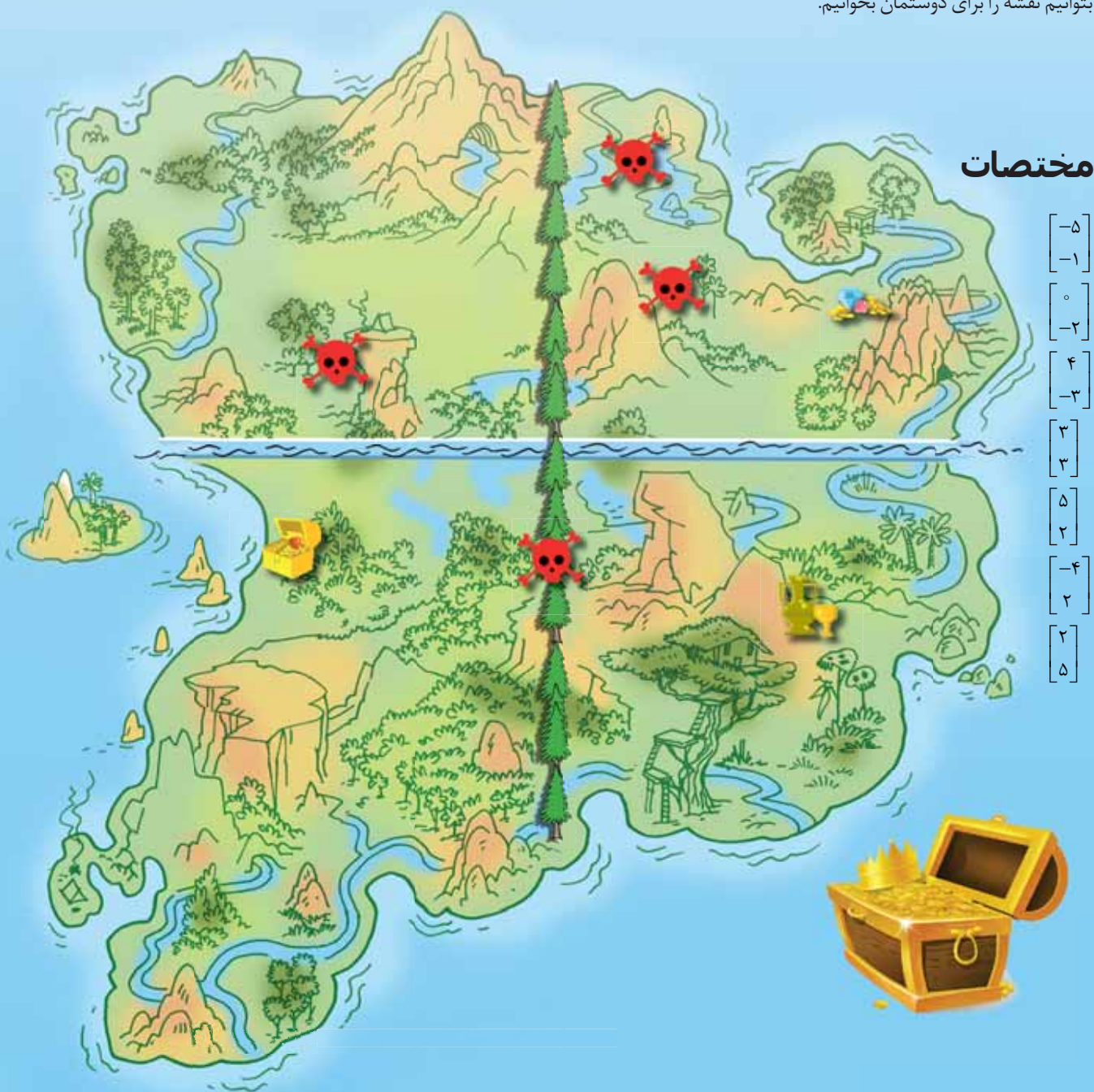
نویسندگان:



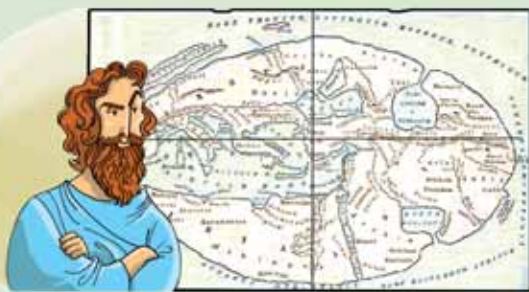
نقشه گنج

کلیدواژه‌ها: مختصات، نقشه خوانی، محورهای مختصات

در شکل زیر، نقشه یک گنج را می‌بینید. نقشه مربوط به جایی خیلی دور است و ما امکان سفر به آنجا را نداریم. خوش بختانه یکی از دوستانمان در نزدیکی محل گنج زندگی می‌کند و می‌توانیم از او بخواهیم تا گنج را پیدا کند و بعداً گنج را با هم تقسیم کنیم. حالا باید تلفنی نقشه را برایش بخوانیم. برای این کار می‌خواهیم مختصات هر نقطه را به او بگوییم. قرار گذاشته‌ایم که رودخانه و ردیف درخت‌ها را به ترتیب محورهای مختصات X و Y در نظر بگیریم. مختصات ۷ نقطه مهم نقشه را هم داریم. فقط یک مشکل کوچک داریم: معلوم نیست کدام مختصات مربوط به کدام نقطه است! حالا شما مختصات هر نقطه را به نقطه متناظرش وصل کنید تا بتوانیم نقشه را برای دوستانمان بخوانیم.



مختصات در بستر تاریخ



مختصات تاریخچه‌ای طولانی دارد. این تاریخ به دوران یونان باستان بازمی‌گردد و نقشه‌هایی که دانشمندان آن دوره برای نشان دادن مکان‌ها روی کره زمین می‌کشیدند. نخستین بار، دیسیارکیس (Dicæarchus) یکی از شاگردان ارسطو، برای توصیف مکان شهرها روی نقشه از خطوط عمودی و افقی استفاده کرد. امروزه این روش به استفاده از مدارها و نصف‌النهارها برای نشان دادن مکان‌ها روی زمین تبدیل شده است.



دکارت در قرن هفدهم میلادی در فرانسه زندگی می‌کرد. او از بچگی اغلب مریض بود و معلمانش به او اجازه می‌دادند در منزل استراحت کند. برای همین بیشتر عمرش را در رختخواب به سر می‌برد! او در این زمان درباره فلسفه و ریاضیات فکر می‌کرد.

اما بیشتر افراد؛ دانشمند فرانسوی، رنه دکارت را ابداع کننده مختصات صفحه می‌شناسند. دکارت در سال ۱۶۳۷ میلادی آن را ابداع کرد. درباره دکارت و مختصات دکارتی، داستانی هست که نمی‌دانم چه قدر درست باشد؛ ولی شنیدن آن خالی از لطف نیست:

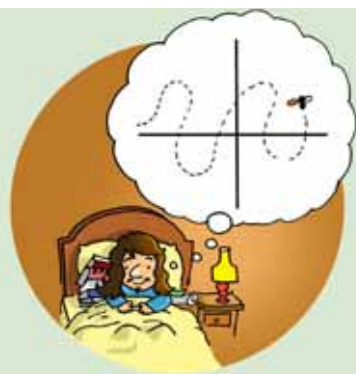


یک روز که در رختخواب دراز کشیده بود، متوجه پرواز یک مگس شد که بالای سقف اتاق، این طرف و آن طرف می‌رفت.

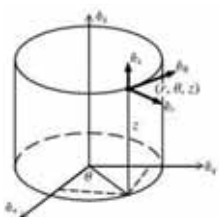


او مدت طولانی مگس را تماشا کرد. دکارت دوست داشت بداند که اگر بخواهد به شخص دیگری بگوید که مگس کجا دارد پرواز می‌کند، باید چه کند؟

وقتی از رختخواب بیرون آمد، شروع کرد به نوشتن این ابداع جدیدش!



او بالاخره به این نتیجه رسید که می‌تواند موقعیت مگس را با فاصله آن از دیوارهای اتاق مشخص کند.



پس از آن بود که او تلاش کرد راهی برای توصیف موقعیت نقاط در صفحه پیدا کند درست مانند توصیف موقعیت مگس او صفحه مختصات را ابداع کرد و به همین دلیل آن را مختصات دکارتی می‌نامیم. ابداع او کمک فراوانی به پیشرفت حساب دیفرانسیل و انتگرال توسط نیوتن و لایب‌نیتس کرده است.

البته در همان زمان و مستقل از دکارت، ریاضی‌دان فرانسوی دیگری به نام پیر دو فرما، روی مشخص کردن مکان نقاط در فضای سه بعدی کار کرد ولی آثارش را منتشر نکرد. بعد از دکارت، دستگاه‌های مختصات بسیاری ابداع شدند؛ مانند مختصات قطبی در صفحه و مختصات کروی و مختصات استوانه‌ای در فضا.

داستان مختصات

۵ نازنین حسن‌نیا

کلیدواژه‌ها: مختصات، آدرس، زاویه، GPS



روزی روزگاری، سنگی از فضا به جو زمین وارد شد. به بالا، به محض ورود به جو تکه‌تکه شد. بیشتر قطعه‌ها چیزی از آن‌ها نماند؛ به جز که به سطح زمین رسیدند. سنگ‌ها را "شهاب‌سنگ" ارزش بسیاری برای منجمان همین دلیل، یافتن این قطعات بالایی برخوردار است. ایستگاه مسیر سقوط سنگ‌ها را کرد و محل تقریبی آن‌ها زمین مخابره کرد.

قطعه اول شهر افتاده است. کجا؟ خبرنگار تجربه‌ای به‌دنبال قطعه می‌گردد.

(شکل اصلی)

نفر A در «خیابان سرو» می‌گوید که گلوله‌ای آتشین

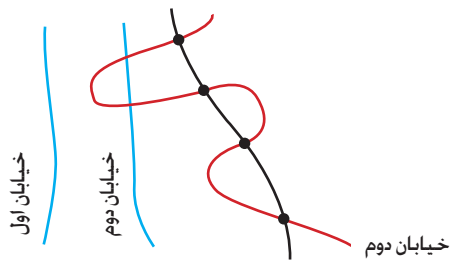
را دیده که به زمین برخورد کرده‌است، اما آن‌قدر همه‌چیز سریع اتفاق افتاده که نمی‌تواند بگوید چقدر دور یا نزدیک بوده است. حتی یادش نمی‌آید که آن لحظه رو به بالای خیابان ایستاده بوده یا رو به پایین خیابان! طبق گفته او، قطعه جایی از خیابان سرو، افتاده است.

فرد B در آن لحظه، از پنجره اتاقش، رو به شمال خیابان نگاه می‌کرده که اتفاق را دیده است.

آیا گفته او کمک زیادی به ما می‌کند؟ طبق گفته او، قطعه جایی از پاره‌خط قرمز رنگ افتاده است. اما از این دقیق‌تر چیزی نمی‌فهمیم.

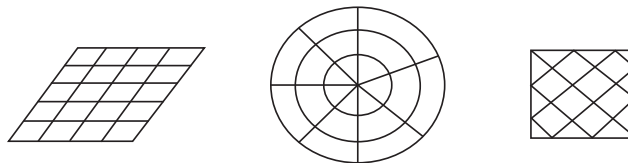
خبرنگار می‌گوید: "تا اینجا کار خوب پیش‌رفته است، اما

دیگر در این خیابان نمی‌توانم اطلاعات زیادی به‌دست آورم. او به سمت خیابان‌های دیگر حرکت می‌کند. فردی می‌گوید در همان لحظه اتفاق را از چهارراه خیابان زاغ و کاج دیده‌است، اما او هم محل دقیق را نفهمیده است. خبرنگار نقشه را نگاه می‌کند و می‌گوید که محل دقیق برخورد قطعه با زمین را پیدا کرده‌است. او ادامه می‌دهد: "همه افرادی که در زمان برخورد، در خیابان زاغ بوده‌اند، می‌توانستند گلوله آتشین را ببینند." یعنی قطعه در جایی از خیابان زاغ افتاده است. وقتی می‌دانیم این مکان هم در خیابان زاغ بوده و هم در خیابان سرو، پس حتماً در تقاطع این دو بوده است.



خبرنگار می‌گوید: "در بعضی شهرها کار همین قدر راحت است. با دانستن یک خیابان افقی و یک خیابان عمودی، آدرس همه نقاط تقاطع شهر مشخص می‌شود. اما در بعضی شهرها، کار خیلی پیچیده می‌شود."
نقشه شهری را باز می‌کند: در این شهر آدرس خانه‌ای در تقاطع خیابان سوم و خیابان آبان را به ما داده بودند. برای یافتن این آدرس مجبور شدیم زنگ چهار خانه را بزیم تا به آدرس مورد نظر برسیم.

به نظر شما تفاوت این شهر با شهر قبلی چیست؟
در کدام یک از شهرهای زیر می‌توان هر تقاطع را با اسم دو خیابان مشخص کرد؟
به نظر شما در کدام یک از این شهرها دقیق‌تر می‌توان آدرس خانه‌ها را مشخص کرد؟

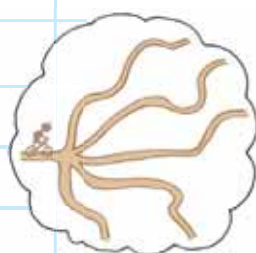


می‌توان نتیجه گرفت: آدرس دقیق، آدرسی است در آن هر نقطه (هر خانه یا هر محل) برای خود آدرس داشته باشد و نیز هر آدرس تنها یک نقطه (یک خانه، یا یک محل) را مشخص کند.
هر صفحه را می‌توان با شبکه‌بندی مناسب، به شکلی درآورد که هر نقطه آدرس دقیق داشته باشد.

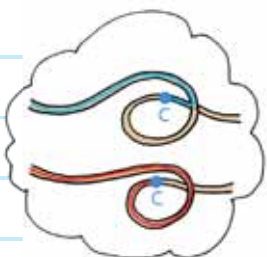
قطعه دوم جایی در جنگل افتاده است. درختان این جنگل بسیار فشرده است و تنها یک جاده پر پیچ‌وخم در میان درختان وجود دارد. صبح همان روز جهانگردی با دوچرخه‌اش راهی مسیر جنگلی شده بود تا به دریا برسد. در مسیر پیامی از دوستانش دریافت می‌کند که: "قطعه‌ای در جنگل سقوط کرده، اگر در مسیرت آن را دیدی ما را خبر کن."

پس از طی مسیری طولانی و حوالی ظهر، گودالی را در جاده می‌بیند و با دقت بیشتر متوجه می‌شود که چیزی در ته گودال برق می‌زند. نگاهی به کیلومترشمار دوچرخه‌اش می‌اندازد (او عادت دارد در شروع هر مسیر کیلومترشمار دوچرخه را روشن کند و مسافت‌ها را اندازه بگیرد)، و پیغامی برای دوستانش می‌فرستد: "۵۶ کیلومتر"؛ و مسیرش را به سمت دریا ادامه می‌دهد. او خاطر جمع است که همین عدد آدرس دقیق قطعه در این جاده است.





گیج می‌شدند. اگر جاده تنها دو یا سه شاخه می‌شد، با عبارت‌های چپ، راست یا وسط می‌توانست آدرس را دقیق کند. اما اگر ۴ شاخه یا بیشتر می‌شد باید چه می‌کرد؟



فکرهایش باز هم ناجورتر شد، اگر جاده این شکلی روی خودش پیچ می‌خورد، باز هم مسافت کافی بود؟ در این صورت آدرس نقطه‌ی C، طول خم قرمز رنگ بود، یا خم آبی رنگ؟ آیا اگر جاده هر چند

شاخه می‌شد، یا هر چقدر روی خودش پیچ می‌خورد، باز هم با کمک مسافت و چپ و راست، می‌شد برای هر نقطه آدرس دقیقی یافت؟

قطعه سوم در میان درختان بلند توسکا، بسیار دورتر از جاده جنگلی افتاده است و گروهی از آتش نشانان در جنگل پخش شده‌اند تا قطعه را پیدا کنند و از آتش‌سوزی احتمالی در جنگل جلوگیری کنند. یکی از افراد گروه، قطعه را در میان شاخ و برگ درختی بلند می‌بیند. رو به درخت می‌ایستد و دو دستش را مثل شکل باز می‌کند.



با دقت به دستهایش نگاه می‌کند تا یادش بماند که آن‌ها را چقدر باز کرده است. روی درخت ضربدری می‌زند و به دنبال دوستانش می‌رود. وقتی با دوستانش به محل باز می‌گردد، رو به درخت می‌ایستد و دستانش را مانند دفعه‌ی قبل باز می‌کند، اما... به نظر شما چه چیزی باعث شده تا او به راحتی قطعه را نیابد؟

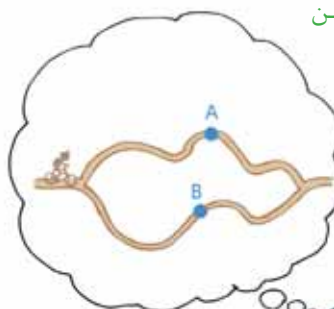
گروه بالاخره توانستند قطعه را پیدا کنند و به آزمایشگاه برگردانند.

اما کم‌کم فکرهای مختلف به ذهنش هجوم می‌آورند. اول فکر کرد حالا که گودال اینقدر به انتهای مسیر نزدیک بود، کاش انتهای مسیر به شهر بازمی‌گشت.

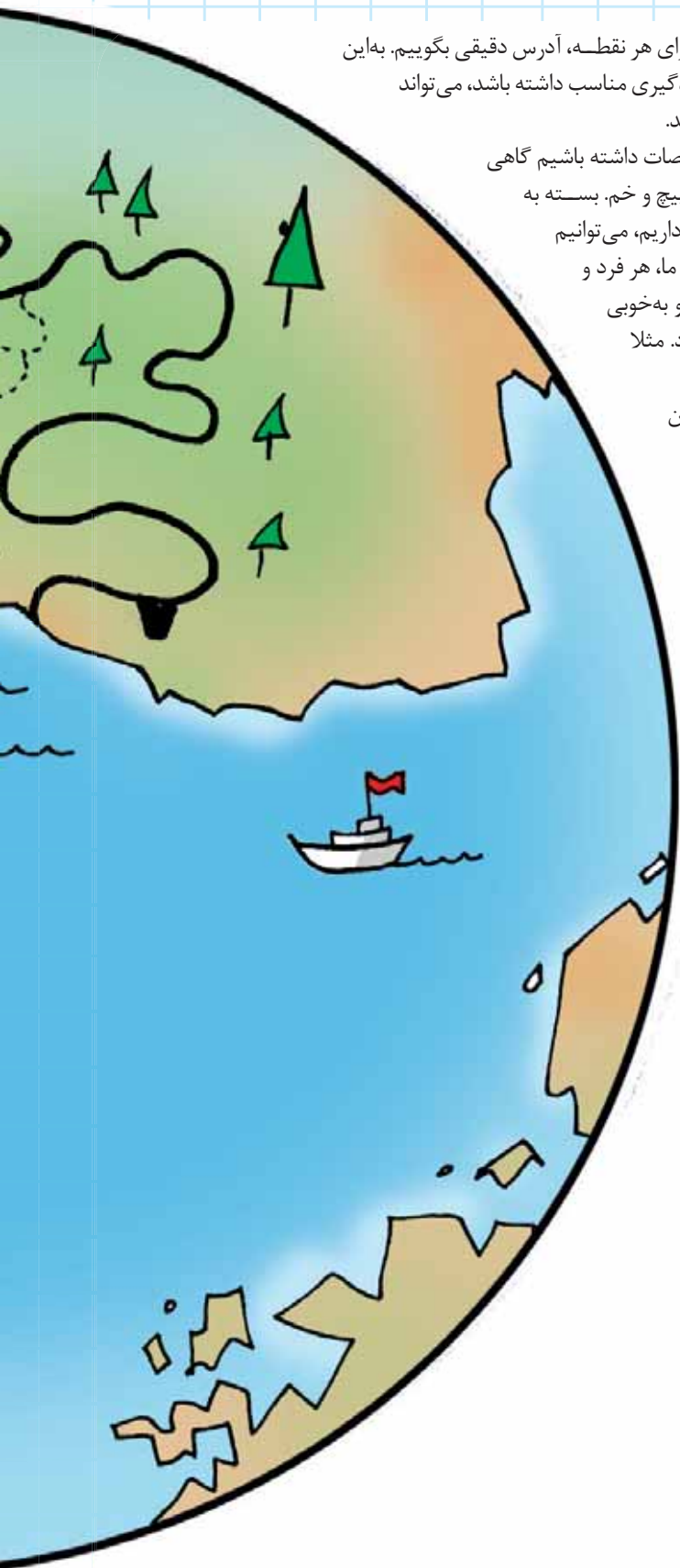


در این صورت، آدرس راحت‌تری به دوستانش می‌داد: "ورودی ۲: ۵۶-۷۸ کیلومتر". با این آدرس آن‌ها زودتر به قطعه می‌رسیدند.

بعد فکر کرد اگر جاده شکل دیگری داشت و در نقطه‌ای دو یا چند شاخه می‌شد، چطور باید به دوستانش آدرس می‌داد؟



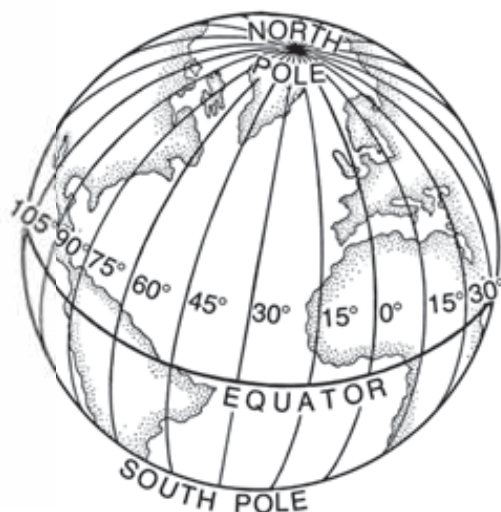
در این حالت فاصله دو نقطه‌ی A و B از ابتدای مسیر یکسان بود. یعنی آدرس این دو نقطه یک عدد بود، پس حتماً دوستانش



دستگاه مختصات، ابزاری است که به ما امکان می‌دهد برای هر نقطه، آدرس دقیقی بگوییم. به این ترتیب هر فردی که دستگاه مختصات را بشناسد و وسایل اندازه‌گیری مناسب داشته باشد، می‌تواند آدرس‌های ما را پیدا کند و دقیقاً به نقطه‌های مورد نظر ما برسد.

گاهی وقت‌ها لازم است برای نقاط یک صفحه‌ی تخت مختصات داشته باشیم گاهی برای نقاط روی یک کره، و گاهی برای نقاط یک جاده‌ی پرپیچ و خم. بسته به اینکه در چه محیطی قرار است آدرس بدهیم، و چه ابزاری داریم، می‌توانیم از دستگاه‌های مختصات مختلفی استفاده کنیم. در داستان ما، هر فرد و گروهی متناسب با محیطش، مختصات محلی خود را ساخت و به‌خوبی از آن استفاده کرد. اما هر روش، مخصوص محیط خودش بود. مثلاً کیلومترشمار جهانگرد، به‌درد خبرنگار نمی‌خورد.

جی.پی.اس (Global Positioning System) یا همان سیستم مکان‌یابی جهانی، دستگاه مختصاتی است که با کمک آن همه روی زمین می‌توانند آدرس هر نقطه‌ای را بیابند. در این دستگاه، هر نقطه با سه عدد مشخص می‌شود: طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی و ارتفاع یا عمق. برای هر کدام از این سه عدد روش اندازه‌گیری و مبدأ مشخصی وجود دارد. طول جغرافیایی هر نقطه از زمین با کمک نوارهای طول جغرافیایی مشخص می‌شود. مبدأ طول جغرافیایی، نوار گذرنده از یک رصدخانه قدیمی در انگلیس است که با نام آن آشنا هستید: "گرینویچ". یعنی طول جغرافیایی هر نقطه‌ای روی این نوار، صفر است و هر چه از این نوار دورتر می‌شویم، طول جغرافیایی بیشتر می‌شود. اگر از این نوار به سمت شرق حرکت کنیم، طول، از 0° تا 180° شرقی زیاد می‌شود تا درست به نقطه‌ی مقابل گرینویچ در آن سوی کره زمین برسیم و اگر از نوار گرینویچ به سمت غرب حرکت کنیم، طول از 0° تا 180° غربی زیاد می‌شود. نوار مقابل گرینویچ تنها نوازی است که 2° طول جغرافیایی دارد: هم 180° غربی است، و هم 180° شرقی!

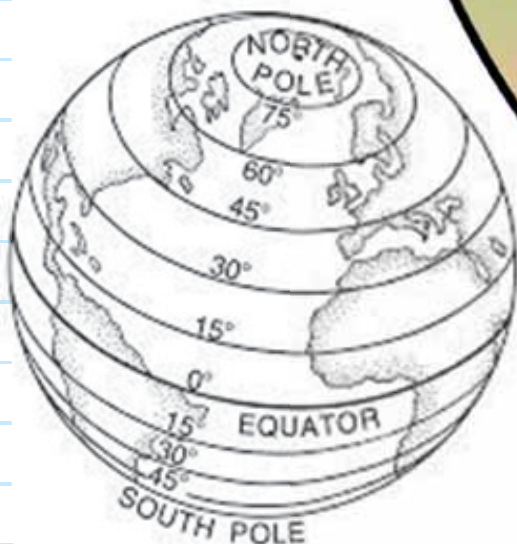


عرض جغرافیایی هر نقطه با کمک نوارهای عرض جغرافیایی تعیین می‌شود. مبدأ عرض جغرافیایی نوار استوا است. یعنی عرض جغرافیایی هر نقطه روی خط (یا دایره‌ی) استوا، صفر است و هر چه از استوا دور می‌شویم، عرض جغرافیایی زیاد می‌شود. اگر به سمت شمال حرکت کنیم، عرض‌ها ۱۰ شمالی، ۲۰ شمالی و ... است تا وقتی به قطب شمال می‌رسیم، عرض جغرافیایی ۹۰ شمالی است.

اگر به سمت جنوب حرکت کنیم، عرض‌ها از ۰ تا ۹۰ جنوبی زیاد می‌شود. شکل ۲

ارتفاع یا عمق هر نقطه در اطراف سطح زمین، بر حسب متر، از سطح تخم‌مرغی شکل زمین، یعنی از سطح زمین اگر کوه و دره‌ای وجود نداشت، حساب می‌شود.

اگر هر کدام از افراد داستان ما، یک دستگاه جی.پی.اس یا یک گوشی همراه هوشمند داشت، در هر لحظه آدرس دقیق (مختصات) خودش را می‌دانست و می‌توانست این آدرس را به سایر افراد بگوید. به این ترتیب هر کسی می‌دانست که برای رسیدن به دیگری باید چگونه و در چه جهتی حرکت کند.



اما آیا واقعا مختصات جهانی همیشه بهترین راه آدرس دادن است؟ مثلاً در این جاده ...؟



اختراع دوباره چرخ

حسن غفاری

■ **کلیدواژه‌ها:** چرخ، اسباب‌بازی، کاربرد ریاضی

آیا تا به حال به این موضوع فکر افتاده‌اید که وسیله‌ای را که قبلاً اختراع شده است، دوباره اختراع کنید؟ مثلی معروف وجود دارد که می‌گوید: «هیچ آدم عاقلی چرخ را دوباره اختراع نمی‌کند، بلکه سعی می‌کند از آن در راستای اهداف خود استفاده کند.» مثلاً در زمان‌های قدیم، چرخ در ساختن گاری، درشکه و ... به کار می‌رفت.



و بعدها در ساختمان دوچرخه، موتور و خودرو مورد استفاده قرار گرفت.



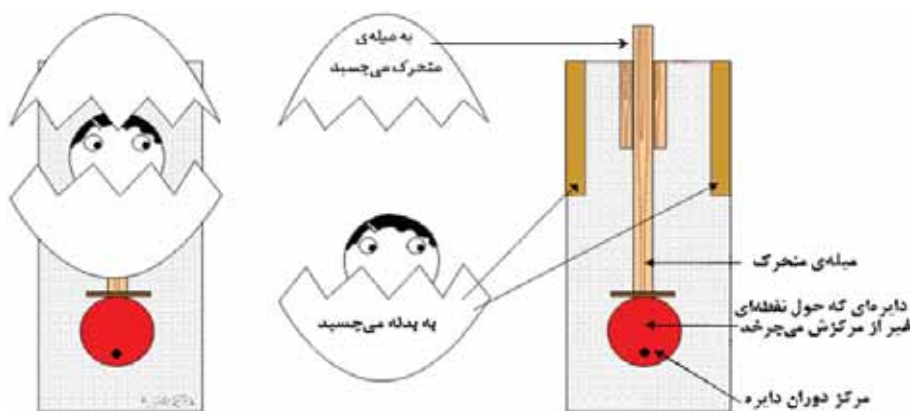
البته در این وسایل جدید، چرخ دوباره اختراع نشده است و تقریباً همان کاربرد قبل را دارد، اما طبق فناوری روز و با کیفیت بهتر تولید می‌شود.

در تمام مثال‌های قبل، چرخ حول محوری می‌چرخد که از مرکز چرخ‌ها می‌گذرد و به این ترتیب وسیله مورد نظر را به جلو و عقب می‌راند. از آنجا که فاصله محور (مرکز چرخ) تا زمین مقداری ثابت است (اندازه شعاع دایره)، وسیله نقلیه بالا و پایین نمی‌رود و می‌توان روی آن مکان مناسبی را برای حمل بار یا مسافر تدارک دید. این موضوع یکی از خوبی‌های چرخ‌های دایره‌ای و از دلایل اصلی استفاده از چرخ‌هاست. به همین دلیل هم چرخ‌ها غالباً دایره‌ای شکل هستند.

اما اگر چرخ‌ها حول مرکزشان نچرخند، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا می‌توانید تصور کنید که سوار بر دوچرخه‌ای شده‌اید که چرخ‌هایش حول محوری غیر از مرکز دایره بچرخد؟ چه حسی دارید؟

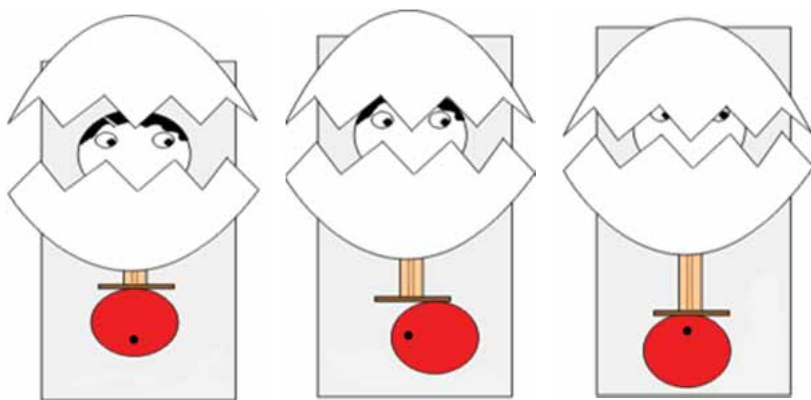


به نظر می‌رسد که ایده خوبی مطرح نکردیم...! اما صبر کنید، شاید بین اسباب‌بازی‌ها، چیزی شبیه به شکل زیر را دیده باشید. آیا می‌توانید حدس بزنید که این وسیله چگونه کار می‌کند؟



شکل (۱)

در سمت راست شکل ۱، ساختار داخلی اسباب‌بازی نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در این وسیله پوسته پایینی تخم‌مرغ، و صورتک داخل آن، به بدنه چسبیده و ثابت هستند و پوسته بالایی، به میله‌ای متحرک وصل است که آزادانه می‌تواند بالا و پایین برود. این میله روی دایره‌ای قرار دارد که پس از کوک کردن اسباب‌بازی، حول نقطه‌ای که مرکز دایره نیست (نقطه‌ای که داخل دایره به عنوان مرکز دوران نشان داده شده است)، می‌چرخد. تصور کنید که هنگام چرخیدن دایره، چه اتفاقی می‌افتد. در شکل ۲ سه وضعیت متفاوت این وسیله نمایش داده شده است.



شکل (۲)

همان‌طور که دیده می‌شود، در قسمت سمت راست شکل ۲ میله در پایین‌ترین وضعیت خود قرار دارد و تخم‌مرغ تقریباً به حالت بسته است. رفته رفته و با چرخش دایره میله بالاتر می‌رود و در قسمت وسط، میله تا نیمه راه بالا رفته است و قسمت بیشتری از صورتک دیده می‌شود. در نهایت، در قسمت سمت چپ، میله متحرک به بالاترین وضعیت خود می‌رسد و صورتک به‌طور کامل دیده می‌شود. پس از آن و با ادامه چرخش دایره، میله دوباره پایین می‌آید و صورتک داخل پوسته‌های بالایی و پایینی دوباره پنهان می‌شود. این روند، تا وقتی که دایره بچرخد (اسباب‌بازی کوک داشته باشد)، تکرار می‌شود. فکر می‌کنید اگر به جای دایره شکل دیگری را دوران دهیم، چه اتفاقی ممکن است رخ دهد و این وسیله چه کاربردی ممکن است داشته باشد؟ از این ایده در ساختن انواع زیادی از اسباب‌بازی‌ها و همچنین دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود. برای دیدن موارد دیگر می‌توانید وب‌گاه زیر را ببینید:

http://www.lizarum.com/assignments/physical_computing/2008/mechanisms/cams.html



رمزنویسی به کمک مختصات

زهره پندی

■ **کلیدواژه‌ها:** رمزنویسی، مختصات، مکان‌یابی

آنگاه نیما عدد ۷۶۸۵ را به این صورت در جدول قرار داد:

۳	۱	
	۰	۲

او چند عدد دیگر را هم به همین ترتیب به صورت رمزی در جدول قرار داد:

۲۰۱۵:

	۰	
۱	۳	

۹۰۰۴:

		۴
۰		

۳۳۴۵۶:

۲	۱	۰
		۴,۳

نیما روشی برای رمزنویسی اعداد چند رقمی اختراع کرده بود و می‌خواست آن را برای دوستانش توضیح دهد تا از این به بعد بتوانند به صورت رمزی با هم مکاتبه کنند. او ابتدا صفحه‌کلید یک ماشین حساب معمولی را به دوستانش نشان داد:

7	8	9
4	5	6
1	2	3
0	.	

سپس گفت: «من فقط از سه ردیف اول این صفحه‌کلید استفاده می‌کنم و به کمک ارزش مکانی هر رقم در عدد موردنظر، آن را به صورت رمزی می‌نویسم!»

7	8	9
4	5	6
1	2	3

بعد توضیح داد: «مثلاً عدد ۷۶۸۵ را در نظر بگیرید. رقم ۵ کمترین ارزش مکانی را دارد و در جایگاه یکان یا $۱۰^۰$ قرار گرفته است. عدد ۸ در مکان دهگان با ارزش $۱۰^۱$ است و ۶ و ۷ به ترتیب در مکان‌هایی با ارزش $۱۰^۲$ و $۱۰^۳$ قرار گرفته‌اند. من در یک جدول ۳ در ۳، شبیه جدول بالا، توان ارزش مکانی هر رقم را مشخص می‌کنم و عدد را به صورت رمزی در جدول بالا قرار می‌دهم!»

حالا دوستان نیما هم می‌توانند عددها را به این روش در جدول به صورت رمزی قرار دهند. شما هم اعداد زیر را به رمز بنویسید:

۱۳۹۴: در هر جدول چه عددی به صورت رمزی نمایش داده شده است؟

۲	۱	۰
۵	۴	۳

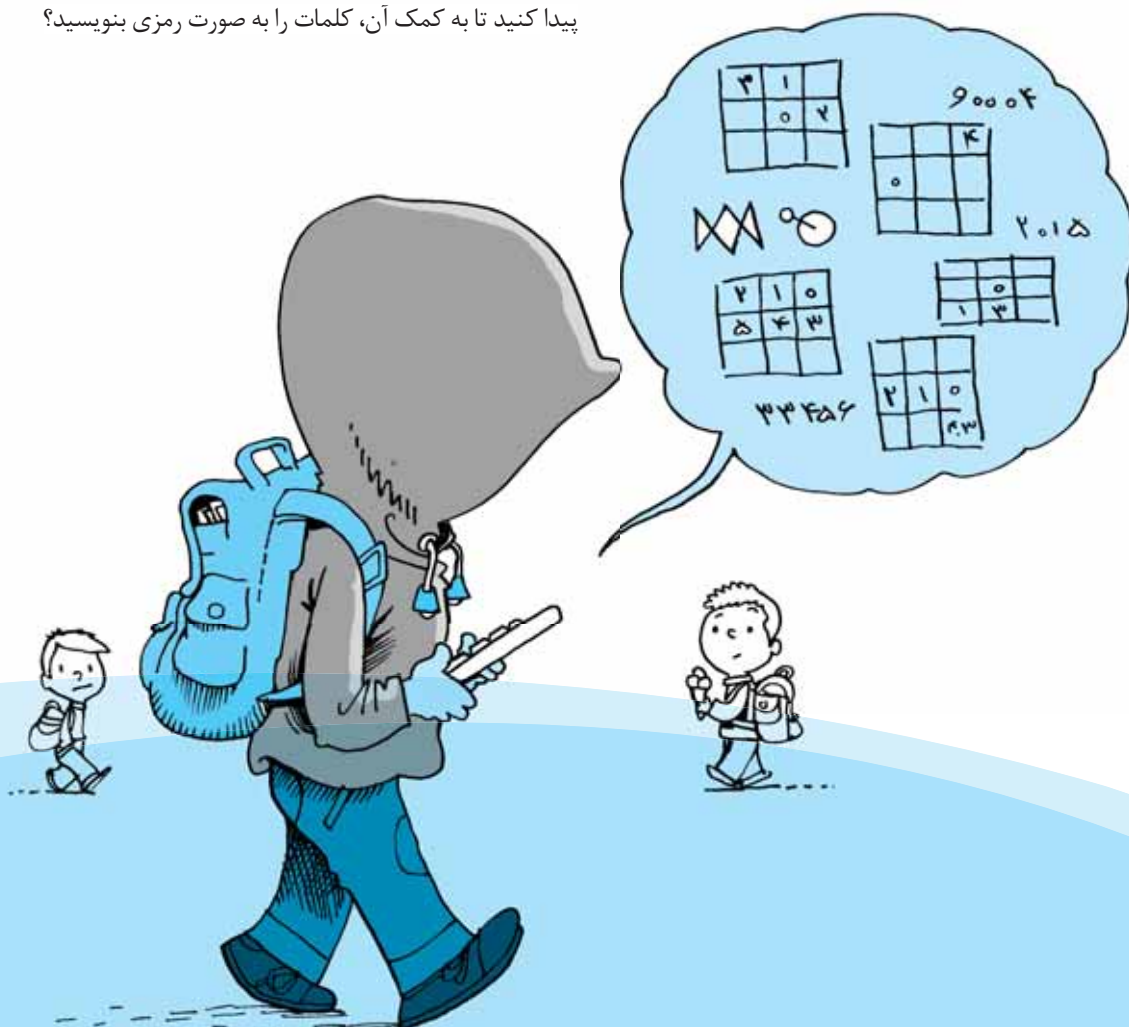
۵،۳		

		۶

۸۰۰۰۰:

۱۲۳۴۵۶:

● آیا می‌توانید به همین ترتیب روشی برای رمزنویسی حروف پیدا کنید تا به کمک آن، کلمات را به صورت رمزی بنویسید؟



زبان ما زبان ریاضی

لیلا خسروشاهی

■ **کلیدواژه‌ها:** زبان ریاضی، زبان روزمره ما، پیوند دو جمله با یا

همان‌طور که در دو مثال قبل دیدیم، کلمه **یا** در زبان روزمره ما بیانگر داشتن اختیار بین دو موقعیت یا تردید بین دو وضعیت است. اما در هر صورت، وقتی در زبان فارسی از **یا** استفاده می‌کنیم، از دو وضعیتی که با **یا** از هم جدا شده‌اند، معمولاً فقط یکی اتفاق می‌افتد یا درست است. البته گاهی ممکن است از بین دو موقعیتی که با **یا** از هم جدا می‌شوند، هر دو اتفاق بیفتد. جمله بعد را ببینید.

دانش‌آموزانی که «در آزمون درس ریاضی

نمره عالی بگیرند»

یا

«در مسابقات ورزشی مقام اول را کسب کنند»،

برنده جایزه خواهند بود.

بنابر جمله بالا، دانش‌آموزی که یکی یا دو تا از موفقیت‌ها را کسب کند، جایزه خواهد گرفت. جدول نحوه تعیین برندگان مشخص می‌کند که چه دانش‌آموزانی مشمول دریافت جایزه هستند و چه کسانی جایزه نمی‌گیرند.

دانش‌آموزی که ...	در آزمون ریاضی نمره عالی گرفته یا نه؟	در مسابقات ورزشی مقام اول کسب کرده یا نه؟	برنده جایزه خواهد بود یا نه؟
۱	بلی	بلی	بلی
۲	بلی	خیر	بلی
۳	خیر	بلی	بلی
۴	خیر	خیر	خیر

در این جدول می‌بینیم که فقط دانش‌آموزانی جایزه نمی‌گیرند که هیچ‌یک از دو موفقیت را کسب نکرده‌اند: نه نمره عالی در ریاضی و نه مقام اول در مسابقات ورزشی. بقیه دانش‌آموزان

میترا و **زهر** دو دوست و هم‌کلاسی هستند. آن‌ها گاهی برای اینکه با هم درس بخوانند، به خانه یکدیگر می‌روند. امروز عصر هم قرار است تمرین‌های درس ریاضی را با هم حل کنند. زهر

امروز عصر تو بیا خونه ما ... یا اینکه من می‌ام خونه شما.

بنابراین امروز عصر،

«زهر

یا

میترا به خانه زهر می‌رود.»

کلمه **یا** در عبارت بالا نشان می‌دهد که یکی از این دو اتفاق خواهد افتاد:

۱. میترا به خانه زهر برود.

۲. زهر

به خانه میترا برود. در زبان روزمره وقتی از واژه «یا» استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که فقط یکی از دو اتفاق ممکن است بیفتد. در مثال زهر

و میترا، فقط یکی از آن‌ها به خانه دیگری می‌رود و اگر هر دو این کار را انجام دهند، موفق به دیدن یکدیگر نخواهند شد. کلمه **یا** در مثال قبل نشان‌دهنده این است که زهر

و میترا می‌توانند یکی از دو حالت را انتخاب کنند. گاهی اوقات کلمه **یا** بیانگر شک و تردید بین دو چیز است. به جمله بعد توجه کنید:

آقا رسول متولد «تبریز»

یا

«ارومیه» است.

یا در عبارت بالا شک و تردید گوینده جمله را نشان می‌دهد. جمله بالا نشان می‌دهد که آقا رسول حتماً متولد یکی از این دو شهر ارومیه و تبریز است، اما مطمئناً نمی‌تواند متولد هر دو شهر باشد!

که دست کم یکی از دو موفقیت را کسب کرده‌اند (یعنی یک موفقیت یا هر دو موفقیت)، جایزه خواهند گرفت.

در دو مثال اول (مثال زهرا و میترا و مثال آقا رسول) ممکن نبود که هر دو اتفاق هم‌زمان بیفتد و تأکید کردیم که فقط یکی اتفاق می‌افتاد. اما در مثال سوم ممکن است یکی یا هر دو با هم اتفاق بیفتد.

در مجموع می‌توان گفت که در زبان روزمره وقتی از کلمه یا بین دو وضعیت استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که دست کم یکی از آن‌ها اتفاق می‌افتد.

در ریاضی نیز وقتی از واژه یا بین دو جمله استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که دست کم یکی از جملات درست است. و اگر هیچ‌یک از آن‌ها درست نباشد، کل جامعه هم درست نخواهد بود. بنابراین، یا در جملات ریاضی بیشتر شبیه مثال جایزه است که در آن ممکن است یکی از دو وضعیت یا هر دو وضعیت با هم پیش بیاید. به این جمله توجه کنید. به نظر شما این جمله درست یا غلط؟

اگر حاصل ضرب دو عدد مثل a و b صفر باشد،
در این صورت a صفر است یا b صفر است.

در جمله ریاضی بالا ممکن است فکر کنید « a صفر است» یا « b صفر است» به این معناست که فقط یکی از اعداد a و b صفر است. در این صورت آن جمله ریاضی اشتباه خواهد بود، زیرا وقتی حاصل ضرب دو عد صفر می‌شود، ممکن است هر دو عد صفر بوده باشند و این جمله چنین حالتی را در نظر نگرفته است. اگر این‌طور فکر می‌کنید، قضاوت شما درست نیست. چون این جمله درست است!

کلمه یا در جمله بالا - « a صفر است» یا « b صفر است» - نشان می‌دهد که دست کم یکی از اعداد a و b صفر هستند. یعنی ممکن است فقط یکی از آن‌ها صفر باشد، یا اینکه هر دو آن‌ها صفر باشند. در واقع $a \neq 0$ و $b \neq 0$ و $a \neq 0$ و $b \neq 0$ هر سه درست هستند.

حواسمان باشد که در نوشته‌ها ریاضی هر وقت به کلمه یا رسیدیم، کمی بیشتر دقت کنیم. وقتی بین دو جمله کلمه یا می‌آید - «جمله اول» یا «جمله دوم» - منظور این است که سه حالت ممکن است پیش بیاید:

۱. فقط جمله اول درست باشد.
۲. فقط جمله دوم درست باشد.
۳. هر دو جمله درست باشند.

به عبارت دیگر، «جمله اول یا جمله دوم»، یعنی دست کم یکی از جملات اول و دوم درست است.

شوخی باد کارت





بخش دوم

جی پی اس:

آیا سه ماهواره کافی است؟

۵ سارا ارشادمش

■ کلیدواژه‌ها: GPS، آدرس دادن، ماهواره، مکان نقطه

کافی است زمانی را که در آن موج، از نقطه الف به ماهواره A رسیده است، اندازه بگیریم. می‌توان با گذاشتن ساعت مخصوصی در ماهواره این زمان « t_A » را اندازه گرفت و سپس با به‌دست آوردن « $c \times t_A$ » فاصله مکانی را به‌دست آورد.



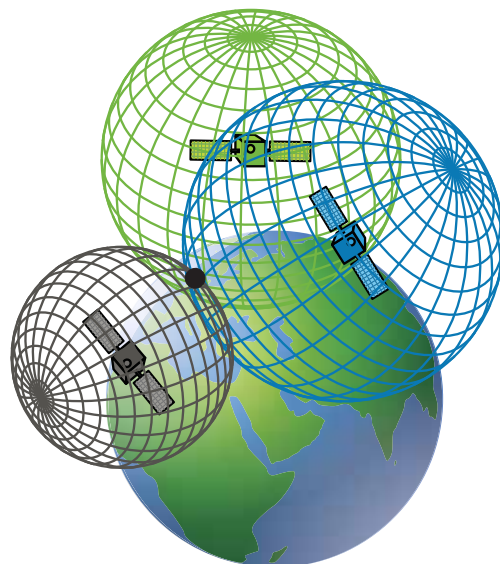
ولی آیا سرعت حرکت موج در تمام نقاط زمین یکسان است؟ مثلاً اگر ناحیه‌ای از زمین ابری باشد یا هوای بسیار آلوده‌ای داشته باشد، سرعت موج در آن با سرعتش در جاهای دیگر متفاوت نمی‌شود؟

در این صورت به‌نظر شما چگونه فاصله نقطه الف تا ماهواره‌ها را بفهمیم؟

بیایید ماهواره D را اضافه کنیم. همان‌طور که قبلاً گفتیم، فاصله الف از D با سرعت معمولی که از موج انتظار داریم، $c \times t_D$ می‌شود. ولی به‌خاطر جو خاص زمین در آن ناحیه، فاصله حقیقی کمی بیشتر یا کمی کمتر است. این تفاوت را چگونه به‌دست آوریم؟

از آنجا که همه ماهواره‌ها بیرون از جو هستند، می‌توان به

در قسمت قبل گفتیم که حداقل سه ماهواره لازم است تا موقعیت مکانی نقطه‌ای خاص از زمین مشخص شود. به این صورت که با فرستادن موجی از دستگاه «جی پی اس» از آن نقطه به هر سه ماهواره، مشخص می‌شود که فاصله نقطه دلخواه «الف» روی زمین از هر یک از ماهواره‌ها چه‌قدر است. برای مثال، اگر فاصله نقطه الف از ماهواره A، ۳، از ماهواره B، ۵ و از ماهواره C، ۲ باشد، نقطه الف روی کره‌ای به شعاع ۳ از A، ۵ از B و ۲ از C قرار دارد که گفتیم با قرار دادن سه ماهواره در موقعیت مناسب نسبت به هم، اشتراک این سه کره تنها یک نقطه می‌شود و نقطه الف اشتراک سه کره است.



ولی چگونه فاصله نقطه الف از ماهواره A مشخص می‌شود؟ همان‌طور که گفتیم، موجی از دستگاه جی پی اس در نقطه الف به سمت ماهواره فرستاده می‌شود. فرض کنید سرعت حرکت موج، C کیلومتر بر ثانیه است. حال چگونه فاصله را به‌دست آوریم؟

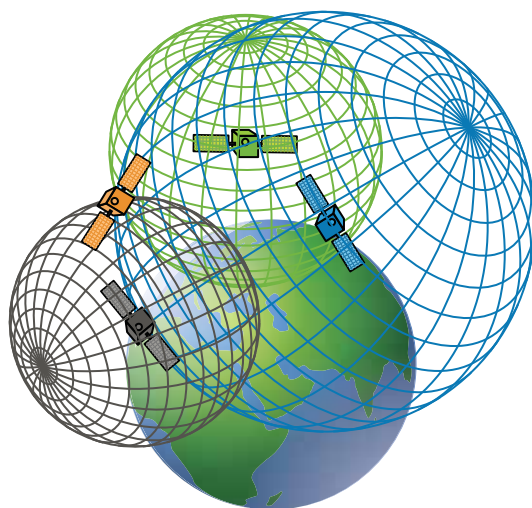


دقیق دانستن سرعت حرکت نور بین آن‌ها اعتماد کرد. پس می‌توانیم فاصله D از A ، B و C را اندازه بگیریم. برای مثال، روی کره‌هایی به شعاع‌های r_A ، r_B و r_C قرار دارد که به ترتیب مراکز A ، B ، و C را دارند. اگر موقعیت سه ماهواره نسبت به هم مناسب باشد، تنها یک اشتراک دارند که این اشتراک همان نقطه D است. به این ترتیب مکان دقیق D در فضا مشخص می‌شود. از طرف دیگر، فاصله تقریبی از D با $t_D \times c$ به دست می‌آید. حال با اندازه‌گیری تفاوت این دو مقدار می‌توانیم تأثیر جو زمین را روی سرعت موج به دست آوریم.



پس اگر سرعت موج در جو پوشاننده نقاط متفاوت زمین با هم فرق داشته باشد، به کمک چهار ماهواره می‌توان مکان دقیق‌تر را محاسبه کرد.

ولی مشکلی که در واقع برای اندازه‌گیری دقیق فاصله هر نقطه روی زمین با سه ماهواره مطرح شده، دقیق نبودن ساعتی است که زمان رسیدن موج را از جی‌پی‌اس در نقطه «الف» زمین به ماهواره اعلام می‌کند بنابراین، زمانی که موج از نقطه «الف» تا ماهواره A طی کرده، کمی بیشتر یا کمتر از زمانی است که توسط ساعت گزارش شده است. به نظر شما مقدار دقیق‌تر را چگونه به دست آوریم؟



در دو بخش مقاله جی‌پی‌اس، قدم‌هایی برداشتیم تا نشان دهیم فهمیدن نحوه کار وسیله‌های پیچیده اطراف ما ممکن است آنقدر هم دور از ذهن نباشد و بتوانیم پله به پله نحوه کارشان را با ریاضی و فیزیکی که در مدرسه می‌خوانیم بفهمیم. امیدوارم در سال‌های آینده که ریاضیات لازم برای پاسخ دادن به سؤال‌های مطرح شده در این دو شماره مقاله جی‌پی‌اس را آموختید، بتوانید پرده از معماهای باقی‌مانده در مورد این سامانه بردارید.



بخش پنجم

ارتباطات بی سیم

به کمک روش‌های دودی!

آبوالفضل طاهری

کلیدواژه‌ها: پیغام‌رسانی، کارگاه کدگذاری با چوب‌های رنگی، ارتباطات بی سیم

عددی فرد تغییر می‌دهد. بنابراین گیرنده می‌فهمد که پیغام دچار خطا شده است یا خیر. بین مثلاً برای جدولی که تنها دو حرف داشتیم:

آبی	ا
قرمز	ب

اگر قاعده بالا را اعمال کنیم، داریم:

آبی، آبی	ا
قرمز، قرمز	ب

برای «ا» چون تعداد «آبی» برابر یک و فرد است، با اضافه کردن یک چوب آبی به آن، تعداد آن‌ها برابر ۲ می‌شود که عددی زوج است. به همین ترتیب برای «ب» چون تعداد چوب‌های آبی ۰ است، پس لازم نیست چوب آبی به آن اضافه کنیم. بنابراین از یک چوب قرمز استفاده می‌کنیم. حالا بین، مثلاً اگر بخواهیم حرف «آ» را ارسال کنیم، یک بسته دوتایی چوب «آبی، آبی» برمی‌داریم. اگر یکی از این چوب‌ها مشکل داشته باشد، پیغام به یکی از دو شکل زیر ارسال می‌شود:

آبی، قرمز

قرمز، آبی

که در هر دو حال یک رنگ آبی داریم که عددی فرد است و گیرنده متوجه می‌شود که پیغام را درست دریافت نکرده است. - آفرین همینک، آفرین! این دقیقاً همان کاری است که ما در

کارگاه بی‌نظیری بود. تاکنون مانندش را ندیده بود. در هر گوشه‌ای چوبی در حال سوختن بود و رنگ‌های آبی و قرمز فضا را پر کرده بودند.

- بیا بید اینجا همینک! بیا! بیا کمی با هم فکر کنیم!

جدول گری را به او داد و یک بسته ۵ تایی چوب را از گوشه کارگاه برداشت و به همینک داد.

- قبلاً از این بسته‌ها استفاده کرده‌ای و دیدی که چه‌طور برایت مشکل درست شد. در اینجا بسته‌های چوب به هر تعداد که بخواهی هست. حالا سعی کن به گونه‌ای از آن‌ها استفاده کنی که اگر در ارسال پیغام خطایی رخ داد، من متوجه شوم! تو جوان باهوشی هستی، قبلاً این کار را انجام داده‌ای!

همینک به فکر فرو رفت. او کی چنین کاری کرده بود؟! همین‌طور که فکر می‌کرد و در کارگاه قدم می‌زد، به بسته‌های چوب نگاه می‌کرد. یکباره یاد کارخانه و روز محاکمه افتاد. به سرعت جمله سر در مغازه از جلوی چشمانش گذشت:

«برای حفظ اسرار خود به چوب‌های بیشتری نیاز دارید.»

فریاد زد: «یافتم! یافتم!» و به سمت گری رفت.

- من روز محاکمه یک نفر را فدای دیگران کردم! اینجا هم می‌توانیم همین کار را انجام دهیم. اگر از یک چوب اضافه استفاده کنیم، مشکل ما حل می‌شود! در واقع اگر به ابتدای تمامی کدها یک چوب رنگی به گونه‌ای اضافه کنیم که تعداد چوب‌های آبی عدد زوجی باشد، در این صورت اگر یکی از چوب‌ها رنگش اشتباه باشد، یا یک چوب آبی است که رنگ قرمز از خود نشان داده یا یک چوب قرمز است که رنگ آبی از خود نشان داده است. بنابراین تعداد رنگ‌های آبی یا یک واحد کم می‌شود و یا یک واحد اضافه می‌شود که تعداد آن‌ها را به

ابتدا انجام دادیم تا پیغام‌های دچار خطا شده را به دست آوریم. این جدول را ببین:

ا	آبی، آبی، آبی، آبی، آبی	ب	قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی، قرمز
پ	قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی، قرمز، آبی	ت	آبی، آبی، آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز
ث	قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی	ج	آبی، آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز
چ	آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ح	قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز، قرمز
خ	قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی	د	آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز
ذ	آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی	ش	قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز
ز	آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی	ژ	قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی، قرمز
س	قرمز، آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ر	آبی، آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز
ص	قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی	ض	آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز
ط	آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی	ظ	قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز، قرمز
ع	آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی	غ	قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز
ف	قرمز، قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ق	آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز، قرمز
ک	آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی	گ	قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز
ل	قرمز، قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی	م	آبی، قرمز، قرمز، آبی، قرمز، قرمز
ن	قرمز، قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی	و	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی، قرمز
ه	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ی	قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز



وای گری، ببین! این دو دسته کاملاً جدا از هم‌اند! پس برای این جدول اگر از سه چوب استفاده کنیم، حتی اگر خطا رخ دهد، می‌توانیم پیغام صحیح را به دست آوریم. در واقع اگر یکی از کدهای:

آبی، آبی، آبی
آبی، آبی، قرمز
آبی، قرمز، آبی
قرمز، آبی، آبی

را دریافت کردیم، نشانگر حرف «آ» است و اگر هریک از کدهای:

قرمز، قرمز، قرمز
قرمز، قرمز، آبی
قرمز، آبی، قرمز
آبی، قرمز، قرمز

را دریافت کردیم، نشانگر حرف «ب» است.

– آفرین همینک، تو واقعاً یک نابغه‌ای. تو اکنون راز ما را کشف کرده‌ای و می‌توانی جدول جدیدی بسازی که به کمک آن بتوان پیغام‌های صحیح را تشخیص داد. با اینکه ما توانستیم به چنین جدولی دست پیدا کردیم، با این حال کارخانه شما به هدف خود که فروش چوب‌های بیشتر بود، رسید! من دیگر باید بروم همینک. کارگاه را خوب ببین، همچنان موارد جالبی می‌یابی. در این مدتی که از تبعیدت مانده، می‌توانی این جا کار کنی و ما بسیار خوش حال خواهیم شد.

همینک پیشنهاد گری را پذیرفت و مدت زمان باقی‌مانده را مشغول فعالیت و کسب تجربیات جدید در کارگاه گری بود.

آخرین بخش این داستان را در شماره بعد بخوانید.



این جدول درست براساس راه‌حلی که تو گفتی درست شده است، اما برای ما کافی نبود، چون ما برای ارسال درست یک پیغام باید بارها و بارها تلاش می‌کردیم. ما دنبال روشی بودیم که بتوانیم پیغام درستی را از پیغامی که دچار خطا شده است، تشخیص دهیم. کار سختی بود. اما بالاخره توانستیم کمی فکر کن همینک. تو این مشکل را هم به‌راحتی حل خواهی کرد! همینک دوباره به فکر فرو رفت. به راهکار قبلی اندیشید و به جمله سر در مغازه. با خود گفت: «حتماً باید از تعداد بیشتری چوب استفاده کنیم. با یک چوب توانستیم پیغامی را که دچار خطا شده است، متوجه شویم. با تعداد بیشتری چوب حتماً می‌توانیم پیغام درست را تشخیص دهیم!»

و همین‌طور فکر می‌کرد. جدول جدیدی را که گری نشان داد، در مقابل چشمانش گرفت و به دقت به آن نگاه کرد. چراغی در ذهنش روشن شد! جدول اصلی را از جیب خود درآورد و در کنار جدول جدید قرار داد و با دقت تمام نگاه کرد! و دوباره فریاد زد:

– یافتم، یافتم! ببین گری، ببین! در جدول اولی کدهایی وجود دارند که تنها در یک رنگ متفاوت‌اند! اما در جدول دوم هر دو کدی را که بینی حداقل در دو رنگ متفاوت‌اند! این راز تشخیص خطاست. اگر بخواهیم پیغام صحیح را تشخیص دهیم، باید این تفاوت را زیاد کنیم!

– آفرین همینک! ادامه بده، کمی بیشتر توضیح بده.

– خب بیا همان جدول دو حرفی را مثال بزنیم! ببین اگر در این جدول ما حرف «آ» را ارسال کنیم و خطایی رخ دهد، یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

آبی، قرمز
قرمز، آبی

به همین ترتیب، اگر حرف «ب» را ارسال کنیم و خطا رخ دهد، دوباره همین دو حالت پیش می‌آید و بنابراین نمی‌توان تفاوتی بین آن‌ها قائل شد. بیا با دو چوب اضافه امتحان کنیم:

آبی، آبی، آبی	آ
قرمز، قرمز، قرمز	ب

حال حالت‌هایی را که خطا رخ می‌دهد، ببینیم. برای «آ» داریم:

آبی، قرمز، آبی
آبی، قرمز، آبی
قرمز، آبی، آبی
و برای «ب» داریم:
قرمز، قرمز، آبی
قرمز، آبی، قرمز
آبی، قرمز، قرمز

شعبده‌های ریاضی

آقای شبده‌چی

بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: شعبده ریاضی، شعبده‌های تاس، آموزش ریاضی

اشاره

در ۱۰ شماره قبل «رشد برهان» با آقای شبده‌چی آشنا شدید. ایشان شعبده‌باز ریاضی است. یعنی در شعبده‌هایش، از ریاضی استفاده می‌کند. پسری هم به اسم شبی دارد که قرار است در آینده راه پدر را ادامه دهد. به همین دلیل، آقای شبده‌چی کم‌کم به شبی فوت‌وفن‌های شعبده‌بازی‌هایش را یاد می‌دهد. این بار شبی قرار است شعبده‌ای را با سه تاس یاد بگیرد. ببینیم پدر و پسر چه می‌کنند!

آقای شبده‌چی سه تاس از جعبه تاس‌هایش برداشت و به شبی داد. سپس گفت: «آقا شبی من چشمم را می‌بندم. بعد تو باید تاس‌ها را روی میز بریزی و نگاه کنی که چه عددهایی آمده است. سپس این عملیات را که می‌گویم انجام بده. اگر دوست داری، از ماشین حساب استفاده کن.»

● عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن؛

● حاصل را با ۶ جمع کن؛

● عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن؛

● حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن؛

● نتیجه را در ۵ ضرب کن؛

● عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن؛

● نتیجه را در ۲ ضرب کن؛

● حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن؛

حالا اگر این محاسبه را به من بگویی، من به تو می‌گویم که تاس‌ها چه عددهایی داشته‌اند!

شبی کمی گیج شده بود. به پدرش گفت: «می‌شود یک بار با هم تمرین کنیم؟»

شبده‌چی پاسخ داد: «البته! بیا تاس‌ها را بریزیم.»



شبی پرسید: «خب کدام یک از این تاس‌ها، تاس اول است؟ کدام دوم و کدام سوم؟»

شبده‌چی پاسخ داد: «فرقی نمی‌کند!»

شبی گفت: «پس من این‌طور در نظر می‌گیرم: تاس اول: (●)،

تاس دوم: (●●) و تاس سوم: (●●●).

شبده‌چی گفت: «خب، پس برویم سراغ محاسبات.»

و روی کاغذ این‌ها را نوشت:

عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن	$1 \times 5 = 5$
حاصل را با ۶ جمع کن	$5 + 6 = 11$
عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن	$11 \times 2 = 22$
حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن	$22 + 4 = 26$
نتیجه را در ۵ ضرب کن	$26 \times 5 = 130$
عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن	$130 + 3 = 133$
نتیجه را در ۲ ضرب کن	$133 \times 2 = 266$
حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن	$266 + 3 = 269$

شبده‌چی رو کرد به شبی و گفت: «تو فقط همین عدد آخر را باید به من بگویی. مثلاً اگر به من می‌گفتی که حاصل نهایی برابر ۳۸۰ است، من به سرعت می‌گفتم که اولین تاس (●)، دومین تاس (●●)، و سومین تاس (●●●) بوده است! می‌خواهی امتحان کنیم؟»

شبی با اشتیاق جواب داد: «بله! بله! چشم‌هایتان را ببندید.»

شُبی تاس‌ها را روی میز ریخت:



شُبی به پدرش گفت: «حاصل نهایی برابر ۴۸۷ شده است.»
آقای شَبده‌چی لحظه‌ای فکر کرد و بعد پاسخ داد: «تاس اول
(۱)، تاس دوم (۵) و تاس سوم (۳) بوده است!»

پیش خودش گفت: «خب ... تاس اول: (۱)، تاس دوم: (۵) و
تاس سوم (۳).» سپس محاسبات را انجام داد:

$1 \times 5 = 5$	عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن
$5 + 6 = 11$	حاصل را با ۶ جمع کن
$11 \times 2 = 22$	عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن
$22 + 5 = 27$	حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن
$27 \times 5 = 135$	نتیجه را در ۵ ضرب کن
$135 + 3 = 138$	عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن
$138 \times 2 = 276$	نتیجه را در ۲ ضرب کن
$276 + 1 = 277$	حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن

راز شعبده

شُبی تاس‌ها را ریخته و حاصل نهایی محاسبات را به شَبده‌چی
گفته است. شَبده‌چی چه‌طور می‌تواند بفهمد تاس‌ها چه اعدادی
بوده‌اند؟



راز شعبده این است: شبده چپي ابتدا حاصل نهايي محاسبات را منهای ۱۲۶ می کند. نتیجه این تفریق، عددی سه رقمی است.

- صدگان این عدد برابر است با عدد تاس اول.
- دهگان این عدد برابر است با عدد تاس دوم.
- یکان این عدد برابر است با عدد تاس سوم.

مثلاً اگر شُبِّي به پدرش بگوید «حاصل نهايي برابر ۵۴۷ شده است»، شبده چپي ابتدا ۵۴۷ را منهای ۱۲۶ می کند.

$$۵۴۷ - ۱۲۶ = ۴۲۱$$

حالا از نتیجه این تفریق (یعنی ۴۲۱) استفاده می کند:

- صدگان ۴۲۱ برابر تاس اول است.
- دهگان ۴۲۱ برابر تاس دوم است.
- یکان ۴۲۱ برابر تاس سوم است.

پس تاس ها این ها هستند:  به همین سادگی!

چرا این طور است؟ آیا تاس ها هر عدد دیگری هم که آمده باشند، باز هم به نتیجه درست می رسیم؟

بیایید بار دیگر به محاسبات دقت کنیم. مرحله به مرحله جلو می رویم.

پیدا کردن نتیجه نهایی محاسبات روش اول:

- عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن.

پس تاس اول را پنج بار می نویسیم:

اول اول اول اول اول

- حاصل را با ۶ جمع کن.

پس در جلوی شکل قبل، عدد ۶ را می نویسیم.

شکل قبل
۶
اول اول اول اول اول

- عددی را که به دست می آید، در ۲ ضرب کن.

پس شکل قبل را دو بار رسم می کنیم:

شکل قبل
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول

- حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن.

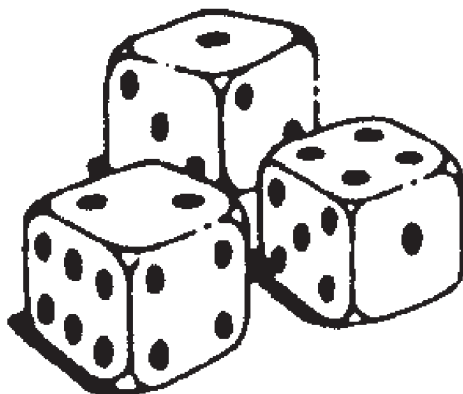
پس در پایین شکل قبل، تاس دوم را قرار می دهیم:

شکل قبل
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول
دوم

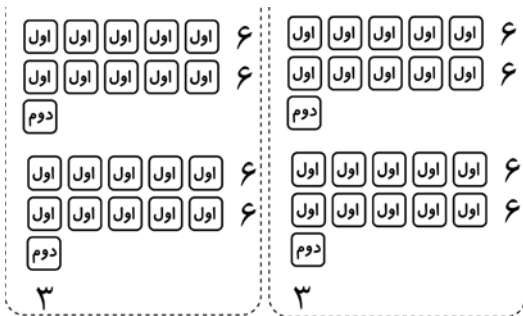
- نتیجه را در ۵ ضرب کن.

پس شکل قبل را پنج بار رسم می کنیم:

شکل قبل
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول
دوم
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول
دوم
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول
دوم
۶
اول اول اول اول اول
۶
اول اول اول اول اول
دوم

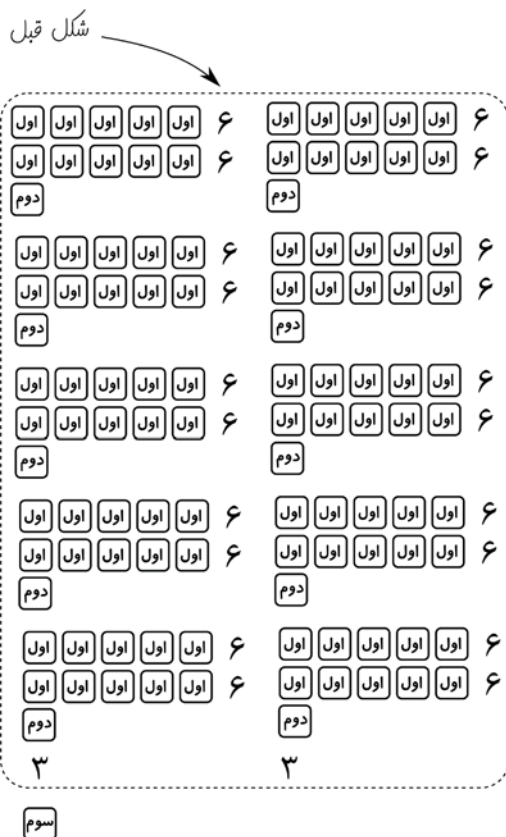


- عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن.
پس در زیر شکل قبل، عدد ۳ را می‌نویسیم:



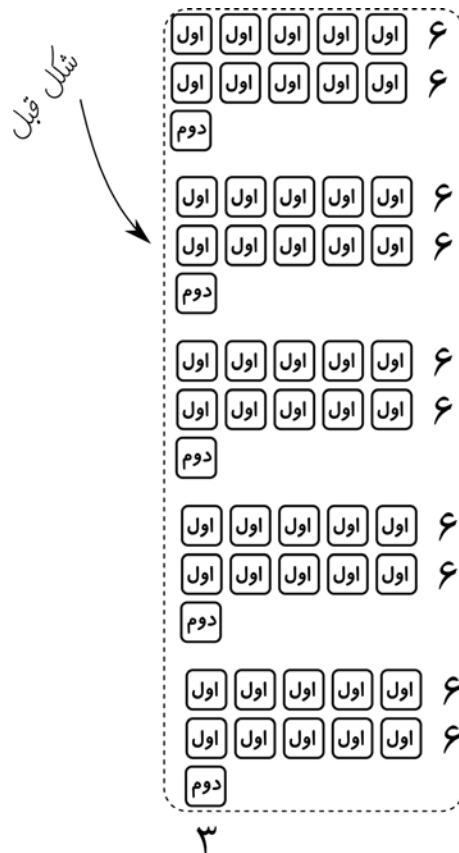
- حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن.

پس در پایین شکل قبل، تاس سوم را می‌نویسیم:



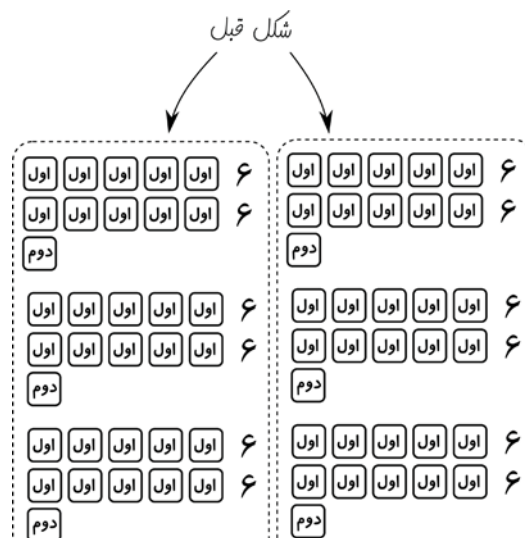
شکل آخر، نتیجه نهایی محاسبات است. در این شکل، ۱۰۰ بار تاس اول آمده است، ۱۰ بار تاس دوم، یک بار تاس سوم، و همه این‌ها با ۱۲۶ جمع شده‌اند.
پس نتیجه نهایی محاسبات برابر است با:

$$\begin{aligned}
 & 100 \text{ برابر عدد تاس اول} \\
 & + \\
 & 10 \text{ برابر عدد تاس دوم} \\
 & + \\
 & \text{عدد تاس سوم} \\
 & + \\
 & 126
 \end{aligned}$$



- نتیجه را در ۲ ضرب کن.

پس شکل قبل را دو بار رسم می‌کنیم:



روش دوم

همین کار را می‌توانستیم با استفاده از عبارت‌های جبری هم انجام دهیم. چه‌طور؟ در ادامه توضیح می‌دهیم. عددهای تاس‌ها را با حروف انگلیسی مشخص می‌کنیم:

● عدد تاس اول: a

● عدد تاس دوم: b

● عدد تاس سوم: c

و اما محاسبات:

● عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن:

$$5a$$

● حاصل را با ۶ جمع کن:

$$5a+6$$

● عددی را که به‌دست می‌آید، در ۲ ضرب کن:

$$10a+12$$

● حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن:

$$10a+12+b$$

● نتیجه را در ۵ ضرب کن:

$$50a+60+5b$$

● عددی را که به‌دست می‌آید، با ۳ جمع کن:

$$50a+60+5b+3$$

که اگر ساده‌اش کنیم، می‌بینیم که برابر است با:

$$50a+5b+63$$

● نتیجه را در ۲ ضرب کن:

$$100a+10b+126$$

● حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن:

$$100a+10b+126+c$$

پس از عبارت‌های جبری استفاده کردیم و مثل قبل، معلوم شد که نتیجه نهایی محاسبات برابر است با:

۱۰۰ برابر عدد تاس اول

+

۱۰ برابر عدد تاس دوم

+

عدد تاس سوم

+

$$126$$

نتیجه این محاسبات به چه دردی می‌خورد؟

شبه‌چی ابتدا نتیجه نهایی محاسبه را منهای ۱۲۶ می‌کند؛

یعنی به:

۱۰۰ برابر عدد تاس اول

+

۱۰ برابر عدد تاس دوم

+

عدد تاس سوم

می‌رسد. خوب ... از روی این عدد چگونه می‌تواند عددهای تاس‌ها را بفهمد؟ بیایید چند بار تاس بریزیم و این حاصل را حساب کنیم.

عدد تاس اول	عدد تاس دوم	عدد تاس سوم	۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم
۱	۴	۲	۱۴۲

عدد تاس اول	عدد تاس دوم	عدد تاس سوم	۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم
۴	۱	۲	۵۲۶

عدد تاس اول	عدد تاس دوم	عدد تاس سوم	۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم
۲	۱	۱	۳۱۴

چه جالب! در هر ردیف از جدول بالا،

● رقم صدگان برابر است با تاس اول.

● رقم دهگان برابر است با تاس دوم.

● رقم یکان برابر است با تاس سوم.

اگر تاس‌ها عددهای دیگری هم باشند، باز هم همین‌طور است. پس شبه‌چی به راحتی می‌تواند بفهمد که تاس‌ها چه عددهایی بوده‌اند! منبع

<http://www.goodtricks.net/tricks-with-dice.html>



بازی محتصات

زه‌ره‌پندی

کلیدواژه‌ها: بازی و سرگرمی، مختصات، بردار، شانس

وسایل لازم:

● صفحه بازی شطرنجی ۱۵ در ۱۵ ● دو تاس در دو رنگ (مثلاً قرمز و سیاه) ● چهار مهره برای هر بازیکن

روش بازی

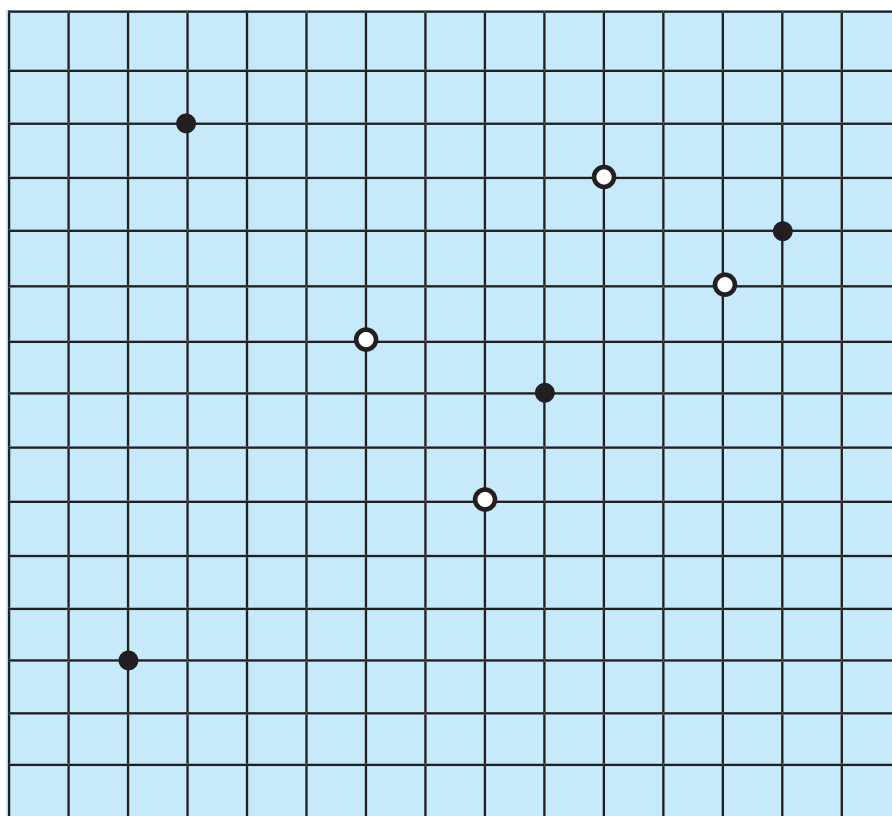
این بازی دو نفره است.

ابتدا هریک از شما چهار مهره خود را به دلخواه روی نقاط برخورد خطوط در صفحه بازی قرار دهید. دقت کنید که در هر نقطه تنها یک مهره می‌تواند قرار بگیرد. یک چینش اولیه بازی در شکل زیر آمده است.

به نوبت بازی کنید. هرکس باید در نوبت خود هر دو تاس را بیندازد. با توجه به عدد روی تاس‌ها باید یکی از مهره‌هایتان را حرکت دهید. عدد روی تاس قرمز، مؤلفه افقی و عدد روی تاس سیاه مؤلفه عمودی بردار حرکتتان را تعیین می‌کنند.

مثلاً اگر تاس قرمز عدد (●) و تاس سیاه عدد (●●) را نشان داد، شما می‌توانید یکی از مهره‌هایتان را با یکی از بردارهای زیر حرکت دهید:

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$



● اگر مهره پس از حرکت در خانه‌ای قرار یگیرد که مهره دیگری در آن بوده است، آن مهره را از بازی خارج می‌کنند! خیلی مراقب باشید! چون ممکن است مهره خودتان را بزنید!

● اگر مهره‌ای پس از حرکت از صفحه بازی خارج شود، دیگر نمی‌تواند به بازی برگردد. بازی به همین ترتیب ادامه می‌یابد تا مهره‌های یکی از بازیکنان از صفحه خارج شود. برنده بازی کسی است که دست کم یکی از مهره‌هایش در صفحه مانده باشد.





با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و نه شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه اول)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد تکنولوژی آموزشی
- ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ♦ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول)
- ♦ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم)
- ♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد آموزش مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار دانش ♦ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانشجویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

می‌خواهیم نی را درست در مرکز سر لیوان دوغ فروکنم!

ارسال ایده: زهرا عبدی، دبیر ریاضی ساری
بازنویسی: سپیده چمن‌آرا

کلمات کلیدی: مرکز دایره، عمود منصف

دیروز با دوستم رفته بودیم جگرکی محل چند سیخ جگر بخوریم. من دوست دارم جگر را با دوغ بخورم. مدتی است علاوه بر بطری‌های پلاستیکی دوغ، دوغ لیوانی هم هست. من هر بار می‌خواهم دوغ لیوانی بخورم و نی را داخل در لیوان دوغ فرو کنم، این به ذهنم خطور می‌کند که نی را درست در مرکز این دایره بزنم. ولی هر بار حتی با چشم هم تشخیص می‌دهم که چه قدر خطا دارم! بالاخره بعد از این که با عمود منصف پاره خط‌ها آشنا شدم و فهمیدم که وقتی عمود منصف یک پاره خط را می‌کشیم، هر نقطه روی آن از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است؛ توانستم مشکل را حل کنم. اگر گفتید چه طوری؟ اگر دوست دارید بدانید، عکس لیوان دوغ من را ببینید



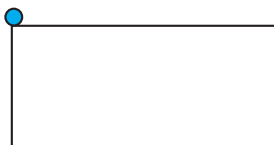
دوغ

کی می تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیمزاده طاری

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، ریاضی و سرگرمی، کسر

۱. شش عدد مثبت پیدا کنید که حاصل جمعشان برابر حاصل ضربشان باشد.
۲. سکه‌ای را مانند شکل زیر، از بیرون روی محیط مستطیل می‌چرخانیم. طول مستطیل دو برابر عرض آن و عرض مستطیل دو برابر محیط سکه است. سکه بعد از چند دور چرخیدن دوباره سر جای خودش برمی‌گردد؟



۳. مدیر بانکی یک راننده دارد. راننده هر روز صبح زود رأس ساعت ۶، سوار بر ماشین، از بانک حرکت می‌کند، به خانه مدیر بانک می‌رود و او را هنگام شروع کار بانک، به بانک می‌رساند. شب قبل، راننده با رئیس تماس گرفت و اطلاع داد که ماشین خراب شده و نمی‌تواند به‌موقع به خانه او برسد. برای همین، امروز صبح، رئیس یک ساعت زودتر از خانه خود پیاده به سمت بانک حرکت کرد. اما در همین مدت، راننده که توانسته بود مشکل ماشین را حل کند مثل همیشه ساعت ۶ از بانک به طرف خانه رئیس رفت تا او را سوار کند. ولی در جایی بین راه، رئیس را دید و او را سوار کرد و به بانک رساند. به همین دلیل رئیس بانک امروز ۲۰۰ دقیقه زودتر از روزهای دیگر به بانک رسید. او چند دقیقه پیاده‌روی کرده است.

۴. فردی در یک جنگل افسانه‌ای گم شده است. او نمی‌داند چه روزی از هفته است. ولی می‌داند شیرهای این جنگل، روزهای دوشنبه، سه‌شنبه و چهارشنبه دروغ و بقیه روزهای هفته راست می‌گویند. همچنین، می‌داند خرس‌های این جنگل، روزهای پنج‌شنبه، جمعه و شنبه دروغ و بقیه روزهای هفته راست می‌گویند. او از یک شیر و یک خرس می‌خواهد تا راهنمایی‌اش کنند و چنین می‌شنود:

● شیر: «دیروز، یکی از روزهای دروغ گفتن من بود.»

● خرس: (دیروز، یکی از روزهای دروغ گفتن من بود.)

تعیین کنید این روز چه روزی از هفته است؟



برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سهرام آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگاه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

.....

.....

.....

♦ نام و نام خانوادگی:

.....

♦ تاریخ تولد:

.....

♦ تلفن:

.....

♦ نشانی کامل پستی:

.....

استان: شهرستان: خیابان:

♦ شماره فیش بانکی:

.....

♦ پلاک: شماره پستی:

.....

♦ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

● اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

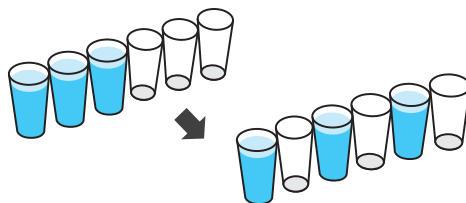
پاسخ کی می تونه حل کنه؟

(از شماره ۷۲)

آمنه ابراهیم زاده طاری

جزیره دروغ گو هستند.

۲. شش لیوان به شکل زیر در یک ردیف چیده شده‌اند. ۳ تایی اول پر از آب‌اند و ۳ تایی دوم خالی‌اند. با حرکت دادن فقط یک لیوان، کاری کنید تا لیوان‌ها یکی در میان پر و خالی باشند.



راه حل: می‌توانیم از بین لیوان‌های پر آب، لیوان دوم را برداریم و آن را در لیوان یکی مانده به آخر خالی کنیم.

۳. علی می‌خواهد ببیند $\frac{2}{9}$ تقریباً برابر چه کسر ساده‌تری است. او دو کار می‌تواند بکند:

● به صورت کسر $\frac{2}{9}$ یکی اضافه کند. در آن صورت به کسر $\frac{3}{9}$ یا همان $\frac{1}{3}$ می‌رسد.

● از مخرج کسر $\frac{2}{9}$ یکی کم کند و به کسر $\frac{2}{8}$ یا همان $\frac{1}{4}$ برسد.

کدام یک از این اعداد به $\frac{2}{9}$ نزدیک‌تر است؟ $\frac{1}{4}$ یا $\frac{1}{3}$ ؟ چرا؟

جواب: $\frac{1}{4}$

راه حل: ابتدا بررسی می‌کنیم فاصله هریک از اعداد $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ از $\frac{2}{9}$ چه قدر است:

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{9-8}{36} = \frac{1}{36} \quad \text{و} \quad \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{3-2}{9} = \frac{1}{9}$$

$\frac{1}{36} < \frac{1}{9}$ ، یعنی فاصله $\frac{1}{4}$ از $\frac{2}{9}$ کمتر است. پس $\frac{1}{4}$ به $\frac{2}{9}$ نزدیک‌تر است.

۱. جزیره‌ای ۱۰۰ نفر جمعیت دارد. ساکنان این جزیره اخلاق عجیبی دارند: گروهی از آن‌ها همیشه راست می‌گویند و گروهی همیشه دروغ می‌گویند!

این جزیره سه تیم فوتبال دارد، تیم بنفش، تیم زرد و تیم سبز. هریک از ساکنان جزیره طرفدار یکی از این سه تیم است، اما هیچ کس طرفدار دو تیم یا هر سه تیم‌ها نیست. در یک برنامه ورزشی از تک‌تک اهالی جزیره این سه سؤال پرسیده شد و آن‌ها می‌توانستند به هر سه سؤال جواب دهند.

● آیا طرفدار تیم بنفش هستی؟

● آیا طرفدار تیم زرد هستی؟

● آیا طرفدار تیم سبز هستی؟

به سؤال اول ۶۰ نفر، به سؤال دوم ۴۰ نفر و به سؤال سوم ۳۰ نفر جواب «بله» دادند. در این جزیره چند نفر «همیشه دروغ گو» هستند؟

جواب: ۳۰ نفر.

راه حل: هر کدام از ساکنان جزیره طرفدار یکی از تیم‌های فوتبال است. پس هر کدام از اهالی راست‌گویی جزیره تنها به یکی از سه سؤال بالا جواب «بله» می‌دهد. مثلاً اگر فرد راست‌گویی، طرفدار تیم زرد باشد، به سؤال دوم جواب مثبت و به دو سؤال دیگر جواب منفی می‌دهد. در حالی که هر کدام از ساکنان دروغ‌گویی جزیره به دو تا از سؤال‌های بالا جواب مثبت می‌دهند؛ مثلاً اگر فرد دروغ‌گویی، طرفدار تیم زرد باشد، به سؤال دوم جواب منفی و به دو سؤال دیگر جواب مثبت می‌دهد.

اگر در جزیره هیچ دروغ‌گویی نباشد، هر کس فقط به یکی از سه سؤال بالا جواب مثبت می‌دهد. پس ۱۰۰ جواب مثبت به سؤال‌های بالا داده می‌شود. اگر یک نفر در جزیره دروغ‌گو باشد، ۹۹ نفر به یک سؤال پاسخ مثبت می‌دهند و یک نفر هم به دو سؤال پاسخ مثبت می‌دهد. پس در کل ۱۰۱ جواب مثبت شنیده می‌شود. و به همین ترتیب برای هر فرد دروغ‌گو یک جواب مثبت به کل جواب‌های مثبت اضافه می‌شود.

با توجه به صورت مسئله، کلاً $(40+60+30=)130$ جواب مثبت به سؤال‌ها داده شده است؛ یعنی ۳۰ جواب مثبت بیشتر از حالتی که همه راست‌گو بوده باشند. یعنی ۳۰ نفر از اهالی



یکی از دوستانمان به نام **الهه نوری** از «مدرسه راهنمایی جهاد» روشی جدید و سریع برای ضرب اعداد پیدا کرده است. بیا ببینیم با هم بخوانیم: این روش برای ضرب اعداد بین ۱۰ تا ۱۹ مناسب است. برای به دست آوردن حاصل ضرب، ابتدا دو عدد را در نظر می‌گیریم. مثلاً می‌خواهیم عدد ۱۳ را در عدد ۱۴ ضرب کنیم. به این منظور مرحله‌های زیر را طی می‌کنیم:

۱. عدد ۱ (دهگان) یکی از دو عدد را حذف می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

۲. عدد ۴ را در عدد ۳ ضرب می‌کنیم که می‌شود: ۱۲.

۳. دهگان عدد به دست آمده از حاصل ضرب (۱۲) را کنار می‌گذاریم؛ یعنی ۱۲ به ۲ تبدیل می‌شود. (آن را به عنوان عدد یکان در نظر می‌گیریم).
۴. در این مرحله عدد ۱ به دست آمده از ضرب (یعنی عدد ۱ همان ۱۲) را با ۴ و ۳ جمع می‌بندیم که در نهایت می‌شود ۸ (آن را به عنوان عدد دهگان در نظر می‌گیریم).

۵. بعد عدد ۱ دهگان (یعنی دهگان همان عدد ۱۳) را پایین می‌آوریم و در سمت چپ قرار می‌دهیم. (به عنوان عدد صدگان در نظر می‌گیریم). بنابراین، عدد ۲ به عنوان یکان، عدد ۸ به عنوان دهگان و عدد ۱ به عنوان صدگان خواهد بود. در این صورت، حاصل ضرب عدد ۱۳ در عدد ۱۴ می‌شود: ۱۸۲

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 182 \end{array}$$

جالب است که این روش همان نتیجه‌ای را حاصل می‌کند که از ضرب معمولی به دست می‌آید، ولی چه‌طور؟ در روش ضربی که از قبل آموخته بودیم، چه اتفاقی می‌افتاد؟

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 182 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 14 \\ \hline 182 \end{array}$$

یکان: همان‌طور که پیداست، رقم یکان $3 \times 4 = 12$ به دلیل استفاده از ۰ در یکان سطر دوم، به یکان حاصل ضرب منتقل می‌شود.

دهگان: از عملیات بالا پیداست که چه‌طور یکسان بودن و یک بودن دهگان دو عدد ۱۳ و ۱۴ باعث شده است که رقم دهگان حاصل ضرب از مجموع دو یکان به علاوه دهگان ۳۴ (حاصل ضرب دو یکان) به دست آید. **صدگان:** از ضرب دو دهگان به دست می‌آید ۱۲۱ که چون هر دو هستند، دوستان توانست بگویند صدگان، ۱ است.

به نظر شما راهی مشابه روش الهه را در ضرب چه اعداد دیگری می‌توان به کار برد؟ همان‌طور که دیدیم، یک بودن و یکسان بودن دهگان مهم بود. حال اگر در دهگان ۲ باشد چه‌طور؟

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 24 \\ \hline 92 \\ 460 \\ \hline 552 \end{array}$$

همان‌طور که دیدیم، این بار می‌توان گفت: دهگان حاصل ضرب = ۲ برابر (دهگان دو عدد) حاصل جمع دو یکان + دهگان ۳۴، و به جای صدگان نیز حاصل ضرب ۲ در خودش را بگذار.

پس آیا برای هر دو عددی با دهگان ۲، روش الهه را ادامه داده‌ایم؟ به این مثال نگاه کنید.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 24 \\ \hline 92 \\ 460 \\ \hline 552 \end{array}$$

در روش ضرب معمولی، به جای دهگان در سطر دوم، ۰ می‌گذاریم، زیرا یکان ۲۳۵، صفر است و آن را به مرحله بعد می‌فرستادیم. می‌توانیم برای نمایش صفر در دهگان سطر دوم، ۱۰-۲۳۵ را بنویسیم تا شاید بتوانیم راه الهه را ادامه دهیم ولی آن وقت در مورد صدگان چه بگوییم. همان‌طور که می‌بینید علاوه بر ۱+۲۸۲ از جمع دهگان دو سطر اول و دوم دوباره در صدگان سرریزی می‌شود و این روش در این مثال بیان راحتی ندارد. اگر مثال‌هایی از قبیل ۶۴۳ یا ۶۸۶۷ را امتحان کنیم می‌بینیم که در مورد آن‌ها نیز به دلیل بزرگ شدن ارقام و سرریز کردن آن‌ها به مراتب بالاتر دهگان، صدگان و ... ادامه دادن روش دوستان بیان راحتی پیدا نمی‌کند.

از الهه بسیار متشکریم که با فکر خودش روشی سریع برای ضرب بعضی اعداد به دست آورده و همت زیادی داشته تا آن را به ما برساند. شما چه‌طور؟ می‌توانید روش‌های راحت و سریعی برای ضرب اعدادی دیگر به دست آورید مثلاً ضرب اعداد سه رقم در سه رقم؟ به امید دیدن موفقیت‌های شما