

۶۸



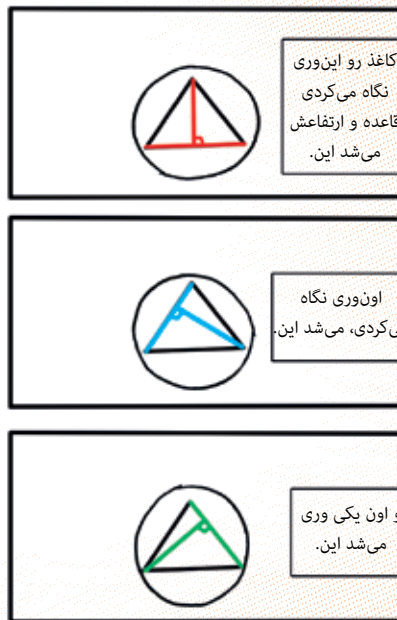
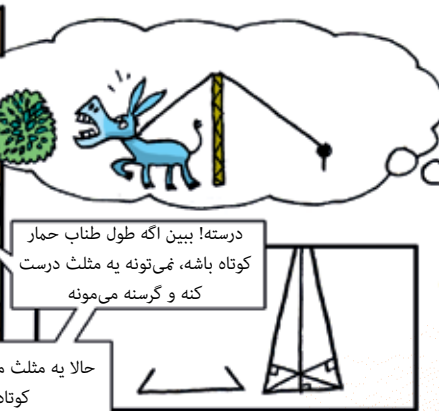
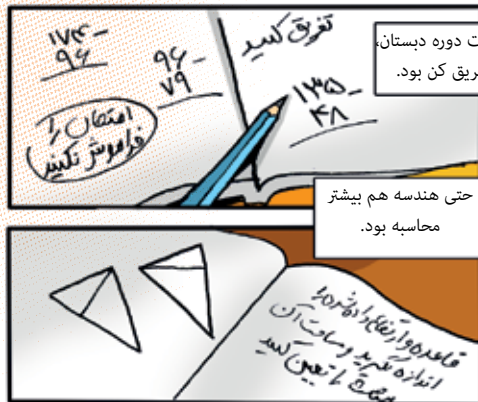
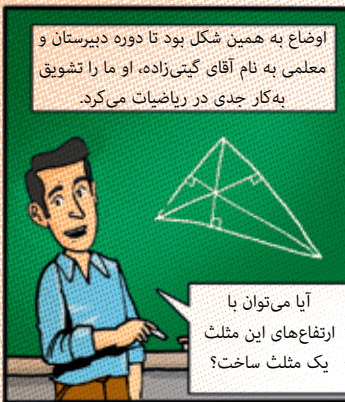
وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



- لقمه نان و پنیر و پس‌انداز ...
- مشاهده‌ها و مکاشفه‌ها!
- خدمتکار و پروفیسور
- چرا منطبق‌اند؟
- شعبده‌های ریاضی آقای شبنده‌چی
- ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی!

همه چیز تغییر می‌کند، ولی یک چیزهای مهمی ثابت می‌ماند!

امیر حسین اصغری





وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



توضیح جلد: خطای دید ایجاد
تجسم مسطح از فضای سه بعدی
بارنگ آمیزی.
(anamorphic art)

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن آرا مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری،
حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۳۷۴ داخلی: ۲۱۰۸۸۳۱۱۶۱ - ۹
وبگاه: www.roshdmag.ir پیام نگار: borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی: http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۵۶ چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۶۰۰۰ نسخه

فهرست

یادداشت سردبیر / سپیده چمن آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه

- مشاهده ها و مکاشفه ها! / آمنه ابراهیم زاده طاری و بهزاد اسلامی مسلم / ۳
- تقارن در چندضلعی های منتظم / زهره پندی / ۸
- چرا منطبق اند؟ / سارا ارشادمنش / ۱۰
- کوتاه ترین فاصله بین دو نقطه ... / بهزاد اسلامی مسلم / ۱۲
- شانس و احتمال (چهارمین پرتاب) / زهره پندی، بهزاد اسلامی مسلم / ۱۷

ریاضیات و فن آوری

- ارتباطات بی سیم به کمک روش های دودی! / ابوالفضل طاهری / ۲۰
- آمادگی برای به کارگیری Excel / زهره پندی / ۲۳

ریاضیات و کاربرد

- لقمه نان و پنیر و پس انداز ... / حسین نامی ساعی / ۲۸

ریاضیات و استدلال

- مانادر جست و جوی حقیقت / لیلا خسروشاهی / ۳۲

ریاضیات و سرگرمی

- شعبده های ریاضی آقای شبده چی / بهزاد اسلامی مسلم / ۳۶
- راز شعبده / بهزاد اسلامی مسلم / ۳۸

معرفی کتاب

- خدمتکار و پروفیسور / امیرحسین اصغری / ۴۲

ریاضیات و مسئله

- کی می تونه حل کنه؟ بهزاد اسلامی مسلم / ۳۱
- پرونده شخصی حل مسئله / جعفر اسدی گرمارودی / ۳۹
- گزارش: چقدر به پاسخ های خودتان اطمینان دارید؟ / زهره پندی، سپیده چمن آرا، غلامرضا بهرامی / ۴۳
- کی می تونه حل کنه؟ بهزاد اسلامی مسلم / ۴۶

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

● مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعه تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. ● مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ● مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ● نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ● محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. ● مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ● کلمات حاوی مفاهیم نمایی (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ● مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. ● مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ● مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ● آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



دوستان نوجوان!

شماره ای دیگر از رشد برهان ریاضی (متوسطه اول) در دستان شماست. هیئت تحریریه برهان در این شماره نیز مطالبی را در اختیار شما قرار داده است که علاوه بر این که در راستای برنامه درسی و کتابهای ریاضی شما هستند، به مهارت‌های حل مسئله در شما و افزایش قدرت تفکر و تحلیل شما نیز کمک می‌کنند. این موضوع همیشه جزو اهداف اصلی و اساسی مجله بوده است. چرا که اعتقاد داریم توانایی حل مسئله و تفکر و تحلیل، لازمه زندگی در قرن بیست و یکم است و نوجوانان ما که آینده سازان کشور ما هستند، باید از همین سنین به این ابزارها و مهارت‌ها مجهز شوند تا در آینده، موفق‌تر و موثرتر باشند.

در این راستا، از دوره گذشته، یعنی دوره هجدهم مجله، ستون «ریاضیات و استدلال» در این مجله بنشاند. در چهار شماره سال قبل سعی کردیم در زمینه مائلی که به مائل «راستگو - دروغگو» مشهور هستند، با روش استدلال کردن و بررسی درستی - نادرستی جملات، بیشتر آشنا شویم. در واقع با فرض این که هر جمله‌ای یا می‌تواند درست باشد یا نادرست، در بررسی درستی - نادرستی هر جمله باید اصولی را رعایت کنیم که عقل سلیم آنها را پذیرفته است و به حوزه‌ای از دانش به نام «منطق ریاضی» مربوط می‌شود. ستون ریاضیات و استدلال سعی دارد با زبان بسیار ساده و کاربردی، شما نوجوانان را با منطق ریاضی آشنا سازد. منطق ریاضی از بسیاری جنبه‌ها به منطق روزمره زندگی ما نیز شباهت دارد. از این رو هم آشنا شدن با آن سخت نیست و هم آشنا شدن با آن به تحلیل مائل دوره و برهان نیز کمک می‌کند.

در این دوره از مجله، «مان در جستجوی حقیقت» شما را با منطق ریاضی و استدلال آشنا می‌سازد. خانم لیلا خسروشاهی - نویسنده این مجموعه از مطالب - مان را که هم می‌تواند یک دختر نوجوان ایرانی باشد و هم یک پسر نوجوان، چنین معرفی می‌کند:

"مان در جستجوی حقیقت" ماجراهای نوجوانی کنجگاو است که برای یافتن حقیقت تلاش می‌کند. مان در برخورد با ادعاهای ریاضی شتابزده عمل نمی‌کند، بلکه سعی دارد با آوردن دلایل کافی، از درستی یا نادرستی آن ادعا مطمئن شود. مان به شما نشان می‌دهد که وقتی در ریاضی با یک جمله روبه‌رو می‌شوید، برای بررسی درستی یا نادرستی آن، چه راهی را پشت سر بگذارید و برای قانع کردن خود و دیگران، چگونه عمل کنید.

در شماره‌های بعدی مجله، شما را با بخش‌هایی دیگر از این مجله، بیشتر آشنا خواهیم کرد.



مشاهده‌ها و مکاشفه‌ها!

مشاهده‌هایی دربارهٔ مسئله‌ای بامزه

کلیدواژه‌ها: مسئله، مشاهده، مکاشفه، استدلال

مسئله

می‌خواهیم دربارهٔ این مسئله صحبت کنیم:
شخصی پنج عدد انتخاب کرده است. این عددها را جفت‌جفت با هم جمع کرده و حاصل جمع‌ها برابر این ده عدد شده است:

۱۵، ۱۳، ۱۱، ۹، ۸، ۶، ۴، ۲، ۰، ۵

پنج عددی را که این شخص انتخاب کرده است، بیابید.

بگذارید مسئله را با مثالی توضیح دهیم؛ مثلاً پنج عدد ۷-، ۶-، ۲، ۴/۳، ۲ را در نظر بگیرید. این عددها را جفت‌جفت جمع کنیم:

$$\begin{array}{lll} (-7) + (-6) = -13 & (-7) + 2 = -5 & (-7) + 4/3 = -22/3 \\ (-7) + 2 = -5 & (-6) + 2 = -4 & (-6) + 4/3 = -14/3 \\ (-6) + 2 = -4 & 2 + 4/3 = 10/3 & 2 + 2 = 4 \\ 4/3 + 2 = 10/3 & & \end{array}$$

پس این ده عدد به دست می‌آیند:

۱۳-، ۵-، ۲۲/۳-، ۵-، ۴-، ۱۴/۳-، ۴-، ۱۰/۳، ۴، ۶/۳

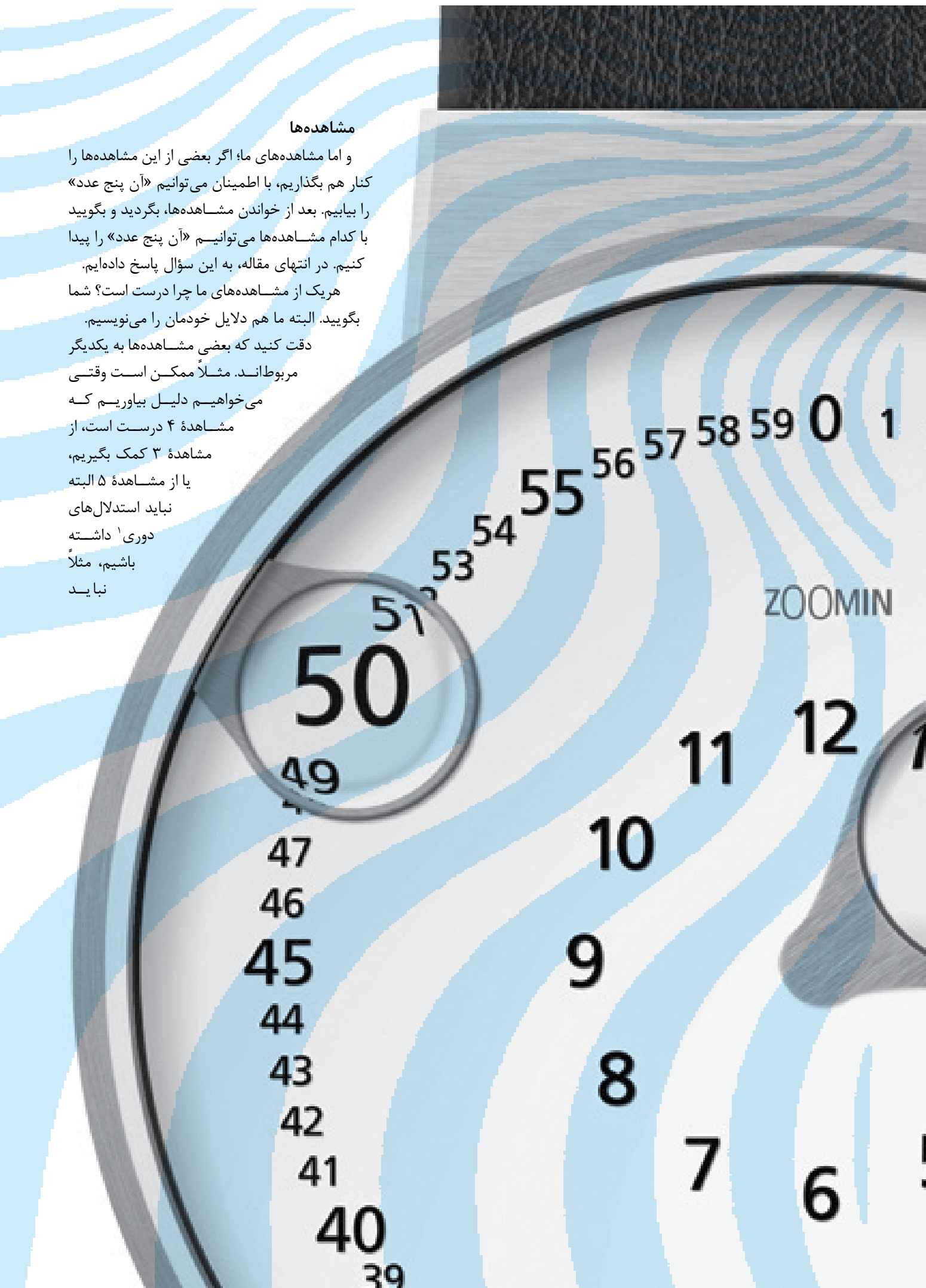
اما در مسئله ما، ده عدد دیگر مشخص شده‌اند. پس پاسخ مسئله ما، پنج عدد ۷-، ۶-، ۲، ۴/۳، ۲ نیست. پس چه عددی است؟ توجه کنید که در صورت مسئله، از این که عددها مثبت‌اند یا منفی حرفی زده نشده است، و همین‌طور نمی‌دانیم این اعداد صحیح‌اند یا نه، و حتی گفته نشده است که نباید بین «آن پنج عدد»، عددی تکراری باشد.



با بررسی مسئله، می‌توانیم به نکات و ویژگی‌های جالب و مفیدی دربارهٔ آن پنج عدد پی ببریم که یافتن آن عددها را آسان‌تر می‌کنند. بیایید این نکات و ویژگی‌ها را «مشاهده» بنامیم. قبل از این که مشاهده‌های ما را بخوانید، خودتان به مسئله فکر کنید و مشاهده‌هایتان را بنویسید، و سعی کنید به کمک آنها مسئله را حل کنید.

مشاهده‌ها

و اما مشاهده‌های ما؛ اگر بعضی از این مشاهده‌ها را کنار هم بگذاریم، با اطمینان می‌توانیم «آن پنج عدد» را بیابیم. بعد از خواندن مشاهده‌ها، برگردید و بگویید با کدام مشاهده‌ها می‌توانیم «آن پنج عدد» را پیدا کنیم. در انتهای مقاله، به این سؤال پاسخ داده‌ایم. هریک از مشاهده‌های ما چرا درست است؟ شما بگویید. البته ما هم دلایل خودمان را می‌نویسیم. دقت کنید که بعضی مشاهده‌ها به یکدیگر مربوط‌اند. مثلاً ممکن است وقتی می‌خواهیم دلیل بیاوریم که مشاهده ۴ درست است، از مشاهده ۳ کمک بگیریم، یا از مشاهده ۵ البته نباید استدلال‌های دوری^۱ داشته باشیم، مثلاً نباید



خلاصه اینکه، حاصل جمع «آن ده عدد»، برابر است با چهار برابر حاصل جمع «آن پنج عدد».

حالا از آنچه ثابت کرده‌ایم، استفاده می‌کنیم: حاصل جمع ده عدد ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵ برابر است با ۷۲. پس حاصل جمع «آن پنج عدد»ی که انتخاب شده‌اند برابر است با $72 \div 4$ که مساوی است با ۱۸.

مشاهده ۲. بین «آن پنج عدد»، عدد تکراری وجود ندارد.

فرض کنید «آن پنج عدد»، a, b, c, d و d بودند. پس بین حاصل جمع‌ها، باید هریک از $a+d, b+d, c+d$ تکرار می‌شدند. اما در بین «آن ده عدد»، فقط عدد ۴ تکرار شده است. پس بین «آن پنج عدد»، عدد تکراری وجود ندارد.

مشاهده ۳. بین «آن پنج عدد»، عددی و قرینه آن عدد وجود دارند.

در بین «آن ده عدد»، صفر وجود دارد. صفر برابر حاصل جمع دو تا صفر است، و نیز حاصل جمع هر عددی با قرینه‌اش. بنابراین مشاهده ۲، دو تا صفر در بین «آن پنج عدد» وجود ندارد. پس در بین «آن پنج عدد»، عددی و قرینه‌اش وجود دارند.

مشاهده ۴. عدد صفر هیچ یک از «آن پنج عدد» نیست. بنابر مشاهده ۳، حتماً عددی منفی بین «آن پنج عدد» وجود دارد. اگر عدد صفر یکی دیگر از «آن پنج عدد» می‌بود، آنگاه حاصل جمعش با آن عدد منفی، عددی منفی می‌شد. اما بین «آن ده عدد»، هیچ عدد منفی‌ای وجود ندارد. پس صفر در بین «آن پنج عدد» نیست.

مشاهده ۵. در بین «آن پنج عدد»، فقط یک عدد منفی وجود دارد و چهار عدد دیگر، مثبت‌اند.

بنابر مشاهده ۳، بین «آن پنج عدد» عددی منفی وجود دارد. اگر عدد منفی دیگری هم وجود می‌داشت، حاصل جمع این دو عدد منفی، عددی منفی می‌شد. اما در بین «آن ده عدد»، هیچ عدد منفی‌ای وجود ندارد. پس در بین «آن پنج عدد» فقط یک عدد منفی وجود دارد. هیچ یک از چهار عدد دیگر هم بنابر مشاهده ۴، صفر نیستند. پس از بین «آن پنج عدد»، یکی منفی و چهار تا مثبت است.

همزمان برای اثبات درستی مشاهده ۴ از مشاهده ۵ کمک بگیریم و برعکس برای اثبات درستی مشاهده ۵ از مشاهده ۴ استفاده کنیم! در مشاهده‌ها هر جا گفته‌ایم «آن پنج عدد»، منظورمان «آن پنج عدد»ی است که در مسئله به دنبالشانیم و هر جا گفته‌ایم «آن ده عدد»، منظورمان عددهای داده شده در مسئله، یعنی ۰، ۲، ۴، ۶، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵ است.

مشاهده ۱. حاصل جمع «آن پنج عدد» برابر است با ۱۸.
مشاهده ۲. بین «آن پنج عدد»، عدد تکراری وجود ندارد.
مشاهده ۳. بین «آن پنج عدد»، عددی و قرینه آن عدد وجود دارند.

مشاهده ۴. عدد صفر هیچ یک از «آن پنج عدد» نیست.
مشاهده ۵. در بین «آن پنج عدد»، فقط یک عدد منفی وجود دارد و چهار عدد دیگر، مثبت‌اند.
مشاهده ۶. هریک از «آن پنج عدد»، عددی صحیح است.
مشاهده ۷. هیچ یک از «آن پنج عدد»، از ۱۴ بزرگ‌تر نیست.
مشاهده ۸. هیچ یک از «آن پنج عدد»، از ۱۴- کوچک‌تر نیست.

مشاهده ۹. چهارتا از «آن پنج عدد»، فردند و عدد دیگر زوج است.
مشاهده ۱۰. عدد منفی‌ای که در بین «آن پنج عدد»، وجود دارد، فرد است.
مشاهده ۱۱. عددهای فرد در بین «آن پنج عدد»، چهار عدد فرد پشت سر هم هستند.

اثبات مشاهده‌ها

اکنون درستی مشاهده‌ها را ثابت می‌کنیم.

مشاهده ۱. حاصل جمع «آن پنج عدد» برابر است با ۱۸. ابتدا ثابت می‌کنیم که حاصل جمع «آن ده عدد»، برابر است با چهار برابر حاصل جمع «آن پنج عدد».

اثبات. اگر «آن ده عدد» a, b, c, d, e باشند، حاصل جمع جفت‌جفت آنها این ده عدد می‌شود:

$$b+c, a+e, a+d, a+c, a+b \\ d+e, c+e, c+d, b+e, b+d$$

(البته شاید با ترکیبی دیگر). این ده عدد را جمع می‌زنیم. حاصل را اگر ساده کنیم، می‌توانیم به این شکل بنویسیم:

$$4a + 4b + 4c + 4d + 4e$$

که مساوی است با چهار برابر $a+b+c+d+e$.

مشاهده ۶. هریک از «آن پنج عدد»، عددی صحیح است.

ابتدا توجه می‌کنیم که هریک از «آن پنج عدد»، با صحیح است یا به صورت $W/5$ است.

برای راحتی، از اثبات دقیق صرف‌نظر می‌کنیم، و با مثال روشن می‌کنیم که اثبات دقیق چطور باید بیان شود.

مثال. اگر یکی از عددها برابر $3/439$ بود، آنگاه هریک از سه عدد مثبت دیگر، باید به شکل $W/561$ می‌بودند؛ زیرا بنابر فرض مسئله، می‌دانیم که حاصل جمع جفت جفت «آن پنج عدد» قرار است عددهایی صحیح شوند و در نتیجه حاصل جمع هریک با $3/439$ باید عددی صحیح شود. اما حاصل جمع هیچ جفت عدد مثبتی به شکل $W/561$ ، عددی صحیح نمی‌شود، که با فرض مسئله تناقض دارد.

همین‌طور، با استدلالی مشابه معلوم می‌شود که اگر مثلاً عدد $5/913$ بین «آن پنج عدد» می‌بود، هریک از چهار عدد دیگر (که می‌دانیم مثبت‌اند) باید به شکل $W/913$ می‌بودند، که جمع هیچ جفت عدد مثبت به این شکل، عددی صحیح نمی‌شود.

اگر عددهایمان بعد از ممیز رقم‌های دیگری هم داشته باشند، همین مشکلات پیش می‌آید مگر آن که همگی به شکل $W/5$ باشند.

اگر استدلال بالا را دوباره بخوانید، متوجه می‌شوید که اگر عددی به شکل $W/5$ در بین «آن پنج عدد» باشد، همگی آنها باید به شکل $W/5$ باشند. سخت نیست دلیل بیاورید که جمع یک عدد منفی به شکل $W/5$ با چهار عدد مثبت به شکل $W/5$ هیچ‌گاه عددی صحیح نمی‌شود؛ در حالی که بنابر مشاهده ۱، باید برابر ۱۸ شود.

مشاهده ۷. هیچ‌یک از «آن پنج عدد»، از ۱۴ بزرگ‌تر نیست.

بنابر مشاهده ۶، هریک از «آن پنج عدد»، صحیح است. بزرگ‌ترین این اعداد را m بنامید. بزرگ‌ترین عدد بعد از m را در بین «آن پنج عدد»، n در نظر بگیرید. با توجه به مشاهده ۵، این عدد هم مثبت است. $m+n$ برابر کدام‌یک از «آن ده عدد» است؟ برابر ۱۵. اگر جمع دو عدد، صحیح مثبت برابر ۱۵ شود، نتیجه می‌گیریم هیچ‌یک از آنها از ۱۴ بزرگ‌تر نیست.

مشاهده ۸. هیچ‌یک از «آن پنج عدد»، از ۱۴- کوچک‌تر نیست.

بنابر مشاهده ۷، بیشترین عدد بین «آن پنج عدد»، از ۱۴ بیشتر نیست. اگر یکی از «آن پنج عدد» از ۱۴- کمتر باشد، حاصل جمع این دو عدد، عددی منفی خواهد شد. اما در بین «آن ده عدد»، عددی منفی وجود ندارد. پس هیچ‌یک از «آن پنج عدد» از ۱۴- کمتر نیست.

مشاهده ۹. چهارتا از «آن پنج عدد»، فردند و عدد دیگر زوج است.

بنابر مشاهده ۶، می‌دانیم که «آن پنج عدد»، عددهایی صحیح‌اند. اکنون حالت‌های مختلف را بررسی می‌کنیم، که «آن پنج عدد» ما از نظر فرد و زوج بودن، چگونه‌اند:

* پنج تا زوج

«آن پنج عدد» ما این‌گونه نیستند؛ زیرا هر دو تا عدد زوجی را که با هم جمع می‌کنیم، حاصل زوج می‌شود اما در بین «آن ده عدد»، تعدادی عدد فرد هم داریم.



* پنج تا فرد

«آن پنج عدد» این گونه نیستند؛ زیرا هر دو عدد فردی را که با هم جمع کنیم، حاصل زوج می شود اما در بین «آن ده عدد»، تعدادی عدد فرد هم داریم.

به روشی دیگر هم می شد استدلال کرد: حاصل جمع پنج عدد فرد، عددی فرد است اما بنابر مشاهده ۱، حاصل جمع «آن پنج عدد» برابر ۱۸ شده است که عددی زوج است.

* سه تا فرد و دو تا زوج

اگر «آن پنج عدد» چنین می بودند، حاصل جمع همه آنها عددی فرد می شد، در حالی که بنابر مشاهده ۱، حاصل جمع «آن پنج عدد» برابر ۱۸ شده است که عددی زوج است.

* سه تا زوج و دو تا فرد

اگر «آن پنج عدد» چنین می بودند، در بین «آن ده عدد» باید چهار عدد زوج می داشتیم؛ (زیرا حاصل جمع دو عدد فرد با هم زوج می شود، و حاصل جمع دو عدد زوج با هم نیز زوج می شود). اما در بین «آن ده عدد»، شش عدد زوج داریم.

* چهار تا زوج و یکی فرد

اگر «آن پنج عدد» چنین می بودند، حاصل جمع همه آنها عددی فرد می شد، در حالی که بنابر مشاهده ۱، حاصل جمع این «آن پنج عدد» برابر ۱۸ شده است که عددی زوج است.

* چهار تا فرد و یکی زوج

«آن پنج عدد» چنین اند؛ زیرا ثابت کردیم بقیه حالات درست نیستند.

مشاهده ۱۰. عدد منفی ای که در بین «آن پنج عدد»، وجود دارد، فرد است.

بنابر مشاهده ۳، عددی منفی و قرینه اش در بین «آن پنج عدد» وجود دارد. اگر آن عدد منفی زوج می بود، قرینه اش هم زوج می شد. پس دست کم دو عدد زوج بین «آن پنج عدد» می داشتیم؛ بنابر مشاهده ۹، فقط یک عدد زوج داریم. پس آن عدد منفی فرد است.

مشاهده ۱۱. عددهای فرد در بین «آن پنج عدد»، چهار عدد فرد پشت سر هم هستند.

بنابر مشاهده ۹، چهار تا از «آن پنج عدد» فردند و عدد دیگر زوج است. عددهای فرد در بین «آن ده عدد» (یعنی ۹، ۱۱، ۱۳ و ۱۵) چهار عدد فرد پشت سر هم اند. فقط حاصل جمع عددی فرد با عددی زوج، عددی فرد می شود. پس هریک از ۹، ۱۱، ۱۳ و ۱۵ به این شکل حاصل می شوند که یکی از چهار عدد فرد در بین آن پنج عدد با پنجمین عدد (که زوج است) جمع می شود. پس عددهای فرد در بین «آن پنج عدد»، چهار عدد فرد پشت سر هم هستند.

سخن آخر

همان طور که قبلاً گفتیم، با استفاده از بعضی از این مشاهدات می توانیم «آن پنج عدد» را به راحتی پیدا کنیم: مشاهدات ۵، ۹، ۱۰ و ۱۱.

راستی، مسئله این مقاله را از این صفحه اینترنتی پیدا کردیم:

<http://nrch.maths.org/481>

پی نوشت ها

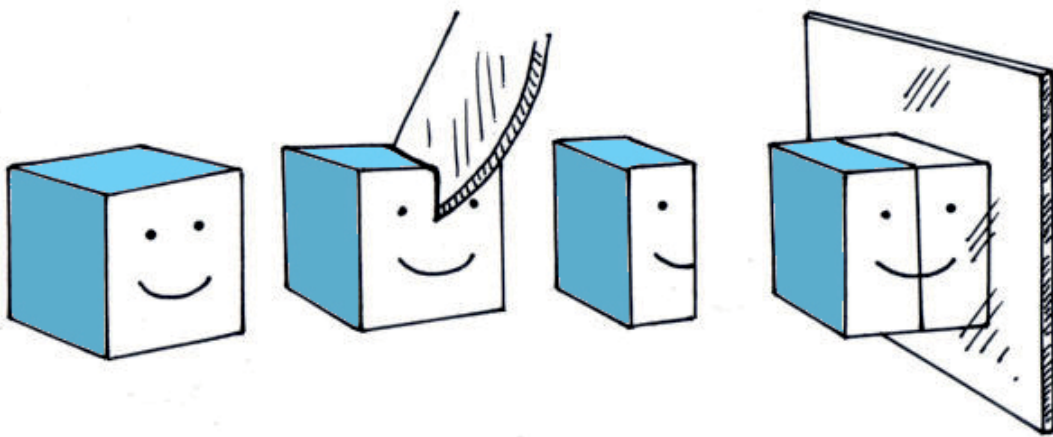
۱. درباره استدلال های دوری، «توضیحی درباره مقاله» این را که از قبل می دانستیم را در رشد برهان ریاضی راهنمایی، شماره ۶۰ بخوانید.
 ۲. عددهای صحیح منفی هم، مانند عددهای طبیعی به دو دسته زوج و فرد تقسیم می شوند.
- ۱-، ۳-، ۵-، ۷- فردند و ۲-، ۴-، ۶-، ۸- زوج اند.



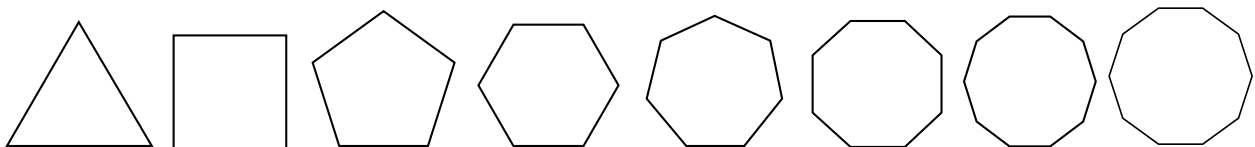


تقارن در چندضلعی‌های منتظم

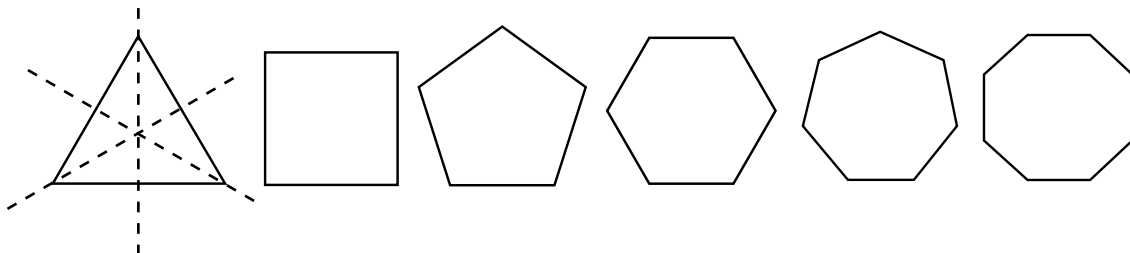
کلیدواژه‌ها: چندضلعی‌های منتظم، تقارن، خط تقارن



۱. در این جا چندضلعی‌های منتظم به ترتیب از سه‌ضلعی تا ده‌ضلعی رسم شده‌اند.



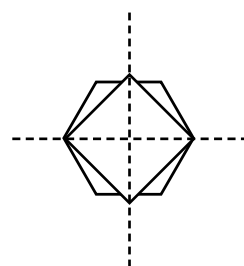
هر کدام از این چندضلعی‌ها چند خط تقارن دارند؟
آیا الگویی در تعداد خط‌های تقارن یک چندضلعی منتظم وجود دارد؟



۲. همان چندضلعی‌های بالا را در جدولی مانند جدول زیر در نظر بگیرید.

شکل زیری شکل رویی								
								
								
								
								
								
								
								
								

یکی از چندضلعی‌ها را از روی خط‌های تقارنش روی یکی از خطوط تقارن یک چندضلعی دیگر می‌اندازیم. خطوط تقارن شکل ایجادشده را می‌شماریم و در خانه متناظر با آن در جدول قرار می‌دهیم؛ مثلاً در شکل زیر چهارضلعی از روی یکی از خطوط تقارنش روی شش‌ضلعی قرار گرفته است.



چهارضلعی، ۴ خط تقارن و شش‌ضلعی، ۶ خط تقارن دارد؛ اما شکل به دست آمده تنها ۲ خط تقارن دارد. عدد ۲ را در خانه متناظر با آن در جدول قرار داده‌ایم:

شکل زیری شکل رویی								
								
				۲				
								
								
								
								

جدول را کامل کنید.

چه الگوهایی در جدول مشاهده

می‌کنید؟

به مقاله آمادگی برای به کارگیری

Excel در انجام پروژه‌های ریاضی

(هفتمین تلاش) در همین شماره از

مجله مراجعه کنید. چه شباهتی میان

این جدول و جدول ب.م.م می‌بینید؟

دلیل وجود این شباهت چیست؟

پاسختان را به نشانی الکترونیکی مجله

بفرستید.





چرا منطبق اند؟

کلیدواژه‌ها: انطباق مثلث‌ها، رسم مثلث‌ها، آموزش هندسه، حل مسئله

دو کشور «شولخت» و «خادخود» مدت‌هاست که با هم در جنگ‌اند. شولخت‌ها می‌گویند **شولخت بزرگ** به دست **خادخود** اول کشته شده است و خادخودها ادعا می‌کنند، خادخود اول را شولخت بزرگ کشته است. کینه و درگیری به جایی رسیده است که خادخودها می‌خواهند راه آب و غذا را بر شولخت‌ها ببندند. تعدادی از بچه‌های شولخت و خادخود با هم سایتی باز کرده‌اند و اسنادی در سایت گذاشته‌اند مبنی بر اینکه شولخت بزرگ و خادخود اول به نشانه صلح در آخرین ماه‌های بیماری کشته شده شولخت بزرگ با هم دو سنگ بسیار بزرگ مثلث شکل یکسان بریده‌اند و خادخود سنگ خود را به کشورش برده است. این مکالمه اینترنتی یک بچه شولختی با یک بچه خادخودی است:

خادخود: من سنگ خادخود اول را در موزه‌مان پیدا کردم.
شولخت: جداً؟! من و پدرم هم سنگ مثلث شکلی را حوالی قصر شولخت بزرگ دیده‌ایم؟ عکس سنگ موزه را در سایت بگذار تا ببینم بر سنگ من منطبق می‌شود یا نه.

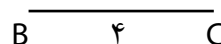
خادخود: چطور؟ سنگ خیلی بزرگ است و عکس آن کوچک می‌شود. چه‌طور می‌خواهی آن‌ها را بر هم منطبق کنی؟

شولخت: راست می‌گویی. خب بگذار ببینم آهان ما دو سال پیش خواندیم دو مثلث با داشتن دو زاویه و ضلع بین یکسان بر هم منطبق می‌شوند. دو زاویه و ضلع بین مثلث

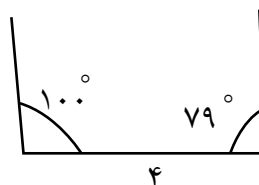


موزه را به من بگو.

خادخود: مطمئنی؟ اندازه گرفتن این‌هایی که می‌گویی برای یک سنگ بزرگ آن هم در موزه خیلی سخت است. بی‌فایده نباشد؟ معلم هندسه ما گفته قضاوت بی‌دلیل ممکن است نتیجه اشتباهی داشته باشد؛ مثلاً این ضلع ۴ سانتی‌متری را ببین:



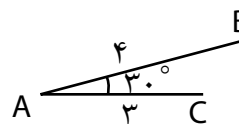
این هم دو زاویه مجاور ۷۹ و ۱۰۰ درجه



از کجا بدانم این دو خط به هم می‌رسند؟ اگر نرسند که مثلی درست نمی‌شود که تو بتوانی با سنگ حوالی قصر منطبقش کنی. **شولخت:** ای بابا! خب دو ضلع و زاویه بین را بگو. در این حالت هم پارسال خواندیم که تنها یک مثلث درست می‌شود. **خادخود:** یعنی اگر $AB=4$ و $A=30^\circ$ و $AC=3$ باشد فقط یک مثلث رسم می‌شود؟ این الان زاویه 30° درجه.



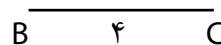
دو ضلع آن را هم مشخص می‌کنم.



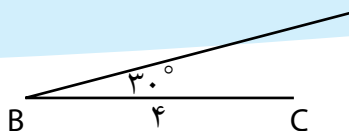
من از کجا بدانم فقط یک مثلث رسم می‌شود؟ شاید از C به B دو خط وصل شود.

شولخت: باشد؛ شاید من درس‌های دو سال پیش از یادم رفته. اینکه دیگر توی کتاب پارسال بود. برو یک ارتفاع مثلث را رسم کن. با این کار دو مثلث قائم‌الزاویه دیده می‌شود. وتر و زاویه تند هر مثلث قائم‌الزاویه را اندازه بگیر و به من بگو.

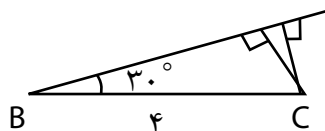
خادخود: آخر چرا این‌ها به درد می‌خورند؟ اگر $A=90^\circ$ و $BC=4$ و $B=30^\circ$ باشد، چرا فقط یک مثلث رسم می‌شود؟ این از BC.



این هم از زاویه 30° .



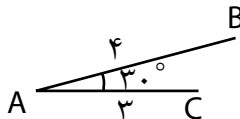
اگر دو عمود از C به ضلع دیگر رسم شود، دو مثلث تشکیل می‌شود.



شولخت: نمی‌دانم اصلاً تو چرا این قدر دنبال دلیل می‌گردی؟ مگر همه چیز دلیل دارد؟

خادخود: همه چیز نه. امسال در هندسه به ما گفته‌اند جز چند قانون که همه آن‌ها را می‌پذیرند باقی چیزها دلیل می‌خواهند. ولی قانون‌ها را هنوز نگفته‌اند.

شولخت: خب بیا ببینیم چه قانون‌هایی لازم داریم. شاید پیدایشان کردیم. یکی اینکه از B و C تنها یک خط می‌گذرد. این طوری با داشتن «ض ز ض» تنها یک مثلث رسم می‌شود.



خادخود: و شاید بتوانیم این قانون را هم بگذاریم که با داشتن یک خط و یک نقطه تنها یک عمود از نقطه به خط داریم. این طوری مشکل وتر و یک زاویه تند هم حل می‌شود. ولی مشکل ز ض ز را چه‌طور حل کنیم؟

شولخت: نمی‌دانم. یعنی برای آن هم قانون بگذاریم؟ چه قانونی؟ بگذار نگاهی به کتابم ببیند، آها این جا ثابت کرده اگر دو خط موازی باشند، مجموع زوایای متبادل داخلی 180° درجه می‌شود.

خادخود: خوب است. پس کافی است که مجموع دو زاویه داده شده در ز ض ز کمتر از 180° درجه باشد. در این صورت حتماً دو خط موازی نبوده‌اند! یعنی در یک نقطه به هم می‌رسند و مثلث تشکیل می‌شود. **شولخت:** خب حالا خیالت راحت شد؟ پس برو ویژگی‌هایی را که گفته‌ام اندازه بگیر.

پی‌نوشت:

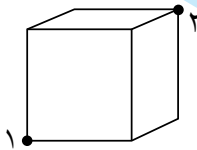
این متن، از زبان دانش‌آموزانی است که امسال در سال سوم راهنمایی تحصیل می‌کنند. البته برای دانش‌آموزان پایه هفتم هم، قابل استفاده است و با موضوعات آن، یکی - دو ماه دیگر آشنا خواهند شد.

کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه خط راست است ... البته گاهی هم نیست!

کلیدواژه‌ها: آموزش هندسه، کوتاه‌ترین فاصله

جمله بالا در موقعیت‌هایی که مانعی برای حرکت روی خط راست وجود نداشته باشد درست است. یعنی در واقع این موضوع، در یک صفحه درست است. اما در بعضی مسئله‌ها، کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه خط راست نیست! تا حالا چند مسئله دیده‌ام یا از دیگران شنیده‌ام که این گونه‌اند. بیایید چند تا از آن‌ها را با هم حل کنیم.

مسئله ۱. شکل ۲ یک مکعب است. در نقطه ۱ عنکبوتی ایستاده است و در نقطه ۲ مگسی دارد چرت می‌زند. عنکبوت می‌خواهد از کوتاه‌ترین فاصله ممکن روی جعبه حرکت کند و به مگس برسد. عنکبوت از چه مسیری باید برود؟



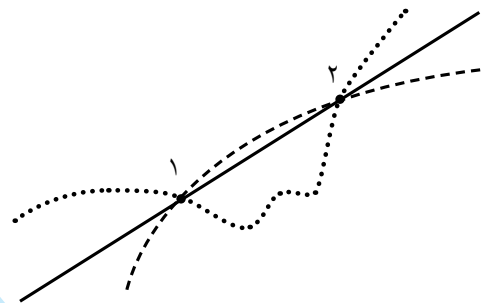
راه‌حل: پاسخ این مسئله خط راست بین نقاط ۱ و ۲ نیست، زیرا عنکبوت روی جعبه است و نمی‌تواند داخلش شود. اما حتی اگر می‌توانست به داخل جعبه برود، باز هم فقط می‌توانست روی دیوارهای جعبه حرکت کند؛ چون عنکبوت‌ها پرواز نمی‌کنند!

به یاد دارید که اگر می‌خواستیم با مقوا مکعب درست کنیم، شکل ۳ را روی مقوا رسم می‌کردیم.

ممکن است وقتی عبارت «کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه» را می‌خوانید، این جمله را به یاد بیاورید:

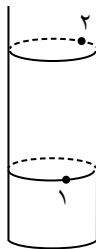
کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه، خط راست بین آن دو نقطه است.

مثلاً در شکل ۱ برای رفتن از نقطه ۱ به نقطه ۲، مسیر نقطه‌چین و مسیر خط‌چین از مسیر دیگر طولانی‌تر هستند.





نقطه ۲ برسد (نقطه ۱ در جلوی ستون و نقطه ۲ پشت ستون است). مورچه چه مسیری را طی کند تا طول مسیر، کمترین مقدار باشد؟



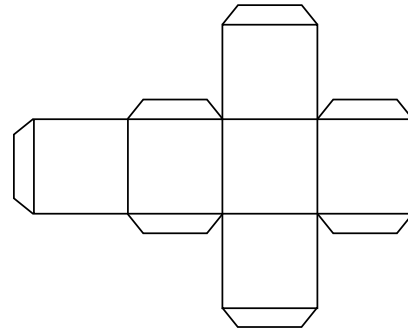
راه حل: پاسخ خط راست بین نقاط ۱ و ۲ نیست، چون خط راست بین این دو نقطه از داخل ستون می گذرد! راه حل این مسئله خیلی شبیه راه حل مسئله ۱ است. اگر بخواهید ستونی استوانه ای با مقوا درست کنید، چه شکلی روی مقوا رسم می کنید؟

مسئله ۳. در نقطه ۱ ایستاده ایم. ناگهان متوجه می شویم که در نقطه ۲ آتشی شعله ور است. باید سریع با سطل به کنار رودخانه برویم، آب برداریم و به نقطه ۲ برویم تا آتش را خاموش کنیم. کوتاه ترین مسیر را برای این کار مشخص کنید.

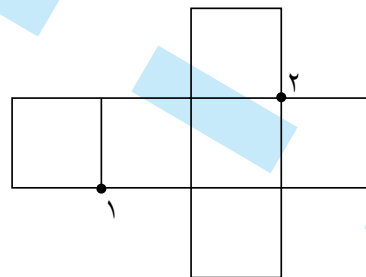


کناره رودخانه

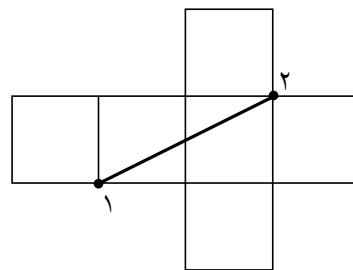
راه حل: در مسیرمان باید از رودخانه آب برداریم. پس حتماً در نقطه ای از مسیر، به ساحل رودخانه می رسیم. این نقطه را نقطه ۳ بنامید. البته ما نمی دانیم نقطه ۳ دقیقاً کجاست. باید جای نقطه ۳ را مشخص کنیم.



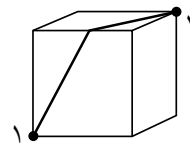
برای درست شدن مکعب باید لبه ها را چسب می زدیم. اما بیایید مکعب را درست نکنیم! به جای آن، نقاط ۱ و ۲ را روی شکل ها مشخص می کنیم.



حالا می توانید بگویید که کوتاه ترین فاصله بین نقطه های ۱ و ۲ چیست: خط راست!

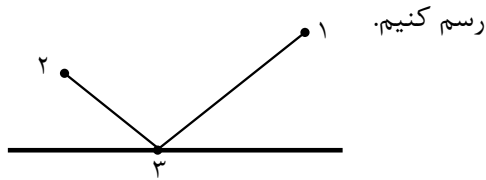


پس خط راست را رسم می کنیم و مکعب را تشکیل می دهیم تا مسیر عنکبوت مشخص شود.



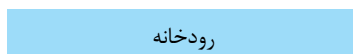
نکته: با استفاده از قضیه تالس، می توانیم ثابت کنیم که مسیری که رسم کرده ایم، دقیقاً از وسط ضلع مکعب می گذرد.

مسئله ۲. ستونی استوانه ای (مانند شکل ۷) جلوی ساختمانی بلند قرار دارد. مورچه ای می خواهد از نقطه ۱ به



مسئله ۴. قرار است بین دو نقطه ۱ و ۲ جاده‌ای احداث شود. اما رودخانه‌ای در مسیر بین این دو نقطه وجود دارد و باید برای عبور از رودخانه، پلی ساخته شود. عرض رودخانه در همه جا یکسان است و دو کناره رودخانه خط‌هایی راست‌اند.

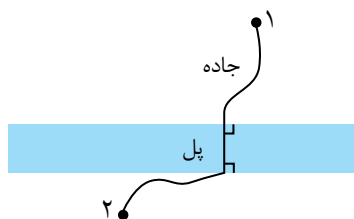
۱.



۲.

برای کاهش هزینه‌های احداث جاده باید هردوی این شرط‌ها برقرار باشند:

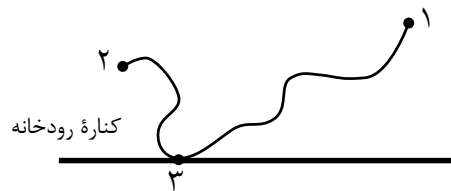
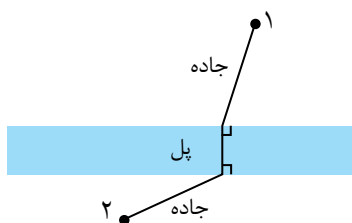
شرط اول: طول پل تا حد امکان کم باشد (یعنی پل بر دو طرف رودخانه عمود باشد).



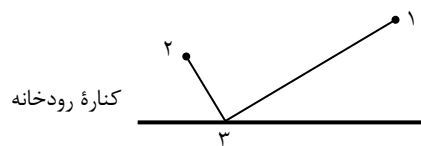
شرط دوم: حاصل جمع طول جاده و طول پل، کمترین مقدار ممکن باشد.

روی نقشه، جاده و پل را رسم کنید طوری که شرط‌های اول و دوم برقرار باشند.

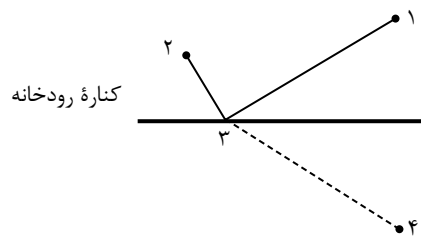
راه حل: مانند مسئله قبل، جاده‌های دو طرف پل باید خط راست باشند.



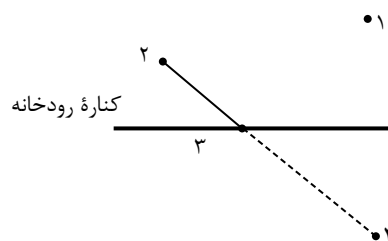
مسیر از ۱ به ۳ و نیز مسیر از ۳ به ۲ باید خط راست باشد، زیرا هیچ محدودیتی برای حرکت روی خط راست وجود ندارد.



قرینه نقطه ۱ را نسبت به کناره رودخانه رسم می‌کنیم و آن را نقطه ۴ می‌نامیم. طول پاره خط ۱ به ۳ با طول پاره خط ۴ به ۳ برابر است.



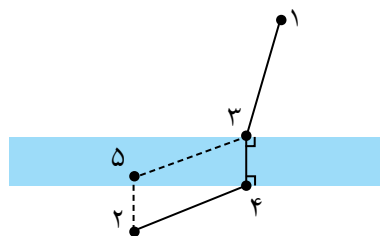
حالا به جای این که از ۱ به کناره رودخانه برویم و سپس به ۲ برویم، می‌توانیم فرض کنیم که می‌خواهیم از نقطه ۴ بدون هیچ محدودیتی به نقطه ۲ برویم! کوتاه‌ترین مسیر برای رفتن از نقطه ۴ به نقطه ۲، خط راست است. پس خط راست را رسم می‌کنیم تا جای درست نقطه ۳ را بیابیم.



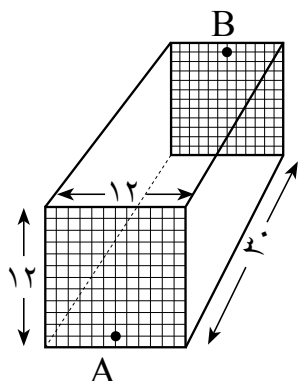
حالا می‌توانیم مسیر از ۱ به کناره رودخانه و بعد به ۲ را

نکته: از حل این مسئله نتیجه می‌گیریم برای کوتاه شدن مسیر، دو جاده باید با هم موازی باشند.

پس کافی است دو سر پل را مشخص کنیم. برای این کار، ترسیمی مانند شکل زیر انجام می‌دهیم.



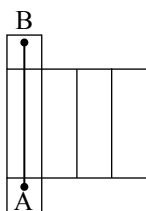
مسئله ۵: در شکل ۲۰، جعبه‌ای به شکل مکعب‌مستطیل می‌بینید. در نقطه A عنکبوتی قرار دارد و در نقطه B مگسی نشسته است. عنکبوت می‌خواهد از کوتاه‌ترین فاصله ممکن روی جعبه حرکت کند و به مگس برسد. از چه مسیری باید برود؟



توضیح: در شکل ۲۰ طول هریک از مربع‌های کوچک برابر ۱ سانتی‌متر است؛ یعنی: فاصله عنکبوت از کف جعبه برابر ۱ سانتی‌متر است و عنکبوت از هریک از سمت‌های راست و چپ جعبه، ۶ سانتی‌متر فاصله دارد.

فاصله مگس از سقف جعبه برابر ۱ سانتی‌متر است و مگس از هریک از سمت‌های راست و چپ جعبه، ۶ سانتی‌متر فاصله دارد.

راه‌حل: بیایید ببینیم می‌توانیم همان راه‌حل مسئله ۱ را به کار ببریم یا نه. می‌خواهیم مکعب‌مستطیل شکل بالا را با استفاده از مقوا درست کنیم. شکل زیر را روی مقوا رسم می‌کنیم، نقاط A و B را مشخص می‌کنیم و خط راستی رسم می‌کنیم که از آن دو بگذرد.



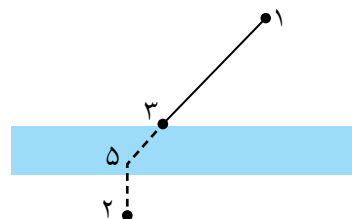
طول این مسیر برابر است با:

$$11 + 30 + 1 = 42$$

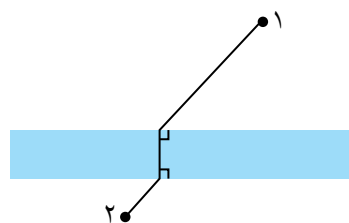
در شکل بالا، شکل پل را به نقطه ۲ منتقل کرده‌ایم. به عبارت دیگر، پاره‌خطی موازی پل و به طول آن از ۲ رسم کرده‌ایم و نقطه ۵ را یافته‌ایم. سپس از ۳ پاره‌خطی رسم کرده‌ایم.

می‌توان ثابت کرد که چهارضلعی حاصل، متوازی‌الاضلاع است. پس فاصله ۲ تا ۴ با فاصله ۳ تا ۵ برابر است. نتیجه می‌گیریم طول مسیر $1 \leftarrow 3 \leftarrow 5 \leftarrow 2$ با طول مسیر $1 \leftarrow 3 \leftarrow 4 \leftarrow 2$ برابر است. پس طول $1 \leftarrow 3 \leftarrow 5$ برابر است با مجموع طول جاده‌ها.

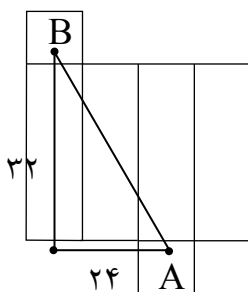
حالا مشخص می‌کنیم که سر و ته پل کجا باید باشد. نقطه ۳ باید جایی باشد که مسیر $1 \leftarrow 3 \leftarrow 5$ کمترین طول را داشته باشد. یعنی نقطه ۳ باید روی پاره‌خط ۱ به ۵ قرار داشته باشد.



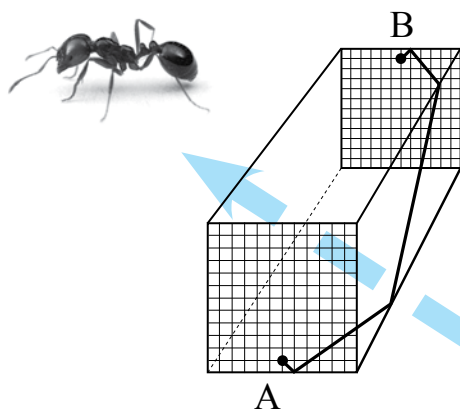
پس جای نقطه ۳ معلوم شد. نقطه ۴ با رسم خط عمود مشخص می‌شود. پس مسیر احداث جاده و پل به شکل زیر است.



و تازه شکل‌های دیگری هم وجود دارند! اما کوتاه‌ترین مسیر، مسیری است که در شکل آخر دیده می‌شود. برای محاسبه طول این مسیر، در شکل آخر دو پاره خط رسم می‌کنیم تا مثلثی قائم‌الزاویه تشکیل شود.



با استفاده از قضیه فیثاغورس، معلوم می‌شود طول پاره خط AB در این شکل، برابر ۴۰ است. حالا می‌توانیم با استفاده از این شکل، مکعب‌مستطیل را تشکیل دهیم و کوتاه‌ترین مسیر را روی آن ببینیم. مسیر عجیبی است، نه؟



پرسش: آیا در مورد مسئله ۱، روش‌های متفاوت رسم مکعب روی مقوا، مسیرهایی با طول کمتر ایجاد نمی‌کند؟ شما بررسی کنید!

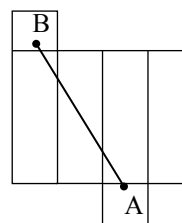
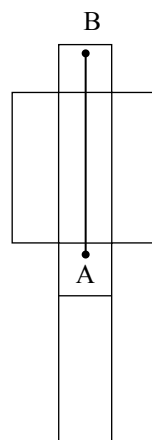
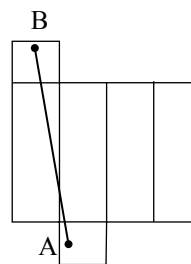
پی‌نوشت

با قضیه تالس و قضیه فیثاغورس، در سال سوم راهنمایی بیشتر آشنا می‌شوید.

منابع

1. <http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/BuildingBridge.shtml>
2. <http://www.puzzles.com/puzzleplayground/spiderRide/SpiderRide.htm>

بر خلاف آن‌چه به نظر می‌رسد، مسئله هنوز حل نشده است! مکعب‌مستطیل را به روش‌هایی دیگر هم می‌توانیم درست کنیم. شکل‌های زیر را ببینید.





شانس و احتمال (۲)

چهارمین پرتاب

زهرا پندی، بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: شانس، احتمال، احتمال ریاضی، احتمال تجربی، استقلال پیشامدها

حرف تو درست بوده است! تازه، من هم که نگفتم حتماً رو نمی‌آید. فقط گفتم بعید است. اصلاً بیا چند بار آزمایش کنیم.»

سارا پرسید: «چه طور می‌توانیم آزمایش کنیم؟» ستاره گفت: «آها! می‌توانیم سه بار سکه‌ای را بیندازیم. اگر هر سه بار رو آمد، نتیجه چهارمین پرتاب را ثبت می‌کنیم، اما اگر حتی یکی از سه پرتاب رو نیامد، از اول شروع می‌کنیم.» سارا و ستاره به کمک هم چند بار آزمایش را انجام دادند و نتیجه همه پرتاب‌ها را در جدولی مانند جدول ۱ نوشتند. هروقت که سکه رو آمد، نوشتند «ر» و هروقت پشت آمد، نوشتند «پ».

سارا و ستاره مشغول بازی بودند. هر کدام به نوبت سکه می‌انداختند و با توجه به نتیجه، مهره‌شان را در صفحه بازی حرکت می‌دادند! اگر سکه رو می‌آمد، دو خانه به جلو حرکت می‌کردند و اگر پشت می‌آمد، یک خانه به عقب. هرکس هم که سکه‌اش رو می‌آمد، جایزه داشت؛ یعنی باز هم نوبت او بود که سکه را پرتاب کند. سارا سه بار پیاپی رو آورد!

سارا گفت: «فکر می‌کنی الان که سکه را بیندازم، سکه رو می‌آید یا پشت؟»

ستاره گفت: «نمی‌دانم! ما تا همین حالا بیشتر از ۱۰۰ بار سکه انداخته‌ایم. گاهی رو می‌آید، گاهی پشت!»

سارا گفت: «با این حال، به نظر من بعید است که بار بعدی که سکه را می‌اندازم، پشت بیاورم. به نظرم شانس گل کرده است.»

ستاره با او موافق نبود: «اما به نظر من بعید است که رو بیاوری! چون سکه‌ات دیگر سهم رو آوردنش تمام شده است!»

سارا یک بار دیگر سکه را انداخت و این بار هم رو آمد!

سارا گفت: «دیدی راست گفتم؟!»

ستاره گفت: «با یک بار آزمایش که معلوم نمی‌شود



جدول ۱. نتایج ۳۰ بار آزمایش

شمارهٔ آزمایش	پرتاب اول، دوم، سوم	پرتاب چهارم
۱	ر پ پ	
۲	ر ر ر	ر
۳	ر ر پ	
۴	ر پ پ	
۵	پ پ پ	
۶	پ ر ر	
۷	پ ر پ	
۸	ر ر پ	
۹	ر پ ر	
۱۰	پ ر ر	
۱۱	پ ر ر	
۱۲	پ ر پ	
۱۳	ر ر ر	پ
۱۴	ر پ ر	
۱۵	ر ر ر	ر
۱۶	پ پ پ	
۱۷	ر پ ر	
۱۸	ر ر ر	پ
۱۹	ر پ ر	
۲۰	ر ر ر	پ
۲۱	پ پ ر	
۲۲	ر پ پ	
۲۳	پ ر پ	
۲۴	ر پ ر	
۲۵	ر ر ر	ر
۲۶	ر پ ر	
۲۷	پ پ ر	
۲۸	پ ر پ	
۲۹	ر پ پ	
۳۰	پ ر ر	

ستاره هم موافق بود و آن‌ها آزمایششان را در کلاس برای هم‌کلاسی‌هایشان توضیح دادند و با همکاری چهار نفر از دوستانشان آزمایش را بارها انجام دادند. به هریک سکه‌ای دادند و آن‌ها آزمایش را آن‌قدر ادامه دادند که در ۵۰ آزمایش هر سه پرتاب اول رو آمد. آن‌ها مجبور شدند ۳۶۵ بار آزمایش را تکرار کنند! نتیجهٔ پرتاب چهارم در این ۵۰ آزمایش در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. نتیجهٔ پرتاب چهارم

شمارهٔ آزمایش	پرتاب چهارم
۲	ر
۱۳	پ
۱۵	ر
۱۸	پ
۲۰	پ
۲۵	ر
۴۲	پ
۵۷	پ
۶۲	پ
۶۶	پ
۷۳	ر
۷۴	پ
۸۰	ر
۸۹	ر
۹۴	پ
۹۷	ر
۱۲۳	ر
۱۲۸	پ
۱۳۱	ر
۱۴۴	پ
۱۴۹	ر
۱۵۲	پ
۱۵۵	ر
۱۶۱	پ
۱۶۲	پ
۱۷۴	پ
۱۷۵	ر
۱۷۹	ر
۱۸۲	پ

بعد از انجام ۳۰ بار آزمایش، سارا به ستاره گفت: «از این ۳۰ بار فقط ۶ بار هر سه پرتاب اول رو آمد و نتیجهٔ پرتاب چهارم به دردمان خورد! به نظرم باید بارها آزمایش را تکرار کنیم. بیا از چند نفر کمک بگیریم.»

سکه‌اش را چندین بار پرتاب کند و حساب کند نسبت تعداد پشت‌ها به کل پرتاب‌ها چه عددی می‌شود.»
هریک از بچه‌ها سکه‌اش را ۵۰ بار پرتاب کرد. نسبت تعداد پشت‌ها به تعداد کل پرتاب‌ها برابر این عددها شد:

۵۲٪

۴۴٪

۵۶٪

۴۰٪

۵۲٪

در این آزمایش هم به نظر رسید که نسبت تعداد پشت‌ها به تعداد آزمایش‌ها، حدود ۵۰ درصد است.

سارا گفت: «به این نتیجه‌ها که نگاه می‌کنم، به نظرم می‌رسد که انگار برای سکه فرقی نمی‌کند که قبلش سه بار رو آمده باشد یا نه!»

ستاره حرف سارا را تأیید کرد: «بله، در هر دو آزمایش، تقریباً نیمی از پرتاب‌ها پشت آمدند.»

سارا و ستاره درباره پرتاب سکه و پرتاب تاس، جمله‌هایی شنیده بودند، مثل این جمله که: «**احتمال** اینکه وقتی سکه‌ای پرتاب می‌شود رو بیاید، با **احتمال** اینکه پشت بیاید، برابر است.» یا این جمله که: «**احتمال** اینکه تاسی ۶ بیاید با اینکه ۱ بیاید، برابر است.» آن‌ها قرار گذاشتند درباره معنی چنین جمله‌هایی مطالعه، فکر و پرس‌وجو کنند.

در همین ستون در شماره بعدی مجله باز هم درباره بحث‌های ستاره و سارا خواهیم نوشت.

تشکر:

از خانم محدثه رجایی، بابت راهنمایی‌ها و پیشنهادهایشان طی نگارش این مقاله متشکریم.

پ	۱۸۵
ر	۱۹۳
پ	۲۰۱
پ	۲۲۸
ر	۲۳۰
پ	۲۴۲
ر	۲۴۸
پ	۲۶۱
پ	۲۶۵
پ	۲۶۹
ر	۲۷۷
ر	۲۸۱
ر	۲۹۰
ر	۳۰۰
ر	۳۰۴
پ	۳۱۱
پ	۳۱۸
پ	۳۴۱
ر	۳۴۷
ر	۳۵۴
ر	۳۵۶

بچه‌ها با اطلاعات جدول ۲ محاسباتی کردند:

- در ۱۰ سطر اول جدول، ۷ بار پشت آمد؛ یعنی در ۷۰٪ موارد.
- در ۲۰ سطر اول جدول ۲، ۱۱ بار پشت آمد؛ یعنی در ۵۵٪ موارد.
- در ۳۰ سطر اول جدول، ۱۶ بار پشت آمد؛ یعنی در تقریباً ۵۳٪ موارد.
- در ۴۰ سطر اول جدول، ۲۲ بار پشت آمد؛ یعنی در ۵۵٪ مورد.
- در ۵۰ سطر اول جدول (یعنی در کل جدول)، ۲۶ بار پشت آمد؛ یعنی در ۵۲٪ مورد.

به نظر بچه‌ها رسید که کم‌کم، نسبت تعداد پشت‌ها به تعداد آزمایش‌ها با سه بار رو، به ۵۰ درصد نزدیک می‌شود. ستاره گفت: «حالا بیایید این کار را بکنیم: هرکسی





ارتباطات بی سیم به کمک روش های دودی!

کلیدواژه ها: ارتباطات بی سیم، زوجیت، اطلاعات، انتقال داده، چوب های رنگی، حاکم، محاکمه

یکی از مشکلات

اساسی در انتقال داده، در شبکه های رایانه ای و مخابراتی، وجود «نویز» و خطاهایی است که توسط نویزها به وجود می آیند. در راستای رفع این گونه مشکلات روش هایی مطرح شده اند که

هدف آنها تشخیص و تصحیح خطاست. از جمله این روش ها می توان به زوجیت «پاریتی»^۱ برای تشخیص خطا، و روش «همینگ»^۲ برای تصحیح خطا اشاره کرد. در مقاله های پیش رو هدف توضیح این روش ها و نحوه عملکرد آنهاست.

در زوجیت با استفاده از یک بیت اضافی، می توان یک بیت خطا را تشخیص داد. در همینگ نیز با تعریف فاصله همینگ و استفاده از بیت های اضافی، کلاس های هم ارزی ای تعریف می شوند که فاصله کلاس ها حداقل یک بیت است. بنابراین می توان یک بیت خطا را تصحیح کرد. جزئیات بیشتر این روش ها را می توانید در پیوندهای زیر ببینید:

http://en.wikipedia.org/wiki/parity_bit

http://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_distance

سال‌ها پیش در امپراتوری «برهان» قبیله‌ای بسیار متمدن وجود داشت. این قبیله در یکی از کارخانه‌های خود برای اقوام غیرمتمدن چوب‌هایی تولید می‌کرد که از سوزاندن آن‌ها دو رنگ قرمز و آبی حاصل می‌شد. جاسوسان حاکم بزرگ به او خبر داده بودند که این کارخانه برای به دست آوردن سود بیشتر، کار خود را به درستی انجام نمی‌دهند و در سفارشات که از قبیله دیگر می‌گیرد، یک چوب را به نادرستی در آن سفارش قرار می‌دهد. یعنی یک چوب با رنگ قرمز را به جای چوب با رنگ آبی و یا یک چوب با رنگ آبی را به جای یک چوب با رنگ قرمز در سفارش قرار می‌دهد.

حاکم بزرگ که در عدالت مشهور بود، از این کار به خشم آمد و تمامی کارکنان کارخانه را احضار کرد تا آن‌ها را محاکمه کند و به سزای اعمالشان برساند. روز محاکمه فرا رسید و تمامی کارکنان حضور پیدا کردند. حاکم جاسوسان را نیز خواسته بود تا موضوع را به طور کامل شرح دهند. در ابتدای دادگاه حاکم از یکی از جاسوسان خواست ماجرا را توضیح دهد تا کارکنان علت احضارشان را بدانند. این کار انجام شد. پس از آن حاکم رو به کارکنان کرد و گفت: «همگی شما متهم هستید و حکم دادگاه این است که همه به سرزمین اقوام غیرمتمدن تبعید شوید. حال می‌توانید از خود دفاع کنید.» مدیر شرکت برای دفاع جلو آمد و گفت: «جناب حاکم

بزرگ! هدف و نیت ما از این کار خیر بود. ما با این کار می‌خواستیم آن قبیله را به فکر

واداریم و به پیشرفتش کمک کنیم. جناب حاکم بزرگ! ما در این کار نیز موفق شدیم. مأموران ما در آن قبیله، که در این جمع حاضرند و می‌توانند شهادت دهند، به ما اطلاع دادند که بعد از مدتی قبیله مذکور توانسته است که به گونه‌ای از چوب‌ها استفاده کند که در کارشان مشکلی پیش نیاید. جناب حاکم بزرگ! نیت ما خیر بوده است!»

حاکم با شنیدن این سخنان اندکی به فکر فرو رفت. چگونه ممکن است این گونه افراد یک قبیله را به فکر واداشت؟ واقعاً

عجیب بود! بعد از مدتی که در سکوت گذشت، حاکم پایان دادگاه را اعلام کرد و ادامه آن را به روز بعد موکول کرد. در مدت بین دو دادگاه حاکم از جاسوسان خود خواست تا به قبیله غیر متمدن بروند، داستان را جویا شوند و صحت حرف‌های مدیر را بررسی کنند.

روز بعد دادگاه در موعد مقرر برگزار شد. حاکم که سخنان را شنیده و متوجه شده بود که افراد قبیله کارشان را به درستی پیش می‌برند، کمی آرام شده بود، اما حاضر نبود از خطای کارکنان آن کارخانه بگذرد. بنابراین حکم دادگاه را به گونه‌ای تغییر داد که برای دیگران درس عبرتی شود. گفت: «من در نیت خیر شما شکی ندارم، اما روش کارتان نادرست و غیرقانونی است. بنابراین نمی‌توانم از گناهتان بگذرم. پس حکم را این‌گونه تغییر می‌دهم. فردا در طلوع آفتاب، تمامی کارکنان را در مرکز شهر در یک صف قرار خواهیم داد به گونه‌ای که هر شخص تنها بتواند افراد جلوی خود را در صف ببیند. سپس بالای سر هر کدام از شما، یکی از چوب‌های خودتان را قرار می‌دهم و آن را آتش می‌زنم. از انتهای صف شروع می‌کنم و از هر کس رنگ دود چوب بالای سرش می‌پرسم. شما باید رنگ دود چوب خود را حدس بزنید. هر کس این کار را به درستی انجام دهد، آزاد خواهد شد و هر کدامتان اشتباه کند، تبعید خواهد شد.» و به این ترتیب دادگاه به پایان رسید.

کارکنان کارخانه یک روز فرصت داشتند تا برنامه‌ای بچینند که کمترین افراد محکوم شوند. همگی در کارخانه گرد هم آمدند و شروع کردند به فکر کردن. هر کس روشی ارائه می‌کرد. راه‌هایی متفاوت را در کارخانه آزمایش کردند. یکی از معاونان گفت: «می‌توانیم نصف افراد را نجات دهیم. به این ترتیب که، اگر نفر اول رنگ دود چوب نفر بعدی را بگوید، نفر بعدی می‌تواند رنگ دود چوب خود را به درستی حدس بزند و بنابراین حتماً نجات خواهد یافت. البته ممکن است با این روش نفر اول نیز نجات پیدا کند. به همین ترتیب افراد اگر دو نفر دو نفر با هم همکاری کنند، حداقل نصف کارمندان نجات خواهند یافت.»

یکی دیگر از معاونان گفت: «اگر نفر اول رنگی را که بیشتر تکرار شده است بگوید، همه می‌توانند آن رنگ را بگویند و به این ترتیب نیز حداقل نصف افراد نجات پیدا خواهند کرد.» به این ترتیب هر کس روشی ارائه می‌کرد تا این که یکی از کارگران کارخانه اعلام کرد روشی دارد که به جز یک نفر، تمامی افراد را نجات خواهد داد! آیا شما می‌توانید حدس بزنید این شخص چه فکری در سر دارد؟ آیا بین روش این شخص با رفتار قبیله غیر متمدن نسبت به استفاده از چوب‌های نادرست، می‌تواند رابطه‌ای وجود داشته باشد؟ از همه این‌ها که بگذریم، آیا چوب‌های اشتباهی می‌تواند شما را به فکر وادارد؟

روش این شخص، رفتار قبیله غیرمتمدن و ادامه ماجراهای این دو قوم را می‌توانید در شماره‌های بعدی بخوانید.

بی‌نوشت‌ها

1. Parity
2. Hamming



آمادگی برای به کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی

(هفتمین تلاش)

کلیدواژه‌ها: اکسل، استفاده از ابزار، ب.م.م، تابع، راهنمای استفاده از نرم‌افزار، الگویی

همان‌طور که در شماره‌های قبل از این سلسله مطالب گفتیم، برای آن که بتوانید از محیط Excel برای انجام پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای Microsoft Office را روی رایانه خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم‌افزار کاربردی است که یکی از آن‌ها Microsoft Office Excel است.

پیش‌پروژه هفت – استفاده از help

پس از انجام دادن هر قسمت از پیش‌پروژه‌ها، فایل‌تان را ذخیره کنید تا در پروژه‌های بعدیتان هم بتوانید از تجربه‌های قبلی خود استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش‌پروژه‌های این شماره را **هفتمین تلاش** بگذارید! تاکنون در این ستون شش پیش‌پروژه برای آشنایی اولیه با امکانات نرم‌افزار Excel و دامنه کاربرد آن در ریاضی مدرسه‌ای مطرح کرده‌ایم. اکنون زمان آن رسیده است که با زدن دکمه F1 صفحه کلید یا کلیک روی help در منوی بالای صفحه، سری به راهنمای این نرم‌افزار بزنید و برای انجام پروژه‌هایی که خودتان تعریف می‌کنید، از آن استفاده کنید.

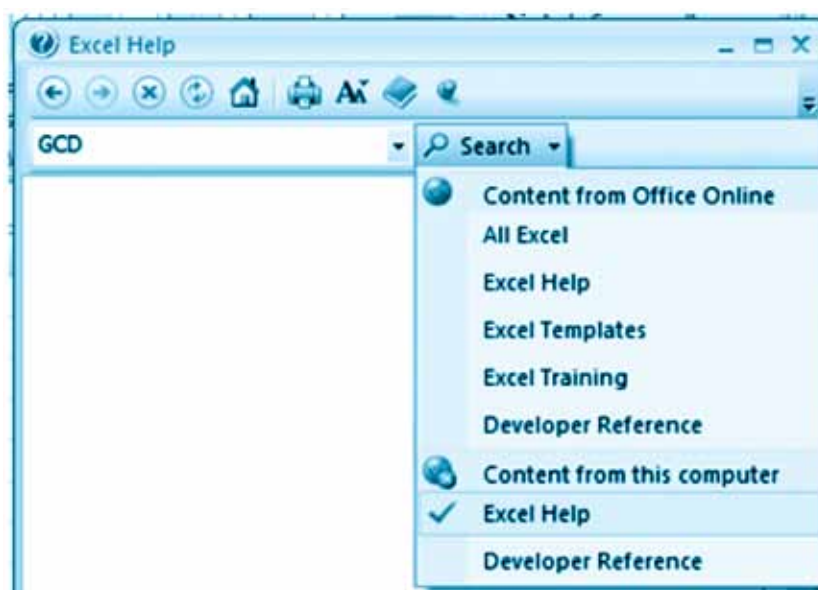


همچنین می‌توانید از کتاب‌های کاغذی یا الکترونیکی راهنمای استفاده از این نرم‌افزار که به زبان فارسی نوشته شده‌اند، استفاده کنید. فرض کنید می‌خواهیم ب.م.م هر دو عدد طبیعی از میان اعداد ۱ تا ۱۰ را در جدولی مانند جدول زیر بنویسیم. شبیه جدول ضرب، یک جدول ب.م.م درست می‌کنیم و الگوهایی را که در آن به وجود می‌آید، بررسی کنیم.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1										
3	2										
4	3										
5	4										
6	5										
7	6										
8	7										
9	8										
10	9										
11	10										

از کجا شروع کنیم؟

می‌توانیم با زدن دکمه F1 وارد help نرم‌افزار شویم. در قسمت سفید عبارت مورد نظر را به انگلیسی وارد کنیم. (GCD معادل ب.م.م و خلاصه‌شده عبارت Greatest Common Divisor به معنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است). با کلیک روی پیکان کنار Search و انتخاب Excel Help در قسمت Content from this computer و سپس کلیک روی Search می‌توانیم جست‌وجو را بدون اتصال به اینترنت انجام دهیم.



پس از آن روی اولین نتیجه یافت‌شده کلیک می‌کنیم و چگونگی استفاده از تابعی را که ب.م.م دو عدد را به ما می‌دهد، می‌بینیم.



در این جا قسمتی از راهنما آمده است. این قسمت نشان می دهد که برای یافتن ب.م.م دو عدد مثل ۵ و ۲ می توانیم عبارت $GCD(5,2)$ را در یک خانه جدول وارد کنیم:

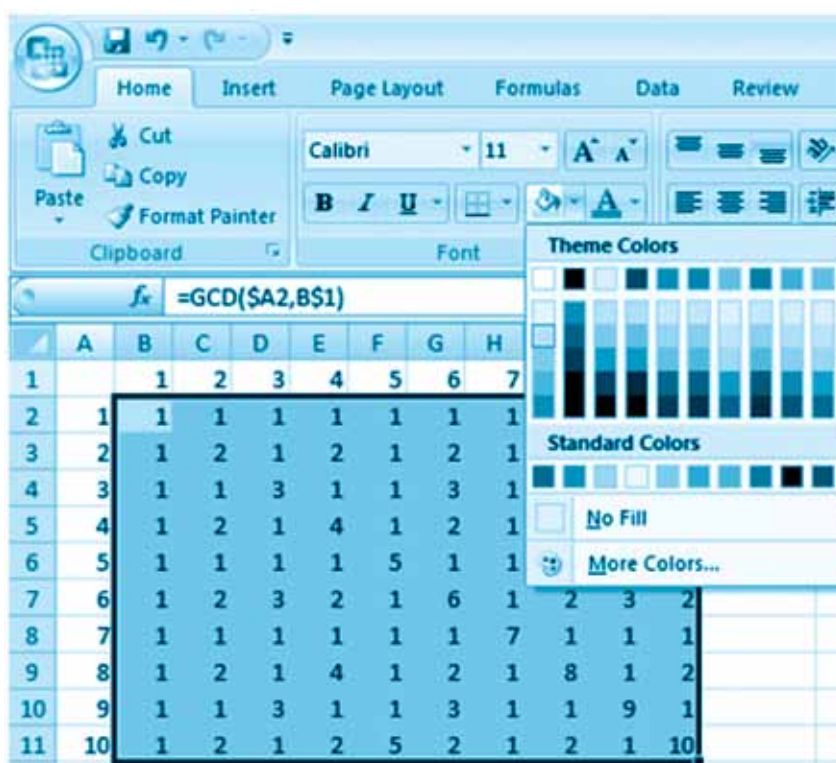
	A	B
1	Formula	Description (Result)
2	=GCD(5, 2)	Greatest common divisor of 5 and 2
3		(1)
4	=GCD(24, 36)	Greatest common divisor of 24 and 36 (12)
5	=GCD(7, 1)	Greatest common divisor of 7 and 1 (1)
	=GCD(5, 0)	Greatest common divisor of 5 and 0 (5)

حال می‌توانیم با استفاده از تابع GCD و تجربه‌ای که در پر کردن جدول در پنجمین تلاش به دست آورده بودیم، برای پر کردن جدول مورد نظرمون استفاده کنیم:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
4	3	1	1	3	1	1	3	1	1	3	1
5	4	1	2	1	4	1	2	1	4	1	2
6	5	1	1	1	1	5	1	1	1	1	5
7	6	1	2	3	2	1	6	1	2	3	2
8	7	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1
9	8	1	2	1	4	1	2	1	8	1	2
10	9	1	1	3	1	1	3	1	1	9	1
11	10	1	2	1	2	5	2	1	2	1	10

(در پنجمین تلاش درباره قرار دادن علامت \$ برای ثابت کردن قسمتی از عبارت هنگام سرایت آن به خانه‌های بعدی، صحبت کرده‌ایم).

اکنون خانه‌هایی از جدول را که ب.م.م اعداد در آن‌ها نوشته شده، انتخاب می‌کنیم و با استفاده از منوی بالای صفحه آن‌ها را رنگ می‌کنیم.



اکنون می‌توانیم جدول ایجادشده را بهتر ببینیم و الگوهایی را که در آن مشاهده می‌شود، توصیف کنیم:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	1	1	3	1	1	3	1	1	3	1
4	1	2	1	4	1	2	1	4	1	2
5	1	1	1	1	5	1	1	1	1	5
6	1	2	3	2	1	6	1	2	3	2
7	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1
8	1	2	1	4	1	2	1	8	1	2
9	1	1	3	1	1	3	1	1	9	1
10	1	2	1	2	5	2	1	2	1	10

- چه الگوهایی در جدول ایجاد شده مشاهده می‌کنید؟
- به مسئله تقارن در چندضلعی‌های منتظم در همین شماره از مجله (صفحه‌های ۸ و ۹) مراجعه کنید. چه شباهتی میان این جدول و جدول به دست آمده در آن مسئله می‌بینید؟ دلیل وجود این شباهت چیست؟ پاسختان را بنویسید و به نشانی الکترونیکی مجله بفرستید.
- شما هم یک جدول شبیه این جدول بسازید و در آن ک.م.م هر دو عدد طبیعی از میان اعداد ۱ تا ۱۰ را بنویسید. (LCM معادل ک.م.م و خلاصه‌شده عبارت Least Common Multiple به معنی کوچک‌ترین مضرب مشترک است).





درباره اقتصاد

لقمه نان و پنیر

و

پس انداز چند صد هزار تومنی!

کلیدواژه‌ها: پول، درآمد، هزینه، تورم، اقتصاد، سرمایه، پس انداز



پول
توجیبی و
درآمد من سال
گذشته روزی
۳۰۰۰ تومان
بود. امسال بابام با

توجه به نرخ رسمی

تورم که ۲۵ درصد است،

۵ درصد هم بیشتر از تورم،

جیره و مواجب مرا بالا برده است و ۳۰

درصد بیشتر از سال گذشته به من پول توجیبی می‌دهد. به عبارت دیگر:

$$3000 + (3000 \times \frac{30}{100}) = 3000 + 3000 \times \frac{30}{100} = 3000 + 900$$

که می‌شود ۳۹۰۰ تومان. و برای این که رُند شود، به جای روزی ۳۹۰۰ تومان روزی ۴۰۰۰ تومان به من می‌دهد. موضوع این است که با وجود این افزایش ۱۰۰۰ تومانی، هرچه حساب و کتاب می‌کنم می‌بینم که پارسال با آن ۳۰۰۰ تومان دخل و خرجم میزان بود و مشکلی نداشتم، ولی اگر امسال بخوام مثل سال گذشته خرج کنم، هشتم گرو نهم است!

به همین خاطر آمدم و از بعضی هزینه‌هایم کم کردم و شاید باورتان نشود، با این صرفه‌جویی امسال مقداری پس انداز

هم دارم! واقعاً عجیب است.
انگار بالا رفتن تورم
به جای ضرر
به نفع
من شده
است!

از جمله

کارهایی که امسال

کرده‌ام، این است که برای

تغذیه در مدرسه، لقمه نان و پنیر از خانه می‌برم. همچنین، صبح‌ها چند دقیقه زودتر از خانه خارج می‌شوم و تا مدرسه پیاده می‌روم. با این کار هم کرایه ماشین نمی‌دهم و هم پیاده‌روی و ورزش می‌کنم و بانشاط سر کلاس حاضر می‌شوم. به جای خرید کتاب‌های متفرقه درسی و غیردرسی و هم از کتابخانه‌های مدرسه، محله و شهر استفاده می‌کنم و کتاب امانت می‌گیرم. روزهای سه‌شنبه به سینما می‌روم که هم بلیت نیم‌بها است و هم سینما خلوت‌تر است. با پرداخت مبلغی در هر ماه عضو ثابت و دائم یک مجموعه ورزشی شده‌ام و از استخر، پینگ‌پنگ، والیبال، فوتبال و امکانات دیگر آن مجموعه استفاده می‌کنم و خلاصه با عمل به این برنامه‌ها حداقل روزی ۲۰۰۰ تومان پس انداز می‌کنم که در ماه می‌شود ۶۰۰۰۰ تومان و در سال می‌شود ۷۲۰۰۰۰

تومان؛ درست است که مبلغ بالایی نیست، ولی برای من عالی است!

به کفش، لباس و جیره توجیبی‌ام، و به ماشین بابام، خانه و محل زندگی‌مان، مدرسه و دانشگاه آینده‌ام که نگاه می‌کنم، می‌بینم که انگار همه این‌ها و هزاران چیز دیگر به یک کلمه ربط دارند: «پول»؛ و پول هم در دل کلمه‌ای دیگر به نام «اقتصاد»

پنهان شده است. این روزها خیلی از مسائل به پول و اقتصاد ارتباط دارند.

پول و اقتصاد چیست؟

پول قطعه‌ای از فلز طلا، نقره، مس و فلزات دیگر و یا اسکناس کاغذی است که به دستور دولت با توجه به پشتوانه طلا و یا فلزات گران‌بها توسط بانک مرکزی ضرب و چاپ می‌شود. پول حتماً باید پشتوانه داشته باشد و پول بدون پشتوانه هزار و یک مشکل ایجاد می‌کند.

اقتصاد در لغت یعنی میانه‌روی کردن در هر کار، در میانه راه رفتن به اندازه خرج کردن، و تعادل دخل و خرج را نگه داشتن. همچنین اقتصاد را این‌گونه تعریف کرده‌اند: «دانش رسیدن به خواسته‌های خود با کمترین تلاش و هزینه».

اقتصاد هم فردی و هم جمعی است. اقتصاد در کل جامعه به مفهوم دانش چگونگی انتخاب مردم و جامعه برای به کارگیری و استخدام منابع کمیاب به منظور تولید کالا و خدمات و توزیع آن‌ها میان افراد و گروه‌های گوناگون جامعه است و بگذریم!

من برای فهم بهتر اقتصاد سراغ خانواده خودمان رفتم. بابای من کارگر ساده‌ای است که بابت هر ماه کار در کارخانه ۸۰۰ هزار تومان حقوق می‌گیرد. خودش می‌گوید که هر ماه حدود ۴۰۰ هزار تومان هم اضافه‌کار دریافت می‌کند. ۸۰۰ هزار به علاوه ۴۰۰ هزار تومان می‌شود یک میلیون و دویست هزار تومان که درآمد ماهانه پدرم است.

یک میلیون و دویست هزار تومان منهای ۱۰۰ هزار تومان

هزینه آب، برق، تلفن و گاز می‌شود یک میلیون و صد هزار تومان. منهای دویست هزار تومان خرید ماهانه مرغ و گوشت و ماهی می‌ماند ۹۰۰ هزار تومان. منهای ۱۵۰ هزار تومان خرید پوشاک، لباس و کفش برای ما چهار نفر در هر ماه می‌شود ۷۵۰ هزار تومان. منهای هر ماه حداقل سیصد هزار تومان دخل و خرج و پول توجیبی و تحصیل من و خواهرم، می‌ماند ۴۵۰ هزار تومان. حداقل ۲۵۰ هزار تومان هم بابت میوه، حبوبات، ادویه‌جات، روغن، برنج و غیره که کلاً می‌ماند ۲۰۰ هزار تومان.

یک شانس هم که خانواده ما آورده، این است که کرایه خانه نمی‌دهیم و در یک طبقه از خانه پدربزرگم زندگی می‌کنیم. خلاصه این‌که اگر خیلی حساب‌شده و خوب خرج کنیم، هر ماه شاید ۲۰۰ هزار تومان از آن یک میلیون و دویست هزار تومان برایمان باقی بماند. اگر خانواده ما می‌توانست این یک میلیون و دویست هزار تومان را کنار بگذارد و همه را پس‌انداز کند، واقعاً چی می‌شد! ولی این خنده‌دار است و اصلاً امکان ندارد. همان‌طور که گفتم، خانواده ما چهار عضو دارد: خودم، خواهرم، پدر و مادرم. هزینه تحصیل، خوراک، لباس، کیف و کفش من و خواهرم حداقل نیمی از درآمد پدرم را می‌گیرد. و با هزینه‌های دیگر، اگر مادرم خیلی حساب‌شده خرج کند، با حسابی که کردیم شاید ۲۰۰ هزار تومان پس‌انداز کند. البته همان‌طور که گفتم ما در خانه قدیمی پدربزرگم زندگی می‌کنیم و اجاره‌ای بابت زندگی در خانه پدربزرگ نمی‌دهیم، وگرنه شاید اگر تمام حقوق پدرم را هم می‌دادیم، نمی‌توانستیم یک خانه را اجاره کنیم. بله، درآمد پدرم این‌گونه هزینه می‌شود!

درآمد و هزینه چیست؟

«درآمد» یعنی بهره و سودی که از کار، کسب، تجارت، ملک‌داری، زراعت و غیره به دست می‌آید. درآمد باعث افزایش دارایی و سرمایه می‌شود.

«هزینه» سرمایه و درآمد را کاهش می‌دهد. هزینه بهایی است که بابت خرید کالا و ملزومات زندگی و یا به دست آوردن خدمات مصرف می‌شود.

هر سال قیمت‌ها به مقدار قابل توجهی بالا می‌روند که بخش زیادی از این افزایش مربوط به تورم می‌شود. اما «تورم» چیست؟

«تورم» در لغت یعنی ورم کردن، پر باد شدن و در اقتصاد یعنی افزایش نامنظم قیمت‌ها. در تعریفی دیگر، تورم یعنی افزایش سطح عمومی تولید پول، درآمدهای پولی و در مقابل بالا رفتن قیمت‌ها. می‌توان گفت تورم یعنی داشتن حجم زیادی از پول و اسکناس‌های بدون پشتوانه در جامعه. زمانی

که نقدینگی و پول در دست مردم زیاد و در مقابل، کالا برای عرضه کم می‌شود، قیمت کالاها و نرخ تورم در کشور افزایش می‌یابد.

فرض کنید نرخ تورم امسال ۲۵ درصد است. این یعنی به صورت میانگین سطح قیمت‌ها ۲۵ درصد افزایش یافته است. برای مثال، دفترچه‌ای را که شما سال گذشته ۲۰۰۰ تومان می‌خریدید، امسال باید ۲۵۰۰ تومان بخرید:

$$2000 + (2000 \times \frac{25}{100}) = 2500$$

البته نمی‌توان این‌گونه تصور کرد که تمام کالاها و خدمات سال گذشته، امسال قیمتشان دقیقاً ۲۵ درصد افزایش یافته است. در اقتصاد خیلی از عامل‌ها دخالت دارند؛ مانند میزان تولید، واردات، صادرات، قیمت و میزان نفت صادراتی، تولیدات خالص و ناخالص و هزاران عامل دیگر.

در شماره‌های بعدی مجله ضمن توضیح بیشتر این اصطلاحات به سراغ بخش‌هایی از اقتصاد که با ریاضیات ارتباط بیشتری دارند، می‌رویم.





کی می تونه حل کنه؟

بخش دوم

۱. به جدول ضرب زیر توجه کنید:

$\times$	۱۳۴۵۲۷۷۹۲۱۲	۱۳۴۵۲۷۷۹۲۱۳
۷۹۹۸۵۱۱۳۲۷		۱۰۷۶۰۲۲۰۶۹۱۴۸۱۰۶۴۵۶۵۱
۷۹۹۸۵۱۱۳۲۸	؟	

همان طور که در جدول مشخص است، حاصل

$$۷۹۹۸۵۱۱۳۲۷ \times ۱۳۴۵۲۷۷۹۲۱۲$$

برابر است با: ۱۰۷۶۰۲۲۰۶۹۱۴۸۱۰۶۴۵۶۵۱ .

حالا شما بگویید در خانه‌ای که با علامت «؟» مشخص شده است، چه عددی باید قرار بگیرد. یعنی حاصل $۷۹۹۸۵۱۱۳۲۸ \times ۱۳۴۵۲۷۷۹۲۱۲$ را حساب کنید. برای این محاسبه از ماشین حساب یا رایانه استفاده نکنید!

راهنمایی: برای یافتن پاسخ، اصلاً لازم نیست عددها را در هم ضرب کنید!

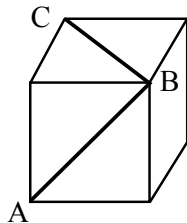
۳. در تعطیلات عید رفته بودیم مسافرت. یک روز بابا گفت: «وقتی می‌آییم مسافرت، روزهای هفته را فراموش می‌کنم! امروز چه روزی از هفته است؟»
خواهرم سمیرا گفت: «جمعه»، اما خواهر دیگرم ثریا گفت: «یکشنبه».

مامان گفت: «اگر این طور است، فردا چه روزی از هفته است؟»

سمیرا پاسخ داد: «سه‌شنبه»، اما ثریا گفت: «دوشنبه». مامان گفت: «از دست شما دو تا! اگر این طور است، پس دیروز چه روزی از هفته بود؟»

سمیرا گفت: «چهارشنبه»، اما ثریا گفت: «پنجشنبه». مامان گفت: «هریک از شما فقط یک جواب درست دادید و دو جواب دیگران غلط بود!» حالا شما بگویید آن روز، چه روزی از هفته بود؟

۴. در شکل زیر مکعبی می‌بینید. پاره‌خط‌های AB و BC قطرهای دو تا از وجه‌های مکعب‌اند. زاویه ABC چند درجه است؟ چرا؟



پاسخ مسائل شماره قبل را در صفحه ۴۶ همین شماره بخوانید.

۲. مدتی پیش، کارخانه لبنیات در یک آگهی تلویزیونی به مردم چنین اعلام کرد:

«بطری‌های پلاستیکی شیر را دور نیندازید! آن‌ها را به ما بازگردانید و در ازای هر ۴ بطری خالی، ۱ بطری شیر رایگان از ما دریافت کنید! به این ترتیب هم شما شیر بیشتری می‌خورید و هم محیط‌زیست آلوده نمی‌شود!»

در خانه ۲۸ بطری شیر خالی داریم. با استفاده از طرح کارخانه لبنیات و بدون دادن هیچ پولی، چند بطری شیر می‌توانیم بخوریم؟



مانا در جست‌وجوی حقیقت

بخش دوم

ادعاهایی دربارهٔ بعضی چیزها

کلیدواژه‌ها: درستی، نادرستی، دلیل، مثال، بعضی، وجود

حالا هم مانا سعی دارد هریک از این حدس‌ها را اثبات کند (یعنی برای درستی آن دلیل بیاورد) و یا رد کند (یعنی نشان دهد که آن حدس نادرست است). حدس‌های ۱ تا ۴ را دوباره بخوانید و به کلماتی که زیر آن‌ها خط کشیده شده است، خوب دقت کنید:

حدس ۱: بعضی از اعداد زوج، اول‌اند.
حدس ۲: دو عدد فرد مختلف وجود دارند که مجموع آن‌ها عددی اول است.

حدس ۳: بین اعداد طبیعی دو عدد فرد مختلف پیدا می‌شوند که اختلاف آن‌ها عددی اول است.

حدس ۴: مجموع هر دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، عددی اول است.

حدس ۴ یک فرق مهم با حدس‌های ۱ تا ۳ دارد. حدس ۴ ادعایی دربارهٔ هر عدد دارد. در شمارهٔ قبل دیدیم که مانا چگونه برای تأیید ادعاهایی دربارهٔ همه‌چیز، به چند مثال راضی نمی‌شد و به دنبال دلیل قانع‌کننده‌ای برای درستی ادعا بود. او همچنین برای اینکه نادرست بودن ادعایی دربارهٔ همه‌چیز را نشان دهد، از مثال نقض استفاده می‌کرد؛ یعنی مثالی می‌زد که در مورد آن مثال، ادعای مطرح‌شده درست نباشد. اما حدس‌های ۱ تا ۳ ادعاهایی دربارهٔ همه‌چیز نیستند. حدس ۱ نمی‌گوید که «**همهٔ اعداد زوج**، اول‌اند» بلکه می‌گوید «**بعضی** از اعداد زوج، اول‌اند.»

مانا به اعداد و کشف رابطهٔ بین آن‌ها خیلی علاقه دارد. کوچک‌تر که بود، ساعت‌ها می‌نشست و اعداد را جمع و تفریق می‌کرد و سعی داشت قوانین جدیدی کشف کند. مثلاً در هشت سالگی کشف کرده بود که «حاصل جمع هر دو عدد فرد، عددی زوج است»؛ کشفی که او را بسیار شگفت‌زده کرد و بارها در جمع دوستان و فامیل دربارهٔ آن حرف زد و برای درستی آن دلیل آورد. (آیا شما هم دلیلی برای درستی این ادعای مانا دارید؟)

مانا که تازگی‌ها با اعداد اول و مرکب آشنا شده، مدام سعی دارد حقایق جدیدی دربارهٔ آن‌ها و نیز ارتباط آن‌ها با اعداد زوج و فرد پیدا کند.

حدس ۱ مانا: بعضی از اعداد زوج، اول‌اند.
حدس ۲ مانا: دو عدد فرد مختلف وجود دارند که مجموع آن‌ها عددی اول است.

حدس ۳ مانا: بین اعداد طبیعی دو عدد فرد مختلف پیدا می‌شوند که اختلاف آن‌ها عددی اول است.

حدس ۴ مانا: مجموع هر دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، عددی اول است.

این‌ها فقط چهار تا از حدس‌هایی هستند که مانا به تازگی زده است؛ حدس‌هایی که هنوز به کشف تبدیل نشده‌اند، چون مانا هنوز از درستی آن‌ها مطمئن نیست. در شمارهٔ قبل دیدیم که مانا حاضر نبود بدون **دلایل کافی** هر ادعایی را بپذیرد.

حالا عدد زوجی را پیدا کرده است که اول هم هست. بنابراین می‌تواند با اطمینان بگوید «عدد زوجی وجود دارد که اول است» و یا بگوید «بعضی از اعداد زوج، اول‌اند». پس حدس اول مانا درست است. مانا علاوه بر این، با دلیلی که آورده، مطمئن است که «فقط یک عدد زوج، اول هم هست».

حدس ۲. «دو عدد فرد مختلف وجود دارند که مجموع آن‌ها عددی اول است.»

مانا باز هم شروع می‌کند به مثال زدن. حدس ۲ ادعایی دربارهٔ اعداد فرد مختلف دارد، پس مانا هم مثال‌هایش را از بین اعداد فرد مختلف انتخاب می‌کند.

دو عدد فرد مختلف	اختلاف آن‌ها	آیا اختلاف آن‌ها عددی اول است؟
۷ و ۹	$9-7=2$	خیر؛ ۲ اول نیست.
۸۴۱ و ۱۳۵	$135-841=976$	خیر؛ ۹۷۶ اول نیست.
۴۵ و ۱۴۵	$145-45=100$	خیر؛ ۱۰۰ اول نیست.
۱ و ۲۰۱۳	$2013-1=2012$	خیر؛ ۲۰۱۲ اول نیست.

حدس ۲ نمی‌گوید که «هر دو عدد فرد مختلف، مجموعشان عددی اول است»، بلکه می‌گوید «دو عدد فرد مختلف وجود دارند که مجموع آن‌ها عددی اول است».

حدس ۳ نمی‌گوید که «اختلاف هر دو عدد فرد مختلف، عددی اول است» بلکه می‌گوید «بین اعداد طبیعی دو عدد فرد مختلف پیدا می‌شوند که اختلاف آن‌ها عددی اول است».

هریک از حدس‌های ۱ تا ۳ ادعا می‌کنند که می‌توان اعدادی را با خواص یادشده پیدا کرد. بنابراین برای نشان دادن درستی هریک از این جملات کافی است عددهایی را پیدا کنیم که آن خواص را دارند. در ادامه، تلاش‌های مانا برای درستی یا نادرستی هریک از حدس‌هایش را می‌بینیم.

حدس ۱. «بعضی از اعداد زوج، اول‌اند.»

مانا به خوبی می‌داند که اعداد زوج بسیاری وجود دارند که اول نیستند. مثلاً ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴، ۳۶، ۳۸، ۴۰، ۴۲، ۴۴، ۴۶، ۴۸، ۵۰، ۵۲، ۵۴، ۵۶، ۵۸، ۶۰، ۶۲، ۶۴، ۶۶، ۶۸، ۷۰، ۷۲، ۷۴، ۷۶، ۷۸، ۸۰، ۸۲، ۸۴، ۸۶، ۸۸، ۹۰، ۹۲، ۹۴، ۹۶، ۹۸، ۱۰۰، ۱۰۲، ۱۰۴، ۱۰۶، ۱۰۸، ۱۱۰، ۱۱۲، ۱۱۴، ۱۱۶، ۱۱۸، ۱۲۰، ۱۲۲، ۱۲۴، ۱۲۶، ۱۲۸، ۱۳۰، ۱۳۲، ۱۳۴، ۱۳۶، ۱۳۸، ۱۴۰، ۱۴۲، ۱۴۴، ۱۴۶، ۱۴۸، ۱۵۰، ۱۵۲، ۱۵۴، ۱۵۶، ۱۵۸، ۱۶۰، ۱۶۲، ۱۶۴، ۱۶۶، ۱۶۸، ۱۷۰، ۱۷۲، ۱۷۴، ۱۷۶، ۱۷۸، ۱۸۰، ۱۸۲، ۱۸۴، ۱۸۶، ۱۸۸، ۱۹۰، ۱۹۲، ۱۹۴، ۱۹۶، ۱۹۸، ۲۰۰، ۲۰۲، ۲۰۴، ۲۰۶، ۲۰۸، ۲۱۰، ۲۱۲، ۲۱۴، ۲۱۶، ۲۱۸، ۲۲۰، ۲۲۲، ۲۲۴، ۲۲۶، ۲۲۸، ۲۳۰، ۲۳۲، ۲۳۴، ۲۳۶، ۲۳۸، ۲۴۰، ۲۴۲، ۲۴۴، ۲۴۶، ۲۴۸، ۲۵۰، ۲۵۲، ۲۵۴، ۲۵۶، ۲۵۸، ۲۶۰، ۲۶۲، ۲۶۴، ۲۶۶، ۲۶۸، ۲۷۰، ۲۷۲، ۲۷۴، ۲۷۶، ۲۷۸، ۲۸۰، ۲۸۲، ۲۸۴، ۲۸۶، ۲۸۸، ۲۹۰، ۲۹۲، ۲۹۴، ۲۹۶، ۲۹۸، ۳۰۰، ۳۰۲، ۳۰۴، ۳۰۶، ۳۰۸، ۳۱۰، ۳۱۲، ۳۱۴، ۳۱۶، ۳۱۸، ۳۲۰، ۳۲۲، ۳۲۴، ۳۲۶، ۳۲۸، ۳۳۰، ۳۳۲، ۳۳۴، ۳۳۶، ۳۳۸، ۳۴۰، ۳۴۲، ۳۴۴، ۳۴۶، ۳۴۸، ۳۵۰، ۳۵۲، ۳۵۴، ۳۵۶، ۳۵۸، ۳۶۰، ۳۶۲، ۳۶۴، ۳۶۶، ۳۶۸، ۳۷۰، ۳۷۲، ۳۷۴، ۳۷۶، ۳۷۸، ۳۸۰، ۳۸۲، ۳۸۴، ۳۸۶، ۳۸۸، ۳۹۰، ۳۹۲، ۳۹۴، ۳۹۶، ۳۹۸، ۴۰۰، ۴۰۲، ۴۰۴، ۴۰۶، ۴۰۸، ۴۱۰، ۴۱۲، ۴۱۴، ۴۱۶، ۴۱۸، ۴۲۰، ۴۲۲، ۴۲۴، ۴۲۶، ۴۲۸، ۴۳۰، ۴۳۲، ۴۳۴، ۴۳۶، ۴۳۸، ۴۴۰، ۴۴۲، ۴۴۴، ۴۴۶، ۴۴۸، ۴۵۰، ۴۵۲، ۴۵۴، ۴۵۶، ۴۵۸، ۴۶۰، ۴۶۲، ۴۶۴، ۴۶۶، ۴۶۸، ۴۷۰، ۴۷۲، ۴۷۴، ۴۷۶، ۴۷۸، ۴۸۰، ۴۸۲، ۴۸۴، ۴۸۶، ۴۸۸، ۴۹۰، ۴۹۲، ۴۹۴، ۴۹۶، ۴۹۸، ۵۰۰، ۵۰۲، ۵۰۴، ۵۰۶، ۵۰۸، ۵۱۰، ۵۱۲، ۵۱۴، ۵۱۶، ۵۱۸، ۵۲۰، ۵۲۲، ۵۲۴، ۵۲۶، ۵۲۸، ۵۳۰، ۵۳۲، ۵۳۴، ۵۳۶، ۵۳۸، ۵۴۰، ۵۴۲، ۵۴۴، ۵۴۶، ۵۴۸، ۵۵۰، ۵۵۲، ۵۵۴، ۵۵۶، ۵۵۸، ۵۶۰، ۵۶۲، ۵۶۴، ۵۶۶، ۵۶۸، ۵۷۰، ۵۷۲، ۵۷۴، ۵۷۶، ۵۷۸، ۵۸۰، ۵۸۲، ۵۸۴، ۵۸۶، ۵۸۸، ۵۹۰، ۵۹۲، ۵۹۴، ۵۹۶، ۵۹۸، ۶۰۰، ۶۰۲، ۶۰۴، ۶۰۶، ۶۰۸، ۶۱۰، ۶۱۲، ۶۱۴، ۶۱۶، ۶۱۸، ۶۲۰، ۶۲۲، ۶۲۴، ۶۲۶، ۶۲۸، ۶۳۰، ۶۳۲، ۶۳۴، ۶۳۶، ۶۳۸، ۶۴۰، ۶۴۲، ۶۴۴، ۶۴۶، ۶۴۸، ۶۵۰، ۶۵۲، ۶۵۴، ۶۵۶، ۶۵۸، ۶۶۰، ۶۶۲، ۶۶۴، ۶۶۶، ۶۶۸، ۶۷۰، ۶۷۲، ۶۷۴، ۶۷۶، ۶۷۸، ۶۸۰، ۶۸۲، ۶۸۴، ۶۸۶، ۶۸۸، ۶۹۰، ۶۹۲، ۶۹۴، ۶۹۶، ۶۹۸، ۷۰۰، ۷۰۲، ۷۰۴، ۷۰۶، ۷۰۸، ۷۱۰، ۷۱۲، ۷۱۴، ۷۱۶، ۷۱۸، ۷۲۰، ۷۲۲، ۷۲۴، ۷۲۶، ۷۲۸، ۷۳۰، ۷۳۲، ۷۳۴، ۷۳۶، ۷۳۸، ۷۴۰، ۷۴۲، ۷۴۴، ۷۴۶، ۷۴۸، ۷۵۰، ۷۵۲، ۷۵۴، ۷۵۶، ۷۵۸، ۷۶۰، ۷۶۲، ۷۶۴، ۷۶۶، ۷۶۸، ۷۷۰، ۷۷۲، ۷۷۴، ۷۷۶، ۷۷۸، ۷۸۰، ۷۸۲، ۷۸۴، ۷۸۶، ۷۸۸، ۷۹۰، ۷۹۲، ۷۹۴، ۷۹۶، ۷۹۸، ۸۰۰، ۸۰۲، ۸۰۴، ۸۰۶، ۸۰۸، ۸۱۰، ۸۱۲، ۸۱۴، ۸۱۶، ۸۱۸، ۸۲۰، ۸۲۲، ۸۲۴، ۸۲۶، ۸۲۸، ۸۳۰، ۸۳۲، ۸۳۴، ۸۳۶، ۸۳۸، ۸۴۰، ۸۴۲، ۸۴۴، ۸۴۶، ۸۴۸، ۸۵۰، ۸۵۲، ۸۵۴، ۸۵۶، ۸۵۸، ۸۶۰، ۸۶۲، ۸۶۴، ۸۶۶، ۸۶۸، ۸۷۰، ۸۷۲، ۸۷۴، ۸۷۶، ۸۷۸، ۸۸۰، ۸۸۲، ۸۸۴، ۸۸۶، ۸۸۸، ۸۹۰، ۸۹۲، ۸۹۴، ۸۹۶، ۸۹۸، ۹۰۰، ۹۰۲، ۹۰۴، ۹۰۶، ۹۰۸، ۹۱۰، ۹۱۲، ۹۱۴، ۹۱۶، ۹۱۸، ۹۲۰، ۹۲۲، ۹۲۴، ۹۲۶، ۹۲۸، ۹۳۰، ۹۳۲، ۹۳۴، ۹۳۶، ۹۳۸، ۹۴۰، ۹۴۲، ۹۴۴، ۹۴۶، ۹۴۸، ۹۵۰، ۹۵۲، ۹۵۴، ۹۵۶، ۹۵۸، ۹۶۰، ۹۶۲، ۹۶۴، ۹۶۶، ۹۶۸، ۹۷۰، ۹۷۲، ۹۷۴، ۹۷۶، ۹۷۸، ۹۸۰، ۹۸۲، ۹۸۴، ۹۸۶، ۹۸۸، ۹۹۰، ۹۹۲، ۹۹۴، ۹۹۶، ۹۹۸، ۱۰۰۰، ۱۰۰۲، ۱۰۰۴، ۱۰۰۶، ۱۰۰۸، ۱۰۱۰، ۱۰۱۲، ۱۰۱۴، ۱۰۱۶، ۱۰۱۸، ۱۰۲۰، ۱۰۲۲، ۱۰۲۴، ۱۰۲۶، ۱۰۲۸، ۱۰۳۰، ۱۰۳۲، ۱۰۳۴، ۱۰۳۶، ۱۰۳۸، ۱۰۴۰، ۱۰۴۲، ۱۰۴۴، ۱۰۴۶، ۱۰۴۸، ۱۰۵۰، ۱۰۵۲، ۱۰۵۴، ۱۰۵۶، ۱۰۵۸، ۱۰۶۰، ۱۰۶۲، ۱۰۶۴، ۱۰۶۶، ۱۰۶۸، ۱۰۷۰، ۱۰۷۲، ۱۰۷۴، ۱۰۷۶، ۱۰۷۸، ۱۰۸۰، ۱۰۸۲، ۱۰۸۴، ۱۰۸۶، ۱۰۸۸، ۱۰۹۰، ۱۰۹۲، ۱۰۹۴، ۱۰۹۶، ۱۰۹۸، ۱۱۰۰، ۱۱۰۲، ۱۱۰۴، ۱۱۰۶، ۱۱۰۸، ۱۱۱۰، ۱۱۱۲، ۱۱۱۴، ۱۱۱۶، ۱۱۱۸، ۱۱۲۰، ۱۱۲۲، ۱۱۲۴، ۱۱۲۶، ۱۱۲۸، ۱۱۳۰، ۱۱۳۲، ۱۱۳۴، ۱۱۳۶، ۱۱۳۸، ۱۱۴۰، ۱۱۴۲، ۱۱۴۴، ۱۱۴۶، ۱۱۴۸، ۱۱۵۰، ۱۱۵۲، ۱۱۵۴، ۱۱۵۶، ۱۱۵۸، ۱۱۶۰، ۱۱۶۲، ۱۱۶۴، ۱۱۶۶، ۱۱۶۸، ۱۱۷۰، ۱۱۷۲، ۱۱۷۴، ۱۱۷۶، ۱۱۷۸، ۱۱۸۰، ۱۱۸۲، ۱۱۸۴، ۱۱۸۶، ۱۱۸۸، ۱۱۹۰، ۱۱۹۲، ۱۱۹۴، ۱۱۹۶، ۱۱۹۸، ۱۲۰۰، ۱۲۰۲، ۱۲۰۴، ۱۲۰۶، ۱۲۰۸، ۱۲۱۰، ۱۲۱۲، ۱۲۱۴، ۱۲۱۶، ۱۲۱۸، ۱۲۲۰، ۱۲۲۲، ۱۲۲۴، ۱۲۲۶، ۱۲۲۸، ۱۲۳۰، ۱۲۳۲، ۱۲۳۴، ۱۲۳۶، ۱۲۳۸، ۱۲۴۰، ۱۲۴۲، ۱۲۴۴، ۱۲۴۶، ۱۲۴۸، ۱۲۵۰، ۱۲۵۲، ۱۲۵۴، ۱۲۵۶، ۱۲۵۸، ۱۲۶۰، ۱۲۶۲، ۱۲۶۴، ۱۲۶۶، ۱۲۶۸، ۱۲۷۰، ۱۲۷۲، ۱۲۷۴، ۱۲۷۶، ۱۲۷۸، ۱۲۸۰، ۱۲۸۲، ۱۲۸۴، ۱۲۸۶، ۱۲۸۸، ۱۲۹۰، ۱۲۹۲، ۱۲۹۴، ۱۲۹۶، ۱۲۹۸، ۱۳۰۰، ۱۳۰۲، ۱۳۰۴، ۱۳۰۶، ۱۳۰۸، ۱۳۱۰، ۱۳۱۲، ۱۳۱۴، ۱۳۱۶، ۱۳۱۸، ۱۳۲۰، ۱۳۲۲، ۱۳۲۴، ۱۳۲۶، ۱۳۲۸، ۱۳۳۰، ۱۳۳۲، ۱۳۳۴، ۱۳۳۶، ۱۳۳۸، ۱۳۴۰، ۱۳۴۲، ۱۳۴۴، ۱۳۴۶، ۱۳۴۸، ۱۳۵۰، ۱۳۵۲، ۱۳۵۴، ۱۳۵۶، ۱۳۵۸، ۱۳۶۰، ۱۳۶۲، ۱۳۶۴، ۱۳۶۶، ۱۳۶۸، ۱۳۷۰، ۱۳۷۲، ۱۳۷۴، ۱۳۷۶، ۱۳۷۸، ۱۳۸۰، ۱۳۸۲، ۱۳۸۴، ۱۳۸۶، ۱۳۸۸، ۱۳۹۰، ۱۳۹۲، ۱۳۹۴، ۱۳۹۶، ۱۳۹۸، ۱۴۰۰، ۱۴۰۲، ۱۴۰۴، ۱۴۰۶، ۱۴۰۸، ۱۴۱۰، ۱۴۱۲، ۱۴۱۴، ۱۴۱۶، ۱۴۱۸، ۱۴۲۰، ۱۴۲۲، ۱۴۲۴، ۱۴۲۶، ۱۴۲۸، ۱۴۳۰، ۱۴۳۲، ۱۴۳۴، ۱۴۳۶، ۱۴۳۸، ۱۴۴۰، ۱۴۴۲، ۱۴۴۴، ۱۴۴۶، ۱۴۴۸، ۱۴۵۰، ۱۴۵۲، ۱۴۵۴، ۱۴۵۶، ۱۴۵۸، ۱۴۶۰، ۱۴۶۲، ۱۴۶۴، ۱۴۶۶، ۱۴۶۸، ۱۴۷۰، ۱۴۷۲، ۱۴۷۴، ۱۴۷۶، ۱۴۷۸، ۱۴۸۰، ۱۴۸۲، ۱۴۸۴، ۱۴۸۶، ۱۴۸۸، ۱۴۹۰، ۱۴۹۲، ۱۴۹۴، ۱۴۹۶، ۱۴۹۸، ۱۵۰۰، ۱۵۰۲، ۱۵۰۴، ۱۵۰۶، ۱۵۰۸، ۱۵۱۰، ۱۵۱۲، ۱۵۱۴، ۱۵۱۶، ۱۵۱۸، ۱۵۲۰، ۱۵۲۲، ۱۵۲۴، ۱۵۲۶، ۱۵۲۸، ۱۵۳۰، ۱۵۳۲، ۱۵۳۴، ۱۵۳۶، ۱۵۳۸، ۱۵۴۰، ۱۵۴۲، ۱۵۴۴، ۱۵۴۶، ۱۵۴۸، ۱۵۵۰، ۱۵۵۲، ۱۵۵۴، ۱۵۵۶، ۱۵۵۸، ۱۵۶۰، ۱۵۶۲، ۱۵۶۴، ۱۵۶۶، ۱۵۶۸، ۱۵۷۰، ۱۵۷۲، ۱۵۷۴، ۱۵۷۶، ۱۵۷۸، ۱۵۸۰، ۱۵۸۲، ۱۵۸۴، ۱۵۸۶، ۱۵۸۸، ۱۵۹۰، ۱۵۹۲، ۱۵۹۴، ۱۵۹۶، ۱۵۹۸، ۱۶۰۰، ۱۶۰۲، ۱۶۰۴، ۱۶۰۶، ۱۶۰۸، ۱۶۱۰، ۱۶۱۲، ۱۶۱۴، ۱۶۱۶، ۱۶۱۸، ۱۶۲۰، ۱۶۲۲، ۱۶۲۴، ۱۶۲۶، ۱۶۲۸، ۱۶۳۰، ۱۶۳۲، ۱۶۳۴، ۱۶۳۶، ۱۶۳۸، ۱۶۴۰، ۱۶۴۲، ۱۶۴۴، ۱۶۴۶، ۱۶۴۸، ۱۶۵۰، ۱۶۵۲، ۱۶۵۴، ۱۶۵۶، ۱۶۵۸، ۱۶۶۰، ۱۶۶۲، ۱۶۶۴، ۱۶۶۶، ۱۶۶۸، ۱۶۷۰، ۱۶۷۲، ۱۶۷۴، ۱۶۷۶، ۱۶۷۸، ۱۶۸۰، ۱۶۸۲، ۱۶۸۴، ۱۶۸۶، ۱۶۸۸، ۱۶۹۰، ۱۶۹۲، ۱۶۹۴، ۱۶۹۶، ۱۶۹۸، ۱۷۰۰، ۱۷۰۲، ۱۷۰۴، ۱۷۰۶، ۱۷۰۸، ۱۷۱۰، ۱۷۱۲، ۱۷۱۴، ۱۷۱۶، ۱۷۱۸، ۱۷۲۰، ۱۷۲۲، ۱۷۲۴، ۱۷۲۶، ۱۷۲۸، ۱۷۳۰، ۱۷۳۲، ۱۷۳۴، ۱۷۳۶، ۱۷۳۸، ۱۷۴۰، ۱۷۴۲، ۱۷۴۴، ۱۷۴۶، ۱۷۴۸، ۱۷۵۰، ۱۷۵۲، ۱۷۵۴، ۱۷۵۶، ۱۷۵۸، ۱۷۶۰، ۱۷۶۲، ۱۷۶۴، ۱۷۶۶، ۱۷۶۸، ۱۷۷۰، ۱۷۷۲، ۱۷۷۴، ۱۷۷۶، ۱۷۷۸، ۱۷۸۰، ۱۷۸۲، ۱۷۸۴، ۱۷۸۶، ۱۷۸۸، ۱۷۹۰، ۱۷۹۲، ۱۷۹۴، ۱۷۹۶، ۱۷۹۸، ۱۸۰۰، ۱۸۰۲، ۱۸۰۴، ۱۸۰۶، ۱۸۰۸، ۱۸۱۰، ۱۸۱۲، ۱۸۱۴، ۱۸۱۶، ۱۸۱۸، ۱۸۲۰، ۱۸۲۲، ۱۸۲۴، ۱۸۲۶، ۱۸۲۸، ۱۸۳۰، ۱۸۳۲، ۱۸۳۴، ۱۸۳۶، ۱۸۳۸، ۱۸۴۰، ۱۸۴۲، ۱۸۴۴، ۱۸۴۶، ۱۸۴۸، ۱۸۵۰، ۱۸۵۲، ۱۸۵۴، ۱۸۵۶، ۱۸۵۸، ۱۸۶۰، ۱۸۶۲، ۱۸۶۴، ۱۸۶۶، ۱۸۶۸، ۱۸۷۰، ۱۸۷۲، ۱۸۷۴، ۱۸۷۶، ۱۸۷۸، ۱۸۸۰، ۱۸۸۲، ۱۸۸۴، ۱۸۸۶، ۱۸۸۸، ۱۸۹۰، ۱۸۹۲، ۱۸۹۴، ۱۸۹۶، ۱۸۹۸، ۱۹۰۰، ۱۹۰۲، ۱۹۰۴، ۱۹۰۶، ۱۹۰۸، ۱۹۱۰، ۱۹۱۲، ۱۹۱۴، ۱۹۱۶، ۱۹۱۸، ۱۹۲۰، ۱۹۲۲، ۱۹۲۴، ۱۹۲۶، ۱۹۲۸، ۱۹۳۰، ۱۹۳۲، ۱۹۳۴، ۱۹۳۶، ۱۹۳۸، ۱۹۴۰، ۱۹۴۲، ۱۹۴۴، ۱۹۴۶، ۱۹۴۸، ۱۹۵۰، ۱۹۵۲، ۱۹۵۴، ۱۹۵۶، ۱۹۵۸، ۱۹۶۰، ۱۹۶۲، ۱۹۶۴، ۱۹۶۶، ۱۹۶۸، ۱۹۷۰، ۱۹۷۲، ۱۹۷۴، ۱۹۷۶، ۱۹۷۸، ۱۹۸۰، ۱۹۸۲، ۱۹۸۴، ۱۹۸۶، ۱۹۸۸، ۱۹۹۰، ۱۹۹۲، ۱۹۹۴، ۱۹۹۶، ۱۹۹۸، ۲۰۰۰، ۲۰۰۲، ۲۰۰۴، ۲۰۰۶، ۲۰۰۸، ۲۰۱۰، ۲۰۱۲، ۲۰۱۴، ۲۰۱۶، ۲۰۱۸، ۲۰۲۰، ۲۰۲۲، ۲۰۲۴، ۲۰۲۶، ۲۰۲۸، ۲۰۳۰، ۲۰۳۲، ۲۰۳۴، ۲۰۳۶، ۲۰۳۸، ۲۰۴۰، ۲۰۴۲، ۲۰۴۴، ۲۰۴۶، ۲۰۴۸، ۲۰۵۰، ۲۰۵۲، ۲۰۵۴، ۲۰۵۶، ۲۰۵۸، ۲۰۶۰، ۲۰۶۲، ۲۰۶۴، ۲۰۶۶، ۲۰۶۸، ۲۰۷۰، ۲۰۷۲، ۲۰۷۴، ۲۰۷۶، ۲۰۷۸، ۲۰۸۰، ۲۰۸۲، ۲۰۸۴، ۲۰۸۶، ۲۰۸۸، ۲۰۹۰، ۲۰۹۲، ۲۰۹۴، ۲۰۹۶، ۲۰۹۸، ۲۱۰۰، ۲۱۰۲، ۲۱۰۴، ۲۱۰۶، ۲۱۰۸، ۲۱۱۰، ۲۱۱۲، ۲۱۱۴، ۲۱۱۶، ۲۱۱۸، ۲۱۲۰، ۲۱۲۲، ۲۱۲۴، ۲۱۲۶، ۲۱۲۸، ۲۱۳۰، ۲۱۳۲، ۲۱۳۴، ۲۱۳۶، ۲۱۳۸، ۲۱۴۰، ۲۱۴۲، ۲۱۴۴، ۲۱۴۶، ۲۱۴۸، ۲۱۵۰، ۲۱۵۲، ۲۱۵۴، ۲۱۵۶، ۲۱۵۸، ۲۱۶۰، ۲۱۶۲، ۲۱۶۴، ۲۱۶۶، ۲۱۶۸، ۲۱۷۰، ۲۱۷۲، ۲۱۷۴، ۲۱۷۶، ۲۱۷۸، ۲۱۸۰، ۲۱۸۲، ۲۱۸۴، ۲۱۸۶، ۲۱۸۸، ۲۱۹۰، ۲۱۹۲، ۲۱۹۴، ۲۱۹۶، ۲۱۹۸، ۲۲۰۰، ۲۲۰۲، ۲۲۰۴، ۲۲۰۶، ۲۲۰۸، ۲۲۱۰، ۲۲۱۲، ۲۲۱۴، ۲۲۱۶، ۲۲۱۸، ۲۲۲۰، ۲۲۲۲، ۲۲۲۴، ۲۲۲۶، ۲۲۲۸، ۲۲۳۰، ۲۲۳۲، ۲۲۳۴، ۲۲۳۶، ۲۲۳۸، ۲۲۴۰، ۲۲۴۲، ۲۲۴۴، ۲۲۴۶، ۲۲۴۸، ۲۲۵۰، ۲۲۵۲، ۲۲۵۴، ۲۲۵۶، ۲۲۵۸، ۲۲۶۰، ۲۲۶۲، ۲۲۶۴، ۲۲۶۶، ۲۲۶۸، ۲۲۷۰، ۲۲۷۲، ۲۲۷۴، ۲۲۷۶، ۲۲۷۸، ۲۲۸۰، ۲۲۸۲، ۲۲۸۴، ۲۲۸۶، ۲۲۸۸، ۲۲۹۰، ۲۲۹۲، ۲۲۹۴، ۲۲۹۶، ۲۲۹۸، ۲۳۰۰، ۲۳۰۲، ۲۳۰۴، ۲۳۰۶، ۲۳۰۸، ۲۳۱۰، ۲۳۱۲، ۲۳۱۴، ۲۳۱۶، ۲۳۱۸، ۲۳۲۰، ۲۳۲۲، ۲۳۲۴، ۲۳۲۶، ۲۳۲۸، ۲۳۳۰، ۲۳۳۲، ۲۳۳۴، ۲۳۳۶، ۲۳۳۸، ۲۳۴۰، ۲۳۴۲، ۲۳۴۴، ۲۳۴۶، ۲۳۴۸، ۲۳۵۰، ۲۳۵۲، ۲۳۵۴، ۲۳۵۶، ۲۳۵۸، ۲۳۶۰، ۲۳۶۲، ۲۳۶۴، ۲۳۶۶، ۲۳۶۸، ۲۳۷۰، ۲۳۷۲، ۲۳۷۴، ۲۳۷۶، ۲۳۷۸، ۲۳۸۰، ۲۳۸۲، ۲۳۸۴، ۲۳۸۶، ۲۳۸۸، ۲۳۹۰، ۲۳۹۲، ۲۳۹۴، ۲۳۹۶، ۲۳۹۸، ۲۴۰۰، ۲۴۰۲، ۲۴۰۴، ۲۴۰۶، ۲۴۰۸، ۲۴۱۰، ۲۴۱۲، ۲۴۱۴، ۲۴۱۶، ۲۴۱۸، ۲۴۲۰، ۲۴۲۲، ۲۴۲۴، ۲۴۲۶، ۲۴۲۸، ۲۴۳۰، ۲۴۳۲، ۲۴۳۴، ۲۴۳۶، ۲۴۳۸، ۲۴۴۰، ۲۴۴۲، ۲۴۴۴، ۲۴۴۶، ۲۴۴۸، ۲۴۵۰، ۲۴۵۲، ۲۴۵۴، ۲۴۵۶، ۲۴۵۸، ۲۴۶۰، ۲۴۶۲، ۲۴۶۴، ۲۴۶۶، ۲۴۶۸، ۲۴۷۰، ۲۴۷۲، ۲۴۷۴، ۲۴۷۶، ۲۴۷۸، ۲۴۸۰، ۲۴۸۲، ۲۴۸۴، ۲۴۸۶، ۲۴۸۸، ۲۴۹۰، ۲۴۹۲، ۲۴۹۴، ۲۴۹۶، ۲۴۹۸، ۲۵۰۰، ۲۵۰۲، ۲۵۰۴، ۲۵۰۶، ۲۵۰۸، ۲۵۱۰،

گاهی اوقات جملات درباره بعضی چیزها ادعا می کنند، یعنی ادعا می کنند که «چیزی وجود دارد که فلان خاصیت را دارد».

برای اطمینان از درستی این نوع جملات کافی است یک مثال تأییدکننده پیدا کنیم، یعنی مثالی که آن خاصیت را دارد

برابر با ۲ شود. مانا با کمی تأمل به این نتیجه می رسد که ممکن نیست حاصل جمع دو عدد فرد مختلف برابر با ۲ شود، زیرا عدد ۲ فقط از $1+1$ به دست می آید که ۱ و ۱ اعداد مختلفی نیستند و با هم برابر هستند.

به این ترتیب مانا به این نتیجه می رسد که حدس دوم درست نیست و «اعداد فرد مختلفی که مجموعشان عددی

مانا مثال های دیگری هم می زند که در جدول نوشته نشده اند. شما هم در جدول بالا مثال بزنید و حدس مانا را امتحان کنید.

مانا مثال های زیادی می زند، اما موفق نمی شود دو عدد فرد مختلف پیدا کند که مجموعشان اول باشد. مانا هنوز نمی تواند مطمئن باشد که حدس دوم نادرست است و «هیچ دو عدد فرد مختلفی با مجموع اول وجود ندارد». در واقع، هر چند که مانا مثال های بسیاری را امتحان کرده، هنوز ممکن است دو عدد فرد مختلف وجود داشته باشند که مانا آنها را بررسی نکرده و مجموعشان اول باشد. نظر شما چیست؟

مانا به مثال های جدول خود بیشتر دقت می کند و به نتیجه جالبی می رسد. مجموع دو عدد فرد، حتماً عددی زوج است و هر عدد زوج بر ۱ و ۲ و خودش بخش پذیر است. پس به جز عدد ۲ (که دو مقسوم علیه دارد) بقیه اعداد زوج بیش از دو مقسوم علیه دارند و اول نیستند. بنابراین مجموع دو عدد فرد مختلف نمی تواند عددی اول شود، مگر اینکه حاصل جمع



دو عدد فرد مختلف	اختلاف آنها	آیا اختلاف آنها عددی اول است؟
۲۱ و ۱۹	$21 - 19 = 2$	بله؛ ۲ اول است.
۲۰۹ و ۲۰۷	$209 - 207 = 2$	بله؛ ۲ اول است.

تأیید جملاتی که ادعاهایی درباره همه چیز دارند، به دلایل کلی قانع کننده نیاز دارد و برای رد آنها یک مثال نقض کافی است

برای اینکه نشان دهیم جمله‌ای که ادعا می‌کند «چیزی وجود دارد که فلان خاصیت را دارد» نادرست است، مثال زدن کافی نیست و باید با یک دلیل قانع‌کننده، مطمئن شویم که هیچ‌گاه چنین چیزی پیدا نخواهد شد. اگر در ادعاهایی دربارهٔ بعضی چیزها نه مثال برای درستی ادعا پیدا شد و نه دلیلی برای رد ادعا، نمی‌توان دربارهٔ درستی یا نادرستی ادعا نظر داد و باید بیشتر به جست‌وجوی حقیقت رفت!

گاهی اوقات جملات دربارهٔ بعضی چیزها ادعا می‌کنند، یعنی ادعا می‌کنند که «چیزی وجود دارد که فلان خاصیت را دارد». در زیر چند نمونه از این نوع جمله‌ها که در ریاضی با آن‌ها برخورد می‌کنید، نوشته شده است:

- بعضی از مثلث‌های متساوی‌الساقین، متساوی‌الاضلاع نیز هستند.
- اعداد زوجی وجود دارند که بر ۷ بخش‌پذیرند.
- کسری پیدا می‌شود که از معکوس خودش بزرگ‌تر است.
- می‌توان عددی طبیعی یافت که برابر با مجموع مقسوم‌علیه‌های خودش باشد.

برای اطمینان از درستی این نوع جملات کافی است یک مثال تأییدکننده پیدا کنیم، یعنی مثالی که آن خاصیت را دارد. البته گاهی مانند حدس سوم می‌توان بیش از یک مثال یافت، اگرچه پیدا کردن یک مثال هم برای اثبات درستی این جملات کافی است. اما همان‌طور که در حدس دوم دیدیم، برای اینکه نشان دهیم جمله‌ای که ادعا می‌کند «چیزی وجود دارد که فلان خاصیت را دارد» نادرست است، مثال زدن کافی نیست و باید با یک دلیل قانع‌کننده، مطمئن شویم که هیچ‌گاه چنین چیزی پیدا نخواهد شد. بالاخره اگر در ادعاهایی دربارهٔ بعضی چیزها نه مثال برای درستی ادعا پیدا شد و نه دلیلی برای رد ادعا، نمی‌توان دربارهٔ درستی یا نادرستی ادعا نظر داد و باید بیشتر به جست‌وجوی حقیقت رفت!

همان‌طور که در شمارهٔ قبل دیدیم، تأیید جملاتی که ادعاهایی دربارهٔ همه‌چیز دارند، به دلایل کلی قانع‌کننده نیاز دارد و برای رد آن‌ها یک مثال نقض کافی است. حدس چهارم مانا ادعاهایی از این نوع است. مانا بررسی درستی یا نادرستی این حدس را به شما می‌سپارد!

اول باشد، وجود ندارد» و به عبارت دیگر «مجموع هیچ دو عدد فرد مختلف نمی‌تواند عددی اول باشد». مثال‌هایی که مانا برای این حدس بررسی کرد، زیاد اما محدود بودند. یعنی مثال‌های بسیار دیگری از اعداد فرد مختلف وجود دارد که نه مانا آن‌ها را بررسی کرده است و نه هیچ‌یک از شما. اما حالا مانا مطمئن است که هرچه‌قدر هم که خودش مثال بزند یا شما، چنین اعدادی پیدا نخواهد شد؛ در واقع چنین اعدادی وجود ندارند!

حدس ۳. «بین اعداد طبیعی دو عدد فرد مختلف پیدا می‌شوند که اختلاف آن‌ها عددی اول است.»
برای بررسی این حدس هم مانند حدس قبل، مانا شروع کرد به مثال زدن.

دو عدد فرد مختلف	اختلاف آن‌ها	آیا اختلاف آن‌ها عددی اول است؟
۳۷ و ۵۳	$53 - 37 = 16$	خیر؛ ۱۶ اول نیست.
۴۰۱ و ۱۵۹	$401 - 159 = 242$	خیر؛ ۲۴۲ اول نیست.
۱۷ و ۹	$17 - 9 = 8$	خیر؛ ۸ اول نیست.
۲۰۱۳ و ۵	$2013 - 5 = 2008$	خیر؛ ۲۰۰۸ اول نیست.

مانا پس از امتحان کردن این چهار مثال، به یاد حدس قبل افتاد. در این مورد هم می‌توان گفت که اختلاف دو عدد فرد حتماً عددی زوج است و هر عدد زوج غیر از عدد ۲ مرکب است. یعنی اگر دو عدد فرد بیش از ۲ واحد اختلاف داشته باشند، اختلاف آن‌ها نمی‌تواند عددی اول باشد. اما اگر دو عدد فرد ۲ واحد اختلاف داشته باشند چه؟ به این ترتیب مانا مثال‌های بعدی را تولید می‌کند.

دو عدد فرد مختلف	اختلاف آن‌ها	آیا اختلاف آن‌ها عددی اول است؟
۱۹ و ۲۱	$21 - 19 = 2$	بله؛ ۲ اول است.
۲۰۷ و ۲۰۹	$209 - 207 = 2$	بله؛ ۲ اول است.

به این ترتیب مانا دو عدد فرد مختلف (مثلاً ۱۹ و ۲۱) پیدا کرد که اختلافشان عددی اول است. بنابراین حدس سوم درست از آب در می‌آید و می‌توان مطمئن بود که «دو عدد فرد مختلف وجود دارند که اختلاف آن‌ها عددی اول است.»



شعبده‌های ریاضی

آقای شعبده‌چی

کلیدواژه‌ها: شعبده ریاضی، اعداد زوج، اعداد فرد، آموزش ریاضی

شعبده‌چی گفت: «خب. حالا عدد کاغذ دست راست را در هر عدد فردی که دوست داری، ضرب کن و عدد کاغذ دست چپ را در هر عدد زوجی که می‌خواهی، ضرب کن.»
عدد کاغذ دست چپ فرهاد، ۶ بود. او ۶ را در ۸ ضرب کرد و عدد ۴۸ را به دست آورد.



عدد کاغذ دست راست فرهاد، ۹ بود. او ۹ را در ۷ ضرب کرد و به عدد ۶۳ رسید.



شعبده‌چی گفت: «حالا این حاصل‌ها را با هم جمع کن و به من بگو.»
فرهاد ۶۳ را با ۴۸ جمع کرد و با صدای بلند گفت: «۱۱۱»
شعبده‌چی که همچنان چشمانش بسته بودند، فوراً گفت: «کاغذ دست راست سیاه است!»

مثل همیشه آقای شعبده‌چی درست فهمیده بود و بچه‌ها هیجان‌زده شدند. شعبده‌چی گفت: «پس یاد گرفتید چه باید بکنید؟ من چشمانم را می‌بندم. بعد هر کاغذ را در یکی از دست‌هایتان بگیرید و عدد کاغذ دست راست را در عددی فرد و عدد کاغذ دست چپ را در عددی زوج ضرب کنید و

آقای شعبده‌چی داشت در پارک قدم می‌زد که دید تعدادی از بچه‌ها مشغول بازی گل یا پوچ هستند. دید که آن‌ها دو گروه شده‌اند؛ اعضای یک گروه کاغذی را در دستشان پنهان می‌کنند و اعضای گروه مقابل حدس می‌زدند که کاغذ در کدام دست است. آقای شعبده‌چی به آن‌ها سلام کرد و گفت: «اجازه می‌دهید شعبده‌بازی‌ای شبیه گل یا پوچ برایتان اجرا کنم؟ آخر من شعبده‌باز هستم؛ شعبده‌باز ریاضی!» بچه‌ها تا آن زمان شعبده‌باز ریاضی ندیده بودند، اما از پیشنهاد شعبده‌چی استقبال کردند.

شعبده‌چی گفت: «ببینید، من یه تکه کاغذ سفید دارم و یک تکه کاغذ سیاه. روی هریک هم عددی نوشته‌ام: روی کاغذ سیاه عدد ۶ و روی کاغذ سفید عدد ۹.»



شعبده‌چی ادامه داد: «حالا من چشمم را می‌بندم تا یکی از شما، کاغذ سیاه را در یک دست و کاغذ سفید را در دست دیگرش بگیرد.» و چشمانش را بست. فرهاد کاغذها را برداشت. کاغذ سیاه را در دست راست گرفت و کاغذ سفید را در دست چپ.



راهنمایی‌ها:

بایید دربارهٔ هریک از شعبده‌ها چند مثال بزنیم. هر بار کاغذها را در دست بگیریم و حاصل ضرب‌ها را حساب کنیم و بعد آن‌ها را با هم جمع کنیم. ببینیم چه ویژگی‌ای در حاصل جمع‌ها وجود دارد که آقای شعبده‌چی به کمک آن‌ها، رنگ کاغذ را به درستی اعلام می‌کند. در جدول‌های ۱ و ۲ این کار انجام شده است.

جدول ۱. شعبدهٔ اول

دست چپ	عدد زوج	دست راست	عدد فرد	حاصل
۶	۴	۹	۱	۳۳
۶	۱۰	۹	۳	۸۷
۶	۲۲	۹	۱۷	۲۸۵
۶	۶	۹	۹	۱۱۷
۹	۸	۶	۷	۱۱۴
۹	۱۲	۶	۱۳	۱۸۶
۹	۱۰	۶	۵	۱۲۰
۹	۶	۶	۹	۱۰۸

جدول ۲. شعبدهٔ دوم

دست چپ	عدد زوج	دست راست	عدد فرد	حاصل
۱۲	۴	۱۴	۱	۶۲
۱۲	۱۰	۱۴	۳	۱۶۲
۱۲	۲۲	۱۴	۱۷	۵۰۲
۱۲	۶	۱۴	۹	۱۹۸
۱۴	۸	۱۲	۷	۱۹۶
۱۴	۱۲	۱۲	۱۳	۳۲۴
۱۴	۱۰	۱۲	۵	۲۰۰
۱۴	۶	۱۲	۹	۱۹۲

حاصل‌ها را با هم جمع کنید. حاصل جمع را به من بگویید تا بگویم کاغذ دست راستان چه رنگی است!

شعبده‌چی بارها شعبده را اجرا کرد و هر بار نتیجه را درست گفت. تا این که دانیال فریاد زد: «فهمیدم!» و به آقای شعبده‌چی توضیحاتی داد. شعبده‌چی گفت: «آفرین! راز این شعبده همین است که گفتم. اما این شعبده ادامه دارد! این بار، دقیقاً همان شعبده را با دو کاغذ دیگر برایتان انجام می‌دهم، با این کاغذها» و دو کاغذ از جیبش درآورد که یکی سیاه بود و روی آن نوشته شده بود ۱۴، و دیگری سفید بود و روی آن نوشته شده بود ۱۲.

۱۴

۱۲

شعبده‌چی گفت: «باز هم عدد دست چپ را در عددی زوج ضرب کنید، عدد دست راست را در عددی فرد ضرب کنید، و حاصل‌ها را با هم جمع کنید. سپس عددی را که به دست می‌آورید، به من بگویید.»

شعبده‌چی باز هم در کارش کاملاً موفق بود! آیا می‌توانید راز این دو شعبده را کشف کنید؟

منابع

1. <http://www.cut-the-knot.org/arithmetic/rapid/TwoNumbers.shtml>
2. <http://www.mathcircles.org/files/parityproblems.pdf>

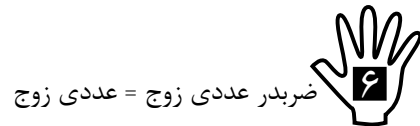
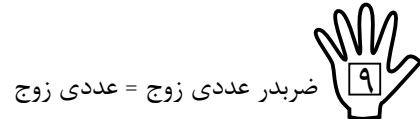


راز شعبده‌ها

اولین شعبده

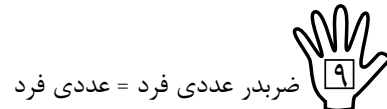
راز اولین شعبده در ویژگی‌های اعداد زوج و فرد نهفته است.

- اگر حاصل جمعی که به دست می‌آید عددی فرد باشد، کاغذ دست راست سفید است.
 - اگر حاصل جمعی که به دست می‌آید عددی زوج باشد، کاغذ دست راست سیاه است.
- چرا این طور است؟ در ادامه توضیح می‌دهیم.
- حاصل ضرب مربوط به دست چپ همیشه عددی زوج است، چه در دست چپ کاغذ سفید باشد چه سیاه! زیرا عدد روی کاغذ دست چپ، در عددی زوج ضرب می‌شود و حاصل ضرب هر عددی (چه فرد و چه زوج) در عددی زوج، زوج می‌شود:

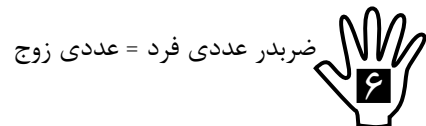


درباره حاصل ضرب مربوط به دست راست چه طور؟

- اگر کاغذ دست راست سفید باشد، حاصل ضرب مربوط به دست راست، عددی فرد می‌شود. زیرا ۹ عددی فرد است و حاصل ضرب دو عدد فرد، حتماً فرد است:



- در این حالت، حاصل جمع مورد نظر عددی فرد می‌شود.
- زیرا حاصل جمع عددی فرد با عددی زوج، فرد می‌شود.
- اگر کاغذ دست راست سیاه باشد، حاصل ضرب مربوط به دست راست، عددی زوج می‌شود. زیرا ۶ عددی زوج است و حاصل ضرب عددی زوج در عددی فرد، حتماً زوج است.



در این حالت، حاصل جمع مورد نظر زوج است. زیرا حاصل جمع دو عدد زوج، زوج می‌شود.

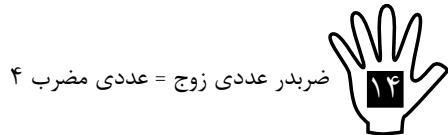
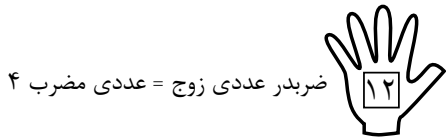
دومین شعبده:

این شعبده کمی پیچیده‌تر است:

- اگر حاصل جمعی که به دست می‌آید مضرب ۴ باشد، کاغذ دست راست سفید است.
- اگر حاصل جمعی که به دست می‌آید مضرب ۴ نباشد، کاغذ دست راست سیاه است.

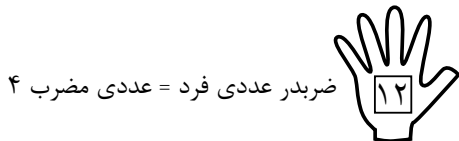
دلیل این حقیقت را در ادامه می‌خوانید.

حاصل ضرب مربوط به دست چپ همیشه مضرب ۴ است، چه در دست چپ کاغذ سفید باشد چه سیاه. زیرا عدد روی کاغذ دست چپ، در عددی زوج ضرب می‌شود و حاصل ضرب دو عدد زوج، حتماً مضرب ۴ می‌شود:



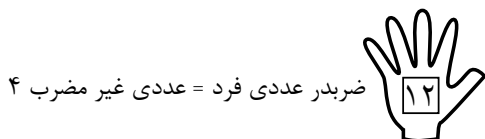
درباره حاصل ضرب مربوط به دست راست چه طور؟

- اگر کاغذ دست راست سفید باشد، حاصل ضرب مربوط به دست راست مضرب ۴ می‌شود. زیرا ۱۲ مضرب ۴ است و حاصل ضرب چنین عددی در هر عددی، حتماً مضرب ۴ است:



پس حاصل جمع مورد نظر، مضرب ۴ می‌شود. زیرا حاصل جمع دو عدد که هریک مضرب ۴ است، مضرب ۴ خواهد بود.

- اگر کاغذ دست راست سیاه باشد، حاصل ضرب مربوط به دست راست، عددی مضرب ۴ نمی‌شود. زیرا در این حاصل ضرب فقط یک عامل ۲ وجود دارد.



در این حالت، حاصل جمع مورد نظر مضرب ۴ نمی‌شود. زیرا اگر عددی را که مضرب ۴ است با عددی که مضرب ۴ نیست جمع کنیم، حاصل مضرب ۴ نخواهد بود.



بخش چهارم و
پایانی

پرونده شخصی حل مسئله

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبرد حل مسئله، معادله

اشاره

در این شماره، چهارمین و آخرین بخش از پرونده شخصی حل مسئله بررسی می‌شود.

حل مسئله ۱. در این مسئله چه چیزی به حل مسئله

می‌تواند کمک کند؟ قیمت یک توپ و یک راکت بیشتر کمک می‌کند یا قیمت سه توپ و دو راکت؟ یا هر دو؟ به نظر می‌رسد می‌توانیم قیمت یک توپ و یک راکت را در قیمت سه توپ و دو راکت به کار ببریم ولی نمی‌توانیم عکس آن را انجام دهیم. در آگهی تبلیغاتی تغییراتی ایجاد می‌کنیم تا یک توپ و یک راکت کنار هم قرار بگیرند.

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = 24000 \text{ تومان}$$

نمایش مسئله به این صورت در ذهن ما چه تلنگری ایجاد

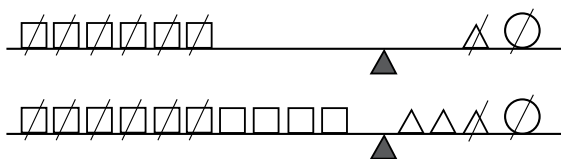
مسئله ۱. در یک فروشگاه لوازم ورزشی، آگهی زیر نصب شده است. قیمت یک توپ چقدر است؟

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = 24000$$

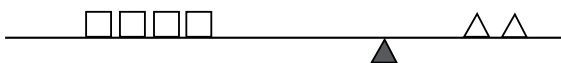
$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc = 9000$$

حل مسئله ۲. با توجه به حل مسئله قبلی، حل این مسئله به نظر ساده‌تر می‌آید. دو ترازو داده شده است. شاید سؤالاتی مانند سؤالات زیر در ذهن ما ایجاد شود:

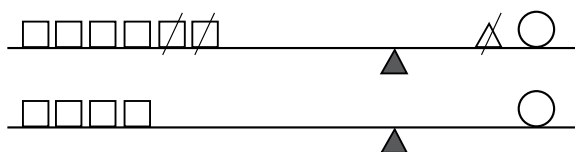
- تفاوت ترازوی اول و دوم چیست؟
 - چگونه بین این دو ترازو ارتباط ایجاد کنیم؟
 - چگونه می‌توانیم از ترازوی اول به ترازوی دوم برسیم؟
- مانند مسئله قبل، می‌توانیم با حذف کردن شکل‌های مناسب، به سؤالات بالا پاسخ دهیم و در نتیجه مسئله را حل کنیم. دو ترازو را کنار هم قرار می‌دهیم و شکل‌های هندسی مشترک را از دو طرف حذف می‌کنیم.



ترازو به حالت زیر تبدیل می‌شود:



و این یعنی هر Δ برابر دو $\square$ است. در ترازوی سوم قرار است نسبت به ترازوی دوم یک Δ حذف شود، پس دو $\square$ نیز از سمت دیگر ترازو حذف می‌کنیم.



بنابراین برای تراز شدن ترازوی سوم به چهار مربع نیاز داریم.

راستی، نام مناسبی برای این راهبرد یافتید؟

مسئله ۳. پنج جعبه مانند شکل‌های زیر داریم. هر جعبه شامل یک یا چند کارت است که روی آنها حروف مختلفی نوشته شده است. علی می‌خواهد کارت‌هایی را از درون جعبه‌ها بردارد؛ به طوری که در هر جعبه فقط یک کارت باقی بماند و حروف نوشته شده روی کارت‌های باقی‌مانده در جعبه‌ها با هم متفاوت باشند. چه کارتی در جعبه شماره ۵ باقی می‌ماند؟

می‌کند؟ آیا می‌توانیم یک توپ و یک راکت را حذف کنیم و با توجه به این حذف، قیمت یک توپ و یک راکت را از ۲۴۰۰۰ تومان کم کنیم؟ با توجه به شکل‌های زیر، پاسخ این سؤال «بله» است.

$$\text{توپ} + \text{راکت} = 24000 - 9000 = 15000$$

$$\text{توپ} + \text{توپ} = 15000 - 9000 = 6000$$

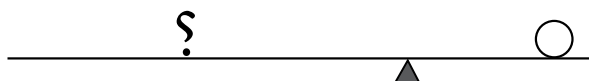
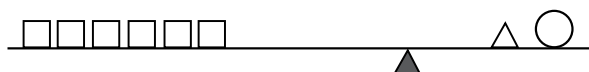
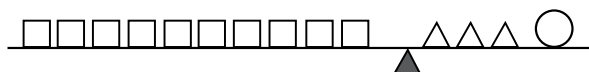
$$\text{توپ} + \text{توپ} = 15000 - 9000 = 6000$$

$$\text{توپ} = 6000$$

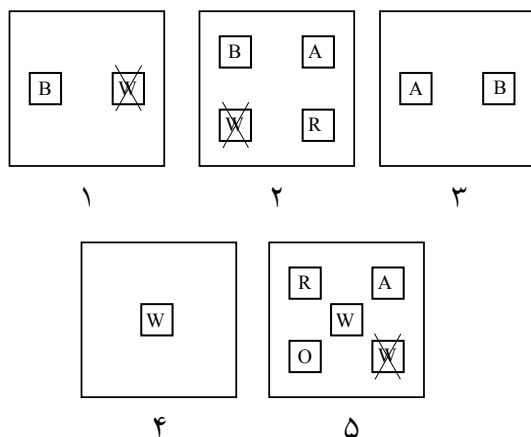
موافق‌اید برای این شیوه حل کردن مسئله نامی بگذاریم؟ هم‌چنان که به نام این راهبرد فکر می‌کنیم به معرفی و حل مسئله ۲ نیز می‌پردازیم.



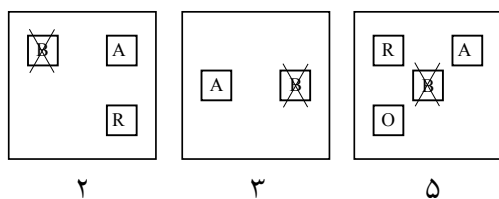
مسئله ۲. ترازوهای اول و دوم تراز شده‌اند. چند مربع در ترازوی سوم بگذاریم که آن هم تراز شود؟



تنها کارت جعبه شماره ۴، W است پس کارت‌های W در جعبه دیگر باید برداشته (یا حذف) شوند.



بنابراین کارت‌های جعبه‌های ۱ و ۴ مشخص شدند. با توجه به این که تنها کارت جعبه شماره ۱، B است می‌توانیم کارت‌های B را در جعبه‌های دیگر حذف کنیم.

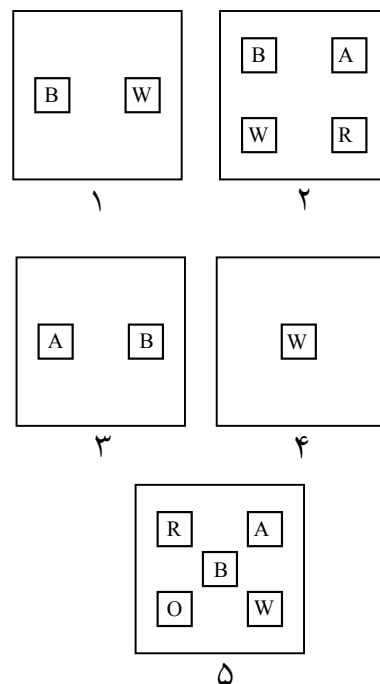


با ادامه این روند در جعبه شماره ۳ کارت A، و سپس با حذف کارت A در سایر جعبه‌ها، در جعبه شماره ۲ کارت R و بالاخره در جعبه شماره ۵ کارت O می‌ماند که پاسخ مسئله ۳ است. البته این مسئله دارای راه‌حل کوتاه‌تری هم هست که آن را به شما واگذار می‌کنم.

راستی هنوز دارید به نام‌گذاری این راهبرد و روند حل این سه مسئله فکر می‌کنید؟ شاید گفتن جمله‌ای از نیوتن در اینجا مناسب باشد. «مثال‌ها از قانون‌ها زیباترند^۱». امیدوارم با این سه مثال توانسته باشم به شما زیبایی حل مسئله را نشان داده باشم و نکته آخر این که، نام‌گذاری برای نظم‌دهی به فرآیند حل مسئله کمک شایانی می‌کند اما اندیشه و قدرت عمل‌گرایی شما در برخورد با مسئله‌های مختلف، بیشتر راه‌گشا است.

پی‌نوشت‌ها

۱. مسئله ۱ با تشکیل دو معادله و دو مجهول نیز حل می‌شود.
۲. جمله نیوتن در کتاب خلاقیت ریاضی نوشته جورج پولیا آمده است.



حل مسئله ۳. می‌خواهیم با حذف کارت‌های جعبه‌های

مختلف، مانند روش دو مسئله قبلی به پاسخ برسیم. به نظر شما برای حذف کارت‌های اضافی در هر جعبه، ابتدا به سراغ کدام جعبه برویم؟

بعد از نیم‌نگاهی به کارت‌های جعبه‌ها، متوجه می‌شویم





خدمتکار و پروفیسور

می‌گردد و به دلیل عشق پروفیسور به ریاضیات، هم خدمتکار و پسرش، و هم خواننده‌های کتاب با مسائلی روبه‌رو می‌شوند که برای آنها جالب و اثرگذار است. با خواندن کتاب، هم درگیر اتفاقاتی می‌شویم که برای شخصیت‌های داستان پیش می‌آید و جنبه‌های عاطفی آن، به قدر کافی آن را جذاب و خواندنی کرده است، هم درگیر مسائل و حقایقی در ریاضیات. هم‌چنین نگاه پروفیسور به ریاضیات و توصیف او از آن، که لابه‌لای صحبت‌های داستان گنجانده شده، جالب هستند. حتی روش پروفیسور در یاد دادن حقایق ریاضی به خدمتکار و پسرش و علاقه‌مندی آنها به ریاضی به دلیل همین شیوه، یکی دیگر از جنبه‌های خواندنی داستان است به‌طوری که در نیویورک تایمز درباره آن چنین نوشته‌اند: «اگر همه ما ریاضیات را از چنین معلمی یاد می‌گرفتیم، حالا خیلی



نویسنده: یوکو اوگاوا

مترجم: کیهان بهمنی

نشر آمو

چاپ اول؛ زمستان ۱۳۹۱

قیمت: ۱۰۰۰۰۰ ریال

«خدمتکار و پروفیسور» با همه‌ی کتاب‌هایی که ما در اینجا به شما معرفی کردیم فرق می‌کند. این کتاب نه درباره یک موضوع ریاضی است نه مجموعه‌ای از مسائل ریاضی. «خدمتکار و پروفیسور» یک داستان است، داستانی که یکی از شخصیت‌های اصلی آن یک پروفیسور ریاضی است. این پروفیسور به همان اندازه واقعی است که شخصیت یک داستان تخیلی می‌تواند واقعی باشد. یعنی اگر شما مثلاً در اینترنت اسم‌اش را جستجو کنید، یا اصلاً ریاضی‌دانی به آن اسم پیدا نمی‌کنید یا اگر هم پیدا کنید ریاضی‌دان این رمان نیست. علاوه بر این، «خدمتکار و پروفیسور» داستان حتی یک آدم «معمولی» هم نیست! بر اثر یک تصادف، حافظه پروفیسور هر هشتاد دقیقه یک بار خالی می‌شود. این یعنی، سر هر هشتاد دقیقه همه دنیا برای او از نو متولد می‌شود. با این حساب، اصلاً ما چرا باید این داستان را به شما

معرفی کنیم؟ راستش اگر قرار به معرفی یک داستان تخیلی بود، خود من ترجیح می‌دادم مثلاً هری پاتر را به شما معرفی کنم!

خب، «خدمتکار و پروفیسور» دو شخصیت دیگر هم دارد. همان‌طور که می‌توان از عنوان کتاب حدس زد، یکی از آنها خدمتکار پروفیسور است. شخصیت دوم (یا سوم)، پسر خدمتکار است که کم و بیش هم سن شماست. داستان حول و حوش این سه شخصیت

آدم‌های باهوش‌تری بودیم.»

به هر حال، این داستان به اندازه کافی خوش‌خوان هست و مهم نیست که خواننده آن چه قدر با ریاضیات آشنا باشد.

هر مسئله ضرب‌آهنگ خاص خودش را دارد، درست مثل یک قطعه موسیقی. هر وقت آن ضرب‌آهنگ را بگیری، کلیت مفهوم آن مسئله را می‌فهمی. اینجاست که می‌توانی بفهمی دام مسئله کجا انتظارت را می‌کشد.



چه قدر به پاسخ های خودتان اطمینان دارید؟

گزارش دیدار با دانش آموزان مدرسه راهنمایی باقرالعلوم شهر ری

روز سه شنبه ۱۰ اردیبهشت ۱۳۹۲؛ به نمایندگی از سوی مجله برهان راهنمایی (متوسطه ۱)، مهمان مدرسه باقرالعلوم شهر ری بودیم و ساعتی را با چند تن از دانش آموزان کلاس دوم راهنمایی این مدرسه گذراندیم، با هم مسئله حل کردیم و پیرامون استدلال و توصیه هایی که آن ها برای حل مسئله ها ارائه می دادند، گفت و گو کردیم. اولین گزارش این بحث و گفت و گو در شماره قبلی مجله آمده است. در اینجا گزارش دوم این دیدار را می خوانید.

برای آنکه باب گفت و گو را ادامه دهیم، با خودمان هشت مسئله پنج گزینه ای برده بودیم و طرحی برای حل مسئله به صورت گروهی. مسئله ها را در اختیار گروه های چهار پنج نفره قرار دادیم و از آن ها خواستیم درباره هر مسئله با هم گفت و گو کنند و بر سر درستی یک گزینه به توافق برسند. البته طبیعی بود که همه اعضای گروه روی همه پاسخ ها توافق نداشته باشند. سپس از آن ها خواستیم جدولی مانند جدول زیر را پر کنند.



عکس: غلامرضا بهرامی

ولی هر یک از اعضای گروه امتیاز مثبت یا منفی را متناسب با درصد اطمینانی که ثبت کرده بود، دریافت می کرد. مثلاً با توجه به جدول ۲، جدول ۳ که امتیازات اعضای گروه را برای سؤال های ۱ و ۲ نشان می دهد، به دست آمد.

جدول ۳. امتیازات اعضای گروه برای سؤال های ۱ و ۲

					اعضای گروه درستی و نادرستی پاسخ شماره سؤال	
E	D	C	B	A		
۰	-۸	-۵	-۲	-۱۰	نادرست	۱
+۱۰	+۷	+۵	+۱۰	+۱۰	درست	۲

پس از آنکه همه گروه ها مسئله ها را حل کردند و امتیازات اعضای همه گروه ها مشخص شد، دور هم نشستیم و درباره این مطلب که چگونه می توانیم از درستی پاسخ مان مطمئن شویم، گفت و گو کردیم؛ به خصوص زمانی که در گروه مشغول حل مسئله هستیم و نظرات سایر اعضای گروه با نظر ما متفاوت است و دلایل دیگران برای درستی پاسخ هایشان، همان قدر منطقی به نظر می رسد که دلایل خود ما برای درستی پاسخمان! بعضی بچه ها «استفاده از پاسخ و احتمال درستی آن» را روشی برای اطمینان یافتن از درستی پاسخ

جدول ۱. درصد اطمینان اعضای گروه به درستی پاسخ

درصد اطمینان					اعضای گروه گزینه درست شماره سؤال	

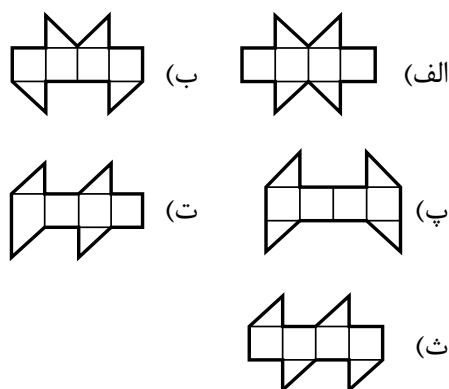
جدول برای دو تا از سؤال ها پر شده است:

جدول ۲. جدول تکمیل شده برای دو سؤال

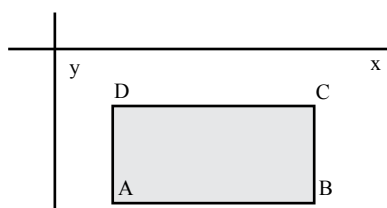
درصد اطمینان					اعضای گروه گزینه درست شماره سؤال	
E	D	C	B	A		
۰%	۸۰%	۵۰%	۲۰%	۱۰۰%	پ	۱
۱۰۰%	۷۰%	۵۰%	۱۰۰%	۱۰۰%	ت	۲

قرار بود در پایان، امتیاز هر یک از اعضای گروه با توجه به درصد اطمینان ثبت شده، محاسبه شود. برای هر مسئله ۱۰ امتیاز مثبت در صورت درست بودن پاسخ و ۱۰ امتیاز منفی در صورت نادرست بودن پاسخ در نظر گرفته شده بود.





۵. در شکل، مستطیل ABCD پایین محور طول‌ها و طرف راست محور عرض‌ها قرار دارد و ضلع‌هایش با محورها موازی‌اند، و همهٔ مختصات هر چهار نقطه A، B، C و D عدد صحیح هستند. به ازای هر کدام از این چهار نقطه، نسبت عرض به طول را حساب می‌کنیم. در کدام نقطه کمترین مقدار به دست می‌آید؟

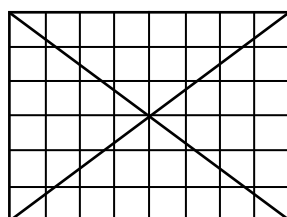


(الف) A (ب) B (پ) C (ت) D
(ث) به مستطیل بستگی دارد.

۶. همهٔ عددهای مثبت چهار رقمی را که رقم‌هایشان همان رقم‌های عدد ۲۰۱۳ هستند، از کوچک به بزرگ نوشته‌ایم. بزرگ‌ترین اختلاف دو عدد کنار هم کدام است؟

(الف) ۷۰۲ (ب) ۷۰۳ (پ) ۶۹۳ (ت) ۷۹۳ (ث) ۱۹۸

۷. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، قطرهای چهارخانهٔ 8×6 ، با ۲۴ تا از مربع‌های کوچک برخورد نمی‌کنند. قطرهای چهارخانهٔ 10×6 با چندتا از مربع‌های کوچک آن برخورد نمی‌کنند؟



(الف) ۲۸ (ب) ۲۹ (پ) ۳۰ (ت) ۳۱ (ث) ۳۲

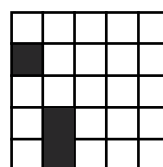
ابراز کرده‌اند و عده‌ای هم «تکرار راه حل و بررسی درستی مراحل آن» را.

پس از آن، کمی هم دربارهٔ این که بیشتر چه وقت‌هایی ممکن است در حل یک مسئله اشتباه کنیم، گفت و گو کردیم. در پایان دریافتیم، بیشتر در این موردها ممکن است اشتباه کنیم:

- وقتی سؤال را اشتباه متوجه شده باشیم؛
- در جمله سؤال «است» و «نیست» آمده باشد؛
- متن سؤال را نفهمیده باشیم؛
- صورت سؤال را خوب درک نکرده باشیم؛
- و ...

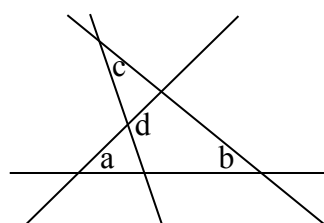
در این جا مسئله‌هایی را که در این گفت و گو در اختیار دانش‌آموزان گذاشتیم، آورده‌ایم. این مسئله‌ها از میان مسئله‌های «مسابقهٔ ریاضی کانگورو» انتخاب شده‌اند.

۱. کاوه می‌خواهد با سیاه کردن سه تا از مربع‌های سفید شکل زیر، مستطیلی 1×3 بسازد. این مستطیل جدید نباید در هیچ نقطه‌ای با مربع و مستطیل سیاه تماس داشته باشد. او چند جا برای درست کردن چنین مستطیلی دارد؟



(الف) ۴ (ب) ۵ (پ) ۶ (ت) ۷ (ث) ۸

۲. در شکل زیر، $a = 55^\circ$ ، $b = 40^\circ$ و $c = 35^\circ$. مقدار d کدام است؟



(الف) 100° (ب) 105° (پ) 120° (ت) 125° (ث) 130°

۳. محیط دوزنقه‌ای برابر است با ۵ و طول هر ضلع آن عددی طبیعی است. دو زاویهٔ کوچک‌تر دوزنقه چند درجه‌اند؟

(الف) 30° و 30° (ب) 60° و 60° (پ) 45° و 45° (ت) 30° و 60° (ث) 45° و 90°

۴. کدام شکل زیر را نمی‌توان با تا کردن روی خط‌ها به مکعب تبدیل کرد؟



پاسخ

«کی می‌تونه حل کنه؟»

(از شماره قبل)

۱. روز اول عید همه نوه‌های مامان بزرگ به خانه‌اش رفتند. او ظرفی پر از سیب و پرتقال آورد و آن‌ها را بین نوه‌ها تقسیم کرد. البته او توجه نمی‌کرد که به هریک چند تا سیب می‌دهد و چند تا پرتقال. به نوه‌ها تعداد مساوی میوه رسید. علی یکی از نوه‌های مامان بزرگ است. سهم او از میوه‌های ظرف، $\frac{1}{8}$ همه سیب‌ها و $\frac{1}{1}$ همه پرتقال‌ها بود. مامان بزرگ چند تا نوه دارد؟ چرا؟

راه‌حل: مادر بزرگ ۹ نوه دارد. همان‌طور که می‌دانید، $\frac{1}{8}$ از $\frac{1}{8}$ بیشتر است. حالا به این دو نکته توجه کنید:

نکته ۱. سهم علی از میوه‌های ظرف، از $\frac{1}{8}$ همه سیب‌ها و $\frac{1}{8}$ همه پرتقال‌ها کمتر بود. پس علی کمتر از $\frac{1}{8}$ کل میوه‌ها را داشت.

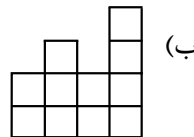
نکته ۲. سهم علی از میوه‌های ظرف، از $\frac{1}{1}$ همه سیب‌ها و $\frac{1}{1}$ همه پرتقال‌ها بیشتر بود. پس علی بیشتر از $\frac{1}{1}$ کل میوه‌ها را داشت.

سهم نوه‌ها با هم مساوی است. پس اگر ۵ میوه وجود می‌داشت، سهم هریک $\frac{1}{5}$ میوه‌ها بود. اگر ۶ میوه وجود می‌داشت، سه هریک $\frac{1}{6}$ میوه‌ها بود، و به همین ترتیب. یعنی سهم هر نفر، کسری است که صورتش ۱ است.

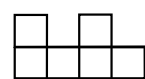
سهم علی عددی بین $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{1}$ است. چه کسری صورتش ۱ است و بین $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{1}$ است؟ کسر $\frac{1}{9}$. یعنی تعداد نوه‌ها برابر است با ۹.

۸. جمشید روی یک مربع 4×4 ، تعدادی مکعب به ضلع ۱، چیده است. در شکل زیر، تعداد مکعب‌های روی هم گذاشته شده در هر مربع را نشان داده‌ایم. اگر جمشید از پشت به مکعب‌ها نگاه کند، چه می‌بیند؟

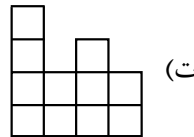
پشت			
۴	۲	۳	۲
۳	۳	۱	۲
۲	۱	۳	۱
۱	۲	۱	۲
جلو			



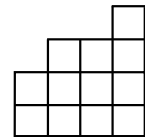
(ب)



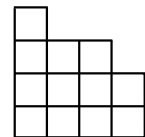
(الف)



(ت)

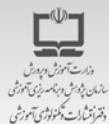


(پ)



(ث)





با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شود.

مجله‌های دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد کودک	(برای دانش آموزان آمادگی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)
رشد نوجوان	(برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)
رشد دانش آموز	(برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)
رشد نوجوان	(برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول)
رشد جوان	(برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد آموزش ابتدایی • رشد آموزش متوسطه • رشد تکنولوژی آموزشی
- رشد مدرسه فردا • رشد مدیریت مدرسه • رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد برهان ریاضی متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه اول)
- رشد برهان ریاضی متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه دوم)
- رشد آموزش قرآن • رشد آموزش معارف اسلامی • رشد آموزش زبان و ادب فارسی • رشد آموزش هنر • رشد آموزش مشاور مدرسه • رشد آموزش تربیت بدنی • رشد آموزش علوم اجتماعی • رشد آموزش تاریخ • رشد آموزش جغرافیا • رشد آموزش زبان • رشد آموزش ریاضی • رشد آموزش فیزیک • رشد آموزش شیمی • رشد آموزش زیست‌شناسی • رشد آموزش زمین‌شناسی • رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار و دانش • رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

۲. دو سطل داریم: یکی ۵ لیتری و دیگری ۳ لیتری. در کنار شیر آب ایستاده‌ایم و هرقدر بخواهیم می‌توانیم از این شیر آب برداریم. می‌خواهیم در ظرف ۵ لیتری دقیقاً ۴ لیتر آب داشته باشیم. چه‌طور این کار را بکنیم؟

راه‌حل: ظرف ۳ لیتری را پر آب می‌کنیم و در ظرف ۵ لیتری خالی می‌کنیم. دوباره ظرف ۳ لیتری را پر آب می‌کنیم و از آن به قدری آب در ظرف ۵ لیتری می‌ریزیم تا لبریز شود. حالا در ظرف ۳ لیتری دقیقاً ۱ لیتر آب هست. ظرف ۵ لیتری را خالی می‌کنیم و این ۱ لیتر را در ظرف می‌ریزیم. حالا با استفاده از ظرف ۳ لیتری، ۳ لیتر آب به این ۱ لیتر اضافه می‌کنیم. پس در ظرف ۵ لیتری، ۴ لیتر آب داریم.

البته این تنها راه‌حل مسئله نیست. راه‌حل دیگری هم وجود دارد:

ظرف ۵ لیتری را پر می‌کنیم و سپس با آن ظرف ۳ لیتری را از آب لبریز می‌کنیم. ظرف ۳ لیتری را خالی می‌کنیم. در ظرف ۵ لیتری، ۲ لیتر آب باقی مانده است. آن را در ظرف ۳ لیتری می‌ریزیم. دوباره ظرف ۵ لیتری را از آب پر می‌کنیم. از آن به قدری آب در ظرف ۳ لیتری می‌ریزیم که لبریز شود. حالا در ظرف ۵ لیتری، ۴ لیتر آب وجود دارد.

۳. در مسابقات دوی سرعت مدرسه، رتبه‌های اول تا چهارم به مریم، مهدیه، سارا و الهام رسید. جمع رتبه‌های مریم، مهدیه و الهام برابر ۶ شد. جمع رتبه‌های مهدیه و سارا هم برابر ۶ شد. ضمناً رتبه مهدیه از رتبه مریم بالاتر بود. رتبه هریک از این چهار نفر چه بود؟ چرا؟

راه‌حل: رتبه‌ها چنین‌اند: الهام اول، مهدیه دوم، مریم سوم، سارا چهارم.

توجه کنید که وقتی کسی رتبه‌اش بالاتر است، عدد رتبه‌اش کمتر است! مثلاً رتبه اول از رتبه دوم بالاتر است. با توجه به آنچه در مسئله گفته شد، نتیجه می‌گیریم که مریم + مهدیه + الهام = مهدیه + سارا. این تساوی به این معنی است که مریم + الهام = سارا.

پس رتبه سارا یا ۳ است یا ۴. باید ببینیم کدام حالت درست است. توضیح می‌دهیم چرا رتبه سارا ۳ نمی‌تواند باشد: اگر رتبه سارا ۳ باشد، چون: مریم + الهام = سارا، پس رتبه



حماسه سیاسی و حماسه اقتصادی برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

نام و نام خانوادگی:
تاریخ تولد: ♦ میزان تحصیلات:
تلفن:
نشانی کامل پستی:
استان: شهرستان: خیابان:
پلاک: شماره پستی:
شماره فیش بانکی: مبلغ پرداختی:

♦ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را بنویسید:

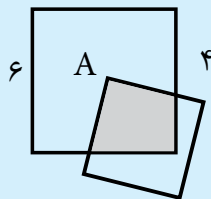
امضا:

♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
♦ اشتراک مجله: ۲۱-۷۷۳۳۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

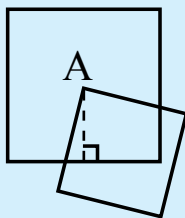
♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال
♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

مریم و رتبه الهام یکی ۲ است و دیگری ۱. پس رتبه مهدیه ۴ است. اما قرار بود رتبه مهدیه از رتبه مریم بالاتر باشد و در این حالت چنین نیست. پس این حالت درست نیست.
پس رتبه سارا ۴ است. چون مریم + الهام = سارا، نتیجه می‌گیریم رتبه مریم و رتبه الهام یکی ۱ است و دیگری ۳. پس رتبه مهدیه ۲ است. می‌دانیم رتبه مهدیه از رتبه مریم بالاتر است. چون رتبه مهدیه ۲ است پس رتبه مریم ۳ است. در نتیجه رتبه الهام ۱ است.

۴. در شکل زیر، مربعی به ضلع ۴ و مربعی به ضلع ۶ می‌بینید. نقطه A مرکز مربع بزرگ‌تر است. مساحت قسمت مشترک را بیابید.

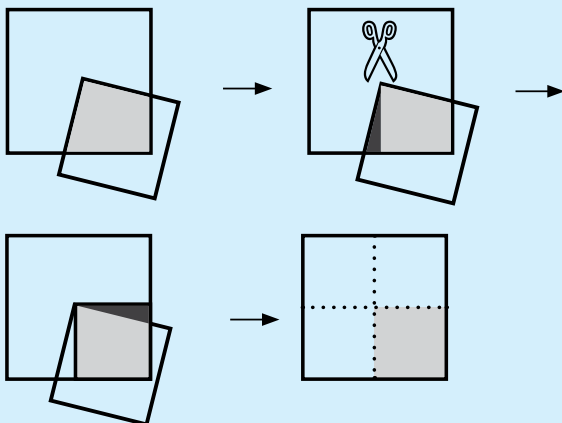


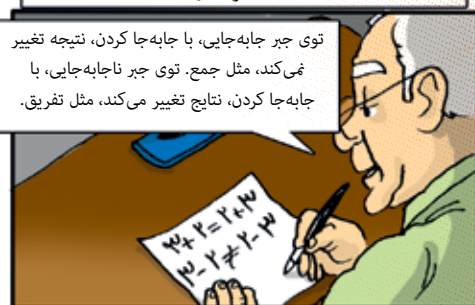
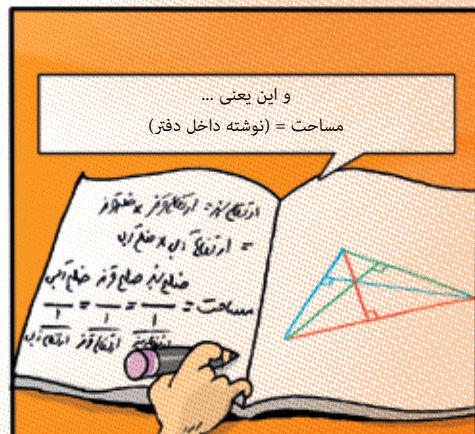
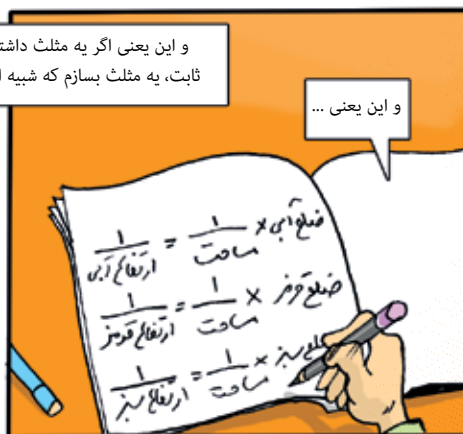
راه حل: مساحت قسمت مشترک برابر است با ۹. مانند شکل زیر، از نقطه عمودی بر ضلع مربع بزرگ رسم می‌کنیم:



حالا به شکل‌های زیر توجه کنید:

یعنی مساحت قسمت رنگ شده $\frac{1}{4}$ مساحت مربع بزرگ است. به بیان دقیق‌تر، می‌توانیم ثابت کنیم دو مثلث سیاه‌رنگ در شکل‌های بالا با هم مساوی‌اند و در کنار هم، مربعی به ضلع ۳ تشکیل می‌دهند.





گرایش آموزش و پرورش

مدارس هوشمند، یادگیری مشارکتی، یادگیری فعال، معماری مدرسه، گرافیک محیطی مدرسه، کتابخانه کلاسی، کتابخانه آموزشی، کتاب و کتابخوانی در مدرسه و خارج از مدرسه، جشن شکوفه‌ها، جشن عبادت، مدارس ماندگار، کارگروهی، اردوهای جهادی، مدارس چندپایه، عشایری و روستایی، زنگ تفریح، نماز و نمازخانه، جشن‌ها و مراسم، آغاز سال تحصیلی، حجاب در مدارس و ...

گرایش ایران، سرزمین پرگهر

زندگی اقوام ایرانی، عشایر ایران، سبک زندگی ایرانی - اسلامی، معماری در ایران، آثار و ابنیه تاریخی، آداب و سنن، خانواده، مفاخر، جشن‌ها و عزاداری‌ها، تفرج‌گاه‌ها، پارک‌های ملی و محلی، زیست‌بوم‌های ایرانی، جلوه‌های زندگی امروز، جوانان و نوجوانان ایرانی، چهره‌های ایرانی، لباس‌های محلی اقوام، کار و زندگی و ...

گرایش «حماسه سیاسی، حماسه اقتصادی»

شرکت در انتخابات، راهپیمایی‌ها، نماز جمعه، فعالیت اقتصادی و ...

گرایش دانش‌آموزی با موضوع «آزاد»

این بخش به دانش‌آموزان (۱۳ تا ۱۸ ساله) با «موضوع آزاد» تعلق خواهد داشت.

• جوایز برگزیدگان

گرایش آموزش و پرورش

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و سی میلیون ریال جایزه نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و بیست و پنج میلیون ریال جایزه نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و بیست میلیون ریال جایزه نقدی.

• دو گرایش دیگر:

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و بیست و پنج میلیون ریال جایزه نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و بیست میلیون ریال جایزه نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و پانزده میلیون ریال جایزه نقدی.

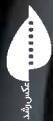
• بخش دانش‌آموزی

در بخش دانش‌آموزی، به ۵ نفر، هر کدام پانزده میلیون ریال، جایزه داده خواهد شد.

فراخوان هشتمین دوره جشنواره عکس دانش



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



کتابخانه ملی

امتیازها

۱. عکس‌های برگزیده به صورت نمایشگاهی در معرض دید عموم قرار خواهد گرفت و برای آن‌ها کواهی شرکت در نمایشگاه صادر می‌شود.
۲. به هر یک از آثار رده‌یافته به نمایشگاه مبلغ ۵۰۰۰۰۰ ریال به عنوان حق التألیف پرداخت خواهد شد.

علاقه‌مندان می‌توانند آثار خود را به نشانی زیر تحویل دهند و یا از طریق پست ارسال کنند.

تهران: خیابان ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۷۰، جنب فروشگاه انتشارات مدرسه، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی طبقه اول، دبیرخانه جشنواره عکس رشد. صندوق پستی ۳۳۳۱-۱۵۸۷۵
برای کسب اطلاعات بیشتر به وبگاه جشنواره مراجعه یا با شماره تلفن‌های ۸۸۸۳۹۲۳۲ و ۸۸۴۹۰۴۱۴-۰۲۱ تماس بگیرید.