

۷۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌بیزی آموزش
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزش



توضیح جلد: مربوط به مقاله‌های «لول آقای شندجی» و «جام جهانی فوتبال با طعم حل مسئله»

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن آرا مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری،
حیدر رضا امیری، زهره بندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داروی، حسین نامی ساعی، ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی داشور تصویرگر: بهنام خیامی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۰۲۱-۸ ۸۸۳۱۱۶۱-۹ ۳۷۴ نامبر: ۰۲۱-۸ ۸۸۳۰۱۴۷۸
ویگاه: www.roshdmag.ir پیام‌نگار: borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی: http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
تلفن پیام‌گیر شریعت رشد: ۰۲۰۸۳۰۱۴۸۲ کد مدیر مسئول: ۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱۱۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۵۶ چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۰۰۱۶۵ نسخه

فهرست

◀ یادداشت سردبیر / سپیده چمن آرا / ۲

- ◀ **ریاضیات و بازی**
- **بازی پرس و به گنج برس / آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم / ۲۶**

◀ ریاضیات و مدرسه

- **یک جایی روی محور / خسرو داوودی، سپیده چمن آرا، زهره پندی / ۳**
- **بازی ناعادلانه / زهره پندی، بهزاد اسلامی مسلم، محدثه رجائی / ۶**
- **مسابقه خزانه‌داری / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۱۰**
- **روش حیرت‌انگیز ضرب اعداد بدون ماشین حساب / فریبا معهود / ۱۲**
- **پرس، به گنج برس و ریاضی یادگیری! / آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم / ۱۴**

- ◀ **ریاضیات و سرگرمی**
- **تولد آقای شبدهچ / بهزاد اسلامی مسلم / ۳۸**

◀ ریاضیات و کاربرد

- **از چند تیتر اقتصادی تا ۳۷۸ تریلیون تومان! / حسین نامی ساعی / ۱۷**

- ◀ **ریاضیات و مسئله**
- **جام جهانی فوتبال با طعم حل مسئله / جعفر اسدی گرمارودی / ۴۲**
- **پاسخ کی می‌توانه حل کنه؟ / بهزاد اسلامی مسلم / ۴۵**

◀ ریاضیات و فن آوری

- **ریاضی‌ورزی در محیط نرم‌افزار Excel، یک تغییر کوچک در شبیه‌ساز پرتاب سکه / زهره پندی / ۲۰**
- **ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی / ابوالفضل طاهری / ۲۴**

قابل توجه نویسنده‌گان و مترجمان:
مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبل از جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله مرتبط باشد و قبل از جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ۱- گسترش فرهنگ ریاضی؛ ۲- افزایش داشن عمومی و تقویت مهارت‌های داشن‌آموزان در راستای برآمده درسی. ۳- توسعه تفکر و خلاقیت. ۴- توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن. ۵- توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی. ۶- توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم فن اوری؛ ۷- تقویت پایه‌ها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. ۸- مقاله‌هایی که توانند با نرم افزار Excel یا Word و بر روی شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شوند. ۹- نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقیق لازم مذکول شود. ۱۰- محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. ۱۱- مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشار در چند سطر تنظیم شود. ۱۲- کلمات حاوی مفاهیم تماهی (کلیوازه‌ها) از من استخراج و روی مفχه‌ای حداکثره نوشته شوند. ۱۳- مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در ذهن و سوتیتر باشد. ۱۴- مقاله در رد، تقویت و تاخضص مفاهیم ریاضی آزاد است. ۱۵- مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. ۱۶- آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



بحث‌های داغ، تابستان داغ‌تر

دوستان نوجوان من:

این روزها بحث جام جهانی بسیار داغ است. هر جا من رویم سخن از فوتبال است و گل‌های زده و گل‌های خورده و جدول تیم‌ها و انتیزات آنها و این که ندام تیم در جدول بالا من آید و ندام تیم حذف من شود و ... "جام جهانی فوتبال با طعم حل مثاله" به شما نشان من دهد که چگونه از استراتژی‌های حل مثاله که تأثیر نمی‌کنند آموخته اید استفاده کنید تا توانید به سوالاتی که در رابطه با انتیزات تیم‌ها برایتان مطرح من شود پاسخ درست بدید.

از سوی دیگر، بحث روزهای داغ تباتان است و این که چگونه از اوقات خراغت استفاده کنیم. شاید پیش از این هم درباره این موضوع باهم سخن گفته باشیم. ولی این بار از راوی‌ها دیگر بی‌آن من نگریم. شاید بعضی‌ها مادر کنند که برای پرکار داشتن اوقات خراغت، حقایق باید به کلاس بروند. اما صحیح مادر کنده‌اید که "مادر کار" و در واقع مادر را وزرش دارن نیز من تواند یکی از برنامه‌های اوقات خراغت باشد؟ متوجه‌های "ریاضیات و بازی" و "ریاضیات و سرگرمی" که از متوجه‌های ثابت این دو سال مجله برهان بوده‌اند، با هدف تهیه خوارآن مناسب برای مادر شما نوشته و آماده شده‌اند. در متوجه "ریاضیات و بازی"، صحنه‌پس از معرفی یک بازی، چند مثاله درباره آن بازی نیز مطرح شده است تا شما به آن بازی از راوی‌ها دیگر نیز بگذرید و زمینه‌ای برای تقدیر شما خواهم شود. آنکه شنیده‌جیم هم که شعبده‌های را به شما معرفی من کنند که با یعنی تقدیر درباره آنها، من توانید به راز آن پی ببرید. اگر دوست داشتید که بخشی از اوقات خراغتان در تباتان را با مادرورزی و تقدیر بگذرانید و به شماره‌های صلح ما دسترسی نداشید، سری به وی گاه ما بزنید. آرشیو شماره‌های قبل را آنها پیدا من کنید. راستی، در وی گاه مجله، لینک‌هایی از وی گاه‌هایی که بازی‌هایی مادری مناسب برای شما دارند نیز لذا شده است. امیدوارم تباتان خوبی در پیش را شنید.

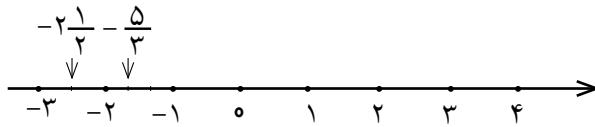


یک جایی روی محور

کلیدواژه‌ها: عدد، محور اعداد، نمایش اعداد روی محور، کسر، تقریب، احتمال تجربی

نحوه ترتیب اعداد
بر اساس احتمال تجربی

به همین ترتیب، نقاط زیادی بین نقاط اعداد طبیعی، با یک عدد کسری مشخص خواهند شد. تازه داشت یادم می‌رفت که از سمت چپ خط ما - یعنی محور اعداد ما - برای نمایش اعداد کوچک‌تر از صفر، یعنی عدهای منفی استفاده می‌شود.



نمایش کسرها روی محور

یک سؤال آن به ذهنم رسید: اگر بخواهیم نقطه نمایش

کسر $\frac{137}{235}$ را روی محور اعداد پیدا کنیم، باید چه کار کنیم؟

خب، بگذارید اول کمی مرور کنیم که برای نمایش

کسر مثلاً $\frac{2}{5}$ (که مثل کسر $\frac{137}{235}$ ، از واحد، یعنی عدد یک کوچک‌تر است) چه کار می‌کنیم: پاره خط بین 0 و 1 را به 5 قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (چون مخرج کسر 5 است)

و بعد از صفر، 2 تا قسمت می‌شماریم و به راست حرکت

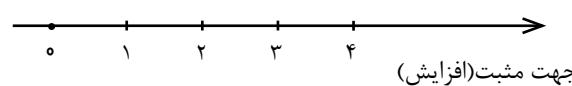
می‌کنیم (چون $\frac{2}{5}$ ، به اندازه 2 تا $\frac{1}{5}$ از صفر بیشتر است). پس

برای کسر $\frac{137}{235}$ ، پاره خط بین 0 و 1 را باید به 235 قسمت

مساوی تقسیم کنیم - دقت کنید: 235 قسمت! - بعد از صفر،

- این چیه؟

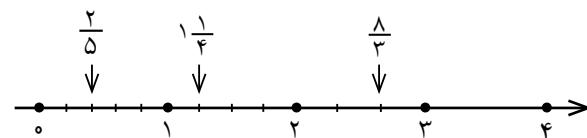
- بله، درست است! یک خط راست. می‌دانید که اگر من برای این خط راست، یک مبدأ انتخاب کنم (یک نقطه به عنوان جایی برای عدد صفر) و طولی را هم به عنوان واحد در نظر بگیریم، و جهتی را هم به عنوان جهت مثبت (یعنی جهت بزرگ‌تر شدن اعداد)، آن وقت به این خط می‌گوییم: محور اعداد!



به این ترتیب، هر نقطه روی محور، یک عدد را مشخص می‌کند و هر عدد، با نقطه‌ای روی محور نمایش داده می‌شود. مثلاً عدهای $0, 1, 2, 3$ و 4 را در محور بالا کاملاً مشخص کرده‌ایم. خب ولی اعداد که فقط عدهای طبیعی - یا به قول خیلی‌ها، عدهای کامل - نیستند! $\frac{1}{3}$ هم عدد است،

$\frac{2}{5}$ هم همین‌طور. اگر بخواهیم جای این

اعداد را روی محور اعداد مشخص کنیم، باید چه کار کنیم؟ می‌دانید که این اعداد کسری، در نقطه‌هایی بین عدهای طبیعی قرار می‌گیرند:



اگر دوست دارید، شما هم می‌توانید با ماشین حساب نخست نمایش اعشاری کسرهای زیر را به دست آورید، بعد با تقریب کمتر از $1/10$ آن‌ها را گرد کنید تا نقطه نمایش آن‌ها را به صورت تقریبی روی محور اعداد بیابید:

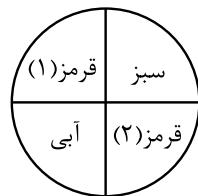
$$\frac{479}{753} \quad \frac{987}{1392} \quad \frac{2759}{4385}$$

راستی، می‌توانید حدس بزنید چرا همهٔ مثال‌ها را از کسرهای کمتر از واحد انتخاب کردیم؟ خب اگر چیزی به ذهنتان نمی‌رسد، ادامهٔ مطلب را بخوانید.

احتمال تجربی

در یک آزمایش تصادفی قابل تکرار با جمع‌آوری نتایج آزمایش‌های تکراری، می‌توانیم احتمال تجربی رخ دادن هریک از حالت‌های آزمایش را پیدا کنیم.

مثالاً یک صفحهٔ مانند شکل روبه‌رو با عرقه‌ای چرخان داشتیم. عرقه را می‌چرخاندیم و هر بار به طور تصادفی عرقه روی یکی از رنگ‌ها می‌ایستاد. این وسیله را سر یک کلاس 30 نفره بردهیم. هر کدام از بچه‌ها 10 بار عرقه را چرخاند و نتایج چرخاندن عرقه را در جدولی یادداشت کرد. جدول 1 نمونه‌ای از جدول پرشدهٔ توسط یکی از آن‌هاست.



137 قسمت بشماریم و به سمت راست بیابیم. ولی به نظر شما، می‌توانیم این پاره‌خط را به 235 قسمت مساوی کنیم؟ من که نمی‌توانم! بگذارید ببینم راه دیگری هست.

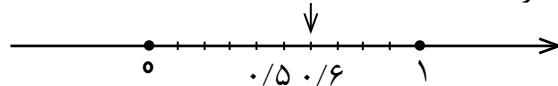
در کلاس ششم دبستان یاد گرفتیم که با تقسیم صورت کسر بر مخرج کسر، می‌توان آن را به صورت اعشاری نشان داد:

$$\frac{137}{235} \approx 0.5829787\dots$$

البته بقیهٔ رقم‌های اعشاری آن را ننوشتیم. حالا حداقل می‌توانیم بفهمیم که عدد کسری $\frac{137}{235}$ ، نزدیک به عدد $\frac{6}{10}$ است (واز آن بزرگ‌تر است). حتی می‌توانیم آن را با تقریب کمتر از $1/10$ گرد کنیم، در این صورت

$$\frac{137}{235} \approx \frac{6}{10}$$

یعنی عدد موردنظر ما، به $\frac{6}{10}$ خیلی نزدیک‌تر است. به این ترتیب می‌توانیم کسر $\frac{137}{235}$ را به صورت تقریبی نمایش دهیم: تقسیم کردن پاره‌خط بین 0 و 1 به ده قسمت، خیلی راحت‌تر است.



به نسبت ایستادن عقربه روی هر قسمت به کل آزمایش‌ها (۵۰ آزمایش) خوب نگاه کنید (جدول ۲) پس از آن گروه‌ها نتایج جمع‌بندی شده را اعلام کردند و ما همه نتایج را در جدولی روی تخته ثبت کردیم.

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	آزمایش
سیز	آبی	آبی	آبی	آبی	قرمز ۲	قرمز ۱	زرد	قرمز ۲	سیز	رنگ

جدول ۱. جدول پرشده توسط یکی از دانش‌آموزان

نسبت به کل آزمایش‌ها	تعداد	رنگ
۰/۲۴	$۷۲=۱۳+۱۱+۱۰+۱۱+۱۶+۱۱$	قرمز (۱)
۰/۲۶	$۷۷=۱۱+۱۴+۱۲+۱۲+۱۲+۱۶$	قرمز (۲)
۰/۲۸	$۸۳=۹+۱۳+۱۸+۲۰+۱۳+۱۰$	آبی
۰/۲۳	$۶۸=۱۷+۱۲+۱۰+۷+۹+۱۳$	سیز

جدول ۳. نتایج نهایی

به نسبت ایستادن عقربه روی هر قسمت به کل آزمایش‌ها (۳۰۰ آزمایش) خوب نگاه کنید! این اعداد با تقریب کمتر از ۱٪ گرد شده‌اند. به نظر می‌رسد این نسبت‌ها یا به عبارت دیگر احتمال تجربی ایستادن عقربه روی هریک از قسمت‌ها، در ۳۰۰ آزمایش به هم نزدیک شده‌اند. راستی حالا می‌توانید بگویید چرا مثال‌هایی که در ابتدای این مقاله برای نمایش کسرها روی محور اعداد آورده‌ایم، همگی مثال‌هایی از کسرهای بین صفر و یک بودند؟

سپس هر گروه پنج نفره، نتایج آزمایش‌های گروهش را در یک جدول جمع‌بندی کرد.

جدول ۲ نمونه‌ای از جدول پرشده در یکی از گروه‌هاست.

نسبت به کل آزمایش‌ها	تعداد	رنگ
$\frac{۱۳}{۵۰}=۰/۲۶$	۱۳	قرمز (۱)
$\frac{۱۱}{۵۰}=۰/۲۲$	۱۱	قرمز (۲)
$\frac{۹}{۵۰}=۰/۱۸$	۹	آبی
$\frac{۱۷}{۵۰}=۰/۳۴$	۱۷	سیز

جدول ۲. جدول پرشده در یک گروه





زهره پندی، پژاد اسلامی مسلم، محمد رجایی

کلیدوازه‌ها: شناسن و احتمال، احتمال ریاضی، پرتاب سکه

شناختن و احتمال (۲)



اشاره

در مقاله «شناسن و احتمال ۳» دیدیم که سارا و ستاره به بحث‌های خود درباره احتمال ادامه دادند. آن‌ها فهمیدند که معنای جمله‌هایی مثل این جمله چیست: «در پرتاب تاس، احتمال اینکه ۶ بیاید برابر است با $\frac{1}{6}$.» کمی بعد، درباره بازی‌های شناسی صحبت کردند. آن‌ها بحث کردند که آیا قوانین آن بازی‌ها عادلانه است یا نه. منظورشان از عادلانه نبودن این بود که قوانین بازی ممکن است باعث شود که احتمال بردن یکی از بازیکنان بیشتر از دیگری باشد. اکنون ادامه ماجرا را بخوانید:

ستاره و سارا مشغول بحث بودند. دوستشان نرگس که لبخند شیطنت‌آمیزی بر لب داشت، با دو تا سکه در دست به ستاره و سارا نزدیک شد و گفت: «بچه‌ها بیایید بازی! هر مرتبه، هردوی سکه‌ها را پرتاب می‌کنیم. اگر هردو رو آمدند، ستاره یک امتیاز می‌گیرد. اگر هردو پشت آمدند، سارا یک امتیاز می‌گیرد. و اگر یکی رو و دیگری پشت آمد، من یک امتیازش بالاتر باشد، برنده است.»

ستاره و سارا با هم مشورت کردند. ستاره گفت: «سارا! به نظرت در این بازی شرکت بکنیم یا نه؟ نکند که قوانینش به نفع نرگس باشد؟!»

اما سارا با خونسردی و اطمینان پاسخ داد: «نه، نگران نباش. مثل تاس است دیگر! با این تفاوت که نتیجه پرتاب یک تاس شش حالت دارد، اما نتیجه پرتاب دو سکه فقط سه حالت دارد:

۱. هردو پشت

۲. هردو رو

۳. یکی پشت و دیگری رو.

ستاره پرسید: «یعنی می‌خواهی احتمال هریک از سه اتفاقی را که گفتی حساب کنی؟» سارا جواب داد: «بله. این دستور را در یادداشت‌های کلاس ریاضی مان داشتیم:

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن برای رخ دادن آن}}$$

ستاره باز هم نگران بود، اما سارا به او گفت: «نگران نباش! مثل همان بازی است که در آن تاس می‌انداختیم. در ابتدای بازی اصلاً عجیب نیست که بین امتیازها اختلاف وجود داشته باشد. تعداد دفعات بازی که بیشتر شود، می‌توانیم انتظار داشته باشیم که امتیاز‌هایمان به هم نزدیک شود.»

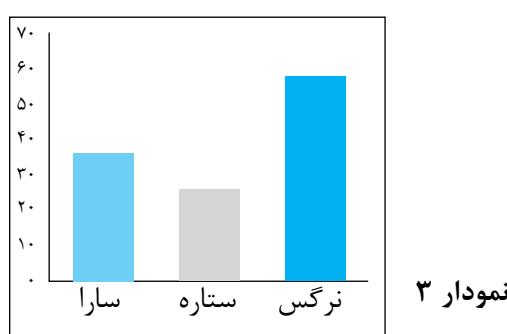
با ۴۰ مرتبه بازی دیگر، امتیازهای کل ۱۲۰ مرتبه بازی

چنین شد:

- سارا: ۳۶ امتیاز

- ستاره: ۲۶ امتیاز

- نرگس: ۵۸ امتیاز (نمودار ۳)

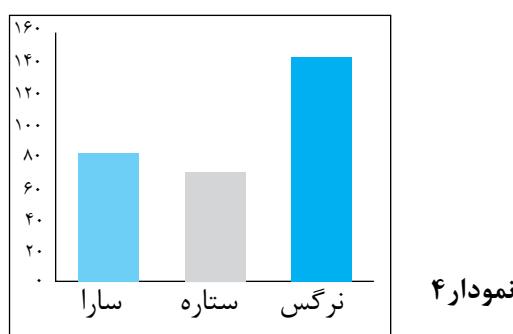


بازی ادامه یافت و نتیجه کل ۳۰۰ مرتبه بازی این بود:

- سارا: ۸۵ امتیاز

- ستاره: ۷۰ امتیاز

- نرگس: ۱۴۵ امتیاز (نمودار ۴)



هنوز ۱۰۰ مرتبه دیگر باید بازی می‌کردند. سارا به نرگس گفت: «من و ستاره چند حرف در گوشی با هم داریم!» و شروع کرد به پچپچ با ستاره: «من هم کم کم دارم نگران می‌شوم! وقتی تاس می‌انداختیم، معمولاً این طور نبود که یکی از ستون‌های نمودار، از دو ستون دیگر این همه بلندتر باشد.»

ستاره گفت: «اما خودت هم خوب می‌دانی که چنین اتفاقی غیرممکن نیست! حتی بدتر از آن هم ممکن بود بشود. قبل از آمدن نرگس داشتیم صحبت همین را می‌کردیم که ممکن است در ۳۰۰ بار تاس ریختن فقط ۶ بیاید. پس ممکن

در این بازی، تعداد حالت‌های ممکن برای پرتتاب دو سکه برابر است با ۳. تعداد حالات مطلوب (یعنی آن‌هایی که من می‌برم) برابر است با ۱. نتیجه می‌گیرم که در هر مرتبه پرتتاب، احتمال اینکه من امتیاز بگیرم برابر است با $\frac{1}{3}$.

ستاره گفت: «خب، پس در هر مرتبه پرتتاب، احتمال امتیاز گرفتن من هم $\frac{1}{3}$ است، و احتمال امتیاز گرفتن نرگس هم $\frac{1}{3}$ است.»

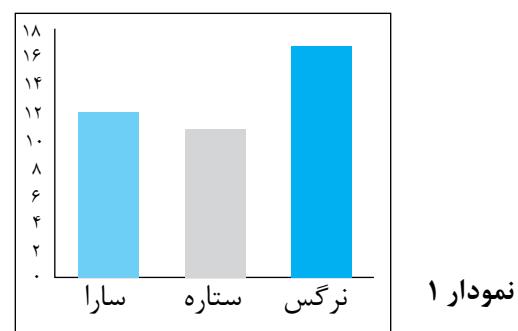
سارا گفت: «به همین دلیل می‌گوییم که قوانین بازی به نفع هیچ‌یک از ما نیست. خیالت راحت باشد. قوانین بازی عادلانه است.»

ستاره به نرگس گفت: «قبول! بیا بازی کنیم. خوب امتیازها را هم ثبت کنیم و نمودارشان را هم بکشیم.» بازی شروع شد. در ۴۰ بار بازی، این نتیجه به دست آمد:

- سارا: ۱۲ امتیاز

- ستاره: ۱۱ امتیاز

- نرگس: ۱۷ امتیاز (نمودار ۱)

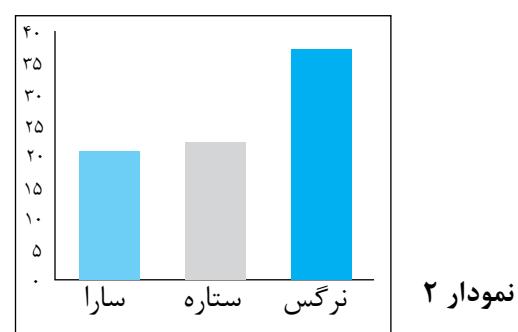


بازی را ۴۰ بار دیگر تکرار کردند در کل ۸۰ بار، امتیازها به این صورت شد:

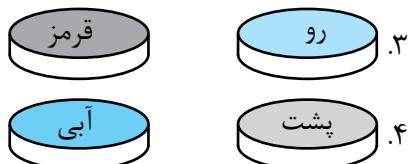
- سارا: ۲۱ امتیاز

- ستاره: ۲۲ امتیاز

- نرگس: ۳۷ امتیاز (نمودار ۲)

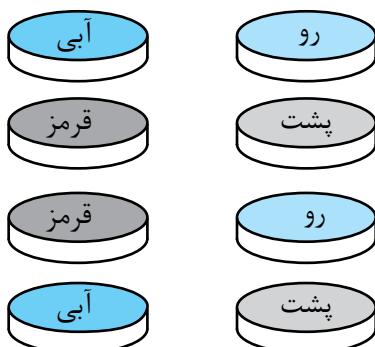


نه در یک صورت، بلکه در دو صورت امتیاز می‌گیرد» و این
دو حالت را نوشت:



سارا گفت: «به نظر می‌رسد که سه حالت
رو، رو
پشت، پشت
یکی پشت و یکی رو

با هم از نظر محتمل بودن فرق دارند. اما اگر چهار حالتِ



را در نظر بگیریم، هیچ دلیلی نداریم که انتظار داشته باشیم یکی از این چهار حالت از حالتی دیگر بیشتر رخ دهد.
بیا با نرگس صحبت کنیم.»

سارا به نرگس گفت: «نرگس! قوانین بازی عادلانه نیست.
نرگس پاسخ داد: «حالا که دارید می‌بازید این حرف را
می‌زنید؟! خودتان هم خوب می‌دانید که در این بازی هیچ
نتیجه‌ای غیرممکن نبود. ممکن بود تو تا حالا ۳۰۰ امتیاز
گرفته باشی یا اینکه ستاره ۲۰۰ امتیاز گرفته باشد و تو ۱۰۰
امتیاز و من ۰ امتیاز!»

ستاره گفت: «نه! دلیل حرفمن این نیست که در این بازی
امتیازمان خیلی کمتر از تو است. حتی اگر امتیازمان بالا هم
بود، همین حرف را می‌زدیم! دلیلمن این است که اگر تعداد
خیلی زیادی بازی کنیم، انتظار داریم بیشتر تو بری تا هریک
از ما.»

است در این بازی هم، در همه ۳۰۰ بازی که دو تا سکه را پرتاب کردیم، یک سکه رو و دیگری پشت بباید و امتیاز نرگس ۳۰۰ شود!»

سارا گفت: «حق با توسط. نمی‌توانیم با دیدن این نتایج و
نمودارها مطمئن شویم که قوانین بازی به نفع نرگس هستند،
اما این نمودارها مرا نگران می‌کنند. بیا بیشتر فکر کنیم. وقتی
تاس می‌ریختیم، همهٔ عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ در نظر
ما یکسان بودند. پس وقتی دفعه‌های زیادی تاس می‌ریختیم،
انتظار داشتیم همهٔ عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ تقریباً به تعداد
یکسانی بیایند.»

ستاره پرسید: «ممکن است این بازی تفاوت داشته باشد؟
آیا دلیلی داری که فکر کنیم هردو پشت، هردو رو و یکی
پشت و دیگری رو با هم فرق دارند؟»

سارا جواب داد: «منظورت این است که طوری فرق کنند
که انتظار داشته باشیم، یکی از این سه حالت بیشتر از دو تای
دیگر رخ دهد؟»

ستاره جواب داد: «منظورم همین است که گفته. من
حدس می‌زنم اینکه یکی از سکه‌ها رو بباید و دیگری پشت
بباید با دو وضعیت دیگر فرق دارد. اما نمی‌دانم چه فرقی!»
سارا گفت: «شاید فرقش این است که یک بار ممکن است
این رو بباید و آن پشت بباید، و بار دیگر آن رو بباید و این
پشت بباید!»

ستاره با چشم‌مانی گردشده گفت: «من که هیچ چیزی از
حرفهایت نفهمیدم!»

سارا گفت: «بیا به جای اینکه با دو تا سکه معمولی بازی
کنیم، از یک سکه معمولی همراه با یک سکه رنگ‌شده استفاده
کنیم. یعنی پشت یکی از سکه‌ها را قرمز کنیم و رویش را آبی.
حالا بازی این‌طور می‌شود» و نوشت:



و ادامه داد: «در این حالت تو یک امتیاز می‌گیری.



در این حالت من یک امتیاز می‌گیرم. حالا نرگس در چه
صورت امتیاز می‌گیرد؟»

ستاره گفت: «بگذار ببینم ... فهمیدم! نرگس بر خلاف ما،

نرگس گفت: «آخر چرا؟ مگر یادتان نیست؟ در کلاس ریاضی یاد گرفتیم احتمال رخ دادن اتفاقی مشخص را با دستور

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن برای رخ دادن آن}}$$



حساب کنیم. خب احتمال امتیاز

گرفتن هریک از ما برابر است با
 ۱. پس قوانین عادلانه هستند.
 ۳ سارا گفت: «نه! احتمال برد تو $\frac{1}{3}$ نیست. این دستور به این شکلی که گفته ناقص است. در این دستور باید تعداد حالت‌ها را حساب کنیم، اما این حالت‌ها نباید هیچ فرقی با هم داشته باشند؛ یعنی باید طوری باشند که انتظار نداشته باشیم یکی از آن‌ها از دیگری بیشتر رخ دهد. اما در این بازی، حالت یک سکه رو و دیگری پشت در واقع دو حالت است: اولی رو و دومی پشت و اولی پشت و دومی رو. پس انتظار داریم این اتفاق هم از اتفاق هردو پشت و هم از اتفاق هردو رو بیشتر رخ دهد.»

و ستاره ادامه داد: «پس احتمال برد من $\frac{1}{4}$ است.

احتمال برد سارا هم $\frac{1}{4}$ است. اما احتمال برد تو $\frac{2}{4}$ است!»

نرگس لبخندی زد و گفت: «راستش را بخواهید، از اول هم می‌دانستم که قوانین عادلانه نیست. خواستم سربه‌سرتان بگذارم! من هم به مسائل مربوط به پرتاب سکه و تاس و در کل به مبحث شانس علاقه‌مند هستم و به همین دلیل قبل از این مسئله فکر کرده بودم. راستی! در کتابی خوانده‌ام که یکی از ریاضی‌دان‌های قرن ۱۸ به نام دالامبر اشتباهی مشابه شما مرتکب شده است. شاید شما هم بعدها ریاضی‌دانی مانند دالامبر بشوید؛ شاید هم بسیار بهتر از او!»



مسابقهٔ خزانه‌داری

کلیدواژه‌ها: معماهی تشخیص سکهٔ تقلیبی، راه حل‌های الگوریتمی



پادشاه به تازگی خزانه‌دارش را برکنار کرده بود، چون در حساب و کتاب خزانهٔ سلطنتی از او اشتباهاهایی سر زده بود. حالا خزانه‌دار سابق، مشغول یادگیری ریاضیات بود و پادشاه هم دنبال خزانه‌دار دیگری می‌گشت. افراد زیادی داوطلب بودند تا خزانه‌دار دربار بشوند، برای همین قرار بود برای انتخاب خزانه‌دار جدید چند مسابقه انجام شود.

اولین مسابقه، مسابقهٔ تشخیص سکهٔ بود؛ شرکت‌کننده‌ها باید یک سکهٔ تقلیبی را از بین ۸ سکهٔ تشخیص می‌دادند. برای این مسابقه به هر کدام از داوطلب‌ها ۸ سکهٔ طلا و یک ترازوی دوکه‌ای داده شد. سکهٔ تقلیبی ظاهری شبیه بقیه سکه‌ها داشت، ولی وزنش اندکی کمتر از بقیه سکه‌ها بود. برندۀ کسی بود که کمتر از دیگران از ترازو استفاده می‌کرد. مسابقه شروع شد. شرکت‌کننده‌ها قبل از هر کاری سعی کردند بدون استفاده از ترازو و با دست‌هایشان سکهٔ تقلیبی را پیدا کنند، ولی اختلاف وزن سکهٔ تقلیبی با سکه‌های سالم آنقدر نبود که بتوانند موضع را بدون ترازو تشخیص بدهنند.

چند دقیقه بعد از شروع مسابقه، یکی از شرکت‌کننده‌ها از مسابقه حذف شد. او گفته بود: «جواب مسابقه را پیدا کرده‌ام! برای پیدا کردن سکهٔ تقلیبی، لازم نیست بیشتر از شش بار از ترازو استفاده کنیم.» و بعد، پادشاه از او پرسید: «چه طور توانستی با شش بار وزن کردن، سکه را پیدا کنی؟» و او جواب داد:

- سکهٔ اول را در یک کفه و سکهٔ دوم را در یک کفه دیگر ترازو گذاشتم، ترازو در حالت تعادل قرار گرفت. یعنی هیچ‌کدام از این دو سکهٔ تقلیبی نیست.

۶ بار از ترازو استفاده کرده‌ام. ولی لازم نیست سکه هشتم را وزن کنم. چون می‌دانم این هفت سکه سالم‌اند. پس حتماً سکه هشتم سکهٔ تقلیبی است.»

حرف مرد که تمام شد، شرکت‌کنندهٔ دیگری گفت: «من راه بهتری سراغ دارم. من می‌توانم با ۳ بار وزن کردن، سکه تقلیبی را پیدا کنم!» ولی حرف او تمام نشده بود که دو نفر از دو طرف اتاق فریاد زدند: «با ۲ بار هم می‌شود!» پادشاه رویش را به طرف یکی از این دو نفر چرخاند و از او خواست بگویید چه طور می‌تواند این کار را بکند. توضیح این شخص چنین بود:

- اول سکه‌های اول تا چهارم را در کفة سمت راست، و سکه‌های پنجم تا هشتم را در کفة سمت چپ ترازو گذاشت. کفة چپ سنگین‌تر بود. پس یکی از سکه‌های اول تا چهارم تقلیبی است.

● بعد کفه‌های ترازو را خالی کردم و سکه اول را در یک کفة و سکه دوم را در کفة دیگر گذاشتم. سکه دوم سبک‌تر بود. پس سکه دوم تقلیبی است.

حالا نوبت شرکت‌کنندهٔ دیگر بود تا راهش را برای یافتن سکه تقلیبی توضیح دهد. او راهش را این‌طور توضیح داد:

- اول سکه‌های اول، دوم و سوم را در کفة سمت راست، و سکه‌های چهارم، پنجم و ششم را در کفة سمت چپ ترازو گذاشتم. کفة راست سنگین‌تر بود. پس سکه تقلیبی در کفة سمت چپ بود. یعنی یکی از سکه‌های چهارم تا ششم تقلیبی است.

● بعد سکه چهارم را در یک کفة و سکه پنجم را در کفة دیگر گذاشتم. ترازو به حالت تعادل قرار گرفت؛ پس هیچ‌کدام از این دو سکه تقلیبی نیستند. یعنی سکه ششم، سکه تقلیبی است.

پادشاه از دو مردی که توانسته بودند با دو بار وزن کردن، سکه تقلیبی را پیدا کنند، خواست تا از اتاق بیرون بروند و چند دقیقه بعد برگردند. در این فاصله، یکی از خدمه‌های دستور پادشاه، جای سکه‌های هریک از دو شرکت‌کننده را تغییر داد. وقتی دو نفر وارد اتاق شدند، پادشاه از آن‌ها خواست تا دوباره با روشی که توضیح دادند، سکه تقلیبی را پیدا کنند. این بار نتیجه کمی متفاوت بود؛ یکی از آن دو نفر برای پیدا کردن سکه تقلیبی مجبور شد سه بار از ترازو استفاده کند، در حالی که نفر دیگر باز هم توانست با دو بار وزن کردن، سکه تقلیبی را پیدا کند.

به نظر شما کدامیک از آن‌ها باز هم توانسته با دو بار وزن کردن سکه‌ها، سکه تقلیبی را پیدا کند؟

- بعد سکه سوم را به جای سکه دوم گذاشتم. باز هم ترازو به حالت تعادل قرار گرفت. یعنی سکه سوم هموزن سکه اول است. پس آن هم سالم است.

- بعد سکه شماره ۴ را به جای سکه شماره ۳ گذاشتم و باز هم ترازو به حالت تعادل قرار گرفت. همین کار را ادامه دادم تا به سکه هفتم رسیدم. هر بار ترازو در حالت تعادل قرار گرفت. یعنی سکه‌های دوم تا هفتم هموزن سکه اول‌اند، پس هیچ‌کدام از سکه‌های اول تا هفتم، تقلیبی نیستند. تا اینجا من



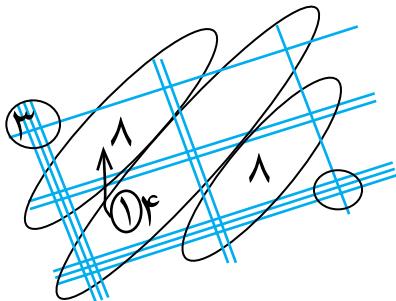


روش حیرت‌انگیز ضرب اعداد بدون ماشین حساب

کلیدواژه‌ها: ضرب اعداد

اول، عدد ۲۱ از ۲ و ۱ تشکیل شده است. پس ابتدا ۲ خط در بالا و ۱ خط در پایین آن به صورت افقی رسم می‌کنیم.
دوم، عدد ۱۳ از ۱ و ۳ تشکیل شده است. پس ابتدا ۱ خط و سپس ۳ خط به نحوی رسم می‌کنیم که خط‌هایی را که قبلًا به صورت افقی رسم کرده بودیم، قطع کنند.
سوم، به ترتیب از چپ به راست ابتدا در رأس مستطیل سپس در قطر آن و بعد در رأس سمت راست، تعداد نقطه‌هایی را که خط‌ها در آن‌ها یکدیگر را قطع کرده‌اند، می‌شماریم و ارقام به دست آمده را به همان ترتیب از چپ به راست به عنوان صدگان، دهگان و یکان عدد قرار می‌دهیم تا به پاسخ برسیم.
روش کار بسیار ساده است، ولی اجازه بدھید با دو رقم بزرگ‌تر آن را تکرار کنیم. این بار قصد داریم عدد ۱۲۳ را در ۳۲۱ ضرب کنیم:

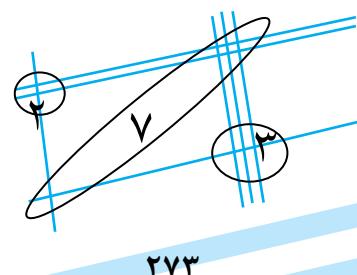
$$123 \times 321 = 39483$$



$$3[8+1]483$$

تصمیم دارم شما دوستان را با شیوه فوق العاده‌ای برای انجام عمل ضرب در ریاضیات آشنا کنم.
پس از یاد گرفتن این شیوه قادر خواهید بود تمام اعداد را، چه بزرگ و چه کوچک، چه تکرقمی و چه چندرقمی، به راحتی در یکدیگر ضرب کنید و پاسخ آن‌ها را به راحتی و بدون استفاده از ماشین حساب پیدا کنید. برای این کار هم فقط کافی است چند تا خط ناقابل رسم کنید و تمام! توضیح این روش با جملات بسیار دشوار است، بنابراین اجازه بدھید کار خود را با تصویر شروع کنیم.
اولین مثالی که برای شما در نظر گرفته‌ام، بسیار ساده است. عدد ۲۱ را در ۱۳ ضرب کرده‌ایم. مراحل انجام ضرب به صورت زیر بوده است:

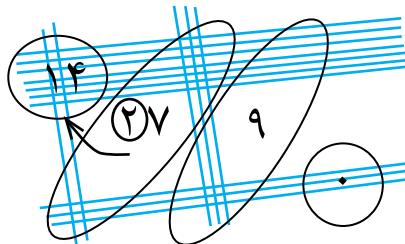
$$21 \times 13 = 273$$



$$273$$

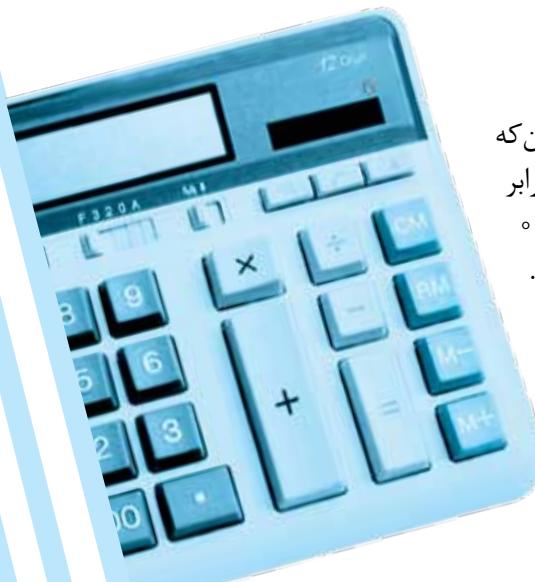
یک مثال دیگر در مود اعداد صفردار را با هم بررسی می‌کنیم:

$$73 \times 230 = 16790$$



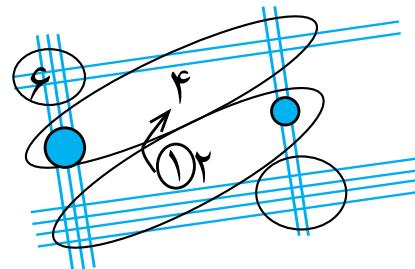
$$[14+2]790$$

فکر می‌کنم مثال‌ها برای آموزش این روش به قدر کافی گویا بوده‌اند و شما هم دانش‌آموزان دقیق و متفکری هستید و با دیدن این مثال‌ها، روش را یاد گرفته‌اید.



این بار با بالا رفتن ارقام کار کمی سخت‌تر شد. روش دقیقاً مثل قبل است، با این تفاوت که این بار به جز قطر مستطیل، دو قسمت دیگر هم می‌باید شمرده شوند که برایتان دور آن‌ها خط کشیده‌ام. اما یک نکته وجود دارد: اگر تعداد نقطه‌هایی که می‌شمارید دورقمی شود، همان‌طور که می‌بینید، باید دهگان آن را به رقم قبلی بسپارید؛ دقیقاً مثل جمع عادی. تا اینجا اعدادی که در هم ضرب کردیم، دارای ارقام برابر بودند. یعنی هردو سه رقمی یا هردو دو رقمی بودند. اگر این طور نباشد چه می‌شود؟ اجازه بدھید این حالت را هم با یک مثال با هم بررسی کنیم:

$$204 \times 32 = 6528$$



$$6[4+1]28$$

خب، در این مثال دو نکته وجود داشت: اول این که اگر تعداد ارقام دو عددی که در هم ضرب می‌کنیم برابر نباشد، چه کار کنیم. دوم این که اگر در عددمان رقم ۰ وجود داشته باشد، ضرب به چه شکل صورت می‌پذیرد. اگر توجه کرده باشید، دو دایره در شکل وجود دارد. اگر در این عدد، رقم صفر وجود نداشت، در آن دو نقطه هم خطوط با یکدیگر برخورد می‌کردند و دو تا از ارقام پاسخ را در اختیار ما می‌گذاشتند. به هر حال نکته مهم این است که جای خالی آن‌ها را باید فراموش کنید، و گرنه محاسبات غلط از آب در می‌آیند.

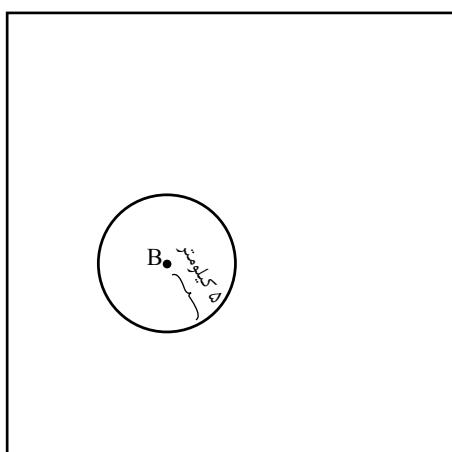


بپرس، به گنج برس و ریاضی یاد بگیر!

کلیدوازه‌ها: دایره، هندسه تاکسی



حریفтан می‌گفت گنج در ۵ کیلومتری این نقطه قرار دارد. در این صورت با این اطلاعات می‌فهمیدید که گنج ممکن است در هریک از نقاط روی محیط دایره‌ای قرار داشته باشد؛ دایره‌ای به مرکز B و به شعاع ۵ کیلومتر (شکل ۱).



شکل ۱

برگردیم به سؤال اول مقاله درباره بازی «بپرس و به گنج برس»: گنج ممکن است در هریک از نقطه‌هایی باشد که فاصله تاکسی‌ای آن از نقطه A برابر ۵ کیلومتر است. اما این نقطه‌ها با هم چه شکلی درست می‌کنند؟ نقطه بزرگ در شکل ۲ همان B است. نقطه‌های کوچک، همه چهارراهی هستند

اشاره

در همین شماره مجله برهان با بازی «بپرس و به گنج برس» آشنا می‌شویم. بحث‌های ریاضی جالبی درباره این بازی وجود دارد که می‌خواهیم یکی از آن‌ها را بررسی کنیم. توصیه می‌کنیم پیش از ادامه این مطلب، نخست با بازی آشنا شویم.

دایره تاکسی‌ای!

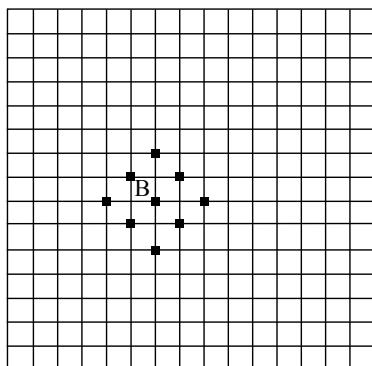
تصور کنید مشغول «بازی بپرس و به گنج برس» هستید و دنبال گنج می‌گردید. در اولین پرسش، یکی از چهارراه‌های شهر را علامت می‌زنید و حریفتان به شما می‌گوید فاصله تاکسی‌ای این چهارراه تا گنج ۵ کیلومتر است. با این اطلاعات، گنج در کدام چهاراه‌ها ممکن است باشد؟ قبل از جواب دادن به این سؤال، بیایید کمی شرایط مسئله را تغییر بدهیم: فرض کنید بازی این‌طور بود که:

اولاً گنج می‌توانست هرجایی از شهر - و نه فقط در چهارراه‌ها - پنهان شده باشد.

ثانیاً، حریفتان هر بار در جواب به سؤال شما، به جای اینکه فاصله تاکسی‌ای آن نقطه تا گنج را بگوید، فاصله معمولی را اعلام می‌کردند.

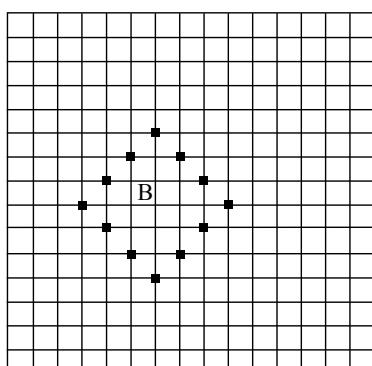
با این شرایط فرض کنید شما نقطه B را علامت می‌زدید و می‌پرسیدید فاصله معمولی B تا گنج چقدر است. ضمناً

دایرۀ تاکسی‌ای به شعاع ۲ و مرکز B، یعنی همه چهارراه‌هایی از شهر که فاصلۀ تاکسی‌ای آن‌ها از B برابر ۲ باشد. (شکل ۴).



شکل ۴

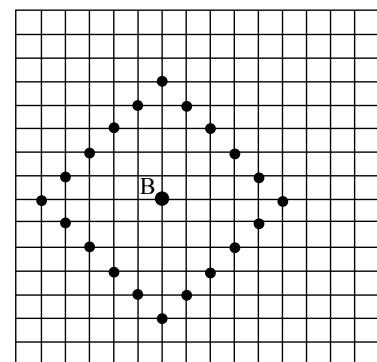
دایرۀ تاکسی‌ای به شعاع ۳ و مرکز B یعنی همه چهارراه‌هایی از شهر که فاصلۀ تاکسی‌ای شان از B برابر ۳ باشد. (شکل ۵).



شکل ۵

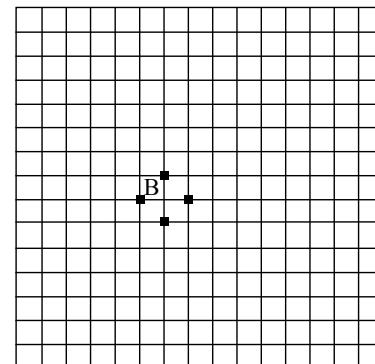
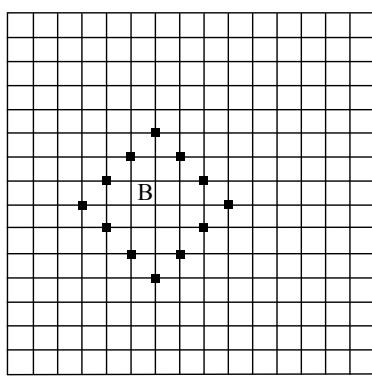
و به همین ترتیب.

که فاصلۀ تاکسی‌ای آن‌ها از B برابر ۵ کیلومتر است. (شکل ۶)

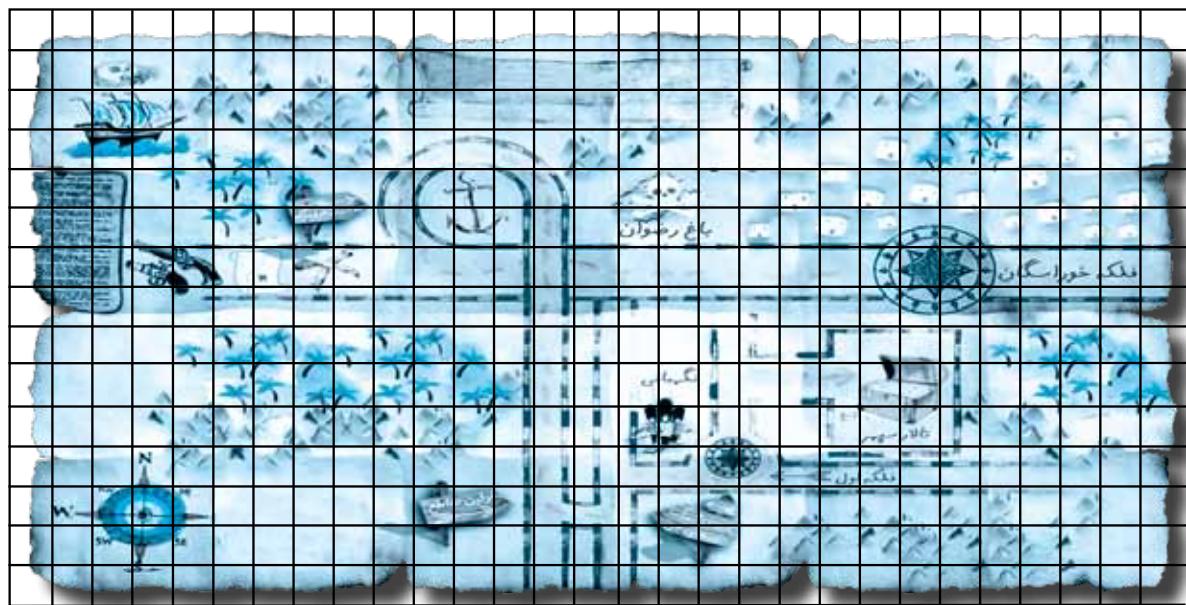


شکل ۶

حالا همان‌طور که دایره معمولی را تعریف می‌کنیم، دایره تاکسی‌ای را هم تعریف می‌کنیم:
دایرۀ تاکسی‌ای به شعاع ۱ و به مرکز B، یعنی همه چهارراه‌هایی از شهر که فاصلۀ تاکسی‌ای آن‌ها از B برابر ۱ باشد (شکل ۳).



شکل ۳



وضعیت دو دایره تاکسی‌ای نسبت به یکدیگر

در هندسه معمولی، دو دایره متفاوت ممکن است:

✓ هیچ نقطه‌مشترکی نداشته باشند؛

✓ در یک نقطه مشترک باشند؛

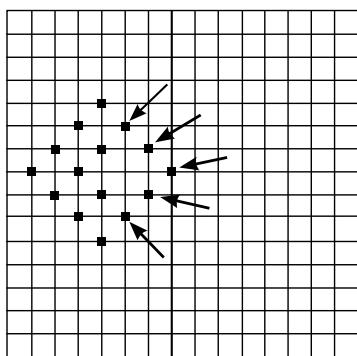
✓ دو نقطه مشترک داشته باشند؛

در شکل ۶ این سه حالت مشخص شده است.



شکل ۶

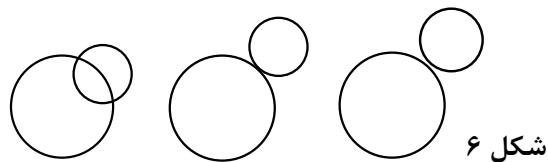
دو دایره تاکسی‌ای (برخلاف دایره‌های معمولی) ممکن است بیش از دو نقطه مشترک داشته باشند! (شکل ۱۰).



شکل ۱۰

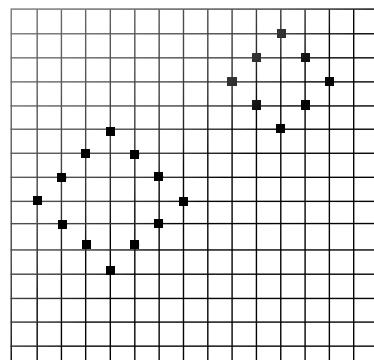
آنچه در اینجا یاد گرفتید، علاوه بر این که به خودی خود جالب و بامزه است، می‌تواند در بازی «بپرس و به گنج برس» هم به کارتان بیاید! اگر به موضوع فاصله تاکسی‌ای و ویژگی‌های آن علاقه‌مند شده‌اید، می‌توانید از کتاب «هندسه تاکسی: ماجراجویی در هندسه نا اقلیدسی» استفاده کنید. البته ممکن است برای خواندنش لازم باشد از معلم‌تان کمی کمک بگیرید. انتشارات «دانش پژوهان جوان» در سال ۱۳۹۰ ترجمه این کتاب را منتشر کرده است.

می‌توانید در اینترنت، عبارت «Taxicab Geometry» را جست‌وجو کنید تا وب‌گاه‌هایی درباره این موضوع بیابید.



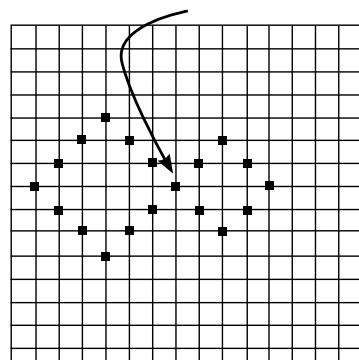
شکل ۶

دو دایره تاکسی‌ای چه طور؟ آن‌ها یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟
دو دایره تاکسی‌ای ممکن است هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند (شکل ۷).



شکل ۷

دو دایره تاکسی‌ای ممکن است یک نقطه مشترک داشته باشند. (شکل ۸).



شکل ۸

دو دایره تاکسی‌ای ممکن است دو نقطه مشترک داشته باشند. (شکل ۹)



از چند تیتر اقتصادی تا ۳۷۸ تریلیون تومان!

کلیدواژه‌ها: اقتصاد، سهام، بورس، اوراق بهادران، صادرات، واردات، سرمایه‌گذاری، نفت

رسید کاغذی و برگ
به خریداران سهام
داده می‌شود. به این
برگ‌های کاغذی
اوراق بهادران می‌گویند.
به شرکت‌هایی هم که
سرمایه آن‌ها از فروش
اوراق بهادران تشکیل
شده است، «شرکت
سهامی» می‌گویند.
اوراق بهادران

یعنی برگ‌هایی
که قیمت دارند،
با ارزش‌اند و
گران‌بهاشند؛ کاغذهای
نرخ دار.

بورس یعنی جایی که خرید و فروش اوراق بهادران انجام
می‌گیرد و یا جایی که دلالان و بازرگانان برای معامله و داد و
ستد جمع می‌شوند.

الصادرات یعنی کالاهایی که از کشور ما به کشورهای
دیگر فرستاده می‌شود. در مقابل صادرات، اصطلاح واردات را
داریم و آن یعنی کالاهایی که از کشورهای دیگر وارد کشور
ما می‌شوند.



صفحة اقتصادي روزنامه‌ای
را می‌خواندم که چند تیتر
نظرم را جلب کرد:
«فروش ۳۰۰ میلیون
سهم دولتی در بورس در
آبان ماه ۱۳۹۲»
«کاهش ۱۲٪ درصدی
 الصادرات طی ۸ ماه اول
سال ۹۲»
«حجم سرمایه‌گذاری
خارجی در حوزه خودرو
یک میلیارد دلار است»
«تقاضا برای نفت ایران
به ۳/۵ میلیون بشکه در
روز می‌رسد».

در این چند تیتر
اصطلاحات اقتصادی دیده می‌شود که معمولاً در اخبار
اقتصادی به کار می‌روند؛ مانند **سهم**، **بورس**، **الصادرات**،
سرمایه‌گذاری، **حجم سرمایه‌گذاری خارجی**، **تقاضا**، **بشکه**
نفت.

خُب، این اصطلاحات یعنی چه؟
سهم جمع کلمه **سهم** است، یعنی مبلغی از سرمایه
یک کارخانه یا شرکت یا سازمان و غیره که به صورت یک



تیترهای بالا سری می‌زنیم تا بینیم که چه می‌گویند! در متن تیتر فروش ۳۰۰ میلیون سهم دولتی در بورس طی یک ماه آمده بود: «به نقل از یک سازمان خصوصی، در آبان ماه سال ۹۲ ۳۰۰ میلیون سهم به ارزش ۹۳۴ میلیارد ریال از طریق اوراق بهادار فروخته شده است.»

یعنی به صورت میانگین هر سهم ارزشی معادل

$$\frac{۹۳۴\,۰۰\,۰۰\,۰۰\,۰}{۳۱۱۳/۳۳} = ۳\,۰\,۰\,۰\,۰\,۰$$

ریال یا حدوداً ۳۱۱ تومان در بازار بورس داشته است. در متن تیتر کاهش ۱۲/۷ درصدی صادرات طی ۸ ماه اول سال ۱۳۹۲ میمده بود: «۲۴ میلیارد و ۶۰۵ میلیون دلار کالا در ۸ ماهه اول سال ۹۲ به خارج از کشور صادر شده که این میزان نسبت به مدت مشابه سال ۹۱ به میزان ۱۲/۷ کاهش داشته است.»

یک سؤال، با توجه به توضیحات این خبر، حساب کنید میزان صادرات در ۸ ماه اول سال ۹۱ چه میزان بوده است؟ برای پاسخ، اگر ۱۰۰ را از ۱۲/۷ کم کنیم، می‌شود:

$$100 - 12/7 = 87/3$$

پس ۰۰۰۰۵۰۰۰۰۰ دلار یا ۲۴۶۰۵۰۰۰۰۰ میلیون دلار. در واقع ۸۷/۳ درصد صادرات کالا نسبت به مدت مشابه آن، یعنی صادرات کالا در ۸ ماه اول سال ۹۱ بوده است.

سرمایه‌یه یعنی پول یا کالایی که اساس کسب و تجارت را تشکیل می‌دهد و در اصل پولی است که به بهای چیزی داده شده که هر وقت بیشتر از آن فروخته شود، مبلغ اضافی سود خواهد بود. در اصل یعنی دارایی و ثروت و آنچه که کسی از اصل و نقد و مایه دارد.

سرمایه‌گذاری یعنی پول یا کالایی که توسط فرد یا گروهی نزد فرد یا گروه دیگری به قصد بردن سود و منفعت سپرده شود.

سرمایه‌گذاری خارجی سرمایه‌ای است که توسط سرمایه‌گذارانی از کشورهایی دیگر در کشور ما سرمایه‌گذاری می‌شود.

تقاضا اصطلاحی است در مقابل **عرضه**. تقاضا یعنی درخواست کردن و در اقتصاد یعنی افراد یا گروههایی که درخواست کالایی را می‌کنند. عرضه کنندگان یعنی کسانی که کالاهای مورد درخواست تقاضاکنندگان را ارائه می‌دهند و یا ارائه کنندگان کالاهای مورد نیاز درخواست کنندگان.

بشکه ظرفی است چوبی یا فلزی و بزرگ به شکل استوانه شکم دار که برای عرضه و صادرات نفت به کشورهایی دیگر از آن استفاده می‌شود و در واقع واحد فروش و صادرات نفت است.

خب حالا که کمی با این اصطلاحات آشنا شدید، به

بنابراین در سال ۹۱:

$$\frac{۲۴۶۰۵۰۰۰۰۰ \times ۱۰۰}{۲۸۱۸۴۴۲۱۵۳۵} = ۸۷/۳$$

۱ تریلیون و ۵۰۰ میلیارد تومان!
فکر کنید که با این ۱/۵ تریلیون تومان چه کارهایی
می‌توان کرد؟

آخرین تیتر اقتصادی هم این بود: «تقاضا برای نفت ایران
به ۳/۵ میلیون بشکه در روز می‌رسد.»

خب یک سؤال دیگر: اگر میانگین ارزش هر بشکه نفت
ایران ۱۰۰ دلار باشد روزانه، در ماه، و در سال، چند دلار و

چند تومان از فروش نفت حاصل می‌شود؟

پاسخ این سوال بسیار ساده است: ۳/۵ میلیون را در ۱۰۰
دلار ضرب کنید:

$$۳/۵ \times ۱۰۰ = ۳۵۰$$

سیصد و پنجاه میلیون دلار در روز، و این مبلغ با در نظر
داشتن میانگین هر دلار ۳۰۰۰ تومان برابر است با:

$$۳۵۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰۰۰ = ۱۰۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

۱ تریلیون و ۵۰۰ میلیارد تومان در هر روز!
و یا:

$$۱۰۵۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۳۰ = ۳۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$$

۳۱ تریلیون و ۵۰۰ میلیارد تومان در هر ماه. و در سال:
 $۳۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۱۲ = ۳۷۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰$

۳۷۸ تریلیون تومان در سال!

که بخش مهمی از بودجه اقتصادی را تشکیل می‌دهد.
چههای دیگر خسته شدیم تا همین جا بس است!

۲۸ میلیارد و ۱۸۴ میلیون و ۴۲۱ هزار و ۵۳۵ دلار کالا
صادر شده است.

تیتر بعدی این بود که حجم سرمایه‌گذاری خارجی در حوزه
خودرو یک میلیارد دلار است. یک میلیارد دلار سرمایه‌گذاری
خارجیان در بازار خودرو ایران با حساب میانگین هر دلار
۳۰۰۰ تومان می‌شود:

$$100000000000 \times 3000 = 3000000000000$$

۳ تریلیون تومان!!

یک سؤال دیگر، با ۳ تریلیون تومان چند تا پراید و پژو
می‌شود تولید کرد؟! از سایپا و ایران خودرو بپرسید!
فرض کنید اگر تولید هر خودرو و پراید برای سایپا حداقل
حداکثر ۱۰ میلیون تومان آب بخورد، آن وقت می‌توان با ۳
تریلیون تومان ۳۰۰ هزار عدد پراید تولید کرد!

$$300000 = 30000000000 / 10000000$$

یک موضوع دیگر این که؛ اگر سایپا از تولید هر پراید
دست کم دست کم ۵ میلیون تومان سود ببرد، ۳۰۰ هزار تا ۵
میلیون تومان می‌شود:

$$300000 \times 5000000 = 150000000000$$



زه
پندی

ریاضی‌ورزی در محیط نرم‌افزار Excel

یک تغییرکوچک در شبیه‌ساز پرتاب سکه

کلیدواژه‌ها: اکسل، راهنمای استفاده از نرم‌افزار، پرتاب سکه، شبیه‌ساز پرتاب سکه

فایل مربوط به پروژه قبل را باز کنید. ده بار دکمه F9 صفحه کلید را بزنید و هر بار نتیجه صد آزمایش جدید را ببینید و در ستون مربوط به شبیه‌ساز اول در جدول زیر یادداشت کنید.

تیکه ساز اول	تیکه ساز دوم	تیکه ساز سوم	تیکه ساز چهارم	تیکه ساز پنجم	تیکه ساز ششم

برای آنکه بتوانید از محیط Excel برای انجام این پروژه و دیگر پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای Microsoft Office را روی رایانه خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم‌افزار کاربردی است که یکی از آن‌ها Microsoft Excel است.

برای آشنایی بیشتر با این نرم‌افزار به مقالاتی که در شماره ۶۸ و ۶۹ این دوره و ۶۴ و ۶۵ و ۶۶ دوره قبل همین مجله با عنوان «آمادگی برای به کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی» آمده است، مراجعه کنید).

در شماره قبل همراه هم در محیط این نرم‌افزار یک شبیه‌ساز پرتاب سکه ساختیم و با استفاده از آن در آخرین فعالیت، نتیجه صد بار پرتاب یک سکه را با یک عدد که نشان‌دهنده تعداد روآمدن‌ها بود، نشان دادیم.

آن فایل را ذخیره کردیم تا این بار هم از آن استفاده کنیم. ما این فایل را با نام «Random Generator 1» به معنی «مولد تصادفی ۱» نام‌گذاری کردہ‌ایم. برای دسترسی به آن می‌توانید به وبلاگ مجله به آدرس زیر مراجعه کنید:
<http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee>

کلید F9 صفحه کلید را بزنید و ستون B را نگاه کنید. با استفاده از عملگر SUM در خانه A1 حاصل جمع اعداد خانه‌های B1 تا B100 را قرار دهید.

91	0.792946	1
92	0.364674	0
93	0.377606	0
94	0.434685	0
95	0.229809	0
96	0.844644	1
97	0.728353	1
98	0.666466	0
99	0.500079	0
100	0.360485	0
101	=SUM(B1:B100)	
102		

باز هم ده بار کلید F9 صفحه کلید را بزنید و عدد خانه B101 را که نتیجه صد بار پرتاب سکه جدید (شبیه‌ساز دوم) است، در جدول یادداشت کنید. آیا تفاوتی میان نتایج این شبیه‌ساز و شبیه‌ساز قبلی مشاهده می‌کنید؟ فکر می‌کنید در کدام شبیه‌ساز، سکه‌ای سالم شبیه‌سازی شده است؟ چرا؟

■ بررسی تغییر!

چه تغییری صورت گرفته است؟ ستون B در صفحه دوم با یک تغییر کوچک، مشابه ستون B در صفحه اول شکل گرفته است. تنها عبارت‌های نوشته شده در خانه‌های B1 در این دو صفحه با هم متفاوت‌اند. پس عبارت نوشته شده در خانه B1 در صفحه اول یعنی =ROUND(A1,0) و عبارت نوشته شده در خانه B1 در صفحه دوم، یعنی =ROUND(A1*0,7,0)



■ یک تغییر کوچک

با کلیک روی «sheet2» در پایین صفحه، به صفحه دوم همان فایل بروید.

108				
109				
	Sheet1	Sheet2	Sheet3	...
	Ready			

در خانه A1 در این صفحه، مانند صفحه قبل عبارت =ROUND(A1*0,7,0) را بنویسید. اما در خانه B1 عبارت =ROUND(A1*0,7,0) را بنویسید و دکمه Enter را بزنید.

	f _x	=ROUND(A1*0,7,0)	
	A	B	C
1	0.764095	1	
2			
3			
4			
5			

چه عددی در هریک از این خانه‌ها می‌بینید؟ چند بار دکمه F9 صفحه کلید را بزنید و نتیجه را مشاهده کنید. باز هم با هر بار فشردن کلید F9، در خانه B1 عدد ① (پشت آمدن سکه) یا ① (روآمدن سکه) قرار می‌گیرد. این بار هم با یک تغییر کوچک، یک شبیه‌ساز پرتاب سکه ساخته‌ایم. (چه تغییری؟)

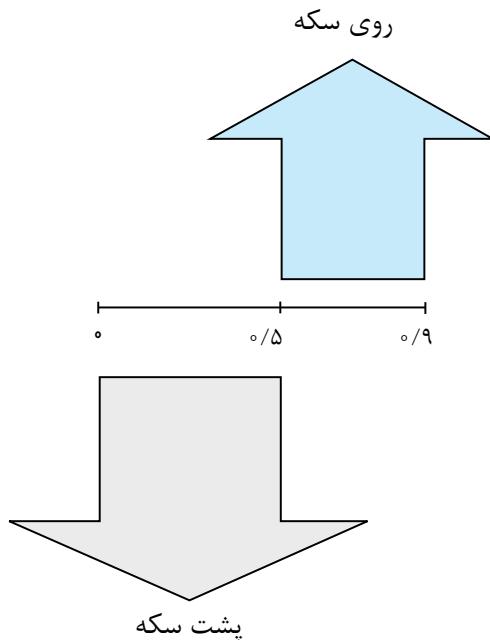
خانه‌های A1 و B1 را در بگیرید و تا سطر صدم پایین بکشید. بدین ترتیب در هریک از خانه‌های ستون B یکی از عده‌های ① یا ① نمایش داده می‌شود.

91	0.792946	1
92	0.364674	0
93	0.377606	0
94	0.434685	0
95	0.229809	0
96	0.844644	1
97	0.728353	1
98	0.666466	0
99	0.500079	0
100	0.360485	0
101		
102		

آیا نتایج مربوط به 100 بار پرتاب این سکه شبیه‌سازی شده هم نظر شما را تأیید می‌کند؟

■ تغییر از همان نوع!

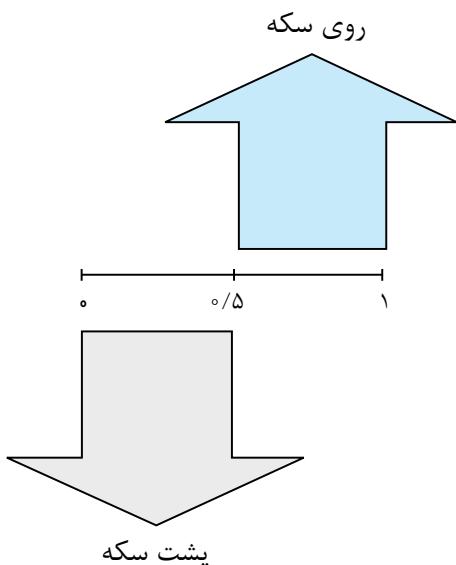
حالا به «sheet 3» بروید. باز هم در خانه A1 در این صفحه مانند صفحه قبل عبارت $=ROUND(A1 * 0.9, 0)$ را بنویسید. اما در خانه B1 عبارت $=ROUND(A1 * 0.9, 0)$ را وارد کنید و دکمه Enter را بزنید. هدو خانه را تا سطر صدم به پایین بکشید و حاصل جمع عددهای ستون B1 را هم در سطر صد و یکم ستون B محاسبه کنید. این بار یک شبیه‌ساز سکه دیگر ساخته‌ایم. ده بار دکمه F9 صفحه کلید را بزنید و نتایج مربوط به صد بار پرتاب این سکه (شبیه‌ساز سوم) را هم در جدول یادداشت کنید.



به همین ترتیب چند شبیه‌ساز دیگر هم در صفحه‌های بعدی همین فایل بسازید. (با گرفتن دکمه shift و فشردن

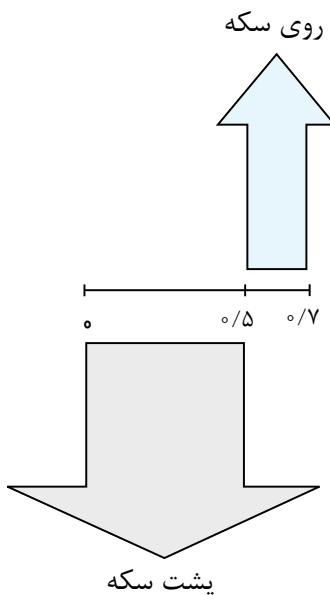


را با هم مقایسه می‌کنیم. در خانه B1 صفحه اول، گردشده عدد مربوط به خانه A1 با تقریب کمتر از یک (یعنی بدون رقم اعشار) قرار گرفته است:

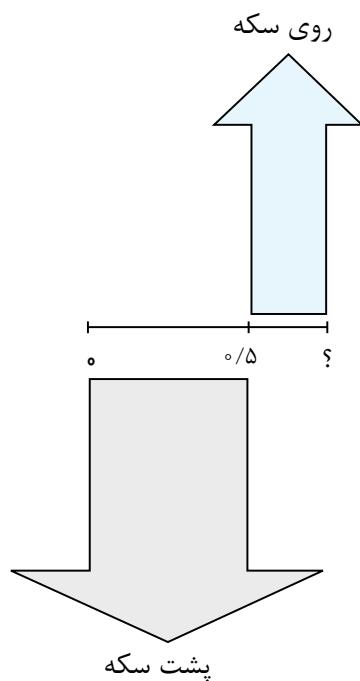


اما در خانه B1 صفحه دوم، گردشده حاصل $A1 \times 0/7$ با تقریب کمتر از یک قرار گرفته است. $0/7$ معنی عدد مربوط به خانه A1 ضرب در هفت دهم؛ پس حاصل آن عددی تصادفی بین صفر و هفت‌دهم است! چرا؟

این عدد با تقریب کمتر از یک گرد می‌شود! فکر می‌کنید احتمال ⑤ شدن (به پشت افتادن سکه) با ① شدن (رو آمدن سکه) در این شبیه‌ساز با هم برابر است؟ احتمال کدام پیشامد بیشتر است؟



احتمال به پشت افتادن (Ⓐ آمدن)، دو برابر به رو افتادن (Ⓑ آمدن) باشد؟



(ما این شبیه‌ساز را در صفحه هفتم ساخته و فایل نهایی را با نام «Random Generator2» نام‌گذاری کردیم. شما می‌توانید برای دسترسی به این فایل به وبلاگ مجله مراجعه نمایید).

در شماره بعدی مجله، به بررسی نتایج پرتاپ همزمان دو سکه در محیط Excel خواهیم پرداخت.

دکمه F11 صفحه کلید می‌توانید صفحات جدیدی ایجاد کنید).



همه شبیه‌سازها مثل هم بسازید. تنها تفاوت در خانه B1 مربوط به هر صفحه است.
در خانه B1 صفحه چهارم عبارت $=ROUND(A * 0.8,0)$ و در خانه B1 صفحه پنجم عبارت $=ROUND(A * 0.6,0)$ را وارد کنید. در خانه B1 صفحه ششم هم عبارت $=ROUND(A * 0.5,0)$ را بنویسید.
در هر صفحه، ده بار دکمه F9 را بزنید و نتایج را در جدول بنویسید. خوب به نتایج به دست آمده نگاه کنید! کدامیک از شبیه‌سازهای دوم تا ششم سکه‌ای سالم‌تر از بقیه را شبیه‌سازی کرده است؟ چه دلیلی برای پاسخ‌گیری دارید؟ سکه شبیه‌سازی شده در صفحه ششم چه جور سکه‌ای است؟

آیا می‌توانید شبیه‌ساز سکه‌ای را طراحی کنید که در آن





ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی!

(بخش سوم)

کلیدواژه‌ها: ارتباطات بی‌سیم، چوب‌های رنگی، حروف الفبا، کدگذاری

آبی، آبی، آبی، آبی، قرمز	ب	آبی، آبی، آبی، آبی، آبی	۱
آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز	ت	آبی، آبی، آبی، قرمز، آبی	پ
آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز	ج	آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی	ث
آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ح	آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی	چ
آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز	د	آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی	خ
آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز	ر	آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی	ذ
آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی	ز	آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی	ز
آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ش	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	س
قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز	ض	قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی	ص
قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز	ط	قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی	ط
قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز	غ	قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی	ع
قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ق	قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ف
قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی	گ	قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی	ک
قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی	م	قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی	ل
قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز	و	قرمز، قرمز، قرمز، آبی، آبی	ن
قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ی	قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ه

صبح زود، همینگ جوان فریادکنان به سمت خانهٔ رئیس قبیله می‌دوید: «یافتم! یافتم!» رئیس آمد و همینگ شروع به سخنرانی کرد: «بیینید! شما ۳۲ حرف در زبان خود دارید. من می‌توانم هر حرف را با پنج چوب رنگی نمایش دهم. اگر پنج جواب را پشت سر هم آتش بزنیم، به ترتیب پنج رنگ نمایش داده می‌شود که هر کدام می‌تواند آبی یا قرمز باشد. چون برای هر کدام از چوب‌ها دو حالت رنگی می‌توانیم انتخاب کنیم، پس در مجموع $= 32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ حرف را می‌توانیم نمایش دهیم. مثلاً اگر تنها بخواهیم از دو چوب استفاده کنیم، ۴×۲=۸ حالت داریم:

آبی، آبی

آبی، قرمز

قرمز، آبی

قرمز، قرمز

رئیس قبیله همینگ را بسیار تحسین کرد و جدول الفبای خودشان را در اختیار همینگ ما قرار داد تا از این به بعد بتواند با اعضای قبیله به کمک چوب‌های کارخانه خودشان ارتباط برقرار کند.

همینگ آن شب خورش قیمه می‌خواست. اما چگونه باید سفارش غذا می‌داد؟! چوب‌ها را به چه ترتیبی آتش می‌زد تا برایش قیمه بیاورند؟! کمی اندیشید و دست به کار شد. شما فکر می‌کنید که همینگ چگونه چوب‌ها را انتخاب کرد؟! برای اینکه بتوانید برای خود غذا سفارش دهید، در شماره بعدی همواره ما باشید!

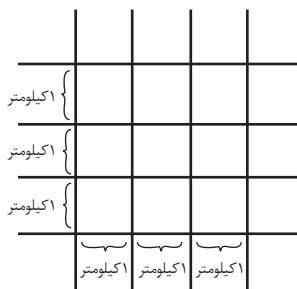
همینگ جدول را که دید بسیار شگفت‌زده شد! چگونه این جدول با این نظم و ترتیب تهیه شده است؟! به نظر شما نظم و ترتیبی در این جدول دیده می‌شود؟! همینگ با همین حال به خانه برگشت. او مدت‌ها چشم به جدول دوخته بود تا زمانی که احساس گرسنگی کرد و پرسید چگونه باید غذا تهیه کند. به او گفتند کافی است که نام غذای مورد نظر خود را به کمک چوب‌های مناسب نمایش دهد. یعنی چوب‌های مناسب را برای حروف غذا به کمک جدول حروف الفبا انتخاب کند و آن‌ها را به ترتیب آتش بزنند.





بازی پرس و پرس

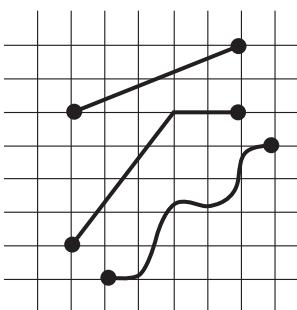
همان طور که گفتیم، نقشه این شهر خیلی منظم است: فاصله هر خیابان افقی تا خیابان افقی بعدی دقیقاً ۱ کیلومتر است. همین طور، فاصله هر خیابان عمودی تا خیابان عمودی بعدی هم دقیقاً ۱ کیلومتر است. پس وقتی در خیابانی حرکت کنیم، از چهارراهی به چهارراه بعد دقیقاً ۱ کیلومتر فاصله است. (شکل ۳).



شكل ٣

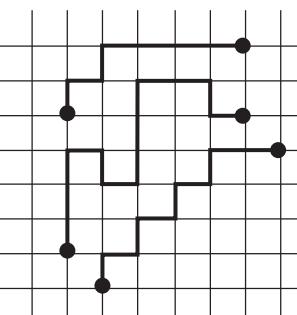
اگر شخصی با اتومبیل در این شهر حرکت کند، فقط از خیابان‌ها می‌تواند عبور کند. پس هیچ‌یک از حرکت‌های شکل ۴ امکان پذیر نیست.

شکل ۱ نقشه شهری است که بازی نقشه گنج در آن انجام می‌شود. نقشه این شهر خیلی منظم است: خیابان‌های آن خطوط افقی یا عمودی هستند؛ همان خطهایی که در نقشه رسم شده‌اند.

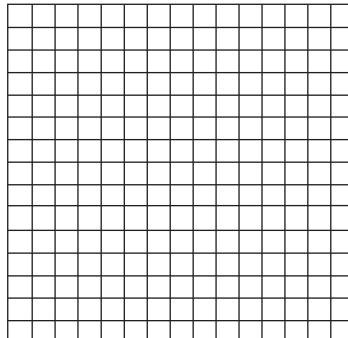


شکا ۴

اما حرکت‌های شکل ۵ امکان‌یزیرند.

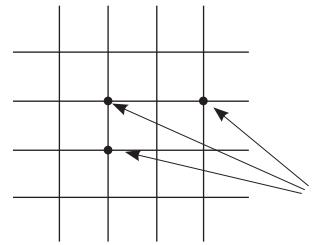


شکا ۵



شکل ۱

مانند هر شهر دیگری، تقاطع خیابان‌ها در این شهر «چهارراه» نامیده می‌شوند. (شکل ۲).



شکل ۲

طول هر یک از مسیرهای ۱، ۳ و ۴ برابر ۹ کیلومتر است و هیچ مسیری با طول کمتر از ۹ کیلومتر است و هیچ مسیری با طول کمتر از ۹ کیلومتر بین A و B وجود ندارد.

کمترین طول مسیر بین دو نقطه را «فاصله تاکسی‌ای» بین آن دو نقطه می‌نامند.

مثلاً در شکل‌های بالا فاصله تاکسی‌ای بین A و B برابر است با ۹ کیلومتر.

و اما بازی

و اما بازی! بازی نقشه گنج، دو نفره است. نفر اول گنجی را در یکی از چهارراه‌های شهر پنهان می‌کند. نفر دوم باید جای گنج را روی نقشه شهر پیدا کند.

برای این کار، نفر دوم یکی از چهارراه‌های شهر را علامت می‌زند. سپس از نفر اول می‌پرسد که «فاصله تاکسی‌ای گنج تا این چهارراه چند کیلومتر است؟» نفر اول باید به این سؤال پاسخ درست بدهد.

نفر دوم دوباره چهارراهی را علامت می‌زند و از نفر اول می‌پرسد که «فاصله تاکسی‌ای گنج تا این یکی چهارراه چند کیلومتر است؟» و نفر اول باز هم پاسخ درست می‌دهد. بازی تا وقتی ادامه می‌یابد که نفر دوم گنج را پیدا کند. تعداد سؤال‌های نفر دوم، امتیاز نفر اول است!

ضمناً هر بار که نفر دوم محل گنج را اشتباه حدس بزند، یک امتیاز به نفر اول اضافه می‌شود و نفر دوم دوباره می‌تواند برای یافتن گنج تلاش کند.

در ادامه بازی، نفر اول و نفر دوم جایشان را عوض می‌کنند: نفر دوم گنج را پنهان می‌کند و نفر اول سؤال می‌پرسد، و بقیه بازی مثل قبل است.



فاصله تاکسی‌ای!

دو چهارراه مثل A و B در این شهر در نظر بگیرید. (شکل ۶) می‌خواهیم با خودرو از A به B برویم. همان‌طور که گفتیم، حتماً باید از خیابان‌ها عبور کنیم. از A به B مسیرهای زیادی وجود دارند، اما بعضی از آن‌ها کمترین طول ممکن را دارند. به این مسیرها بین A و B در شکل ۶ توجه کنید.

۹ کیلومتر		مسیر ۱
۱۷ کیلومتر		مسیر ۲
۹ کیلومتر		مسیر ۳
۹ کیلومتر		مسیر ۴
۱۳ کیلومتر		مسیر ۵

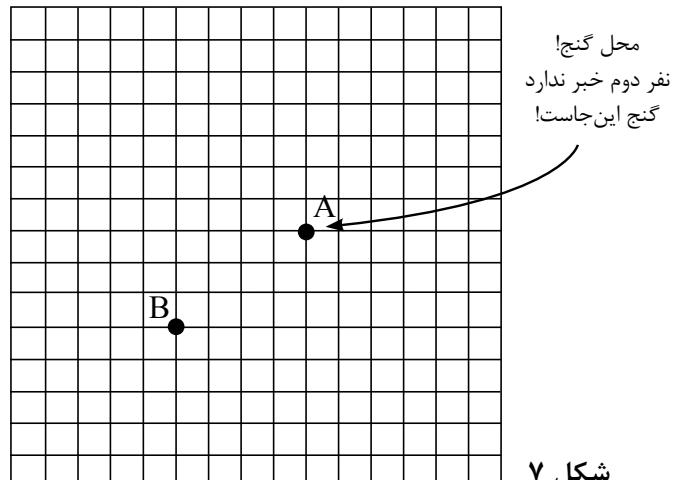
شکل ۶

بازی بپرس و به گنج برس! بارایانه

آنچه در این نوشته بیان کردیم، فقط یکی از مراحل بازی است. مراحل بعدی هم جالب‌اند. برای بازی کردن این مرحله و بقیه مراحل، به نشانی اینترنتی زیر بروید:

<http://nrich.maths.org/6288>

بگذارید نمونه‌ای از بازی را بررسی کنیم:
نفر اول گنج را در نقشه شکل ۷ در چهارراه A پنهان کرده است. البته نفر دوم از جای گنج خبر ندارد. حالا نفر دوم چهارراه B را علامت می‌زند و می‌پرسد «فاصله تاکسی‌ای گنج تا چهارراه B چند کیلومتر است؟»

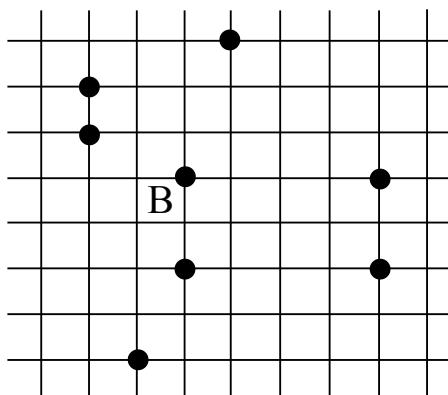


شکل ۷

مسئله‌ها

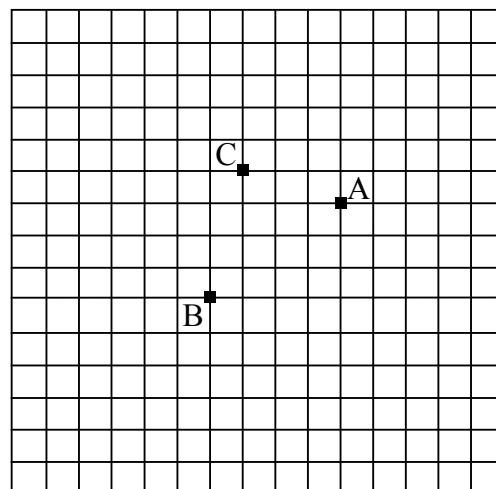
در هریک از این مسئله‌ها، نفر اول گنج را در یکی از چهارراه‌ها پنهان کرده است. البته فقط بخشی از نقشه نشان داده شده است.

- نفر دوم چهارراه B را علامت می‌زند و می‌پرسد: «فاصله تاکسی‌ای گنج تا چهارراه B چند کیلومتر است؟» نفر اول پاسخ می‌دهد: «۴ کیلومتر.» در شکل بعضی از چهارراه‌ها را مشخص کرده‌ایم. بگویید با همین مقدار اطلاعات، گنج در کدام‌ها ممکن است باشد و در کدام‌ها غیرممکن است باشد.



شکل ۹

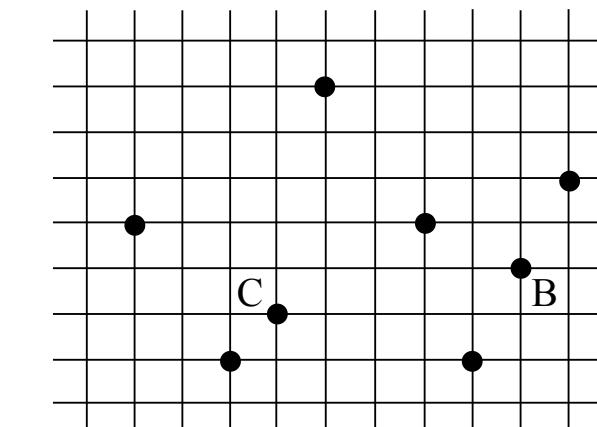
پاسخ نفر اول چیست؟ بله. پاسخ می‌دهد: «۷ کیلومتر.» حالا نفر دوم دوباره چهارراهی را انتخاب می‌کند (در شکل ۸، چهارراه C) و می‌پرسد: «فاصله تاکسی‌ای این چهارراه تا محل گنج چند کیلومتر است؟»



شکل ۸

این‌دفعه پاسخ نفر اول این است: «۴ کیلومتر.» فرض کنید نفر دوم سه سؤال دیگر هم بپرسد و یک بار جای گنج را اشتباه حدس بزند و در حدس بعدی گنج را پیدا کند. در این صورت امتیاز نفر اول برابر است با ۶.

B چند کیلومتر است؟» نفر اول پاسخ می‌دهد: «۳ کیلومتر.» سپس نفر دوم چهارراه C را علامت می‌زند و می‌پرسد: «فاصله تاکسی‌ای گنج تا چهارراه C چند کیلومتر است؟» نفر اول پاسخ می‌دهد: «۵ کیلومتر.» بعضی از چهارراه‌ها را مشخص کرده‌ایم. بگویید گنج در کدام‌ها ممکن است باشد و در کدام‌ها غیرممکن است باشد.

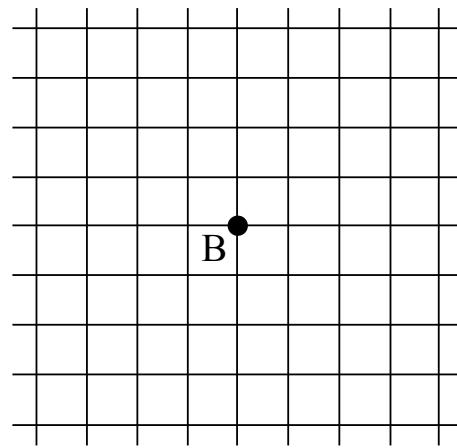


شکل ۱۱

منبع

<http://nrich.maths.org/6288>

۲. نفر دوم چهارراه B را علامت می‌زند و می‌پرسد «فاصله تاکسی‌ای گنج تا چهارراه B چند کیلومتر است؟» نفر اول پاسخ می‌دهد: «۳ کیلومتر.» با همین مقدار اطلاعات، گنج در کدام چهارراه‌ها ممکن است باشد؟ همه آن چهارراه‌ها را در شکل علامت بزنید.



شکل ۱۰

۳. به شکل ۱۱ توجه کنید. نفر دوم چهارراه B را علامت می‌زند و می‌پرسد «فاصله تاکسی‌ای گنج تا چهارراه





مانا در جست‌وجوی حقیقت

باز هم ادعاهایی مشروط

کلیدوازه‌ها: جمله شرطی، آموزش ریاضی، عکس جمله شرطی، درستی جملات



مساوی‌اند) ادعا کرده است که زوایا دوبه‌دو مساوی‌اند، البته با این شرط که دو مثلث با هم برابر باشند.

جمله دوم (دو مثلث با زوایای دوبه‌دو مساوی، با هم مساوی‌اند) ادعا کرده است که دو مثلث با هم مساوی‌اند؛ البته با این شرط که زوایای آن‌ها دوبه‌دو با هم برابر باشند. بنابراین، مانا جملات را طوری بازنویسی کرد که معنی آن‌ها تغییر نکند و شرط اولیه و ادعا از هم جدا شوند:

جمله‌اول: اگر دو مثلث با هم مساوی باشند، زوایای دو

مثلث دوبه‌دو با هم مساوی‌اند.

جمله دوم: اگر زوایای دو مثلث دوبه‌دو با هم مساوی باشند، دو مثلث با هم مساوی‌اند.

گاهی در زبان ریاضی، جملات شرطی را طوری می‌نویسند که دو بخش شرط اولیه و ادعا از هم جدا باشند. در ضمن از

دو جمله زیر را به دقت بخوانید. آیا این جملات معنای متفاوتی دارند؟

جمله اول: «زوایای دو مثلث مساوی، دوبه‌دو با هم مساوی‌اند.»

جمله دوم: «دو مثلث با زوایای دوبه‌دو مساوی، با هم مساوی‌اند.»



جملاتی از این دست، در کتاب‌های ریاضی، فراوان‌اند. مانا که از ظاهر شبیه به هم این دو جمله خوشش آمده بود، تلاش می‌کرد که معنی هریک از آن‌ها را بفهمد. او خیلی زود به یاد «جملات شرطی» افتاد. در شماره قبل دیدیم که جملات شرطی، جملاتی هستند که از دو بخش تشکیل شده‌اند: یک شرط اولیه و یک ادعا. مانا در دو جمله بالا، شرط اولیه و ادعا را پیدا کرد.

جمله اول (زوایای دو مثلث مساوی، دوبه‌دو با هم

اگر به جای شرط اولیه و ادعای یک جمله شرطی را با هم عوض کنیم، به یک جمله شرطی جدید می‌رسیم که به آن عکس جمله شرطی قبلی می‌گوییم

کلمات «اگر» و «آن گاه» در ابتدای دو بخش استفاده می‌کنند.

• اگر شرط اولیه برقرار باشد، آن گاه ادعا نیز برقرار است.

• اگر دو مثلث با هم مساوی باشند، آن گاه زوایای دو مثلث دوبه‌دو با هم مساوی‌اند.

با این حال در بسیاری از موارد، شرط اولیه و ادعا از هم به طور کامل جدا نمی‌شوند و باید برای جداسازی آن‌ها تلاش کرد؛ مثل کاری که مانا انجام داد.

جملاتی که در ادامه می‌بینید، همگی جملاتی شرطی هستند. سعی کنید در هر مورد شرط اولیه و ادعا را از هم جدا کنید و جمله را به صورت «اگر آن گاه» بیان کنید. (پاسخ این سؤال را می‌توانید در صفحه ۳۷ ببینید).

(الف) هر متوازی‌الاضلاع با دو قطر برابر، لوزی است.

(ب) ک.م.م دو عدد طبیعی که ب.م.م آن‌ها یک است، برابر با حاصل ضرب آن دو عدد است.

(ج) قطرهای مستطیل با هم برابرند.

گاهی در زبان ریاضی، جملات شرطی را طوری می‌نویسند که دو بخش شرط اولیه و ادعا از هم جدا باشند. در ضمن از کلمات «اگر» و «آن گاه» در ابتدای دو بخش استفاده می‌کنند

دو

برگردیم به دو جمله‌ای که مانا بازنویسی کرده بود:

جمله‌اول: اگر دو مثلث با هم مساوی باشند، زوایای دو شرط اولیه

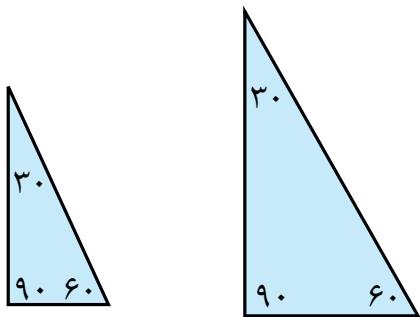
مثلث دوبه‌دو با هم مساوی‌اند.
ادعا

جمله دوم: اگر زوایای دو مثلث دوبه‌دو با هم مساوی باشند، دو مثلث با هم مساوی‌اند.

شرط اولیه
ادعا

برای اثبات درستی جملات شرطی باید از شرط اولیه استفاده کرد و دلیلی قانع‌کننده برای درستی ادعا آورد

جمله دوم به سادگی جمله اول نبود: «اگر زوایای دو مثلث دوبهدو با هم مساوی باشند، دو مثلث با هم مساوی‌اند.» مانا فکر کرد که اگر این جمله درست نباشد، حتماً مثال نقض دارد. در شماره قبل دیدیم که برای نقض کردن یک جمله شرطی، باید به دنبال مثالی باشیم که شرط اولیه را دارد، اما ادعا در مورد آن برقرار نیست. بنابراین مانا کوشید دو مثلث را طوری پیدا کند که زوایایشان برابر باشند، اما مثلث‌ها برابر نباشند. مثل این‌که کار خیلی سختی هم نبود. مانا خیلی زود مثال زیر را پیدا کرد؛ دو مثلث با زوایای 30° ، 60° و 90° درجه که با هم برابر نیستند.



البته این جمله شرطی، مثال‌های نقض فراوان دیگری هم دارد. شما هم می‌توانید چند تا از آن‌ها را پیدا کنید.

چهار

گاهی ممکن است با عوض کردن جای شرط و ادعا در یک جمله شرطی درست، باز هم به یک جمله شرطی درست بررسیم. همچنین ممکن است یک جمله شرطی و عکس آن، هردو نادرست باشند. این بار نوبت شماست.

ح) سراغ چهار جمله تمرین قبل بروید. و درستی یا نادرستی هریک از این جملات و عکس آن‌ها را بررسی کنید.
(پاسخ را می‌توانید در صفحه ۳۷ ببینید.)

با کمی دقیق بینیم که در این دو جمله، جای شرط اولیه و ادعا عوض شده است. اگر به جای شرط اولیه و ادعای یک جمله شرطی را با هم عوض کنیم، به یک جمله شرطی جدید می‌رسیم که به آن عکس جمله شرطی قبلی می‌گوییم. بنابراین، جمله دوم عکس جمله اول است و به همین شکل جمله اول نیز عکس جمله‌دوم.

حالا شما عکس هریک از جملات شرطی زیر را بنویسید (پاسخ‌ها را می‌توانید در صفحه ۳۷ ببینید).

د) عددی که بر 10° بخش‌پذیر باشد، بر 2° هم بخش‌پذیر خواهد بود.

ه) اگر دو مستطیل مساحت‌های برابر داشته باشند، طول و عرضشان نیز با هم برابر است.

و) اگر دو کسر با هم برابر باشند، حاصل ضرب صورت هریک در مخرج دیگری با هم برابر است.

ز) اگر حاصل جمع دو عدد زوج باشد، یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است

سه

مانا که می‌دانست در جمله اول و دوم شرط و ادعا جایه‌جا شده‌اند، می‌خواست درباره درستی و نادرستی هریک از دو جمله هم مطمئن شود. بنابراین دست به کار شد.

جمله اول در مورد دو مثلث برابر ادعا می‌کند که زوایه‌های برابر دارند. در شماره قبل دیدیم که مانا برای بررسی درستی جمله شرطی روی جعبه، مجبور شد بسیاری از کارت‌های جعبه را یکی یکی بررسی کند. اما در مورد این جمله چنین کاری امکان‌پذیر نیست. در ریاضی در بسیاری از موارد، مثال‌های موجود برای یک جمله نامحدود هستند و هرچقدر هم بررسی شوند، به پایان نمی‌رسند. بنابراین برای اثبات درستی همه جملات شرطی نمی‌توان از بررسی مثال‌ها استفاده کرد. مانا مطمئن بود که این جمله درست است. در واقع او پیش خود فکر کرد که وقتی شرط اولیه برقرار است، یعنی دو مثلث با هم برابرند، این دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند. بنابراین چون زوایه‌های دو مثلث دوبهدو با هم منطبق می‌شوند، با هم برابرند و بنابراین ادعا درست است. برای اثبات درستی جملات شرطی باید از شرط اولیه استفاده کرد و دلیلی قانع‌کننده برای درستی ادعا آورد.



راهبردی برای حل مسائل منطقی

کلیدوازه‌ها: مسئله‌های منطقی، حل مسئله، ماتریس، منطق

× را قرار دهیم. برای اینکه کار کرد ماتریس را متوجه شویم، مسئله زیر را بررسی می‌کنیم.

۱. مریم، مینا، مهری و مهسا، چهار دانشآموزند که هریک فقط از یک وسیله برای نقاشی استفاده می‌کنند. مهری عاشق رنگ‌های روشن است، اما از مازیک استفاده نمی‌کند. مهسا و مهری هیچ وقت به رنگ دست نمی‌زنند. مریم از قلم‌موهای خود به مشخص کنید هر دانشآموز چه وسیله‌ای استفاده می‌کند.

حل: اولین مرحله، خواندن تمام اطلاعات مسئله و نوشتן نام بچه‌ها (مریم، مینا، مهری و مهسا) در خانه‌های کناری و نام وسایل نقاشی (مازیک، مداد مشکی، آبرنگ و مدادشمعی) در خانه‌های بالایی ماتریس است. این اطلاعات همه از میان جملات مسئله استخراج می‌شوند.

نام دانشآموز	آبرنگ	داد مشکی	مازیک	مدادشمعی
مریم				
مینا				
مهری				
مهسا				

هریک از ما روزانه به حل چندین مسئله می‌پردازیم. زیرا به طور مداوم با موقعیت‌هایی روبرو می‌شویم که در آن‌ها چیزی بین ما و خواسته‌هایمان قرار می‌گیرد و باید آن چیز را از سر راه برداریم. پس به نظر می‌رسد نیاز ما در جامعه امروز این است که بسیار بیندیشیم، اطلاعات را تجزیه و تحلیل کنیم و به طور منطقی استدلال کنیم.

دسته‌ای از مسائل روزمره در زندگی ما، همچون مسئله‌های ریاضی، از مجموعه مسائل منطقی هستند. این مسئله‌ها بیشتر حالتی معما‌گونه دارند، اما حقه و کلکی در آن‌ها نیست. بنابراین، برای حل آن‌ها به جمع‌آوری اطلاعات از میان جمله‌های مسئله نیاز داریم. ممکن است از یک جمله به تنها یک، و گاهی از همراهی دو جمله با هم و رابطه بین آن‌ها، اطلاعات زیادی به دست آوریم. در اینجا نمونه‌هایی از این مسئله‌ها را برای شما آورده‌ایم. روشی که برای حل این مسئله‌ها پیشنهاد می‌شود، روش منطق ماتریسی است. در این روش برای نگهداشتن تمام اطلاعات مسئله از جدولی به نام ماتریس استفاده می‌شود. ماتریس این امکان را به ما می‌دهد که اطلاعات جمله‌های مسئله را کنار هم بگذاریم و از آن‌ها اطلاعات دیگری را نتیجه بگیریم. با خواندن جمله‌های مسئله، در صورتی که اطلاعات آن‌ها پاسخ قطعی بله یا خیر بدهد، در خانهٔ مربوط به آن‌ها × (خیر) یا ✓ (بلی) قرار می‌دهیم. همچنین باید در نظر داشته باشیم، زمانی که خانه‌ای را با ✓ مشخص می‌کنیم، باید در سایر خانه‌های سطر و ستون آن

علامت ✓ در محل تلاقي مهرى و مدادشمعى زده مى شود.
پس در خانه محل تلاقي مريم، مينا و مهسا با مدادشمعى ×
مى گذاريم چون هر يك فقط از يك وسیله استفاده مى کنند.

نام دانشآموز	مهرى	مهسا	ميما	مريم	نحوه
آب رنگ					مشکل
مهرى	✓			X	
مهسا		X			
ميما			X		
مريم				X	

از جمله «مريم از قلموهای خود به خوبی مواظبت می کند»، می فهمیم مريم از آبرنگ استفاده می کند، چون تنها وسیله ای که به قلم مو نیاز دارد، آبرنگ است. پس در خانه محل تلاقي مريم و آبرنگ ✓ می گذاريم و در خانه های باقی مانده سطر مريم و خانه های باقی مانده ستون آبرنگ × قرار مى دهیم.

نام دانشآموز	مهرى	مهسا	ميما	مريم	نحوه
آب رنگ					مشکل
مهرى	✓		X	X	
مهسا		X		X	
ميما			X		
مريم				X	

با استفاده از جمله «مدادهای مشکی برای مينا کسالت آورند»، در می باییم که مينا از مداد مشکی استفاده نمی کند. بنابراین در خانه مربوط به مداد مشکی و مينا علامت × می گذاريم. با این کار تنها خانه مازیک در سطر مينا خالی می ماند، در نتیجه مينا باید از مازیک استفاده کند و در خانه برخورد مينا و مازیک ✓ می گذاريم. همچنین از مشاهده ماتریس می فهمیم که مهسا از مازیک استفاده نمی کند و در محل تلاقي مهسا و مازیک × می گذاريم.

اکنون با استفاده از این ماتریس به ثبت اطلاعاتی می پردازیم که از بررسی و تجزیه تحلیل جمله ها به دست می آوریم.

از جمله «مهرى عاشق رنگ روشن است، اما از مازیک استفاده نمی کند»، در می باییم که مهرى از مازیک استفاده نمی کند. بنابراین در خانه ای که مهرى و مازیک تلاقي دارند، × را می زنیم. همچنین از این جمله نتیجه می گیریم که مهرى به استفاده از مداد مشکی تمایلی ندارد. پس در خانه محل تلاقي مهرى و مداد مشکی هم × می گذاریم.

نام دانشآموز	مهرى	مهسا	ميما	مريم	نحوه
آب رنگ					مشکل
مهرى	×				
مهسا					
ميما					
مريم					

از جمله «مهسا و مهرى هیچ وقت به رنگ دست نمی زند»، نتیجه می گیریم که مهسا و مهرى از آبرنگ استفاده نمی کنند. بنابراین در محل تلاقي خانه مهسا و مهرى با آبرنگ × می گذاریم.

نام دانشآموز	مهرى	مهسا	ميما	مريم	نحوه
آب رنگ					مشکل
مهرى	×				
مهسا					
ميما					
مريم					

اکنون با مشاهده ماتریس متوجه می شویم، در سطر مهرى خانه های تمام وسائل نقاشی موردنظر به جز یکی پر شده است که این یعنی مهرى از مدادشمعی استفاده می کند و

۲. بابک، طاهرا و رضا می‌توانند فقط یکی از برنامه‌های تلویزیون را ببینند. برنامه‌ها در ساعت‌های ۴:۰۰، ۵:۰۰، ۷:۰۰ و ۹:۰۰ بعدازظهر پخش می‌شوند. بابک دوست دارد آگهی‌های تجاری را تماشا کند. کاوه به کارتون علاقه ندارد، اما دوستش به این برنامه علاقه دارد. برنامه مورد علاقه بابک بعد از برنامه‌هایی است که رضا و کاوه تماشا می‌کنند. رضا عاشق کارتون‌هایی است که درست پیش از برنامه مورد علاقه کاوه نمایش داده می‌شوند. ساعت ۵ برنامه اخبار پخش می‌شود، اما این برنامه‌ای نیست که طاهرا تماشا می‌کند. فیلم هم ساعت ۹ پخش می‌شود. برنامه و زمانی را که هریک از آن‌ها می‌بینند مشخص کنید.

اگر به دقت جملات مسئله را بخوانید و اطلاعات موردنیاز را گام به گام از آنها استخراج کنید، به پاسخ زیر می‌رسید:

زمان	برنامه	نام
۷	آگهی تجاری	بابک
۵	اخبار	کاوه
۹	فیلم	طاهرا
۴	کارتون	رضا

اکنون می‌توانید نمونه مسئله‌هایی را که برگرفته از مسابقات ریاضی کانگورو در سال‌های گذشته‌اند، حل کنید.

۳. هر کدام از این پسرها، محمود، مازیار، پوریا و رضا فقط یکی از این حیوانات را نگه می‌دارند: گربه، خروس، ماهی



نام دانش‌آموز	بابک	کاوه	طاهرا	رضا
مریم	✗	✗	✓	✗
مینا	✓	✗	✗	✗
مهری	✗	✗	✗	✓
مهسا	✗		✗	✗

حالا ملاحظه می‌کنیم که تنها یک خانه خالی مانده و آن محل تلاقي مهسا و مداد مشکی است. این یعنی باید در آن خانه ✓ بگذاریم. اکنون ماتریس کامل و پاسخ مسئله پیدا شده است.

نام دانش‌آموز	بابک	کاوه	طاهرا	رضا
مریم	✗	✗	✓	✗
مینا	✓	✗	✗	✗
مهری	✗	✗	✗	✓
مهسا	✗	✓	✗	✗

در بعضی از مسئله‌ها دو یا بیش از دو موضوع برای بررسی وجود دارد که در این صورت هردو موضوع را در ماتریس می‌نویسیم. جدول زیر، برای مسئله ۲ رسم شده است.

برنامه	زمان						

۴	۳	۲	۱	
				آرش
				بابک
				شاهین
				دانیال

۵. سه جعبه روی میز است. یکی سفید، یکی قرمز و یکی

سبز. داخل یکی از آن‌ها شکلات و داخل یکی دیگر از آن‌ها سبیب است. سومین جعبه خالی است. در صورتی که بدانیم شکلات یا در جعبه سفید و یا در جعبه قرمز است و سبیب در جعبه سفید و سبز نیست، جعبه‌ای که شکلات در آن است چه رنگی است؟

- الف. سفید ب. قرمز پ. سبز
ت. هیچ کدام از آن‌ها ث. نمی‌توان تعیین کرد.

خالی	سبیب	شکلات	
			سفید
			قرمز
			سبز

۶. سه دوست، سامان، رامین و فرهاد هریک یکی از این شغل‌ها را دارند: پزشک، مهندس و نوازنده. شغل آن‌ها

و قناری. پوست حیوان مازیار، مودار است. حیوان رضا چهار پا دارد. پوریا پرنده دارد. محمود و مازیار از گربه خوششان نمی‌آید. کدامیک از جملات زیر درست نیست؟

- الف. رضا یک خروس دارد.
ب. پوریا یک قناری دارد.
پ. محمود یک ماهی دارد.
ت. رضا یک گربه دارد.
ث. مازیار یک خروس دارد.

قناری	ماهی	خروس	گربه	
				محمود
				مازیار
				پوریا
				رضا

۷

آرش، بابک، شاهین و دانیال چهار رتبه اول (۱، ۲، ۳، ۴) مسابقات شطرنج را به دست آورده‌اند. مجموع شماره‌های مربوط به رتبه آرش، بابک و دانیال برابر ۶ و مجموع شماره‌های مربوط به رتبه بابک و شاهین هم برابر ۶ است. همچنین می‌دانیم که بابک در این مسابقات بهتر از آرش عمل کرده است. کدامیک از پسرها رتبه اول را به دست آورده است؟

- الف. آرش ب. بابک پ. شاهین
ت. دانیال ث. نمی‌توان تعیین کرد.



پاسخ مسئله‌های منطقی

۳. الف ۴. ت ۵. الف
۶. پ ۷. پ

← پاسخ‌های «مانا در جست و جوی حقیقت»

- الف) اگر در متوازی‌الاضلاعی قطرها با هم برابر باشند، آن‌گاه آن متوازی‌الاضلاع، لوزی است.
- ب) اگر ب.م.م دو عدد طبیعی برابر با یک باشد، آن‌گاه ک.م. آن‌ها برابر با حاصل ضرب آن دو عدد است.
- ج) اگر یک چهارضلعی، مستطیل باشد، آن‌گاه قطرهای آن چهارضلعی با هم برابرند.
- د) جمله شرطی: اگر عددی بر 10° بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه بر 2 هم بخش‌پذیر خواهد بود.
- عکس: اگر عددی بر 2 بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه بر 10° هم بخش‌پذیر خواهد بود.
- ه) جمله شرطی: اگر مساحت دو مستطیل با هم برابر باشند، آن‌گاه طول دو مستطیل با هم و عرض‌هایشان با هم برابر است.
- عکس: اگر طول دو مستطیل با هم و عرضشان با هم برابر باشد، آن‌گاه مساحت‌های دو مستطیل با هم برابر است.
- و) جمله شرطی: اگر دو کسر با هم برابر باشند، آن‌گاه حاصل ضرب صورت هریک در مخرج دیگری با هم برابر است.
- عکس: اگر حاصل ضرب هریک از دو کسر در مخرج دیگری با هم برابر باشد، آن‌گاه دو کسر با هم برابرند.
- ز) جمله شرطی: اگر حاصل جمع دو عدد زوج باشد، آن‌گاه یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد است.
- عکس: اگر از دو عدد یکی فرد و دیگری زوج باشد، آن‌گاه مجموع آن‌ها زوج است.
- ح) جمله شرطی «د» درست و عکس آن نادرست است.
- جمله شرطی «ه» نادرست و عکس آن درست است.
- جمله شرطی «و» درست و عکس آن نیز درست است.
- جمله شرطی «ز» نادرست و عکس آن نیز نادرست است.

متفاوت است. پژشک نه خواهر دارد و نه برادر. او کوچک‌ترین فرد در میان این سه دوست است. فرهاد از مهندس بزرگ‌تر است و با خواهر سامان ازدواج کرده است. بدین ترتیب اسامی دکتر، مهندس و نوازنده به ترتیب عبارت‌اند از:

- الف. فرهاد، رامین، سامان
ب. فرهاد، سامان، رامین
پ. رامین، سامان، فرهاد
ت. رامین، فرهاد، سامان
ث. سامان، فرهاد، رامین

۷. آرمان، بهنام، کامران و دانیال هریک در یکی از این ورزش‌ها شرکت می‌کنند: کاراته، فوتbal، والیبال، جودو. آرمان ورزش‌هایی را که با توب هستند، دوست ندارد. بهنام جودو تمرین می‌کند و گاهی بازی فوتbal دوستش را تماسا می‌کند. کدام عبارت زیر درست است؟

- الف. آرمان والیبال بازی می‌کند.
ب. بهنام فوتbal بازی می‌کند.
پ. کامران والیبال بازی می‌کند.
ت. دانیال کاراته تمرین می‌کند.
ث. آرمان جودو تمرین می‌کند.



منابع:

۱. کتاب کاوشهای منطقی، مورلی میت و ساندرا ایدز، ترجمه غلامرضا یاسی‌پور.
۲. کتاب کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات.
۳. کتاب ریاضیات کانگورو، انتشارات فاطمی.



تولد آن

کلیدواژه‌ها: شعبدۀ ریاضی، روز تولد، مبناهای عددی

روز تولد آقای شبده‌چی بود و دوستان، اقوام و شاگردانش در منزل او بودند. آقای شبده‌چی گفت: «امروز می‌خواهم برای این که سرگرمتان کنم، شعبدۀ اجرای کنم. این شعبدۀ به مناسبتی که برایش دور هم جمع شده‌ایم، ربط دارد؛ یعنی تولد!»

آقای شبده‌چی ادامه داد: «من روز تولدتان را به شکلی جادویی متوجه می‌شوم! یعنی با چند سؤال خیلی بی‌ربط، متوجه می‌شوم که روز تولدتان چند ماه است. البته ماه تولدتان را هم می‌توانم بگوییم، اما فعلاً به آن کار ندارم. برای شعبدۀ، به جدولی احتیاج داریم» و جدولی مانند این جدول رسم کرد:

ستون اول	ستون دوم	ستون سوم	ستون چهارم	ستون پنجم
۱	۲	۴	۸	۱۶
۳	۳	۵	۹	۱۷
۵	۶	۶	۱۰	۱۸
۷	۷	۷	۱۱	۱۹
۹	۱۰	۱۲	۱۲	۲۰
۱۱	۱۱	۱۳	۱۳	۲۱
۱۳	۱۴	۱۴	۱۴	۲۲
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۲۳
۱۷	۱۸	۲۰	۲۴	۲۴
۱۹	۱۹	۲۱	۲۵	۲۵
۲۱	۲۲	۲۲	۲۶	۲۶
۲۳	۲۳	۲۳	۲۷	۲۷
۲۵	۲۶	۲۸	۲۸	۲۸
۲۷	۲۷	۲۹	۲۹	۲۹
۲۹	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰
۳۱	۳۱	۳۱	۳۱	۳۱



لای شبده‌چی

حسن آقا که به نظرش رسیده بود که راز شعبده را فهمیده است، گفت: «شبده‌چی جان این که کاری ندارد! ایشان گفت روز تولدش در ستون‌های اول، سوم و چهارم است. خب نگاه می‌بینی چه عددی فقط در این سه ستون است، تنها عددی که فقط در این سه ستون است، ۱۳ است.»

شبده‌چی گفت: «خب من بدون نگاه کردن به جدول هم می‌توانم همین کار را بکنم! بیا! چشمانم هم بسته است! یک نفر بگوید که روز تولدش در کدام ستون هاست.»

یکی از مهمان‌ها گفت: «دوم، سوم، چهارم و پنجم». و شبده‌چی بدون آن که چشمانش را باز کند، گفت: «۱۳۰! اما حسن آقا قانع نشده بود: «خب لابد جدول را حفظ کرده‌ای!»

شبده‌چی گفت: «حسن آقا! بیا در گوشت راز شعبده را بگوییم، تا خودت بتوانی آن را اجرا کنی.» حسن آقا تا حالا هیچ شعبده‌ای را اجرا نکرده بود. جلو رفت و شبده‌چی راز شعبده را در گوشش زمزمه کرد. حسن آقا خیلی خوش حال بود که می‌تواند شعبده را اجرا کند. به یک نفر گفت: «لطفاً به بقیه اعلام کنید که من شما را نمی‌شناسم و روز تولدتان را هم نمی‌دانم.»

او گفت: «بله، اولین بار است که افتخار همنشینی با حسن آقا دست داده است.»

حسن آقا از او پرسید: «روز تولدتان در کدام ستون هاست؟» او پاسخ داد: «ستون‌های اول، دوم، چهارم و پنجم.»

حسن آقا سریع گفت: «!۲۷»، و پاسخش درست بود. آقای شبده‌چی دستی به شانه حسن آقا زد و گفت: «حسن آقا! تو می‌توانی شعبده‌باز ریاضی بسیار خوبی شوی!»

آقای شبده‌چی گفت: «همان طور که می‌بینید، در این جدول، عددهای ۱ تا ۳۱ با ترتیب عجیب و غریبی آمده‌اند. چه کسی داوطلب است که روز تولدش را بگوییم؟»

یکی از دوستان آقای شبده‌چی داوطلب شد، اما آقای شبده‌چی گفت: «حسن آقا، از قبل می‌دانم تو چندم ماه به دنیا آمده‌ای! تازه به جدول هم نیاز نیست! لطفاً یک نفر دیگر داوطلب شود که روز تولدش را از قبل ندانم.»

زهرا خانم - همسر حسن آقا - داوطلب شد. آقای شبده‌چی پرسید: «خب زهرا خانم! پنج تا سؤال می‌پرسم که جواب هریک بله یا نه است. به این جدول نگاه کنید. روز تولدتان در ستون اول هست؟»

زهرا خانم پاسخ داد: «بله.»

شبده‌چی: «در ستون دوم هست؟»

زهرا خانم: «بله.»

شبده‌چی: «در ستون سوم هست؟»

زهرا خانم: «نه.»

شبده‌چی: «در ستون چهارم هست؟»

زهرا خانم: «بله.»

شبده‌چی: «در ستون پنجم هست؟»

زهرا خانم: «نه.»

شبده‌چی فوراً گفت: «روز تولد شما یازدهم است.»

شبده‌چی درست گفته بود! همسر حسن آقا متولد ۱۱ فروردین بود.

شخص دیگری داوطلب شد. شبده‌چی از او پرسید که روز تولدش در کدام‌یک از ستون‌ها هست. او پاسخ داد:

«ستون‌های اول، سوم و چهارم.»

شبده‌چی سریع گفت: «سیزدهم!» و باز هم درست گفته

راز شعبدہ



$$8=8$$

$$1+8=9$$

$$2+8=10$$

$$1+2+8=11$$

$$4+8=12$$

$$1+4+8=13$$

$$2+4+8=14$$

$$1+2+4+8=15$$

$$16=16$$

$$1+16=17$$

$$2+16=18$$

$$1+2+16=19$$

$$4+16=20$$

$$1+4+16=21$$

$$1+4+16=22$$

$$1+2+4+16=23$$

$$8+16=24$$

$$1+8+16=25$$

$$2+8+16=26$$

$$1+2+8+16=27$$

$$4+8+16=28$$

$$1+4+8+16=29$$

$$2+4+8+16=30$$

$$1+2+4+8+16=31$$

همان طور که می بینید، لازم نشد از هیچ یک از سرِ ستون‌ها بیش از ۱ بار استفاده کنیم.

پس جدول را می‌توانیم به این شکل طراحی کنیم: هر عددی را در بعضی از ستون‌ها می‌نویسیم و در بقیه ستون‌ها نمی‌نویسیم. عددی مشخص را در کدام ستون‌ها می‌نویسی؟ آن عدد را به صورت جمع سرِ ستون‌ها می‌نویسیم. سپس عدد موردنظر را در آن ستون‌هایی می‌نویسیم که از عدد سرشان استفاده کردایم.
مثالاً

$$1+2+16=19$$

پس ۱۹ را فقط در ستون‌های اول، دوم و چهارم می‌نویسیم.
یا مثلاً

$$8=8$$

به عدهای سر ستون‌ها توجه کنید:

ستون اول	ستون دوم	ستون سوم	ستون چهارم	ستون پنجم
۱	۲	۴	۸	۱۶

$$\bullet \text{ سرِ ستون اول: } 1$$

$$\bullet \text{ سرِ ستون دوم: } 2$$

$$\bullet \text{ سرِ ستون سوم: } 4$$

$$\bullet \text{ سرِ ستون چهارم: } 8$$

$$\bullet \text{ سرِ ستون پنجم: } 16$$

آقای شبدۀ چی برای فهمیدن روز تولد هر شخص، عدهای سرِ بعضی از ستون‌ها را با هم جمع می‌کرد. کدام ستون‌ها را؟ آن ستون‌هایی را که شخص اعلام می‌کرد عدد روز تولدش در آن‌ها آمده است.

مثلاً وقتی زهرا خانم گفت عدد روز تولدش در ستون‌های اول، دوم و چهارم است، شبدۀ چی عدهای سرِ ستون‌های اول، دوم و چهارم را با هم جمع کرد:

$$1+2+8=11$$

یا وقتی شخص دیگری گفت عدد روز تولدش در ستون‌های اول، دوم، چهارم و پنجم است، حسن آقا که دیگر راز شعبدۀ را می‌دانست، عدهای سرِ ستون‌های اول، دوم، چهارم و پنجم را با هم جمع کرد:

$$1+2+8+16=27$$

آیا هریک از عدهای ۱ تا ۳۱ را می‌توان با این روش به دست آورد؟ یعنی آیا با انتخاب یک یا چند تا از سر ستون‌ها (از هریک حداکثر یک بار) و جمع کردن آن‌ها، می‌توانیم هر عددی از ۱ تا ۳۱ را ایجاد کنیم؟ بله!

$$1=1$$

$$2=2$$

$$1+2=3$$

$$4=4$$

$$1+4=5$$

$$2+4=6$$

$$1+2+4=7$$

شبده‌چی می‌خواهد سن افراد را هم با شعبده بگوید. چه کار باید بکند؟ جدول او فقط اعداد ۱ تا ۳۱ را مشخص می‌کرد. اگر به آن سوتونی با سر سوتون ۳۲ اضافه کنیم (مانند ساعت مچی)، عده‌های ۱ تا ۶۳ را می‌توانیم مشخص کنیم. اگر شخصی با سن بیشتر داشته باشیم، چه طور؟ سوتونی با سر سوتون ۴۶ را هم لازم داریم! آیا می‌توانید عده‌های سوتون‌ها با سر سوتون ۳۲ و ۶۴ را مشخص کنید؟

راستی، هم ساعت مچی و هم جدول آقای شبده‌چی، عدد را هم می‌توانند مشخص کنند. اگر گفتید چه طور؟

شاید توجه کرده باشید که سر سوتون‌ها، برابر ۲ به توان عده‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ هستند:

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

اگر از این عده‌ها استفاده کنیم (هایک حداکثر یک بار)، می‌توانیم عده‌های از ۰ تا ۱۲۷ را درست کنیم. آیا می‌خواهید درباره این بحث بیشتر بدانید؟ پس مطالبی را با موضوع «مبناهای عددی» یا «عددنویسی در مبنای مختلف» مطالعه کنید.

پس ۸ را فقط در سوتون چهارم می‌نویسیم.

این ساعت مچی آقای شبده‌چی است:



تصویر آن را روی جلد همین شماره نیز می‌بینید.

ساعت مچی شبده‌چی عقربه ندارد و زمان را به صورت عددی (مثلًا ۹:۲۸) هم نشان نمی‌دهد. زمان را به همان روش نشان می‌دهد که آقای شبده‌چی روز تولد را پیدا می‌کردا! زمان در ساعت مچی آقای شبده‌چی به این شکل معلوم می‌شود: صفحه ساعت دو ردیف دارد. در ردیف بالا عدد ساعت مشخص می‌شود و در ردیف پایین عدد دقیقه. روشن یا خاموش بودن چراغ بالای عده‌ها درست مثل آن است که در شعبده بگوییم عدد روز تولدمان در کدام سوتون‌ها هست. برای مثال، در شکل بالا زمان ۳:۲۵ نشان داده شده است. اما ساعت مچی با شعبده‌ای که دیدیم تفاوت کوچکی دارد: در شعبده عده‌های ۱ تا ۳۱ را لازم داریم، اما ساعت مچی باید بتواند تا عدد ۵۹ را هم نشان دهد. پس برای مشخص کردن دقیقه، عده‌های ۱، ۲، ۴، ۸، و ۱۶ کافی نیستند. چه عددی باید اضافه شود؟ بله! ۳۲. مثلًا برای مشخص کردن عده‌های ۲، ۱۶ و ۳۲ لازم‌اند:

$$2 + 16 + 32 = 50$$

درباره عده‌های بالاتر از ۳۱ هم صحبت کردیم. حالا آقای





جام جهانی فوتبال

باطعم

حل مسئله

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، جام جهانی فوتبال، نحوه امتیازگیری، جدول امتیازات فوتبال

حضور خواهد داشت. به این بهانه با ارائه اطلاعاتی و مسئله‌ای، سعی می‌کنیم نگاهی متفاوت به دوستانی که این مسابقات را پیگیری می‌کنند ارائه دهیم تا هیجان پیروزی‌ها و شکست‌ها در جام جهانی را با این طعم نیز تجربه کنند.

کشور برگزار کننده جام جهانی فوتبال با مسائل مختلفی درگیر خواهد بود و یکی از مواردی که کمیته برگزاری مسابقات باید پیش‌بینی درستی از آن داشته باشد، جدول دقیق و برنامه‌ریزی شده برای انجام بازی‌ها خواهد بود. البته با توجه به مشخص بودن نوع برگزاری جام جهانی، یعنی گروهی بودن و سپس تک حذفی بودن، با تشکیل جدولی منظم و با استفاده از تفکر نظامدار این برنامه‌ریزی قابل انجام خواهد بود.

۳۲ تیم در هشت گروه چهار تیمی قرار دارند که در هر گروه بعد از انجام بازی‌های دوره‌ای، دو تیم به مرحله یک شانزدهم صعود می‌کنند. بعد از آن مسابقات به صورت تک حذفی برگزار می‌شود تا در پایان قهرمان جام جهانی مشخص شود.

از نحوه برگزاری مسابقات که بگذریم، می‌خواهیم درباره نحوه امتیازگیری تیم‌ها در جام جهانی بحث کنیم و مسئله‌ای را بررسی و حل کنیم. اگر به اخبار ورزشی در تلویزیون و روزنامه‌ها دقت کرده باشید، جدولی مانند جدول ۱ را باید دیده باشید.



**FIFA WORLD CUP
BRASIL**

همان‌طور که می‌دانید، در ماه‌های خرداد و تیر ۱۳۹۳، جام جهانی فوتبال ۲۰۱۴ در کشور برزیل برگزار می‌شود و تیم ملی فوتبال کشورمان نیز در این رویداد ورزشی بزرگ

امتیاز	تعداد باخت	تعداد مساوی	تعداد برد	تعداد بازی	نام کشور	رتبه
۹	-	-	۳	۳	ایران	۱ ۲

جدول ۱

متفاوت را در جدول ۲ بررسی می‌کنیم.

تعداد بردها	تعداد مساوی‌ها	تعداد باخت‌ها	امتیاز تیم ایران
۳	۰	۰	۹
۲	۱	۰	۷
۲	۰	۱	۶
۱	۲	۰	۵
۱	۱	۱	۴
۱	۰	۲	۳
۰	۳	۰	۳
۰	۲	۱	۲
۰	۱	۲	۱
۰	۰	۳	۰

جدول ۲. بررسی رخدان اتفاق‌های متفاوت برای تیم ایران

به کمک این جدول، امتیازهای چهار تیم گروه محسوبه و رتبه‌بندی می‌شوند. اگر تیمی در مسابقه‌اش بونده شود، ۳ امتیاز، اگر مساوی کند ۱ امتیاز و اگر بیازد صفر امتیاز می‌گیرد. مثلاً اگر مانند جدول ۱، تیم ایران ۳ بازی را که در پیش دارد، ببرد ۹ امتیاز کسب می‌کند. حالا به مسئله زیر توجه کنید.

- تیم فوتبال ایران در سه بازی خود در جام جهانی ۳ گل زده و ۱ گل خورده است. فکر می‌کنید امتیاز تیم ایران در این بازی‌ها چند است؟ برای به دست آوردن امتیاز ایران خوب است بدانیم، ایران چند برد، چند مساوی و چند باخت داشته است. اتفاق‌های





هر کدام از امتیازهای ۴، ۵، ۶ و ۷ ممکن است امتیاز تیم ایران باشند.

امتیاز ۴: از یک برد، یک مساوی و یک باخت به دست می‌آید. کافی است برد ۰ - ۳ و شکست ۱ - ۰ و مساوی ۰ - ۰ اتفاق افتاده باشد.

امتیاز ۵: چگونه ممکن است؟

امتیاز ۶: چگونه ممکن است؟

امتیاز ۷: چگونه ممکن است؟

بنابراین برای اینکه بفهمیم تیم ایران کدام‌یک از امتیازهای ۴ تا ۷ را کسب کرده است، باید اطلاعات بیشتری داشته باشیم.

عدد ۸ در جدول بالا در ستون امتیازهای ممکن برای تیم ایران دیده نمی‌شود. یعنی ممکن نیست در سه بازی، تیم ایران یا هر تیم دیگری امتیاز ۸ بیاورد. در واقع با ترکیب‌های سه تایی از عدددهای صفر و یک و سه، مجموع ۸ به دست نمی‌آید.

اعداد ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۳ هم نمی‌توانند امتیاز تیم ایران باشند؛ هرچند که با توجه به جدول، ممکن است امتیاز تیم‌های دیگری باشند. دلیل این موضوع، نتیجه ۳ گل زده و ۱ گل خورده (یعنی تفاضل گل ۳ +) در بازی‌هاست:

امتیاز ۹: یعنی ۳ برد.

در این حالت، تیم ایران در هریک از سه بازی حداقل یک گل بیشتر از تیم حریف زده است. پس در کل تفاضل گل او حداقل ۳ + است؛ نه ۲ +.

امتیاز ۱۰: یعنی ۳ باخت.

پس در کل تفاضل گل او حداقل ۳ + است؛ نه ۲ +. با سه شکست تفاضل گل منفی است، چون تعداد گلهای زده کمتر از تعداد گلهای خورده است.

امتیاز ۱۱: یعنی ۳ مساوی یا ۲ باخت و ۱ برد.

با سه مساوی تفاضل گل صفر است و در دو باخت ایران باید حداقل دو گل خورده باشد.

امتیاز ۱۲: چرا امکان پذیر نیست؟

امتیاز ۱۳: چرا امکان پذیر نیست؟





پاسخ

کی می‌توانه حل کنه؟

(بخش سوم)

در شکل مستطیلی داریم که مساحتش ۵ است. $BC = 3$, پس طول ضلع دیگر را می‌توانیم حساب کنیم: $CD = 5 \div 3 = \frac{5}{3}$. مساحت مستطیل $CDEH$ برابر ۷ است. یکی از ضلع‌های این مستطیل است. حساب کردیم که $CD = \frac{5}{3}$, پس طول ضلع دیگر را می‌توانیم حساب کنیم: $DE = 7 \div \frac{5}{3} = \frac{21}{5}$.

به همین ترتیب، طول بقیه پاره‌خط‌های مورد نیاز را حساب می‌کنیم: $EF = 9 \div \frac{21}{5} = \frac{45}{21} = \frac{15}{7}$. اگر طول FG را هم پیدا کنیم، می‌توانیم مساحت «؟» را به دست آوریم. برای این کار از مستطیل $IHKJ$ استفاده می‌کنیم که مساحتش برابر است با ۷. در این مستطیل $IH = AB$, زیرا: $IH = AB$. پس $EF \times FG = \frac{15}{7} \times 7 = 15$.

۲. یک شکارچی که هیچ‌کس به یاد ندارد دروغی گفته باشد، سال‌هاست که هر روز به کنار دریاچه می‌رود و مرغابی شکار می‌کند. او از روز اول اسفند تا ششم اسفند، هر روز به همسرش گفت:

۱. در جدول زیر، همه خانه‌ها مستطیل هستند. عده‌های داخل هر مستطیل، مساحت آن است. طول پاره‌خط AB برابر است با ۱.

A	3		7
B	5	7	
		9	?

مساحت مستطیلی که با علامت «؟» مشخص شده است، چه قدر است؟

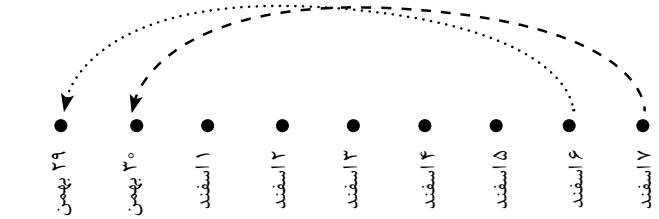
جواب: ۱۵

راه حل: می‌خواهیم طول‌های EF و FG را حساب کنیم. طول پاره‌خط‌ها را یکی‌یکی مشخص می‌کنیم تا به این دو پاره‌خط برسیم. برای راحتی کار، نقطه‌هایی از شکل را نام‌گذاری می‌کنیم:

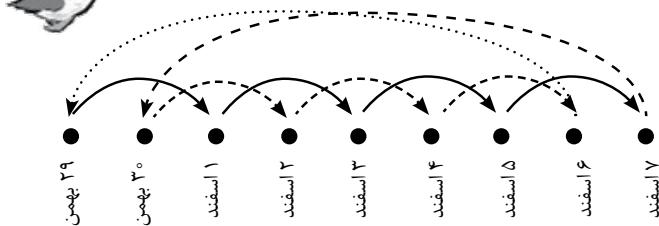
A		I		K
B	3	C	H	J
	5		7	E
D			9	F
				G

در شکل مستطیلی داریم که مساحتش ۳ است، و طول یکی از اضلاعش برابر است با ۱. پس ضلع دیگرش برابر است با $3 \div 1 = 3$. پس $BC = 3$.

شکارچی حرف دیگری هم زده است. او هر روز گفته است: «تعداد مرغابی‌هایی که امروز شکار کردم، از مرغابی‌های همین روز در هفته پیش، کمتر بود.» (شکل زیر)



دو شکل بالا با هم ترکیب می‌کنیم تا شکل زیر حاصل شود.

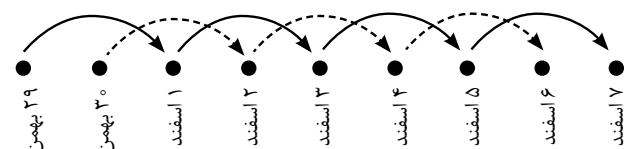


«تعداد مرغابی‌هایی که امروز شکار کردم، از مرغابی‌های پریروز بیشتر بود، اما از مرغابی‌های همین روز در هفته‌ی پیش، کمتر بود.»

همسرش صبح روز هفتم اسفند به او گفت:

«من مطمئن‌ام که امروز وقتی از شکار برگردی، دیگر حرفی را که روزهای قبل گفتی، نخواهی گفت!» همسرش از کجا به درستی چیزی که گفت، مطمئن بود؟

راه حل: باید ببینیم اگر روز هفتم اسفند هم همان حرف را بزند، چه مشکلی پیش می‌آید. اگر مشکلی پیش بیاید به این معناست که در روز هفتم اسفند غیرممکن بوده است همان حرف را بزند. شکارچی هر روز گفته است «تعداد مرغابی‌هایی که امروز شکار کرده‌ام، از تعداد مرغابی‌های پریروز بیشتر بود.» در شکل زیر علامت → به معنای افزایش شکار مرغابی‌هاست.





دستگاه ملی پژوهش
دانش و پژوهش برای ایران
برترین اثاث کشوری ایرانی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شود.

مجله‌های دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

(برای دانش آموزان ابتدایی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)

رشد کودک

(برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)

رشد نوآموز

(برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)

رشد دانش آموز

(برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول)

رشد نوجوان

(برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

رشد ۹

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ❖ رشد آموزش ابتدایی ❖ رشد آموزش متوسطه ❖ رشد تکنولوژی آموزش
- ❖ رشد مدیرسه فردا ❖ رشد مدیریت مدرسه ❖ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش آموزی تخصصی

(به صورت فصلنامه و چهارشماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ❖ رشد پرهان ریاضی متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه اول)
- ❖ رشد پرهان ریاضی متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه دوم) ❖ رشد آموزش قرآن ❖ رشد آموزش معرف اسلامی ❖ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ❖ رشد آموزش هنر ❖ رشد آموزش مشاور مدرسه ❖ رشد آموزش تربیت بدنی ❖ رشد آموزش علوم اجتماعی ❖ رشد آموزش تاریخ ❖ رشد آموزش چهارفایقا ❖ رشد آموزش زبان ❖ رشد آموزش ریاضی ❖ رشد آموزش فیزیک ❖ رشد آموزش تسبیح ❖ رشد آموزش زیست‌شناسی ❖ رشد آموزش زمین‌شناسی ❖ رشد آموزش فن و حرفه‌ای و کار و دانش ❖ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مریبان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانشجویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

❖ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

❖ تلفن و نمایر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰ ۱۴۷۸

حالا از ۲۹ بهمن شروع می‌کنیم و با حرکت

می‌کنیم. سپس از ۷ اسفند به ۳۰ بهمن می‌رویم.

سپس از ۳۰ بهمن ها حرکت می‌کنیم و به ۶

اسفند می‌رسیم. سپس با از ۶ اسفند به ۲۹ بهمن

باز می‌گردیم. چون فقط در جهت ها حرکت کرده‌ایم،

پس در روز انتهای حرکت باید تعداد مرغابی‌های شکار شده از تعداد آن‌ها در روز ابتدای حرکت بیشتر باشد. اما با این

حرکت، از ۲۹ بهمن به ۲۹ بهمن رسیده‌ایم! پس تعداد

مرغابی‌ها در روز ابتدا و روز انتهای حرکت برابر است. یعنی

اگر شکارچی روز هفتم اسفند هم حرف هر روزش را گفته باشد، مشکل پیش می‌آید؛ به عبارت دیگر به تناقض می‌رسیم.

پس شکارچی روز هفتم آن حرف را نزد است.

۳. سلطی پر از سنگ‌ریزه در دست لیلا بود. شخصی به

او گفت: «من توانایی عجیبی دارم: هر سلطی پر از سنگ‌ریزه

به من نشان بدهی، با یک نگاه به سطل می‌توانم بگویم چند

سنگ‌ریزه در آن است. مثلاً در این سطل هزار و پانصد و

بیست و چهار عدد سنگ‌ریزه هست!» ۲۰ ثانیه بعد، لیلا

مطمئن شد که او آن توانایی را که گفته بود، ندارد! البته لیلا

نمی‌دانست در آن سطل چند سنگ‌ریزه هست، اما با روشی

که همان موقع به ذهنش رسید، از دروغگو بودن آن شخص

مطمئن شد، چه روشی ممکن است به ذهن لیلا رسیده باشد؟

راه حل: لیلا به آن شخص پشت کرد، و طوری که او

نبیند، چهار تا از سنگ‌ریزه‌ها را از سطل برداشت و در جیبش

گذاشت. سپس به طرف آن شخص برگشت و گفت: «حالا بگو

چند تا سنگ‌ریزه در سطل هست؟»

اگر شخص واقعاً آن توانایی را که گفته بود می‌داشت، باید

پاسخ می‌داد: «۱۵۲۰»، زیرا قبلاً گفته بود «در این سطل

۱۵۴۴» تا سنگ‌ریزه هست» و لیلا هم دور از چشم او، چهار

تا از سنگ‌ریزه‌ها را برداشته بود. اما آن شخص به سؤال لیلا

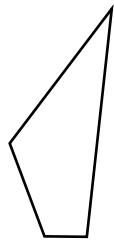
پاسخی غلط داد؛ مثل «۱۴۳۹»، و به این ترتیب لیلا فهمید

که ادعایش راست نبوده است.

۴. دو شکل متفاوت رسم کنید که هم محیط‌های برابر

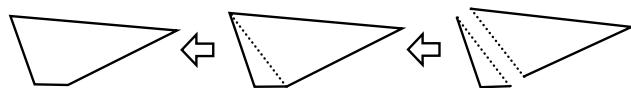
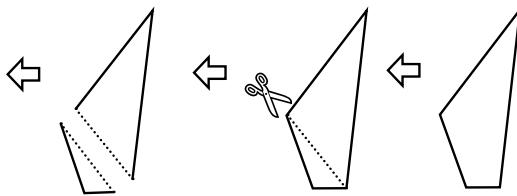
داشته باشد و هم مساحت‌هایشان برابر باشد.

راه حل ۱. یک چهارضلعی که مربع نیست و لوزی هم



نیست، در نظر می‌گیریم؛ مثلاً شکل رو به رو:

سپس این کارها را انجام می‌دهیم:



و به این شکل می‌رسیم:

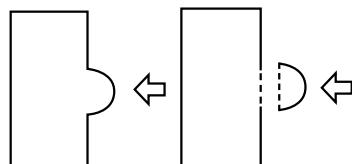
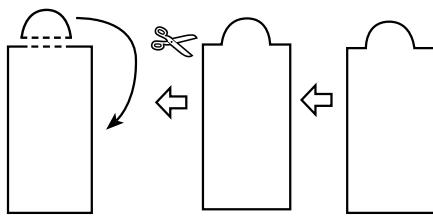


این دو شکل با هم متفاوت‌اند، اما هم مساحت‌هایشان با هم برابر است و هم محیط‌هایشان.

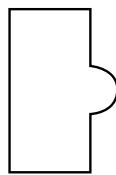


راه حل ۲. شکل رو به رو را در نظر بگیرید:

این کارها را انجام می‌دهیم:



و به این شکل می‌رسیم:



این دو شکل با هم متفاوت‌اند، اما هم مساحت‌هایشان با هم برابر است و هم محیط‌هایشان.



برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

1. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
2. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگهدارید).

◆ نام مجلات درخواستی:

◆ نام و نام‌خانوادگی:

◆ تاریخ تولد:

◆ میزان تحصیلات:

◆ تلفن:

◆ نشانی کامل پستی:

..... استان: شهرستان: خیابان:

..... شماره پستی:

..... پلاک:

..... شماره فیش بانکی: مبلغ پرداختی:

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

◆ نشانی: تهران، صندوق پستی امورمشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

◆ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

◆ اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۴۷۱۳-۱۴ / ۰۷۷۳۴۶۸۵۶ / ۰۷۷۳۴۵۱۱۰ / ۰۷۷۳۹۷۱۳

◆ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰,۰۰۰ ریال

◆ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰,۰۰۰ ریال