



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهشی و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری

سرمدیر: زهرا گویا

مدیر داخلی: مانی رضائی

هیئت تحریریه: اسماعیل بابلیان، میرزا جلیلی،

مهدی رجبعلی پور، مانی رضائی، شیوا زمانی،

بیژن ظهوری زنگنه، سیدحسن علم الهدایی،

سهیلا غلام آزاد و محمدرضا فدائی

طراح گرافیک: مهدی کریم خانی

۱۱۱ رشد آموزش ریاضه

دوره سی ام، شماره ۳، بهار ۱۳۹۲
فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

یادداشت سردبیر: ایجاد تعادل در برنامه ریاضی مدرسه ای

کتاب تازه تألیف ریاضی ۱ از منظر مدرسان آن

مفهوم و ماهیت یک تعریف ریاضی

چکیده گسترده رساله دکتری: نقش نرم افزارهای ریاضیات پویا

روایت معلمان: فعالیت برای شروع تدریس مختصات

گزارش: دومین همایش بین المللی جئوجبرا

درباره مقاله کتاب تازه تألیف ریاضی ۱

منشأ پیدایش واژه پیش دانشگاهی

نقدی بر مقاله «رد پای پولیا بر سنگ قبر آخرین قضیه فرما»

نامه های رسیده

۲ زهرا گویا

۴ مرتضی حسن پور، زهرا گویا

۱۰ سهیلا غلام آزاد، زهرا محتشم، ابراهیم ریحانی

۲۰ رضا حیدری قزلقه

۲۴ نوشین فرامر زپور

۲۶ میلاد افشین منش

۳۸ مؤلفان ریاضیات اول دبیرستان

۴۴ میرزا جلیلی

۴۶ حسن بختیاری

۴۷

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستنده مقاله داده خواهد شد.
- در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- پی نوشت ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحه مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از اثر و مقاله ارسال شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود.
- هم چنین:
- مجله در پذیرش، رد و ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبین نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ گویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

- نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
- تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹ (داخلی ۳۷۴)
- شماره: ۸۸۳۰۱۴۷۸
- وبگاه: www.roshdmag.ir
- پیام نگار: riyazi@roshdmag.ir
- تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
- کد مدیر مسئول: ۱۰۲
- کد دفتر مجله: ۱۱۳
- کد امور مشترکین: ۱۱۴
- نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۷۳۳۶۶۵۵
- چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
- شمارگان: ۹۰۰۰

ایجاد تعامل در برنامه‌ریزی ریاضی مدرسه‌ای

عکس‌های کتاب ریاضیمون خیلی بچه‌گونه شده! به خصوص طرح دورش!
آریا، دانش آموز پایه ششم دبستان

در واقع، این سؤال‌ها از درون ریاضی برآمده‌اند و پاسخ‌هایشان در دل ریاضی است، اما نوع توجه و میزان جدی گرفتن هریک، به برنامه‌های متفاوتی می‌انجامد. به طور مثال، برنامه درسی ریاضی که مستقل از فرهنگ و به نوعی یک برنامه بین‌المللی شده باشد، با برنامه‌ای که مبتنی بر مناسبات فرهنگی/اجتماعی بومی است، تفاوت ماهوی دارد. یا این که تقابل روانی/سهولت در برابر سرسری بودن، از ظریف‌ترین تمایزها و تصمیم‌گیری‌ها برای تدوین یک برنامه درسی ریاضی است. در حقیقت، تقریباً هر برنامه‌ای، شامل شش مورد بالا به نسبت‌های مختلف است و همین نسبت‌هاست که منجر به تولید برنامه‌هایی ذاتاً متفاوت با یکدیگر می‌شوند.

• باورهای متناقض درباره هدف آموزش مدرسه‌ای و نقش معلم

نسبت به آموزش مدرسه‌ای انتظارات متنوعی وجود دارند که هر یک در جای خود موجه‌اند، ولی بسته به میزان تأکید، تمرکز یا تمایزی که نسبت به هریک قائل وجود دارد، سازماندهی و محتوای برنامه‌ها تغییر می‌کند. مثلاً، سؤالی اساسی مانند این که «مدرسه مسئول آموزش چه کسانی است؟»، بر تمام وجوه برنامه تأثیرگذار است. برای نمونه، برنامه‌ای که برای عموم دانش‌آموزان تهیه می‌شود، مختصات ویژه خود را دارد و مهم‌ترین وجه آن، تعریف «عمومی» بودن است. زیرا گاهی عمومی به معنای پوشش دادن همگان از جمله نخبگان، دیرپادگیرندگان، افراد دارای اختلال یادگیری، برخورداران، محرومان، و همه و همه است و گاهی به معنای تمرکز بر افراد معمولی جامعه و به حاشیه راندن دیگران است که تاریخ برنامه درسی در

یوسیسیسکین (۲۰۱۰) به برنامه‌ریزان درسی ریاضی توصیه می‌کند که برای اطمینان از درستی کاری که کرده‌اند، لازم است دلایلی قوی داشته باشند و به سؤال‌های مختلفی پاسخ دهند. به باور وی، هر گروه برنامه‌ریز، طبق موازینی کار خود را انجام می‌دهد و برای هر تصمیم برنامه‌ای، دلیلی دارد. از نظر یوسیسیسکین، برای درک یک موقعیت پیچیده مانند تصمیم‌گیری برای برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای و ایجاد یک برنامه متعادل، چهار دلیل زیر، قابل طرح و بررسی‌اند (ص. ۲۸):

۱. دیدگاه‌های متناقض درباره چپستی برنامه درسی ریاضی مناسب مدرسه‌ای؛
 ۲. باورهای متناقض درباره هدف آموزش مدرسه‌ای و نقش معلم؛
 ۳. دیدگاه‌های متفاوت درباره تلاش برای ایجاد اصلاحات در آموزش ریاضی در گذشته و حال؛
 ۴. سختی تصمیم‌گیری درباره این که کدام برنامه درسی بهتر یا بهترین است.
 ۵. سپس توضیح می‌دهد که چرا هریک از این چهار دلیل نیز، به تنهایی پیچیده هستند.
 ۶. دیدگاه‌های متناقض درباره چپستی برنامه درسی ریاضی مناسب مدرسه‌ای
- یوسیسیسکین فقط در این مورد، شش تضاد را مشخص می‌کند:
- ریاضی محض در مقابل ریاضی کاربردی
 - استنتاج در مقابل استقرا در مقابل استنباط آماری
 - از الگوریتم تا حل مسئله خلاق
 - روانی در مقابل سرسری بودن
 - وابسته به فرهنگ در مقابل مستقل از فرهنگ
 - سخت در مقابل ساده.

ایران و جهان، مصداق‌های آموزنده‌ای برای هر کدام دارد. با این وجود، سؤالی که لازم است گروه برنامه‌ریز با دقت به آن پاسخ دهد و بعد اقدام به تدوین برنامه کند این است که «چه کسانی در اولویت هستند» تا برنامه، متناسب با نیازمندی‌های آموزشی آن‌ها، شکل بگیرد. در راستای هدف آموزش مدرسه‌ای، سؤال‌های به شدت ضروری مطرح‌اند که هر پاسخی، نیازمند ایفای نقش متفاوتی از جانب معلمان است. یوسیسکین (۲۰۱۰)، به طرح سؤال‌های زیر پرداخته است:

- آیا هدف آموزش مدرسه‌ای، رساندن همه دانش‌آموزان به یک سطح از توانایی است؟
- آیا بهتر است بر کسانی که به کمک بیشتری دارند تمرکز نمود؟
- آیا لازم است به تقویت کسانی پرداخت که مستعدترند؟
- آیا باید چیزهایی را که والدین نتوانسته‌اند به کودکانشان عرضه کنند، برایشان تأمین نمود؟
- آیا باید آنچه را که والدین ارائه کرده‌اند ارتقا داد؟
- آیا هدف آموزش مدرسه‌ای، آشنایی با فرهنگ خودی است؟
- آیا هدف آموزش مدرسه‌ای، آشنایی با سایر فرهنگ‌ها است؟
- آیا هدف آموزش مدرسه‌ای، آموزش همکاری است؟
- آیا هدف آموزش مدرسه‌ای، آموزش رقابت است؟

در این مختصر، قصد این نیست که به پاسخگویی بپردازیم، بلکه هدف طرح مسئله و اشاره به اهمیت و جایگاه هریک در نظام برنامه‌ریزی درسی ریاضی است. با این حال، تنها برای دو مورد آموزش همکاری و آموزش رقابت، مثالی زده می‌شود:

فرض کنید یک تیم برنامه‌ریز، تأکید بر «آموزش همکاری» از طریق برنامه درسی ریاضی را دارد. بدین سبب، در برنامه «فعالیت» پیش‌بینی می‌شود و مؤلفان بر اساس آن‌ها، دست به طراحی می‌زنند. اجرای این فعالیت‌ها در کلاس، هم می‌تواند دانش‌آموزان را به همکاری با یکدیگر تشویق و ترغیب کند و هم باعث تقویت مهارت‌های حل مسئله و توانایی‌های کنترلی آنان گردد. البته این‌ها به شرطی است که معلمان برای توسعه چنین نگاهی به تدریس و یادگیری ریاضی، آموزش دیده باشند و با چگونگی ارزشیابی از فعالیت‌ها و همکاری‌ها آشنا شوند و از اختیار نسبی در خصوص تدریس و ارزشیابی برخوردار شوند. این در حالی است که در «آموزش رقابتی»، همکاری اصولاً نباید جایگاه برجسته‌ای داشته باشد. آن وقت مشکل از جایی شروع می‌شود که بخواهیم این دو وجه را هم‌زمان با هم، به یک نسبت ببینیم؛ که طبیعی است نتیجه نه این شود نه آن!

• دیدگاه‌های متفاوت درباره تلاش برای ایجاد اصلاحات در آموزش ریاضی در گذشته و حال
در این مورد، تا به حال فراوان نوشته و گفته شده است.

در کلاس‌های درسی دوره‌های تحصیلات تکمیلی رشته برنامه‌ریزی درسی، به تفصیل راجع به تلاش‌های مختلف برای ایجاد اصلاحات در برنامه‌های درسی از جمله ریاضی بحث شده و کتاب‌ها خوانده شده‌اند. اما دریغ و درد اگر نتایج آن مطالعات با واقعیت‌های موجود سنجیده شده باشند تا آموختن گذشته، مانع تکرار آن شود. به طور خاص، در حوزه برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، دوره‌های پرسرو صدا، پرهزینه و پرتنش و زودگذر «سودمندی اجتماعی»، «دوره ریاضی جدید»، شورش نسبت به «نهضت رجعت به اصول»، «تدوین استانداردهای برنامه درسی»، «برنامه‌های درسی ملی»، شورش «جنگ‌های ریاضی» و «هسته اصلی برنامه درسی» قابل توجه‌اند و هر کدام، نقطه عطفی در تاریخ برنامه درسی ریاضی بوده‌اند. اما باز هم سؤال جدی این است که «چرا» این همه حرکت‌های آونگی پرشتاب و کم‌اثر در این حوزه اتفاق افتاده است و از آن‌ها، چه درس‌هایی می‌توانیم بگیریم که هزینه‌های غیرمالی و غیرضروری تغییرات شتاب‌زده را کاهش دهیم.

• سختی تصمیم‌گیری درباره این که کدام برنامه درسی بهتر یا بهترین است

این سختی به خصوص از آن جهت است که یافته‌های پژوهشی، تجربه‌های عملی و تجمعی و واقعیت‌ها، در مورد این که چه کسی یا کسانی در مورد برنامه درسی ریاضی تصمیم می‌گیرند یا باید تصمیم‌گیری کنند، با هم در یک راستا نیستند. برای مثال در دوره‌های گوناگون، پژوهش‌های متعددی در مورد نقش معلمان، مدرسه، جامعه، متخصصان برنامه درسی، سیاست‌گذاران آموزشی و سیاستمداران در این تصمیم‌گیری‌ها و سهم هریک، انجام شده است. ولی مستندات تاریخی در سطح جهان، نشان داده است که نقش سیاستمداران در این تصمیم‌گیری‌ها، از همه پُررنگ‌تر بوده است. در چنین وضعیتی، دلایلی که یوسیسکین (۲۰۱۰) مطرح کرده است، دارای اهمیت ویژه‌ای هستند و سؤالی که در هر نظام آموزشی قابل طرح است این است که «مبنای تصمیم‌گیری‌ها چیست؟» آیا دلایلی است که یوسیسکین به آنها اشاره نموده است یا دلیلی که می‌تواند همه این دلایل را دور بزند؟ در هر صورت، برنامه‌های درسی باید ویژگی «پاسخگویی» داشته باشند و مهم این است که چه کسی/کسانی، پاسخگو هستند؟ آریای دانش آموز کلاس ششم را به‌عنوان مخاطب اصلی برنامه چه کسی می‌شناسد؟ جواب او را چه کسی می‌دهد؟ نیازهایش چگونه شناخته می‌شوند؟ آینده تحصیلی‌اش را چه کسی تضمین می‌کند؟

آریا و آریاها منتظرند که خوب شناخته شوند، به حساب بیایند، دست کم گرفته نشوند، آینده ساز باشند، چالش را در آغوش کشند، و از پس حل مسائل خود و جامعه خود بایند. بدین سبب، آن‌ها نیازمند ایجاد تعادل در برنامه‌های درسی ریاضی خود هستند تا به دور از سلطه دلایل غیرعلمی، بتوانند نقش تاریخی خویش را در ساختن خود و سپس جامعه ایفا کنند. زهرا گویا

مرجع

Usiskin, Z. (2010). The Current State of the School Mathematics Curriculum. In B. J. Reys; R. E. Reys; & R. Rubenstein (Eds.), Mathematics Curriculum: Issues, Trends, and Future Directions: Seventy-second Yearbook, pp. 25- 40. Reston, VA, NCTM.



کتاب تازه تألیف ریاضی ۱

از منظر مدرسان آن

زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی
مرتضی حسن پور، دبیر ریاضی ارومیه و
کارشناس ارشد آموزش ریاضی

چکیده

در ایران، در واقع کتاب ریاضی پایه اول متوسطه جواز عبور برای ورود به پایه‌های بعدی است. در نتیجه، برنامه و کتاب ریاضی این پایه، دارای حساسیت ویژه‌ای است و نقشی که در آینده تحصیلی و حتی شغلی دانش‌آموزان بازی می‌کند، از اهمیت به سزایی برخوردار است. این حساسیت و اهمیت، یکی از اصلی‌ترین دلایل اعلام شده برای تغییر کتاب قبلی و تألیف جدید کتاب ریاضی ۱ در سال ۱۳۸۷ بود. بدین جهت، پژوهشی برای تحلیل کیفی محتوای این کتاب طراحی شد تا از این طریق، بتوان به ارتقای کیفی آن کمک نمود. علاوه بر این، در جلسات مشترکی که با بعضی از مدرسان این کتاب تشکیل شد، مواردی مطرح شدند که تصمیم گرفته شد برای همسوسازی داده‌ها و اعتبار بیشتر یافته‌ها، یک‌بار دیگر محتوای کتاب ریاضی ۱ تازه تألیف، از منظر آنان نیز مورد تحلیل قرار گیرد. یافته‌های این پژوهش نشان داد که نقطه قوت این کتاب، تلاش برای ورود به عرصه‌های جدید بوده و یکی از موارد موفق آن، ادغام فصل‌های تجزیه و اتحاد با هم بوده است که از نظر معلمان، یکی از مشکلات کتاب ریاضی ۱ قبلی بود. با این وجود، این ادغام دارای اشکالاتی است که از جمله، عدم انسجام برنامه‌ای و افراط در استفاده از بازنمایی‌های هندسی برای نشان دادن اتحادهاست. اما مهم‌ترین مشکلات کتاب ریاضی ۱ تازه تألیف، روشن نبودن اهداف با توجه به مخاطبان وسیع و متنوع آن، عدم انسجام لازم در مبانی نظری یادگیری ریاضی و برنامه‌درسی ریاضی، نامشخص بودن چگونگی سازماندهی محتوا، و بالاخره، نامعلوم بودن سطح انتظار از یادگیرندگان است.

کلیدواژه‌ها: کتاب ریاضی ۱، پایه اول متوسطه، تحلیل محتوای کیفی، معلمان ریاضی.

پیشینه

در اکثر کشورها، کتاب درسی به عنوان یکی از اصلی‌ترین منابع آموزشی مورد توجه قرار گرفته است و بسیاری از دانش‌آموزان و معلمان در مدارس، برنامه تدریس و یادگیری خود را براساس کتاب‌های درسی بنا کرده‌اند. کتاب درسی به‌خصوص در کشورهایی نظیر ایران که دارای نظام آموزشی متمرکزند، به عنوان هماهنگ‌کننده مدارس و مناطق به‌شمار می‌آید. در چنین نظام‌های آموزشی، اهمیت کتاب هرچه بیشتر مشخص می‌شود. از این گذشته، به گفته پینگل^۱ (۲۰۰۹)، «به دلیل توسعه علم، استانداردهای آموزشی نیز روزبه‌روز جدیدتر و متنوع‌تر می‌شوند و چنانچه نیازسنجی واقعی از دانش‌آموزان و جامعه صورت نگیرد و کتاب‌ها براساس آن‌ها نوشته نشوند، نمی‌توان انتظار مدرسی پویا و مفید را داشت». وی از کتاب درسی به عنوان امری مهم و ضروری یاد کرده است. علاوه بر این، جامعه همیشه در حال تغییر است و نیازهای آن نیز تغییر می‌کند. پس لازم است که کتاب‌های درسی نیز متناسب با نیازهای جامعه تغییر کنند. بالاخره، با تغییر کتاب‌های درسی، تحقیق درباره آن‌ها و این‌که چقدر با برنامه قصد شده سازگار هستند، نیازمند پژوهش است. تغییر و اصلاح کتاب‌های درسی؛ به‌خصوص در نظام‌های متمرکز آموزشی با داشتن یک کتاب ملی برای هر موضوع درسی، از پیامدهای مهم دوباره‌نگری در برنامه‌های درسی مدرسه‌ای در این کشورهاست. این در حالی است که به طور طبیعی، برنامه‌های درسی و به تبع آن کتاب‌های درسی پس از گذشت چند سال، بنا به دلایل متعددی که در این مقال نمی‌گنجند، نیازمند دوباره‌نگری هستند. با این وجود، ریاضیات مدرسه‌ای، ریاضیات تجسم‌یافته‌ای^۲ در بسترهای واقعی است. به اعتقاد سایمون (۱۹۹۶)، برای درک مفاهیم ریاضی و آموزش آن‌ها نباید دانش‌آموزان را عجولانه، وارد دنیاهای ذهنی کنیم. بلکه بهتر است این مفاهیم در ارتباط با محیط زندگی واقعی آن‌ها مطرح شوند و دانش‌آموزان در مفاهیم ریاضی، معنایی مشخص و قابل درک پیدا کنند. بنابراین، شهودی کردن ریاضی نه تنهایی محتوای ریاضی نیست، بلکه رویکردی اساسی برای شروع آموزش مفاهیم ریاضی در آموزش مدرسه‌ای و به‌صورت غیرمستقیم، آموزش به‌کارگیری ریاضی است. با این حال، به‌کارگیری این رویکرد، نیازمند دقت، ظرافت، دانش برنامه درسی، دانش ریاضی عمیق و انسجام دیدگاهی در هر تیم تألیف است.

معرفی پژوهش

نویسندگان این مقاله با تمرکز بر دو سؤال زیر، به تحلیل محتوای کتاب ریاضی ۱ تازه تألیف پرداختند؛
۱. تا چه اندازه کتاب جدید، نیازمندی‌ها و توانایی‌های تمام دانش‌آموزان اول متوسطه را در نظر گرفته است؟
۲. دبیران ریاضی، تغییرات اعمال شده در کتاب تازه تألیف را چگونه ارزیابی می‌کنند؟
برای جمع‌آوری داده‌ها، از مصاحبه‌های بالینی نیمه‌ساختاری با ۱۹ معلم ریاضی داوطلب استفاده شد که از شروع تغییرات این کتاب، آن را تدریس می‌کنند و کتاب ریاضی ۱ قبلی را نیز تدریس کرده بودند. داده‌ها از منابع مختلف به قصد همسوسازی^۳ آن‌ها و اعتبار یافته‌ها^۴ و با استفاده از یک چارچوب برای منظم کردن محتوا، یادداشت‌های بازتابی محققان بر مصاحبه‌ها و گفت‌وگوهای چالش‌برانگیز دو نویسنده این مقاله با هم، به منظور هم‌اندیشی و جرح و تعدیل تفسیرها تا رسیدن به توافق در هر مورد، جمع‌آوری شدند.

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها نیز از اجزای تشکیل‌دهنده فصل‌ها که از متن کتاب استخراج شد، به‌عنوان چارچوب تحلیل استفاده شد که این اجزای مؤلفه‌ها شامل متن درس، تمرین در کلاس، فعالیت، مسائل، بیندیشیم، آشنایی با دانشمندان، خواندنی‌های تاریخی، مثال و کادرهای مربوط به نتیجه‌گیری است.

در اکثر کشورها، کتاب درسی به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین منابع آموزشی مورد توجه قرار گرفته است و بسیاری از دانش‌آموزان و معلمان در مدارس، برنامه تدریس و یادگیری خود را براساس کتاب‌های درسی بنا کرده‌اند. کتاب درسی به‌خصوص در کشورهایی نظیر ایران که دارای نظام آموزشی متمرکزند، به‌عنوان هماهنگ‌کننده مدارس و مناطق به‌شمار می‌آید. در چنین نظام‌های آموزشی، اهمیت کتاب هرچه بیشتر مشخص می‌شود.



فصل‌ها و اجزای کتاب	متن درس	تمرین در کلاس	فعالیت	مسائل	بیندیشیم	آشنایی با دانشمندان	خواندنی‌های تاریخی	مثال
فصل اول	13/27=0.48	12/27=0.44	3/27=0.11	5/27=0.18	1/27=0.03	3/27=0.11	2/27=0.07	17/27=0.62
	13/8=1.62	12/8=1.5	3/8=0.37	5/8=0.62	1/8=0.12	3/8=0.37	2/8=0.25	17/8=2.12
فصل دوم	12/18=0.66	7/18=0.38	0/18=0	3/18=0.16	0/18=0	0/18=0	0/18=0	33/18=1.83
	12/8=1.5	7/8=0.87	0/8=0	3/8=0.37	0/8=0	0/8=0	0/8=0	33/8=4
فصل سوم	11/22=0.50	9/22=0.40	9/22=0.40	4/22=0.18	3/22=0.13	0/22=0	1/22=0.04	17/22=0.77
	11/3=3.66	9/3=3	9/3=3	4/3=1.33	3/3=1	0/3=0	1/3=0.33	17/3=5.66
فصل چهارم	9/22=0.40	13/22=0.59	9/22=0.40	5/22=0.22	3/22=0.13	1/22=0.04	0/22=0	26/22=1.18
	9/4=1.25	13/4=3.25	9/4=2.25	5/4=1.25	3/4=0.75	1/4=0.25	0/4=0	26/4=6.25
فصل پنجم	24/41=0.58	10/41=0.24	14/41=0.34	6/41=0.14	0/41=0	0/41=0	2/41=0.04	15/41=0.36
	24/8=3	10/8=1.25	14/8=1.75	6/8=0.75	0/8=0	0/8=0	2/8=0.25	41/8=5.12
فصل ششم	7/17=0.41	4/17=0.23	4/17=0.23	1/17=0.05	0/17=0	1/17=0.05	0/17=0	0/17=0
	7/6=1.16	4/6=0.66	4/6=0.66	1/6=0.16	0/6=0	1/6=0.16	0/6=0	0/6=0
فصل هفتم	9/17=0.52	8/17=0.47	2/17=0.11	4/17=0.23	1/17=0.05	1/17=0.05	1/17=0.05	9/17=0.52
	9/7=1.28	8/7=1.14	2/7=0.28	4/7=0.57	1/7=0.14	1/7=0.14	1/7=0.14	9/7=1.28
فصل هشتم	8/12=0.66	4/12=0.33	3/12=0.25	4/12=0.33	0/12=0	1/12=0.08	1/12=0.08	15/12=1.25
	8/8=1	4/8=0.5	3/8=0.37	4/8=0.5	0/8=0	1/8=0.12	1/8=0.12	15/8=1.87
فصل نهم	8/10=0.8	4/10=0.4	2/10=0.2	2/10=0.2	0/10=0	0/10=0	0/10=0	3/10=0.3
	8/5=1.6	4/5=0.8	2/5=0.4	2/5=0.4	0/5=0	0/5=0	0/5=0	3/5=0.6

یافته‌ها

است و به نظر نمی‌رسد که از یک چارچوب مدون استفاده شده باشد. علاوه بر این، شواهد درج شده در این جدول نشان می‌دهند که هر فصل، ترکیب خودش را دارد و استنتاجی که از این واقعیت می‌شود این است که کتاب حالت تألیفی ندارد- یعنی **آلفتی بین اجزای آن دیده نمی‌شود**- بلکه بیشتر به مجموعه‌ای می‌ماند که افرادی با سلیقه‌های گوناگون و بدون هماهنگی لازم با هم آن را نوشته‌اند. برای حمایت از این استنتاج، به چند نمونه مربوط به هر جزء، بسنده می‌شود.

در این بخش، ابتدا یک تصویر کلی از تمام کتاب مبتنی بر چارچوبی که از متن کتاب استخراج شده، در قالب جدول تجمعی ۱ ارائه می‌شود تا بتوان توزیع کمی این اجزا را در تمام کتاب، ملاحظه نمود. اعداد واقع در ردیف اول هر فصل، حجم هر یک از موارد را نسبت به کل صفحات فصل و ردیف دوم، نسبت به تعداد مباحث مطرح شده در هر فصل را نشان می‌دهد. جدول (۱) تجمعی صفحه ۹ از این جدول چنین استنباط می‌شود که میزان توجه به هر جزء **تشکیل دهنده** کتاب، دارای تغییرات بسیاری

نتیجه بررسی‌های متن درس‌ها که به طور طبیعی جان‌مایه کتاب است، به تفکیک هر فصل ارائه می‌شود تا تصویر منصفانه‌تری از این کتاب به دست آید.

فصل اول: اعداد و نمادها

در این فصل، صفحه دوم با عنوان **اعداد طبیعی** شروع می‌شود- مطلبی که در دوره راهنمایی نیز ذکر شده و تقریباً، بیشتر دانش‌آموزان با این مطلب آشنا هستند و اختصاص بیشتر از ۱۰ صفحه به مبحث اعداد، نیازمند توضیح و توجیه است. چرا که طرح آن علاوه بر صرف وقت و انرژی دانش‌آموزان و دبیران، باعث به وجود آمدن حس درونی **آسان بودن ریاضی** و ایجاد این تفکر در دانش‌آموزان می‌شود که شاید ریاضی اول متوسطه، در حد ریاضی راهنمایی است. معلمان شرکت‌کننده در این تحقیق، بیان نمودند که در هنگام تدریس این قسمت، سؤالی که بسیار زیاد توسط دانش‌آموزان پرسیده می‌شود این است که «یا ریاضی اول دبیرستان، آسان است و به همین روال دنبال خواهد شد؟»

یکی دیگر از مشکلات این کتاب که در این فصل به یک نمونه اشاره می‌شود، **عدم دقت لازم و کم توجهی به مخاطب** است. به طور مثال، در قسمت مربوط به معرفی اعداد طبیعی در صفحه ۲، از **سود و زیان، وزن، مساحت، طول قد و تعداد افراد** به عنوان نمونه‌هایی از **اعداد طبیعی** نام برده شده است. در حالی که مشخص است به جز **تعداد افراد**، این مثال‌ها، می‌توانند اعداد طبیعی نباشند و مثال‌هایی که با واقعیت سازگار نیستند، می‌توانند باعث ایجاد بدفهمی در یادگیرنده‌ها شوند.

نکته تأمل‌برانگیز دیگر این فصل که در واقع پیشانی کتاب است، خوانندگی‌های طولانی و نامأنوس در مقابل توضیحات کم است. طولانی به گونه‌ای که از سه صفحه اول کتاب، تنها چهار تا پنج سطر درباره اعداد طبیعی نوشته شده، اما سه صفحه درباره تاریخچه اعداد- بدون آن که برای آن نیازی ایجاد شده باشد- بحث شده است. این در حالی است که حتی اشاره‌ای به این که اعداد طبیعی^۵ با حرف N نمایش داده می‌شوند، نشده است.

از این گذشته، بخش **اعداد حقیقی** چگونگی نشان دادن اعداد گنگ بر روی محور اعداد حقیقی اولین مطلب جدیدی است که در این کتاب معرفی شده است. ولی به نظر معلمان، توضیحات ارائه شده کافی نیستند، آن هم در مقایسه با آن همه توضیحاتی که برای اعداد طبیعی که دانش‌آموزان از قبل می‌دانستند.

هم‌چنین، یکی از اهداف ذکر شده در بخش سخنی با دانش‌آموزان و انتظاری که از آن‌ها وجود دارد، دیدن مفاهیم ریاضی در محیط اطراف و بیان آن‌ها است. ولی با عنایت به نظرات معلمان، در بخش قدرمطلق، مفهوم اصلی آن که فاصله است- خواه فاصله روی محور باشد یا فاصله بین دو شهر- به روشنی بیان نشده است و تجربه معلمان شرکت‌کننده در این مطالعه مؤید این بود که مفهوم قدرمطلق به عنوان فاصله از طریق این متن، توسط دانش‌آموزان کشف یا درک نمی‌شود.

بخشی که مربوط به قدرمطلق $|1-\sqrt{2}|$ می‌شود نیز، خلاصه گفته شده است و بلافاصله و بدون مقدمه، بیان شده که «این عبارت، عبارتی منفی است و در نتیجه در یک منفی ضرب می‌شود». این با وجودی است که قدر مطلق، یک مبحث جدید است اما تمام مطلب در یک صفحه خلاصه شده است و با توجه به حجمی که به مطالب تکراری قبلی اختصاص داده شده است، خلاصه کردن یک مطلب جدید در یک صفحه، از نظر برنامه‌ریزی، قابل توجیه نیست.

از نظر معلمان، بخش **نمادها و زبان ریاضی** نیز جزء قسمت‌های بدیهی کتاب است. مطالب این بخش به گونه‌ای است که دانش‌آموزان آن‌ها را در دوره راهنمایی دیده و یاد گرفته‌اند و دیگر جایی برای تفکر یا سؤال باقی نمی‌گذارند. مثلاً، این که $2 \times X = 2X$ است، در دوره راهنمایی و با شباهت‌سازی سیب $2 = 2 \times \text{سیب}$ ، برای دانش‌آموزان قابل پذیرش بود و در این بخش، دانش‌آموزان چیز جدیدی یاد نمی‌گیرند. چیزی که در این فصل مشهود است، **خلاصه‌نویسی درباره قسمت‌های جدید و مفصل‌نویسی درباره بخش‌های تکراری** است که باعث خستگی معلمان و سردرگمی دانش‌آموزان می‌شود و دلیل آن هم روشن نیست.

در ادامه، بخش به **فارسی روان** بنویسید نیز جزء بخش‌هایی است که به کتاب جدید اضافه شده است. بخشی که با توجه به اشارات معلمان و تجربه تدریس‌شان، بسیاری از دانش‌آموزان در فهمیدن مفهوم آن، دچار مشکل اساسی هستند و درک درستی از آن چه که شاید در این بخش مورد نظر بوده، ندارند.

به گفته معلمان، اغلب دانش‌آموزان در فارسی نوشتن عبارت $(b = 0 \text{ یا } a = 0 \rightarrow ab = 0)$ ، به نوشتن $ab = 0$ ، آن‌گاه $b = 0$ یا $a = 0$ اکتفا می‌کنند و بسیاری از آن‌ها، در تشخیص این که اگر حاصل ضرب دو عدد صفر باشد، یکی از آن‌ها حتماً صفر است، عاجزند.

فصل دوم: مجموعه‌ها

بر خلاف فصل اول که تنها ۱۳ صفحه از ۲۷ صفحه به متن درس اختصاص داشت، در فصل دوم از ۱۸ صفحه، ۱۲ صفحه آن متن درس است. این فصل، تنها فصل کتاب است که فعالیت ندارد و بخش عمده مطالب این فصل، در کتاب قبلی نیز مطرح شده و مبحث جدیدی به آن اضافه نشده است. فقط بیشتر در مورد نمودار ون سخن گفته شده و بسیاری از اثبات‌ها با نمودار ون صورت پذیرفته است. نکته‌ای که در این فصل مشهود است، حذف مجموعه مرجع و به تبع آن، حذف متمم یک مجموعه است. در واقع به نظر معلمان، با حذف این دو مطلب، یکی از راه‌های آموزش تفاضل مجموعه‌ها از بین رفته است. این در حالی است که کتاب ریاضی ۱ مورد مطالعه، کتابی عمومی است و بسیاری از دانش‌آموزان در پایه‌های بعدی، با توجه به رشته تحصیلی انتخابی خود، دیگر با مبحث مجموعه‌ها مواجه نخواهند شد و این فرصت از دست رفته، قابل برگشت نخواهد بود.

نکته قابل تأمل دیگر در بخش تساوی مجموعه‌هاست که با یک مثال به اصطلاح شهودی درباره نوع غذای خورده شده توسط علی و حسن شروع شده است. پس از آن، درباره تساوی دو مجموعه $\{۱, ۲, ۶\}$ و $\{۱, ۲, ۲, ۶, ۶, ۶\}$ ، صحبت شده است که با توجه به مجرد بودن اعداد، مساوی گرفتن دو مجموعه بالا، کاری موجه است. ولی صرف این که دو نفر غذاهای مشابهی در گذشته خورده‌اند، دلیلی بر تساوی مجموعه غذاهای خورده شده توسط آن‌ها نیست، چرا که غذا در واقعیت، مفهوم مجردی نیست و کیفیت، مقدار، طعم، و موارد بسیاری مربوط به آن، همگی نسبی، تجربی و شهودی هستند. در دهه ۱۹۷۰، فرودنتال با طرح آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، نسبت به این نوع واقعیت‌های غیر واقعی هشدار داد. پس از وی، یافته‌های پژوهشی بسیاری نشان دادند که این نوع استفاده از به اصطلاح پدیده‌های واقعی در آموزش ریاضی، باعث ایجاد بدفهمی‌های عمیق در یادگیرندگان می‌شود. در واقع، این تحقیقات نشان می‌دهند که با مطرح کردن مثال‌های این چنینی، یادگیری مفهوم مجموعه ریاضی، الزاماً اتفاق نمی‌افتد. اگرچه درست است که در زبان محاوره‌ای نیز به دسته‌ای از اشیای مشخص شده مجموعه گفته می‌شود، ولی کار اصلی مجموعه ریاضی، مجردسازی مفاهیم است که چنین مفهوم سازی، در این فصل اتفاق نیفتاده است.

ریاضیات مدرسه‌ای، ریاضیات تجسم‌یافته‌ای در بسترهای واقعی است. به اعتقاد سایمون، برای درک مفاهیم ریاضی و آموزش آن‌ها نباید دانش‌آموزان را عجولانه، وارد دنیاهای ذهنی کنیم. بلکه بهتر است این مفاهیم در ارتباط با محیط زندگی واقعی آن‌ها مطرح شوند و دانش‌آموزان در مفاهیم ریاضی، معناهایی مشخص و قابل درک پیدا کنند

به طور کلی، مثال‌های این فصل با ماهیت مجرد مجموعه، کمتر سازگاری دارند. مثال زیر که در بخش مجموعه‌های متناهی و نامتناهی صفحه ۴۵ کتاب آمده است، حامی این ادعاست:

مجموعه مورچگان کره زمین یا مجموعه اتم‌های موجود در جو متناهی هستند، اما مجموعه‌های بزرگی هستند و تعداد اعضای آن‌ها را نمی‌دانیم.

چنین مثال‌هایی غیر کاربردی و غیرواقعی‌اند. مثلاً در این نمونه، به دلیل بازه زمانی این کار و طول عمر مورچه‌ها، این کار در عالم واقعی نشدنی است. در نتیجه، علت این که کاری غیر کاربردی، غیرواقعی و برخلاف عقل سلیم دانش‌آموزان، امری قابل دسترس نشان داده شود، از نظر منطق برنامه درسی ریاضی، توجیهی مبتنی بر تحقیق یا تجربه ندارد.

مشکل اساسی این فصل، در بخش مشخص کردن مجموعه‌ها ظهور می‌کند. این قسمت اولین مطلب جبری کتاب است و برای تمام توضیحات و مثال‌های آن، تنها یک صفحه اختصاص داده شده است. در حالی که به گفته معلمان، تشخیص این موضوع و فهم آن برای دانش‌آموزان کمی مشکل است و مثال‌هایی که آمده، فقط به صورت نظری و آماده ارائه شده و عملاً، فرصتی برای فکر کردن و فهمیدن، به دانش‌آموزان نداده است.

فصل سوم: توان‌رسانی و ریشه‌گیری

این فصل، از صفحه ۵۰ کتاب شروع و در صفحه ۷۱ به پایان می‌رسد. از ۲۲ صفحه این فصل، ۱۱ صفحه به عنوان متن درسی در نظر گرفته شده است. مطالب این فصل نیز در کتاب‌های دوره راهنمایی آورده شده است و تنها برخی مطالب جدید، مانند توان‌های منفی به آن اضافه شده است. در قسمت ریشه‌گیری نیز به نظر معلمان، تعداد تمرین در کلاس‌ها و مسائل زیاد و مشابه، اغلب از حوصله دانش‌آموزان خارج است. از طرف دیگر، نماد علمی هم یکی از بخش‌های جدید کتاب است اما درباره آن بسیار خلاصه گویی شده و در راهنمای معلم (۱۳۸۸) این بخش (صفحه ۲۳)، علت چنین بیان شده است که «نماد علمی در ریاضی، کاربرد چندانی ندارد». در حالی که این موضوع - به خصوص با در دسترس بودن بالقوه ماشین حساب و سایر انواع تکنولوژی - از مباحث پر کاربرد ریاضی در زندگی واقعی است و برای چرایی چنین قضاوتی، دلیلی ارائه نشده است.

فصل چهارم: چند جمله‌ای‌ها و اتحادها

یکی از مهم‌ترین قسمت‌های ریاضی ۱، این بخش است که تنها ۲۲ صفحه از کتاب را شامل می‌شود و از این تعداد نیز، فقط ۹ صفحه مربوط به متن درس است. این اختصار، کار معلمان را دشوارتر از قبل کرده است؛ چرا که باید قسمت اتحادها و تجزیه را با گذاشتن زمان بیشتر و مثال‌های فراوان و متنوع‌تر، باز کنند.

این بخش نیز با یک مطلب ساده که همه دانش‌آموزان، از دوره راهنمایی و حتی ابتدایی با آن آشنایی دارند، یعنی تفریق و قرینه اعداد شروع و با معکوس اعداد و عبارات، تمام می‌شود و بیشتر مطالب آن تکراری است. عبارات جبری، تک جمله‌ای‌ها و جمع و تفریق و ضرب آن‌ها، در ادامه بخش مطرح شده‌اند و پس از آن، چند جمله‌ای‌ها و جمع و تفریق و ضرب آن‌ها در صفحه ۸۴ آمده است؛ ولی تقسیم آن‌ها در نیمه دوم کتاب، در فصل ۷ و در صفحه ۱۶۷ مطرح شده است. یعنی بخشی از چندجمله‌ای‌ها در نوبت اول و بخشی دیگر، در نوبت دوم سال تحصیلی تدریس می‌شود که این نوع چینش محتوا، دارای مشکلات برنامه‌ای است. البته از نظر تدریسی، نقطه قوت این فصل نسبت به کتاب قبلی این است که تدریس هر اتحاد، همراه با تجزیه آن است. یعنی پس از هر اتحادی که مطرح شده، چگونگی تجزیه کردن عبارات با استفاده از آن اتحاد نیز بیان شده است - پیشنهادی که در رابطه با کتاب ریاضی ۱ قبلی، بارها در مکتوبات معلمان و اظهارات شفاهی آن‌ها مطرح شده بود. به عقیده معلمان، تجربه نشان داده است که این روش تدریس، به دانش‌آموزان در فهمیدن بهتر مطالب این بخش کمک کرده و ارتباط تنگاتنگ این دو مبحث را به همدیگر نشان می‌دهد. در حالی که در کتاب قبلی، ابتدا اتحاد گفته می‌شد و سپس از اتمام اتحادها، روش استفاده از آن‌ها که مربوط به تجزیه بود، مطرح می‌شد که در آن صورت، یادآوری اتحادها لازم بود.

فصل پنجم: معادلات درجه اول و معادله خط

این فصل با ۴۲ صفحه، پرجمع‌ترین فصل کتاب به شمار می‌رود و ۲۴ صفحه از آن را متن درسی تشکیل می‌دهد. کار جالبی که در ورود به بحث معادلات صورت گرفته است، آوردن مثال ترازو و آشنا کردن دانش‌آموزان با این وسیله است. زیرا در این دوران، استفاده از این نوع ترازوها عملاً منسوخ شده‌اند و برای اکثر دانش‌آموزان، بیشتر در ردیف ابزار تاریخی مانند چرتکه است، اما ابزار مفیدی برای طرح مفهوم معادله است و این امر، از ارزش تمثیلی و تاریخی این نوع ترازوها نمی‌کاهد. پس از آن،

معرفی دستگاه مختصات و نحوه رسم نمودار برای ورود به بخش خط و رابطه خطی آمده که تا حدودی برای دانش‌آموزان تکراری است.

در بخش مربوط به حل مسئله شربت (ص. ۱۱۰)، جدول ارائه شده کامل نیست و این در حالی است که با توجه به آن جدول، نمودار رسم شده است. شاید منظور از طرح این سؤال، انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان بوده است، ولی مشکل اینجاست که این مسئله، به‌صورت فعالیت مطرح نشده است. بنابراین، هدف کتاب در اینجا مشخص نیست که چرا ابتدا براساس اطلاعات جدولی که ناقص است، نموداری رسم شده است، سپس پنج صفحه بعد در تمرین در کلاس صفحه ۱۱۵، از دانش‌آموزان خواسته شده تا اطلاعات جدول را کامل کنند. اگر این نوع سازماندهی محتوا از یک منطق برنامه‌ای تبعیت می‌کند، ضرورت دارد که حداقل در راهنمای معلم، درباره‌اش توضیح داده شود.

از نظر معلمان، مثال‌های مشابه و متعدد و تقریباً بدون چالش این بخش به‌ویژه شیب خط که پشت سر هم تکرار شده‌اند، این بخش را به‌طور غیرضروری طولانی کرده است. در عین حال، به گفته معلمان، کاری که در بخش خطوط موازی و عمود برهم انجام شده و به نوعی مباحث را دسته‌بندی کرده و خطوط موازی را از خطوط عمود بر هم جدا کرده است، موجب مواجهه خوب دانش‌آموزان با این قسمت شده است.

فصل ششم: نسبت‌های مثلثاتی

این فصل تنها شامل ۱۳ صفحه است و از این صفحات محدود نیز، فقط ۷ صفحه مربوط به متن درسی است. این در حالی است که مثلثات برای اولین بار، در این پایه معرفی می‌شود. علاوه بر این، قسمت کاربرد مثلثات در مثلث قائم‌الزاویه و ارتباط آن با شیب خط، جزو مطالبی است که به کتاب جدید اضافه شده است ولی بدون هیچ مثال یا سؤالی مطرح شده است.

مطلب قابل توجه دیگر در این فصل، در مورد اضلاع مثلث قائم‌الزاویه و پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه است. معلمان بیان کردند که در این فصل، به دفعات این سؤال برای دانش‌آموزان مطرح می‌شود که «چرا همیشه وتر مثلث‌های قائم‌الزاویه را ۱ در نظر می‌گیریم؟». طبیعی است که برنامه‌ریزان درسی ریاضی پاسخ‌گوی این سؤال باشند که اگر مثلثات با دایره واحد معرفی نشود، چه ضرورتی بر پافشاری نسبت به استفاده از مثلث‌های قائم‌الزاویه با وتر ۱ است؟



مفهوم ماهیت یک تعریف ریاضی

سهیلا غلام آزاد، پژوهشگر برنامه درسی و نوآوری‌های آموزشی
زهرا محتشم، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر دبیرستان‌های بوشهر
ابراهیم ریحانی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

چکیده

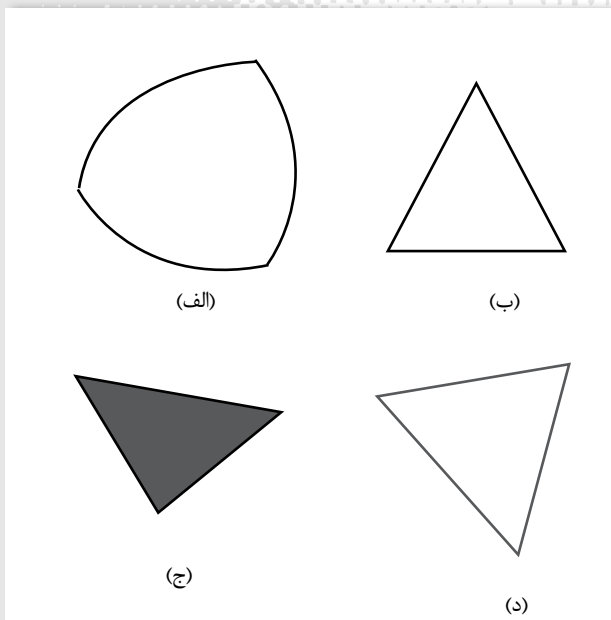
تعریف‌ها از واحدهای اساسی گفتمان ریاضی هستند و در رویکرد رسمی به ریاضیات، جایگاه ویژه‌ای دارند. مفهوم و ماهیت تعریف در ریاضی هم‌چون ویژگی‌های یک تعریف مناسب، در جامعه ریاضی موضوعی بحث‌برانگیز محسوب می‌شود. بررسی پیشینه مرتبط با تحقیقات آموزش ریاضی در این حوزه نشان می‌دهد که در چند دهه اخیر، مسئله تعریف‌ها گرچه در ریاضی و آموزش ریاضی مورد توجه بوده است، اما در ایران کمتر به‌عنوان یک حوزه پژوهشی مورد توجه واقع شده است. با توجه به اهمیت موضوع در این مقاله، مفهوم تعریف ریاضی و جنبه‌های مختلف آن بررسی شده است و از بین موضوعات وابسته به تعریف‌ها، مفهوم تعریف، سیر تاریخی تعریف در ریاضی، معیارهای یک تعریف مناسب، مثال‌ها و غیرمثال‌های یک تعریف ریاضی و رده‌بندی‌های مختلف تعریف‌های ریاضی از دیدگاه ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی، موضوعاتی هستند که در این مقاله بررسی شده‌اند.

کلیدواژه‌ها: ماهیت تعریف ریاضی، سیر تاریخی تعریف ریاضی، معیارهای یک تعریف مناسب ریاضی، مثال‌ها و غیرمثال‌های یک تعریف ریاضی، رده‌بندی‌های مختلف تعریف‌های ریاضی.

مقدمه

ورود به نظریه‌ها دانسته‌اند (ماربوتی و فزین، ۱۹۹۷). بنابراین، مفهوم تعریف در مطالعه ریاضی، به‌عنوان یک دانش نظری نیز از جایگاه مهمی برخوردار است. تعریف‌های ریاضی همراه با اصول، قضایا، اثبات‌ها، نتایج فرعی، لم‌ها و گزاره‌ها، ساختار نظری ریاضی را تشکیل می‌دهند.

اهمیت و نقش تعریف‌ها در شکل‌گیری نظریه‌ها یک مسئله اساسی است. از طریق تعریف‌ها، اشیا نظریه معرفی می‌شوند، خواص مشخص‌کننده آن‌ها بیان می‌شود و در یک زنجیره از روابط به هم مربوط و منطقی به هم وابسته می‌شوند و لذا، تعریف‌ها را نخستین دروازه



شکل ۱: مؤلفه‌های مفهوم یک تعریف ریاضی (شر و زاسلاوسکی، ۲۰۰۵)

اشیای ترسیم شده را در شکل ۱ در نظر بگیرید. بدون یک تعریف دقیق از «مثلث»، حتی نمی‌توان گفت کدامیک مثلث‌اند. معمولاً در منابع مدرسه‌ای، تنها شکل ۱- (ب) برای نمایش مثلث در نظر گرفته می‌شود. اگرچه روش‌های ریاضی در هندسه وجود دارند که طبق آن‌ها، هر یک از شکل‌های ۱- (الف) و ۱- (ب) ممکن است یک مثلث باشد^۲، اما مطابق هیچ رویکردی هر دو نمی‌توانند مثلث باشند (یوسیسیکین و همکاران، ۲۰۰۸).

انواع تعریف

تعریف کردن عموماً به دو صورت انجام می‌شود که یکی «تعریف قراردادی»^۳ و دیگری «تعریف گزارشی»^۴ (هاسپرس^۵، ۱۹۹۶) است. تعریف قراردادی هم در دو صورت اتفاق می‌افتد؛ اول هنگامی که فرد معتقد است واژه‌هایی که از پیش وجود دارند، به اندازه کافی دقیق نیستند و او معنای دقیق‌تری برای آن‌ها وضع می‌کند و بعدی، هنگامی که فرد برای انتقال معنای مورد نظر خود، واژه مناسبی نمی‌یابد. به‌عنوان مثال، عبارت «اجازه بدهید از این پس از واژه A به این معنا استفاده کنیم...»، یک تعریف قراردادی محسوب می‌شود. البته، اکثر تعریف‌ها از دسته «تعریف گزارشی» اند. این نوع تعریف گزارش می‌دهد، که واژه‌ای در بین افراد یک گروه زبانی، به چه معنایی به کار می‌رود. به عبارت

در این ساختار ریاضی، ابتدا واژه‌های اولیه (واژه‌های تعریف نشده) و جملات اولیه (اصول موضوع) داده شده‌اند، سپس هر واژه غیراولیه به‌وسیله واژه‌های اولیه و هر عبارت جدید می‌تواند از عبارت‌های اولیه و از طریق قوانین استنتاج^۱ تعریف شود (وینر، ۱۹۷۶). ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی تأکید می‌کنند که تعریف‌های ریاضی از تعریف‌های روزمره متمایزند و اغلب با عبارت‌هایی غیرمبهم، مختصر یا لازم و کافی، همراه هستند که باعث می‌شود در گفت‌وگوهای ریاضی سطح بالا، ارزش زیادی داشته باشند (مورگان^۲، ۲۰۱۰). تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده است، لزوم توجه بیشتر به تعریف‌ها، به‌ویژه در آموزش ریاضی را تأیید کرده است (زاسکیس و لیکین، ۲۰۰۸ و ۲۰۱۰؛ شر و زاسلاوسکی، ۲۰۰۱؛ زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵). با توجه به اهمیت این زمینه و نیاز آگاهی از آن، در این مقاله سعی شده است، ضمن بررسی کلی تعریف‌ها، به‌طور خاص به تعریف ریاضی از جنبه‌های مختلف پرداخته شود و ویژگی‌های آن مورد بررسی قرار گیرد.

ماهیت تعریف

تعریف عبارتی است که معنای یک اصطلاح (کلمه یا عبارت یا دسته‌ای از نمادها) یا نوع یک چیز را شرح می‌دهد. تعریف واژه به ما می‌گوید که یک چیز باید دارای چه ویژگی‌هایی (مشخصه‌هایی، کیفیاتی، خواصی) باشد تا آن واژه، بر آن اطلاق شود (هاسپرس، ۱۹۹۶).

بیشتر علوم با یک سلسله تعریف‌ها آغاز می‌شوند که اصطلاحاً، «مبادی تصور» یا «اصول موضوع» نامیده می‌شوند. به این ترتیب، دانشمندان سعی دارند پیش از ورود به مسائل هر علم، تصور روشن و مشخصی از موضوعات مورد بحث ارائه نمایند تا مبانی آن علم، دقیقاً معلوم شوند. اهمیت تعریف در انواع مجادلات به اندازه‌ای است که با روشن شدن مفاهیم کلیدی مبهم، مورد مجادله عموماً برطرف می‌شود یا حداقل، نقطه اختلاف نظرها روشن می‌شود (هاسپرس، ۱۹۹۶).

تعریف واژه‌ها، پایه‌ای تشکیل می‌دهند که خواص واژه‌ها به‌طور منطقی، از آن حاصل می‌شوند. بدون تعریف‌های غیرمبهم و دقیق، هر نتیجه ریاضی مورد سؤال قرار می‌گیرد. برای مثال، بدون تعریف دقیقی از مثلث، گزاره‌ای نظیر «مجموع اندازه زاویه‌های هر مثلث ۱۸۰ درجه است»، هم‌چنین هر اثباتی از این عبارت، اعتبار کمی خواهد داشت.

دیگر، گزارش از یک معنای موجود، «تعریف گزارشی» نامیده می‌شود. مثلاً «در بین فارسی‌زبانان واژه پدر به معنای فردی است که از او فرزندی به دنیا می‌آید»، یک تعریف گزارشی است (هاسپرس، ۱۹۹۶).

علاوه بر این‌ها، رابینسون^۸ تعریف‌ها را به دو صورت لغوی^۹ و قراردادی در نظر می‌گیرد. او می‌نویسد: «تعریف لغوی، نوعی تعریف کلمه - شیء است که به معنای کاربرد کلمه در یک موقعیت خاص است» (۱۹۵۴؛ نقل شده در ادواردز^{۱۰} و وارد^{۱۱}، ۲۰۰۴). لاندو^{۱۲} نیز همین رده‌بندی را در نظر می‌گیرد اما به جای تعریف‌های لغوی، که «بر پایه مثال‌هایی از کاربرد واقعی هستند و از یک سری از شواهد اقتباس شده‌اند»، کلمه تعریف‌های اقتباس شده^{۱۳} را به کار برده است (۲۰۰۱؛ نقل شده در ادواردز و وارد، ۲۰۰۴).

تعریف‌های قراردادی، در واقع عمل اختصاص یک شیء به یک اسم (یا یک اسم به یک شیء) است و مزیت عمده آن، بهبود مفاهیم یا ایجاد مفاهیم جدید است. از نظر لاندو، چنین تعریف‌هایی وابسته به زمینه است و به منظور «سهولت و دقت ارتباط بین کسانی که در آن زمینه خاص فعالیت می‌کنند»، ارائه می‌شوند (۲۰۰۱؛ نقل شده در ادواردز و وارد، ۲۰۰۴). به علاوه، زمانی که یک کلمه به وسیله قراردادی تعریف می‌شود، از معانی ضمنی دیگر آزاد می‌شود، یعنی مستقل از معانی دیگری که ممکن است به واسطه کاربرد در زمینه‌های دیگر کسب کرده باشد، در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال، عبارت «در فراز کردن» در زبان فارسی هم به معنی «باز کردن» و هم به معنی «یستن» در می‌باشد که بسته به کاربرد آن در شرایط متفاوت، یکی از این دو معنی استفاده می‌شود.

تعریف‌های ریاضی به عنوان تعریف‌های قراردادی در نظر گرفته می‌شوند، در حالیکه تعریف‌های روزمره، اقتباسی (گزارشی) هستند. نمونه‌هایی از تعریف‌های ریاضی در زیر آمده‌اند:

● **تعریف منفی**^۴: یک مجموعه همبند است، اگر نتواند به دو زیرمجموعه از هم جدای باز غیر تهی تجزیه شود (بوراسی^{۱۵}، ۱۹۹۱؛ نقل شده در پیم^{۱۶}، ۱۹۹۳).

● **تعریف کلامی**^{۱۷}: هم‌چنان که مقدار x افزایش می‌یابد، مقدار $y = f(x)$ نیز افزایش پیدا می‌کند (تعریف تابع صعودی).

● **تعریف نمادین**^{۱۸}: f یک تابع صعودی است، اگر برای هر $x_1, x_2 \in D$ ، $x_1 > x_2$ ، آن گاه $f(x_1) > f(x_2)$

● **تعریف اثباتی**^{۱۹}: یک مستطیل، متوازی‌الاضلاع است که طول قطرهای آن مساوی است.

سیر تاریخی تعریف

در حدود دو هزار سال است که قالب ارائه ریاضی رسمی به صورت «تعریف، قضیه، اثبات» شناخته می‌شود. کتاب اصول^{۲۰} اقلیدس در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد، این قالب ارائه مطالب را معرفی کرد که با تغییری مختصر در سبک، هنوز هم در متون رسمی ریاضی دیده می‌شود. اقلیدس همراه با ارائه این قالب برای ریاضیات رسمی، نخستین بار تعریف‌ها را نیز به شکل مدون، در کتاب اصول خود آورده است. گرچه اقلیدس توضیح خاصی درباره ساختار یا محتوای تعریف‌های ارائه شده در این کتاب نداده است، اما به نظر می‌رسد این تعریف‌ها با نظریه ارسطویی تعریف سازگار باشد. قبل از اقلیدس، ارسطو تأکید می‌کرد که تعریف یک مفهوم، باید آن را براساس مفاهیم دیگری که قبلاً شناخته شده‌اند، توصیف کند (کرانتس^{۲۱}، ۲۰۰۷). در نظریه ارسطویی تعریف (به نظر می‌رسد اولین نظریه‌ای باشد که به طور صریح به تعریف‌ها پرداخته است)، هر مفهوم به عنوان زیردسته‌ای از یک مفهوم کلی تر تعریف شده است. این مفهوم کلی تر، جنس^{۲۲} نامیده می‌شود و هر زیردسته از آن، به وسیله ویژگی‌های خاصی مشخص شده است که نوع^{۲۳} نامیده می‌شود. ارسطو تأکید داشت که زیر رده (مخصوص) هر مفهوم کلی جدا باشد، یعنی آن‌ها نمی‌توانند صفات مشترک داشته باشند و هیچ زیردسته‌ای نمی‌تواند شامل دیگری باشد. بنابراین، برای ارسطو یک مربع یک مستطیل نبود، در حالیکه از نقطه نظر مدرن، چنین نیست. بدین سبب، از دیدگاه ارسطو هر چیزی که فرد می‌خواهد درباره مستطیل‌های غیر مربع ثابت کند، باید آن را دوباره برای مربع‌ها هم انجام دهد؛ چیزی که اصلاً خوشایند نیست. در حالی که در استانداردهای مدرن، مربع‌ها، حالت خاصی از مستطیل‌ها هستند. بنابراین، قضیه‌هایی که درباره مستطیل‌هاست، برای مربع‌ها نیز به کار می‌رود (بانت^{۲۴}، جونز^{۲۵} و بدینت^{۲۶}، ۱۹۸۸؛ نقل شده در جیمسون^{۲۷}، ۱۹۹۹). سبک تعریف ارسطو به وسیله جنس و نوع، تعیین اشیای خاصی است که کلمه معنی می‌دهد. در واقع، رده بزرگ‌تری که کلمه درون آن قرار دارد در نظر گرفته می‌شود و سعی می‌شود چیزی که آن شی را از بقیه اشیای آن رده متمایز می‌کند، پیدا شود. می‌توان

ویژگی‌های تعریف ریاضی ممکن است ضروری یا انتخابی باشند. سلسله مراتبی بودن، وجود، هم‌ارزی و مبتنی بر اصل موضوع بودن، ویژگی‌های ضروری تعریف و اختصار، زیبایی و تناقض‌ناپی، ویژگی‌های اختیاری تعریف هستند (شر و زاسلاوسکی، ۲۰۰۵).

ضرورت‌ها و زیبایی یک تعریف

یک تعریف، شبیه الماس وجه‌های زیادی دارد که بعضی از جنبه‌های رسمی آن را بیان می‌کنیم. تعدادی از معیارهایی که ما از یک تعریف انتظار داریم، ضروری هستند. آن‌ها بخش‌های اساسی یک نظام قیاسی بوده و از نظر منطقی ضروری هستند. این معیارها یا ویژگی‌ها، شامل موارد زیر است (فن‌دورمولن^{۲۹} و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳):

* معیار سلسله مراتبی^{۳۰}

* معیار وجود^{۳۱}

* معیار هم‌ارزی^{۳۲}

* معیار مبتنی بر اصل موضوع بودن^{۳۳}

معیارهای دیگر از نقطه‌نظر منطقی ضروری نیستند، اما بخشی از یک فرهنگ کلی هستند. به‌عنوان مثال، معیاری که طبق آن، تنها خواص ضروری برای تشکیل مفهوم در تعریف آن ذکر می‌شود، اختصار^{۳۴} (بهینگی) نامیده می‌شود. معیار دیگر زمانی ظاهر می‌شود که مؤلف کتابی می‌خواهد بین دو تعریف، یکی را انتخاب کند که اگرچه هم‌ارزند، اما یکی بهتر به نظر می‌رسد؛ مثلاً به کلمات یا نمادهای کمتری نیاز دارد یا مفاهیم اساسی کلی‌تری از تعریف جدید حاصل شده است که این معیار، ظرافت یا زیبایی^{۳۵} نامیده می‌شود. علاوه بر این، معیار دیگری که گاهی اوقات ضرورت دارد و گاهی اوقات یک زیبایی است، تناقض‌ناپی^{۳۶} نامیده می‌شود (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳).

معیار سلسله مراتبی

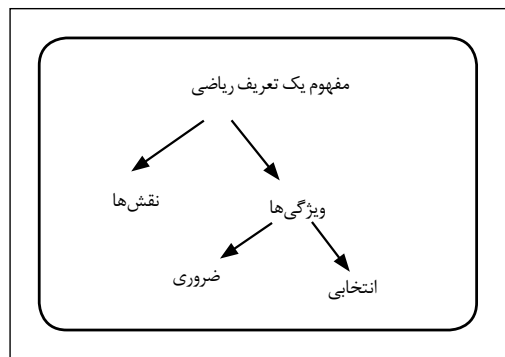
ارسطو برای تعریف یک مفهوم، معیارهایی ارائه کرده است که یکی از آن‌ها، توصیف ساختار یک مفهوم است. مطابق این معیار، هر مفهوم جدید باید به‌عنوان یک حالت خاص از یک مفهوم کلی‌تر توصیف شود و یک یا چند ویژگی برای توصیف این حالت خاص به کار برده شود. برای مثال، در «یک زاویه قائمه، زاویه‌ای است که پایه‌های آن بر هم عمودند»، مفهوم

گفت برای ارسطو، یک تعریف یک گفتمان براساس قوانین خاص (درباره زبان، قوانین نحوی و معنایی) بود (اووریر^{۳۸}، ۲۰۰۲). برای مثال، در تعریف «یک مستطیل یک چهارضلعی است که هر چهار زاویه آن قائمه هستند»، به‌عنوان یک تعریف مناسب از این دیدگاه، کلمه‌ای که زیر آن خط کشیده شده است، جنس (مفهوم کلی) است. در مورد مستطیل، جنس (مفهوم کلی) رده‌بندی چهارضلعی‌هاست و نوع (خاصیت ویژه) اینکه همه زاویه‌ها قائمه باشند. از سوی دیگر، در تعریف «یک مستطیل یک چهارضلعی با زاویه‌های قائمه است» که تعریف نامناسبی از این دیدگاه محسوب می‌شود، ابهام وجود دارد که به‌عنوان مثال، می‌توان به این‌ها اشاره نمود: «این چهارضلعی چند زاویه قائمه دارد؟» «آیا همه زاویه‌ها قائمه‌اند؟» (تعداد زیادی چهارضلعی با زاویه‌های قائمه وجود دارند که مستطیل نیستند).

برای تشریح اهمیت مفهوم کلی (جنس)، کافی است توجه کنیم که یکی از بزرگ‌ترین مشکلات تجربه دانش‌آموزان با مفاهیم جدید این است که آن‌ها، درک دقیقی از مفهوم کلی وابسته به مفهوم ندارند. تعریف غیرقابل قبول بالا (تعریف دوم) روی هم‌رفته، این موضوع را با صرف‌نظر کردن از مفهوم کلی دور زده است. جیمسون (۱۹۹۹) به‌عنوان مثال، بیان می‌کند که نمی‌توان گفت این نقاط موازی هستند، تابع $f(x)=3x+1$ موازی است، یا ۳۵ یک عدد موازی است.

نقش‌ها و ویژگی‌های تعریف

تعریف‌ها اساساً در ریاضی و آموزش ریاضی، همیشه مورد توجه بوده‌اند. به‌طور کلی، می‌توان گفت که مفهوم تعریف ریاضی، شامل نقش‌ها و ویژگی‌ها می‌شود (شکل ۱). رده‌بندی اشیای ریاضی، مفید بودن تعریف برای اثبات و حل مسئله و ابزاری برای درک معنی مفاهیم ریاضی، از جمله نقش‌های اصلی است، که به تعریف‌ها نسبت داده می‌شود.



معیار هم‌ارزی

معیار سوم (به‌طور واضح از سوی ارسطو عرضه نشده بود) یعنی زمانی که شخص بیش از یک صورت‌بندی (جمله‌بندی) برای یک مفهوم ارائه می‌دهد، باید ثابت کند آن‌ها هم‌ارزند. برای هر مفهوم ریاضی، گزاره‌های متنوعی وجود دارد که شرایط لازم، یعنی خواص مفهوم یا شرایط کافی یعنی مشخصات یک مفهوم را تشکیل می‌دهد. تعدادی از گزاره‌ها، شرایط لازم و کافی را برآورده می‌کنند و بنابراین، مفهوم را تعریف می‌کنند. هم‌چنین، با بررسی اتصال‌های منطقی بین گزاره‌های وابسته به یک مفهوم، یک رده هم‌ارزی از گزاره‌های تعریفی ممکن است ایجاد شود و هر گزاره‌ای که به این کلاس متعلق باشد ممکن است به دلخواه به‌عنوان تعریف انتخاب شود. در این حالت، عبارت‌های دیگر، به قضایایی تبدیل می‌شوند که شرایط لازم و کافی را برای مفهوم شکل می‌دهند. (وینیکی - لندمان^{۳۹} و لیکین^{۴۰}، ۲۰۰۰). برای مثال، صورت‌بندی‌های زیر را در نظر بگیرید:

- یک متوازی‌الاضلاع، یک چهارضلعی است که اضلاع مقابل آن موازیند.
- یک متوازی‌الاضلاع، یک چهارضلعی است که اضلاع مقابلش مساویند.
- یک متوازی‌الاضلاع، یک چهارضلعی است که هر جفت از اضلاع مقابل آن، مساوی و موازیند.
- یک متوازی‌الاضلاع، یک چهارضلعی است که نسبت به یک نقطه، متقارن است.

شخص می‌تواند هر یک از این صورت‌بندی‌ها را به‌عنوان تعریف یک متوازی‌الاضلاع انتخاب کند. در این صورت، هر یک از صورت‌بندی‌های دیگر، قضیه‌ای است که باید ثابت شود (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳). اینکه کدام تعریف در بین یک تعداد از تعریف‌ها هم‌ارز انتخاب شود، براساس سلیقه یا سهولت صورت می‌گیرد. هم‌چنین، می‌تواند به زمینه وابسته باشد. به هر حال، تصور این‌که در ریاضی هم آزادی انتخاب وجود دارد، احتمالاً برای تعداد زیادی از دانش‌آموزان غیرمنتظره خواهد بود. آزادی انتخاب، اغلب به‌عنوان دلخواه بودن تعریف‌ها دیده شده است. برای مثال، فرد می‌تواند دوزنقه را به‌عنوان یک چهارضلعی تعریف کند که حداقل، یک جفت از اضلاع مقابل آن موازی‌اند. از طرف دیگر، او می‌تواند دوزنقه را یک چهارضلعی تعریف کند که دقیقاً

کلی زاویه و ویژگی خاص عمود بودن پایه‌ها را نشان می‌دهد. این روش تعریف برای یک مفهوم جدید، پیامدهای منطقی مهمی دارد؛ مثلاً شخص ممکن است تنها مفهوم کلی و ویژگی‌های یک تعریف را به کار برد که اگر از قبل معلوم شده باشند، این ممکن است یک شرط ابتدایی به‌نظر برسد. اما در عمل، گاهی اوقات زمانی که می‌خواهیم به‌طور شهودی یک مفهوم معین را توضیح دهیم، مشکلاتی وجود دارد. برای مثال، تعریف تابع متناوب به‌صورت «یک تابع متناوب تابعی است برای پدیده‌های معینی که تکرار می‌شوند»، از نظر ارسطوییان یک تعریف خوب نیست، به‌دلیل اینکه «یک پدیده معین، خوب تعریف نشده است». هم‌چنین، تکراری بودن^{۳۷} معرف مفهوم تناوب نیست، البته تا وقتی با مثال‌هایی همراه است که دانش‌آموزان به آسانی می‌توانند مفهوم را درک کنند، از نظر آموزشی قابل قبول است (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳).

معیار وجود

تعریف بیان می‌کند که یک مفهوم چیست، اما معمولاً نمی‌گوید آیا یک نمونه از چنین مفهومی درون دستگاه موردنظر وجود دارد یا خیر. به این دلیل، ارسطو به‌عنوان معیار دوم نیاز داشت که ثابت کند حداقل یک نمونه از مفهوم تعریف شده جدید وجود دارد. معیار وجود می‌تواند دلیلی باشد برای اینکه چرا اقلیدس واژه «ترسیم»^{۳۸} را به‌کار می‌برد. برای مثال، قضیه اول در کتاب‌های اقلیدس، نحوه ترسیم یک مثلث متساوی‌الساقین بود و با وجودی که این مفهوم را قبلاً تعریف کرده بود، می‌توان چنین استنباط کرد که در واقع، ارسطو می‌خواست با این کار، وجودش را ثابت کند.

پیامد این معیار، هم از نظر منطقی و هم از نقطه‌نظر پداگوژیک، یعنی بعد از اینکه مفهوم خوب تعریف شد، شخص باید بتواند یک مثال ارائه دهد. اگر معلم بعد از ارائه تعریف به‌طور رسمی، یک مثال شهودی از مفهوم ارائه کند، توانسته است زمینه را برای پذیرش و درک مطلوب تعریف مفهوم فراهم کند (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳). برای نمونه، معلم بعد از تعریف یک تابع پیوسته، می‌تواند نمودار یک تابع پیوسته ساده مانند $y=x$ را رسم کند و پیوستگی تابع را نموداری بدون بریدگی تعبیر کند.

هستند که وجود خود را ثابت می‌کنند، مانند این که «حداقل سه نقطه وجود دارد که روی یک خط قرار ندارند» (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳).

اهمیت و نقش تعریف‌ها در شکل‌گیری نظریه‌ها یک مسئله اساسی است. از طریق تعریف‌ها، اشیا نظریه معرفی می‌شوند، خواص مشخص‌کننده آن‌ها بیان می‌شود و در یک زنجیره از روابط به هم مربوط و منطقی به هم وابسته می‌شوند و لذا، تعریف‌ها را نخستین دروازه ورود به نظریه‌ها دانسته‌اند (ماربوتی و فزبین، ۱۹۹۷). بنابراین، مفهوم تعریف در مطالعه ریاضی، به عنوان یک دانش نظری نیز از جایگاه مهمی برخوردار است

معیار اختصار^{۴۲}

این معیار، یادآوری می‌کند که خواصی از مفهوم که برای وجود آن لازمند، باید در تعریف آورده شود. مطابق این معیار، توصیف زیر، تعریف خوبی در هندسه اقلیدسی به حساب نمی‌آید:

● مستطیل یک چهارضلعی با چهار زاویه قائمه است. در هندسه اقلیدسی، می‌توانیم ثابت کنیم که مجموع چهار زاویه از چهارضلعی، ۳۶۰ درجه است. بنابراین، کافی است برای تعریف مستطیل بگوییم:

● مستطیل یک چهارضلعی با سه زاویه قائمه است. تعریف اول به عنوان «توصیف چهار - زاویه‌ای» و تعریف دوم «توصیف سه - زاویه‌ای» در نظر گرفته می‌شود (زیرا در هندسه اقلیدسی، اگر یک چهار ضلعی، سه زاویه قائمه داشته باشد، می‌توان ثابت کرد که زاویه چهارم نیز قائمه است). در نگاه اول به نظر می‌رسد معیار اختصار، بیش از آن که مربوط به ماهیت منطقی تعریف باشد، وابسته به ماهیت فلسفی یا زیبایی‌شناسی^{۴۳} آن است. در واقع، توصیف یک مستطیل به عنوان یک چهارضلعی با چهار زاویه قائمه، به یک تناقض منجر نمی‌شود و ممکن است از دیدگاه پداگوژیک، مزایایی داشته باشد. البته، اغلب اوقات که یک مفهوم تعریف می‌شود، ممکن نیست که دانش کافی برای تعیین کوتاه‌ترین شکل آن تعریف هم وجود داشته باشد. بنابراین، گاهی اصرار برای برقراری این معیار، می‌تواند مانع توسعه بعضی از مفاهیم یا قضایا شود. اما در هر صورت، دلایل خوبی برای پذیرش این معیار وجود دارد. طبق معیار وجود، بناکردن

یک جفت ضلع مقابل موازی دارد. با انتخاب تعریف اول، یک متوازی‌الاضلاع نیز یک دوزنقه است؛ در حالیکه طبق تعریف دوم، متوازی‌الاضلاع نمی‌تواند دوزنقه باشد (ویتر، ۱۹۹۴). در نتیجه، این آزادی بدون قید و شرط نیست و به منظور داشتن آزادی برای انتخاب تعریف یک مفهوم، شخص باید مطمئن باشد که همه گزینه‌ها هم‌ارزند. علاوه بر این، شخص بسته به شرایط مختلف، برای انتخاب بین دو تعریف که حتی هم‌ارز هم نیستند، آزاد است^{۴۱}. در عین حال، پیامدهای هر انتخاب باید به دقت بررسی شود (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳). یک مفهوم می‌تواند تعریف‌هایی داشته باشد که کاملاً متفاوت به نظر برسند و ممکن است اثبات اینکه آن‌ها یک مفهوم را توصیف می‌کنند، مشکل باشد. به عنوان مثال، اثبات هم‌ارزی تعریف‌های هم‌ارز یک دایره در هندسه اقلیدسی، هندسه تحلیلی و جبر، پیچیده به نظر می‌رسد (لیکین و زاسکیس، ۲۰۱۰).

معیار مبتنی بر اصل موضوع بودن

این معیار نشان می‌دهد که یک تعریف مناسب انجام شده و بخشی از یک دستگاه قیاسی / استنتاجی است. به این معنی که همه مفاهیم به کار رفته در تعریف، به نوبت دوباره درون همان دستگاه قیاسی تعریف شده باشند (مانند مثال متوازی‌الاضلاع در بخش معیار هم‌ارزی). یک تعریف صریح، بیان می‌کند که یک مفهوم چیست، نظیر این که «یک تابع متناوب... است». هم‌چنین، چون تعریف با کاربرد یک مفهوم کلی‌تر انجام می‌شود - مانند چهارضلعی‌ها (برای یک متوازی‌الاضلاع) و تابع (برای یک تابع متناوب) - این مفاهیم کلی‌تر هم باید براساس مفاهیم کلی‌تری تعریف شوند، در حالی که ادامه این روند، تا بی‌نهایت ممکن نیست و در یک نقطه معین، فرد به مفاهیمی می‌رسد که نمی‌توانند با مفاهیم کلی‌تری تعریف شوند. به عبارت دیگر، تعدادی از مفاهیم نمی‌توانند منطبق بر معیار ارسطوییان تعریف شوند. ارسطو این را می‌دانست و اصول را نوشت، گاهی هم به‌طور ضمنی، تعریف چنین مفاهیمی را بدیهی فرض کرد که در هندسه، مفاهیمی مانند نقطه، خط و صفحه، از این دسته‌اند. این مفاهیم به‌طور ضمنی، برحسب اصول و به‌وسیله روابط این اصول با یکدیگر، تعریف شده‌اند، مانند این که «یک و فقط یک خط از دو نقطه می‌گذرد» و «روی هر خط حداقل دو نقطه وجود دارد». از این گذشته، اصولی

مفهوم جدیدی که وجود دارد، ضروری است. پس لازم است شخص تعریف‌های جدید را بررسی کند. یعنی با پذیرش معیار اختصار، شخص باید توصیف کوتاه‌تری را به‌عنوان تعریف در نظر بگیرد و در عین حال، توصیف غیرمختصر را رد کند. در نتیجه، از یک نقطه‌نظر رسمی، یک توصیف غیرمختصر که شامل ویژگی‌هایی بیشتر و غیرضروری است، به‌عنوان یک تعریف در نظر گرفته نمی‌شود. در واقع شامل یک تعریف و حداقل یک قضیه است. اگر بخواهیم تعریف تنها اطلاعات ضروری درباره مفهوم مورد نظر را دربر داشته باشد، باید معیار اختصار را بپذیریم. از سوی دیگر، صرف نظر کردن از این معیار، ممکن است مزایای پداگوژیکی زیادی داشته باشد. مثلاً، برای کسب یک تصویر ذهنی قوی و کامل از مفهوم جدید، شروع با توصیفی که معیار اختصار را برآورده نمی‌کند، می‌تواند سودمند باشد. برای مثال، انتظار می‌رود که دانش‌آموزان، مفهوم مستطیل را زمانی که به‌جای توصیف سه - زاویه‌ای، با توصیف چهار - زاویه‌ای به‌کار می‌برند، آن را بهتر درک کنند (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳). علاوه بر این، هرشکوویتز (۱۹۹۰)، وینر (۱۹۹۱)، وینیکی - لندمان و لیکین (۲۰۰۰) نیز ادعا کردند که اختصار، یک ویژگی ضروری برای تعریف است. این در حالی است که دی‌ویلیبیرز (۱۹۹۸)، پیم (۱۹۹۳) و فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، (۲۰۰۳)، بر نقش زمینه در مقابل معیار اختصار تأکید کردند و تا اندازه‌ای، بعضی از تعریف‌های طولانی را پذیرفتند. موضوع اختصار در کل، به بحث‌ها و مذاکراتی درباره ضرورت منجر می‌شود، این بحث‌ها با این توافق تمام می‌شود که گرچه ممکن است حالت‌هایی وجود داشته باشد که تعریف مختصر اولویت داشته باشد، ولی اختصار یک ویژگی ضروری تعریف ریاضی نیست. تنش بین انسجام و مفید بودن، در بحث درباره نیاز تعریف برای مختصر بودن تجلی می‌یابد. برای مثال، در بیشتر موارد تعریف‌های مختصر برای اثبات مفیدتر هستند، گرچه اغلب، اختصار قربانی افزایش انسجام یک تعریف می‌شود (زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵).

معیار زیبایی

گاهی اوقات، نویسندگان متن کتابی می‌خواهد از بین دو تعریف که هم‌ارزند، یکی را انتخاب کند. اما یکی خوب‌تر به نظر می‌رسد، به کلمات یا نمادهای کمتری نیاز دارد یا مفاهیم اساسی کلی‌تری در آن به کار رفته

است که از مفهومی که به تازگی تعریف شده حاصل شده است. به مثال فن‌دورمولن و زاسلاوسکی (۲۰۰۳) در این باره توجه کنید:

تعریف ۱: فاصله بین دو جسم (چیز)، طول کوتاه‌ترین پاره‌خطی است که هر یک از نقاط انتهایی آن، روی یکی از دو شی (جسم) قرار گرفته است.

تعریف ۲: فرض کنید دو جسم در دستگاه مختصات دکارتی با $F(x,y,z)=0$ و $G(x,y,z)=0$ داده شده است. کوتاه‌ترین فاصله بین دو جسم وقتی که $F(x_F,y_F,z_F)=0$ و $G(x_G,y_G,z_G)=0$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sqrt{(x_F - x_G)^2 + (y_F - y_G)^2 + (z_F - z_G)^2}$$

احتمالاً، بسیاری از نویسندگان، تعریف ۱ را به‌عنوان تعریف زیباتر انتخاب می‌کنند، زیرا نه تنها از نظر متنی کوتاه‌تر است، بلکه کلی است، به‌طوری که به دستگاه مختصات دو بعدی و حتی به تعریف اقلیدسی طول نیز محدود نشده است و مفهوم فاصله را کاملاً رسانده است. نکته دیگر درباره تعریف ۱، این است که دقیقاً می‌گوید که فاصله بین دو شی چگونه محاسبه می‌شود. بنابراین، می‌توانیم این تعریف را برای دستگاه مختصات دکارتی سه بعدی نیز به کار ببریم (زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵).

هم‌چنین، به‌عنوان مثالی دیگر، به گفته وینر (۱۹۹۱)، برای بسیاری از ریاضی‌دان‌ها، تعریف قدرمطلق به صورت $|x| = \sqrt{x^2}$ ، زیباتر از تعریف دیگر آن به صورت زیر است:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

معیار زیبایی، عینی‌تر از همه معیارهایی است که مورد بحث قرار گرفتند و به شدت به ارزش‌های شخصی وابسته است. زیبایی موضوعی نیست که فقط در انتخاب تعریف‌ها مطرح شود، بلکه می‌توان درباره یک اثبات یا قضیه زیبا صحبت کرد.

معیار تناقض‌نمایی

نتیجه یک تعریف، گاهی اوقات نمونه‌هایی است که با تصور شهودی ما از مفهوم سازگار نیست. چنین نمونه‌هایی تناقض‌نما نامیده می‌شود. سه مثال زیر، ماهیت و نقش این معیار را تشریح می‌کند (فن‌دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳):

مثالی از هندسه تحلیلی:

یک مقطع مخروطی، یک منحنی با معادله $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ با شرط $A^2+B^2+C^2 \neq 0$ است.

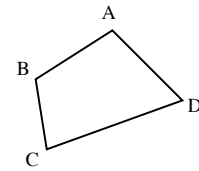
این شرط برای اطمینان از این که حداقل یکی از ضرایب A, B, C غیر صفر است و بنابراین، معادله واقعاً از درجه ۲ باشد، قید می‌شود. در غیر این صورت، خطی با معادله $x=0$ می‌توانست یک مقطع مخروطی نامیده شود. حتی گزاره نادرست $1=0$ می‌تواند یک مقطع مخروطی نامیده شود. با قید این شرط روی ضرایب، از این نوع تناقض‌نماها دوری می‌شود. به هر حال مطابق با این شرط، منحنی‌های شبیه $x^2+y^2=0$ (دایره‌ای با شعاع صفر)، $xy=0$ (دو خط متقاطع)، $x^2-1=0$ (دو خط موازی) و حتی $x^2+y^2+1=0$ مقطع مخروطی محسوب می‌شوند. هر چند می‌توان این نمونه‌ها را به عنوان تناقض‌نماها در نظر گرفت، اما این کار باعث توسعه نظریه سازگار مقاطع مخروطی به مجموعه‌ای بزرگ‌تر نمی‌شود، برعکس ممکن است باعث شکل‌گیری تعداد زیادی قضیه پیچیده‌تر برای مقاطع مخروطی شود.

بیشتر علوم با یک سلسله تعریف‌ها آغاز می‌شوند که اصطلاحاً، «مبادی تصور» یا «اصول موضوعه» نامیده می‌شوند. به این ترتیب، دانشمندان سعی دارند پیش از ورود به مسائل هر علم، تصور روشن و مشخصی از موضوعات مورد بحث ارائه نمایند تا مبانی آن علم، دقیقاً معلوم شوند. اهمیت تعریف در انواع مجادلات به اندازه‌ای است که با روشن شدن مفاهیم کلیدی مبهم، مورد مجادله عموماً برطرف می‌شود یا حداقل، نقطه اختلاف نظر‌ها روشن می‌شود

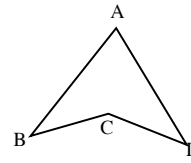
مثال‌ها و غیرمثال‌های یک تعریف ریاضی

اگر ساختار منطقی تعریف یک مفهوم را مجموعه‌ای از شرایط لازم و کافی برای مفهوم بدانیم، می‌توان گفت، غیرمثال‌های 4 یک تعریف ریاضی، یکی از شرایط لازم یا کافی را ندارند و بیشتر، مثال‌های خاص مفهوم را نشان می‌دهند (زاسکیس و لیکین، ۲۰۰۸). بر این اساس، یک مثال از تعریف مربع می‌تواند چنین باشد (زاسکیس و لیکین، ۲۰۰۸):

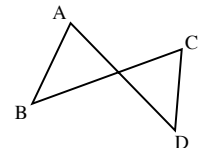
● مستطیلی که همه اضلاع آن مساوی‌اند.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل: ۲-۳: چهارضلعی‌های محدب (فن دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳)

مثالی از هندسه:

یک چهارضلعی محدب، مجموعه نقاطی است که از چهار نقطه A, B, C, D که هیچ سه نقطه‌ای هم‌خط نیستند و چهارپاره خط AB, BC, DC, AD تشکیل شده است.

این تعریف، سه نوع از چهارضلعی‌ها را مشخص می‌کند. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، احساس می‌شود که (ج) به این گروه متعلق نیست. حال ممکن است شخص آن را به عنوان تناقض‌نما با تصور شهودی مفهوم تعریف شده موجود بپذیرد یا می‌تواند تعریف را طوری گسترش دهد که این نوع از چهارضلعی‌ها را شامل شود که یک موضوع سلیقه‌ای محسوب می‌شود (فن دورمولن و زاسلاوسکی، ۲۰۰۳).

مثالی از جبر:

معادله درجه دوم، معادله‌ای به شکل $ax^2+bx+c=0$ با شرط $a \neq 0$ است.

این یک تعریف معمولی از معادله درجه دوم در ریاضیات مدرسه‌ای است که در آن، حالتی که $a=0$ است، به عنوان یک مثال نقض غیرقابل قبول در نظر گرفته شده است. در واقع، بعضی از قضایا از جمله قضیه‌ای که طبق آن برای حالتی که $b^2-4ac > 0$ برای یک معادله درجه ۲، دو جواب مختلف دارد، ممکن است برای $a=0$ درست نباشد. این در حالی است که برای معادلات خطی به شکل $ax+b=0$ ، تناقض‌نمای حالت $a=0$ (حداقل در چند برنامه درسی)، با در نظر گرفتن این که $x+b=0$ یک معادله خطی است که اگر $b \neq 0$ باشد، جواب ندارد و اگر $b=0$ باشد، تعداد نامتناهی جواب دارد، قابل قبول است. به نظر می‌رسد چون چنین معادله خطی با این قضایا مشکلی ندارد، به عنوان یک تناقض‌نما مطرح نمی‌شود.

یک غیرمثال هم از تعریف مربع، می‌تواند به یکی از صورت‌های زیر باشد (زاسکیس و لیکین، ۲۰۰۸):

● شکلی که دارای چهار ضلع با طول مساوی است (شرایط لازم را دارد ولی دارای شرایط کافی نیست).

● یک مربع چهار رأس دارد که در (x, y) ، $(x+1, y)$ ، $(x, y+1)$ و $(x+1, y+1)$ قرار دارند (شرایط کافی را دارد، ولی شرایط لازم را ندارد).

● دو خط عمودی موازی که بر دو خط افقی موازی عمود می‌شوند (شرایط لازم و کافی را ندارد).

● هم‌چنین، یک غیرمثال از تعریف ریاضی می‌تواند گزاره‌ای باشد که با تعریف پذیرفته شده معمول، هم‌ارز نباشد (زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵). مثلاً، یک تعریف معمول برای تابع صعودی چنین است (زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵):

● تابع f با دامنه D صعودی است، اگر برای هر $x_p, x_q \in D$ ، $x_p > x_q$ ، آن‌گاه $f(x_p) > f(x_q)$

● نسبت به این تعریف، می‌تواند یک غیرمثال از تابع صعودی به‌صورت زیر باشد (زاسلاوسکی و شر، ۲۰۰۵):

● تابع f با دامنه D صعودی است، اگر برای هر $x \in D$ ، $f(x)' > 0$.

در حدود دو هزار سال است که قالب ارائه ریاضی رسمی به‌صورت «تعریف، قضیه، اثبات» شناخته می‌شود. کتاب اصول^{۲۰} اقلیدس در حدود ۳۰۰ سال قبل از میلاد، این قالب ارائه مطالب را معرفی کرد که با تغییری مختصر در سبک، هنوز هم در متون رسمی ریاضی دیده می‌شود. اقلیدس همراه با ارائه این قالب برای ریاضیات رسمی، نخستین بار تعریف‌ها را نیز به شکل مدون، در کتاب اصول خود آورده است

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، جنبه‌های مختلف یک تعریف ریاضی توصیف و تشریح شد. تعریف یک مفهوم، یکی از عناصر اصلی است که مستقل از روش ارائه مفهوم، در درک مطلوب آن مفهوم، نقش به‌سزایی دارد و در واقع، می‌توان گفت که تعریف است که به مفهوم هویت می‌بخشد و چپستی آن را مشخص می‌کند.

از طرفی، با توجه به مطالبی که گفته شد، می‌توان ادعا کرد که مفاهیم ریاضی و تعریف‌ها، قطعی نیستند و در واقع، به زمینه‌ای که در آن تفسیر می‌شوند (به‌کار می‌روند)، بستگی دارند. هم‌چنین، از بین ویژگی‌های یک تعریف ریاضی، ویژگی امکان انتخاب، مجموعه قضایا

و اثبات‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. انتخاب تعریف در آموزش ریاضی، علاوه بر ملاحظات ریاضی، به ملاحظات پداگوژیکی نیز وابسته است. از مهم‌ترین ویژگی‌های پداگوژیکی می‌توان به رویکرد برنامه درسی و دنباله یادگیری که مشخص می‌کند چه مفاهیمی را لازم است که یادگیرنده قبلاً یاد گرفته باشد (مثلاً دنباله یادگیری در رویکرد برنامه درسی معادله-محور^{۴۵} با دنباله یادگیری در رویکرد برنامه درسی با محوریت تابع^{۴۶} متفاوت است)، اشاره کرد. علاوه بر این‌ها، هنوز بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان نمی‌دانند که برای یک مفهوم ریاضی، می‌توان تعریفی انتخاب کرد و کسانی هم که می‌دانند، ممکن است ندانند که چگونه و با چه معیاری باید درباره تعریف بهتر، تصمیم‌گیری کرد. نهایتاً، به ندرت امکان انتخاب تعریف برای مفاهیم مختلف ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرد و در نتیجه، تعداد زیادی از دانش‌آموزان نقش تعریف‌ها را در ریاضی نادیده می‌گیرند یا آن را درک نمی‌کنند (یوسیسکین و همکاران، ۲۰۰۸).

بنابراین، به‌نظر می‌رسد اهداف هر برنامه درسی ریاضی که شامل برنامه‌هایی جهت ایجاد فرصت‌های مناسب برای درک تعریف‌های مفاهیم ریاضی و نقش آن‌ها در یادگیری ریاضی نباشد، به‌طور کامل محقق نخواهد شد.

پی‌نوشت

۱. وسیله‌ای که عبارت‌های جدید از عبارت‌های اولیه ثابت می‌شوند، یک بخش از نظریه قیاسی/استنتاجی است که به عنوان قوانین استنتاج دانسته می‌شود.

2. Morgan

۳. شکل ۲- (الف) ممکن است یک مثلث را روی سطح کره در هندسه کروی نمایش دهد. شکل ۲- (ج) یک ناحیه مثلثی نامیده می‌شود و اغلب هنگام صحبت از «مساحت مثلث»، درباره آن فکر می‌کنیم. شکل ۲- (د) می‌تواند مثلثی را در هندسه متناهی نمایش دهد.

4. Usiskin

5. Stipulative

6. Reported

7. Hospers

8. Robinson

9. Lexical

10. Edwards

11. Ward

12. Lando

13. Extracted

۱۴. منظور از Negative Definition تعریفی است که بر اساس یک یا چند ویژگی است که آن مفهوم، آن ویژگی‌ها را ندارد.

15. Borasi

16. Pimm

5. Heinze, A. (2002). Because a square not a rectangle: Students' knowledge of simple geometrical concepts when starting to learn proof: Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
6. Jamison, R, E(1999). Learning the language of mathematics. The Fourth Writing Across the Curriculum conference. Cornell.
7. Leikin, R., & Zaskis, R (2010). On the content -dependence of prospective teachers knowledge: A case of exemplifying definition. International Journal of Mathematical Education in science and Technology. 41:4, 451-466.
8. Leikin, R., & Winicky-Landman, G. (2001). Defining as a vehicle for professional development of secondary school mathematics teachers. Mathematics Teacher Education and Development. 3, 62-73.
9. Morgan, C. (2010). Word, definitions and concepts in discourses of mathematics, teaching and learning. Language and Education, 19: 2, 102-116.
10. Mariotti, M. A., & Fischbein, E. (1997). Defining in Classroom Activities. Educational Studies in Mathematics, 34(3), 219-248.
11. Ouvrier-Buffet, C. (2002). An activity for constructing a definition. In A.D Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 4, 25-32. University of East Anglia, UK.
12. Pimm, D.(1993). Just a matter of definition. Educational Studies in Mathematics, 25, 261-277.
13. Shir, K., & Zaslavsky, O. (2001). What constitute a (good) definition? The case of a square: Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education
14. Usiskin, Z.; Griffin, J.; Witonsky, D.; & Willmore, E. (2008). The classification of quadrilaterals: A study in definition. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
15. Van Dormolen, J., & Zaslavsky, O. (2003). The many facets of a definition: The case of periodicity. Journal of Mathematical Behavior. 22(1), 91-106.
16. Vinner, S. (1976). The naive concept of definition in mathematics. Educational Studies in Mathematics. 7, 413-429.
17. Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D.O. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking. (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
18. Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. Journal for Research in Mathematics Education. 36(4), 317-346
19. Zaskis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. Educational Studies in Mathematics, 69(2), 131-148.
17. Verbal
18. Symbolic Definition
۱۹. ProveDefinition: این گزاره درست و دقیق است، ولی بیشتر می‌تواند به عنوان قضیه‌ای به کار رود که باید اثبات شود، تا اینکه یک تعریف باشد. در ریاضی، این نوع ادعاها بیشتر راجع به ویژگی‌ها هستند تا تعریف‌ها (جیمسون، ۱۹۹۹).
20. Elements (EUCLID'S ELEMENTS OF GEOMETRY)
21. Krantz
22. Genus proximum
23. Differentia Specific
24. Bunt
25. Jones
26. Bedient
27. Jamison
28. Ouvrier
29. Van Dormolen
30. Criterion of Hierarchy
31. Criterion of Existence
32. Criterion of Equivalence
33. Criterion of Axiomatization
34. Economical
35. Elegance
36. Degeneration
37. Recurring
38. Construction
39. Winicki- Landman
- 40 Leikin
۴۱. تابع $f: D \rightarrow R$ روی D صعودی است اگر برای هر $x_p, x_r \in D$ به طوری که $x_p > x_r$ ، $f(x_p) > f(x_r)$
- تابع $f: D \rightarrow R$ روی D صعودی است هرگاه: برای هر $x \in D$ ، $f(x) > 0$
42. Criterion of Minimality
43. Aesthetic
44. Non Examples
45. Equation-based
46. Function-based

منابع

۱. هاسپرس، جان (۱۹۹۶). درآمدی بر تحلیل فلسفی. ترجمه موسی اکرمی (۱۳۷۹). تهران: انتشارات طرح نو.
2. DeVilliers, M. (1998). To teach definitions in geometry or to teach to define? In A. Olivier, & K. Newstead (Eds.), Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 2, pp. 248-255). Stellenbosch: RSA.
3. DeVilliers, M. (1994). The Role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. For the Learning of Mathematics. 14(1), 11-18.
4. Edwards, B., & Ward, M. B. (2004). Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. The American Mathematical Monthly. 111(5), 411-424

بکایش
آموزش ریاضی

کتابخانه
کتابخانه
کتابخانه

نقش نرم افزارهای ریاضیات پویا در ارتقای یادگیری ریاضی

پژوهشگر: رضا حیدری قزلجه

استاد راهنما: دکتر زهرا گویا (دانشگاه شهید بهشتی)

استاد مشاور: دکتر امیرحسین اصغری (دانشگاه شهید بهشتی)

داوران: دکتر سیدحسن علم الهدایی (دانشگاه فردوسی مشهد)

دکتر سهیلا غلام آزاد (پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش)

دکتر مژگان محمودی (دانشگاه شهید بهشتی)

دکتر مرتضی منیری (دانشگاه شهید بهشتی)

تاریخ دفاع: شهریور ۱۳۹۱ دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

تردیدهای می شود.

کلیدواژه‌ها: نرم افزارهای ریاضیات پویا، روش های قلم- کاغذی حل مسئله، حسابان، بهینه سازی.

پیشینه

به طور خاص، در مورد ریاضی و استفاده از نرم افزارهای گوناگون در فرایند یاددهی- یادگیری ریاضی، درایورز و همکاران^۴ (۲۰۱۰) ابراز می کنند که از زمان توسعه کامپیوترهای بزرگ^۵ در سال ۱۹۴۲، اولین ماشین حساب چهار عمل اصلی در ۱۹۶۷، ریز کامپیوترها در ۱۹۷۸ و ماشین حساب های گرافیکی در ۱۹۸۵، هم

در قرن حاضر، زندگی بشر بیش از هر پدیده دیگری تحت تأثیر فناوری ارتباطات و اطلاعات^۱ قرار گرفته است. از نظر کی سان^۲ (۲۰۰۷)، «در دنیای امروز، استفاده از تکنولوژی منحصر به کشورهای صنعتی نیست و این ابزار در دسترس جوامع مختلف قرار دارد». همچنین، پرینر^۳ (۲۰۰۸) اشاره می کند که «در چند دهه اخیر، تکنولوژی هم از نظر فنی و هم از نظر امکان دسترسی به آن، رشد کرده است» (ص. ۱۵). این دو موضوع، از جمله دلایلی هستند که باعث شده اند با وجود شک و تردیدهای اولیه در مورد نقش کامپیوتر در تدریس و یادگیری ریاضی، هرچه زمان جلوتر می رود و تکنولوژی فراگیرتر می شود، جهان شاهد کم رنگ تر شدن این

ریاضی‌دانان و هم‌آموزشگران ریاضی شیفته امکانات ارائه شده توسط تکنولوژی بوده‌اند. اما دراپورز و همکاران (۲۰۱۰)، در بررسی خود به این نتیجه رسیدند که استفاده از این امکانات، تا اواخر دهه ۱۹۶۰ عملاً رخ نداد و شروع جدی استفاده از تکنولوژی، تنها متکی به پشتوانه پژوهش‌هایی بود که در مورد ابعاد مختلف این امکان جدید برای آموزش ریاضی انجام شد. این یافته‌ها، جسارت استفاده از تکنولوژی‌های مختلف و تلفیق آن را با آموزش‌های مدرسه‌ای در درس‌های ریاضی ایجاد کردند و آشنایی با مزیت‌های تلفیق تکنولوژی در تدریس ریاضی، این امر را تسهیل نمود تا آن‌که به تدریج و البته به کندی، استفاده از تکنولوژی در آموزش ریاضی، مورد توجه قرار گرفت. به‌عنوان مثال، سرشتی (۱۳۸۴) در پژوهش خود به این نتایج رسید که چنین تلفیقی، باعث تسهیل تدریس مفاهیم ریاضی به یادگیرندگان، تقویت تجسم، صرفه‌جویی در وقت به‌خاطر عدم انجام محاسبات به اصطلاح «قلم- کاغذی»، ارتقای درک و فهم، و تغییر باورهای یادگیرندگان نسبت به ریاضی می‌شود. حیدری (۱۳۸۹) نیز در پژوهش خود دریافت که جذابیت تکنولوژی برای دانش‌آموزان مدرسه‌ای زیاد است و باعث ایجاد انگیزه مثبت یادگیری در آن‌ها می‌شود، زیرا به آن‌ها بازخوردهای آنی می‌دهد. وی هم‌چنین، به این نتیجه رسید که می‌توان با استفاده از محیط تعاملی و آزمایشی- اکتشافی تکنولوژی، فرهنگ تکلیف دادن در کلاس‌های درس ریاضی را هم تغییر داد. علاوه بر این، پرینر (۲۰۰۸)، تجسم‌سازی، استدلال، کاوش، حل مسئله، تولید جدید و طرح سؤال‌های نوراز مزایای تلفیق تکنولوژی با آموزش ریاضی معرفی کرده است. بالاخره، «آژانس فناوری و ارتباطات آموزشی بریتانیا»^۲ (۲۰۰۷b)، خصوصی‌سازی یادگیری را از جمله مهم‌ترین وجوه مثبت تکنولوژی در مدرسه اعلام نموده است.

در رابطه با نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی، پیرس (۲۰۰۱) فراتحلیلی از پژوهش‌های گزارش شده در حوزه «سیستم‌های جبر کامپیوتری»^۳ در دهه آخر قرن بیستم- از سال ۱۹۸۹ تا ۲۰۰۰- انجام داد و نتایج فراتحلیل خود را در رابطه با ویژگی‌های این سیستم و محیط یادگیری فراهم شده توسط آن، به شرح زیر اعلام نمود (نقل به مضمون از صص ۸ تا ۱۳):

- نتایج به‌دست آمده دقیق و عاری از اشتباهات محاسباتی است؛
- دانش‌آموزان به نتایج غیرقابل انتظار و الگوها توجه می‌کنند؛

- دانش‌آموزان مشارکت بیشتری در فرایند یادگیری دارند؛
- نتایج آن به‌سرعت قابل تولید است؛
- طیف گسترده‌ای از قابلیت‌های نمادین در محیطی واحد در دسترس‌اند؛
- استفاده دانش‌آموزان از استراتژی‌های متنوع‌تر و غیرقابل انتظار، بیشتر است؛
- دانش‌آموزان به مسائل پیچیده بیشتری نسبت به آن‌چه که به‌طور دستی قادر به انجام آن‌ها هستند، می‌پردازند؛
- دانش‌آموزان دیدگاه جامع‌تری نسبت به مسائل ریاضی کسب می‌کنند.

مورنوآرملا^۴ و همکاران (۲۰۰۸) نیز در مورد «نرم‌افزارهای هندسه پویا»^۵، ایده «عمل مشترک»^۶ را به‌عنوان مزیت قابل توجه دیگری برای این نوع نرم‌افزارها عنوان کرده‌اند. آنان معتقدند که در یک رسانه پویا، کاربر (شبیه نوزاد) می‌تواند از طریق جست‌وجو، اعمال مورد نظرش را به‌عنوان بازتابی بر محیط پیرامون خود کشف کرده و انجام دهد. رسانه پویا به صورت تعامل دو طرفه با کاربر عمل می‌کند. بنابراین، کاربر می‌تواند محیط نرم‌افزار را هدایت کند یا توسط آن، مورد هدایت واقع گردد.

سؤال‌های پژوهش

با توجه به اهمیت و گستردگی این فناوری، موضوع این مطالعه، امکان‌سنجی ورود تکنولوژی به کلاس‌های درس ریاضی دوره متوسطه و چگونگی تلفیق آن با فعالیت‌های مرسوم و متداول کلاس‌های درس ریاضی به منظور افزایش توانمندی‌های حل مسئله دانش‌آموزان بود. در نتیجه، یکی از اهداف این پژوهش، یافتن پاسخی مناسب برای این سؤال بود که در شرایط موجود آموزشی در ایران، استلزامات تلفیق تکنولوژی با آموزش جاری مدرسه‌ای چیست؟ موانع و مشکلات آن کدامند و چگونه می‌توان از این موانع عبور نمود؟ پس سؤال پژوهش این بود که با فرض فراهم آوردن شرایط حضور معنادار تکنولوژی در کلاس‌های درس ریاضی، ثمرات آن برای دانش‌آموزان چیست، و تلفیق تکنولوژی با تدریس ریاضی، چه نوع توانمندی‌های جدیدی را برای دانش‌آموزان به ارمغان می‌آورد و چه توانمندی‌هایی را در آنان تقویت می‌نماید؟

برای انجام این مطالعه، به دلایل زیر، مبحث «بهینه‌سازی» انتخاب شد:

بدین سبب، دوباره‌نگری در برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای، به‌خصوص در نظام متمرکز آموزشی ایران و با داشتن «برنامه درسی ملی»، نیازمند دقت نظر، مطالعات امکان‌سنجی وسیع و عمیق و انجام پژوهش‌های مرتبط و راهگشاست. در غیر این صورت، «تغییر برای تغییر» و نادیده گرفتن تکنولوژی‌های سهل و در دسترس، مفید فایده نخواهد بود

۱. برای حل مسائل بهینه‌سازی، از تلفیق سه حوزه هندسه، جبر و حسابان استفاده می‌شود.

۲. تحقیقات متعددی به مشکلات فراوان دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی اشاره کرده‌اند که اکثر مسائل بهینه‌سازی را نیز می‌توان در زمره مسائل کلامی به حساب آورد.

۳. بهینه‌سازی، کاربردی‌ترین بخش کتاب حسابان قبلی بود. در واقع، بهینه‌سازی پیوند دهنده حسابان با دنیای واقعی است و از فارغ‌التحصیلان دبیرستانی انتظار می‌رود که پس از گذراندن این درس، بتوانند بعضی مسائل دنیای واقعی را به کمک ابزارها و روش‌هایی که در این درس می‌آموزند، مدل‌سازی و حل نمایند.

۴. مسائل بهینه‌سازی دارای قابلیت مدل‌سازی بالایی هستند، و چون در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای بر ایجاد توانایی مدل‌سازی تأکید شده است، محیط نرم‌افزار، علاوه بر ابزارها و روش‌های قلم-کاغذی، ابزار دیگری هم برای مدل‌سازی در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد.

با توجه به سؤال اصلی تحقیق که تأثیر تلفیق نرم‌افزارهای ریاضیات پویا با تدریس روزانه ریاضی، بر جریان یاددهی و یادگیری ریاضی بود، سه سؤال فرعی زیر از این سؤال نتیجه شد که هدایت‌گر مطالعه حاضر بودند:

۱. استلزامات تلفیق نرم‌افزارهای ریاضیات پویا با تدریس روزانه ریاضی در دوره متوسطه کدامند؟
۲. تلفیق نرم‌افزارهای ریاضیات پویا با تدریس روزانه ریاضی، چگونه بر توانمندی‌های مدل‌سازی دانش‌آموزان هنگام حل مسائل کلامی ریاضی، تأثیر می‌گذارد؟
۳. تلفیق نرم‌افزارهای ریاضیات پویا با تدریس روزانه ریاضی، چه تأثیری بر توانمندی‌های دانش‌آموزان در حل قلم-کاغذی مسائل می‌گذارد؟

در این مطالعه، به یک ویژگی از تکنولوژی در آموزش ریاضی پرداخته شد که بررسی پیشینه پژوهش نشان داد که تا کنون کمتر به آن توجه شده است و آن، چگونگی تلفیق تکنولوژی با حل مسئله به روش‌های قلم-کاغذی جهت ارتقای عملکرد ریاضی دانش‌آموزان بود. این پژوهش نشان داد که در محیط نرم‌افزارهای ریاضیات پویا، بازنمایی‌های چندگانه دانش‌آموزان تقویت می‌شود، یافته‌ای که در متون پژوهشی نیز، مکرراً به آن اشاره شده است. همچنین، به دلیل تنوع وسیع روش‌های به‌کارگیری نرم‌افزارهای آموزش ریاضی-

در این مورد جئوجبرا- دانش‌آموزان امکان بیشتری برای استفاده و ابداع روش‌های متنوع حل مسئله پیدا می‌کنند. همان‌طور که کری‌سانتو (۲۰۰۸)، به نقل از ویلیامز و اسینگ‌وود، (۲۰۰۴) به دو کارکرد محوری تکنولوژی در آموزش ریاضی یعنی «ابزاری جهت انجام رویه‌های معمولی» و «کاوش‌گر ایده‌های نو» در ریاضی اشاره کرده است، این مطالعه نشان داد که دانش‌آموزان/ شرکت‌کنندگان در این پژوهش نیز، از نرم‌افزار جئوجبرا به هر دو شکل بالا، استفاده کردند.

نتایج پژوهش

در اینجا، برخی از یافته‌های پژوهش به صورت خلاصه ذکر می‌شود که حاصل تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسائل کاربرگ‌ها، نتایج پرسش‌نامه پایان دوره و مصاحبه نیمه‌ساختاری با شرکت‌کنندگان منتخب هستند:

- در مقایسه با روش‌های قلم-کاغذی، گرایش دانش‌آموزان به روش‌های حل مسئله مبتنی بر نرم‌افزار بیشتر است؛
- پرداختن به تکالیف مناسب در محیط نرم‌افزارهای ریاضیات پویا می‌تواند تفکر جبری دانش‌آموزان را هنگام کار در محیط ترکیبی نرم‌افزار/قلم-کاغذی پرورش دهد؛
- تکلیف‌های مناسب می‌توانند تکنیک‌های مورد استفاده را توسط دانش‌آموزان توسعه دهند؛
- استفاده از نرم‌افزارهای ریاضیات پویا، باعث بهبود عملکرد دانش‌آموزان در حل قلم-کاغذی مسائل می‌شود، در حالی که مطالعه پیشینه پژوهش نشان داد که به این مطلب، کمتر توجه شده است و تنها در یک مقاله، کی‌پرن و درایورز (۲۰۰۶)، به آن پرداخته‌اند؛
- سرعت حل مسئله در محیط نرم‌افزارهای ریاضیات پویا، موجب خرسندی دانش‌آموزان می‌شود؛
- کار در محیط نرم‌افزارهای ریاضیات پویا، موجب ارتقای فهم ریاضی می‌گردد؛
- قابلیت رسم نمودار و به‌خصوص ویژگی متحرک نمودن، از عوامل مهم ایجاد انگیزه در دانش‌آموزان برای کار در محیط نرم‌افزارهای ریاضیات پویاست؛
- دانش‌آموزان، فضای راحت کارگاه را به فضای بسته کلاس، ترجیح می‌دهند؛
- نحوه آموزش پیشین دانش‌آموزان، بر انطباقشان با محیط تکنولوژیکی کارگاه تأثیر دارد؛
- دانش‌آموزان به جواب حاصل از نرم‌افزار، اعتماد بیشتری نسبت به جواب‌های قلم-کاغذی دارند؛

تحقیقات مرتبط با کاربرد تکنولوژی در آموزش ریاضی، نمی‌تواند جدا از پیشرفت‌های جدید تکنولوژی باشد. زیرا از یک طرف، انواع تکنولوژی‌ها مانند ماشین حساب‌های نموداری و نمادین که به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند، روزبه‌روز کوچک‌تر و قابل حمل‌تر می‌شوند و از طرف دیگر، ارتباطات مردم به‌طور مداوم و فزاینده‌ای با تکنولوژی آمیخته می‌شود

● کار در محیط نرم افزارهای ریاضیات پویا، علاقه دانش آموزان را به ریاضی افزایش می دهد؛

● دانش آموزان، کار کردن در گروه را به کار فردی، ترجیح می دهند؛

● کار در محیط نرم افزارهای ریاضیات پویا، قابلیت هایی مانند تجسم مسئله و درک و فهم و توانایی حل مسئله را در دانش آموزان افزایش می دهد؛

● دانش آموزان در محیط نرم افزار، در مواجهه با یک مسئله جدید، از اعتماد به نفس بیشتری برخوردارند.

لازم به تأکید مجدد است که تحقیق به گونه ای طراحی شده بود تا نتایج آن، قابل کار بست در شرایط واقعی کلاس های نوعی^{۱۵} درس ریاضی در کشور باشد. بدین سبب، محدودیت هایی مشابه همان کلاس ها

برای اجرای این پژوهش، پیش بینی و اعمال شد. برای نمونه، مثل اکثر کلاس های معمولی، هر دانش آموز، یک کامپیوتر اختصاصی در اختیار نداشت؛ تکلیف های کارگاهی که برای پژوهش طراحی شده بود، الزاماً

منطبق بر تدریس هفتگی درس حسابان آن ها نبود، زیرا یکی از «فوق برنامه های»^{۱۶} آن ها محسوب می شد؛ جلسات کارگاه در تمام سال تحصیلی استمرار نداشت؛ معلم رسمی حسابان دانش آموزان، در کارگاه حضور نداشت و برنامه ریزی و اداره کارگاه برعهده شخصی غیر

از او بود؛ دانش آموزان احساس می کردند برای کسب تبصر در نرم افزار، باز هم نیازمند آموزش بیشتر هستند. اما با وجود تمام این موارد، نتایج مصاحبه ها نشان داد که اجرای این کارگاه با همین محدودیت ها نیز، تأثیرات چشم گیری بر دانش آموزان داشته است، به طوری که

بعد از گذشت حدود سه ماه از جلسات کارگاه، اکثر آنان اظهار کردند که هنوز قادرند با نرم افزار کار کنند یا اینکه بسیاری از آنان، به خاطر نقش مثبتی که نرم افزار در یادگیری ریاضی آن ها ایفا کرده بود، نسخه ای از آن

را بر روی کامپیوترهای شخصی خود نصب کرده و از آن استفاده می کردند و عده ای هم بیان کردند که در آینده، قصد دارند از جنوجیرا یا برنامه های مشابه در درس های ریاضی خود استفاده کنند. با توجه به نتایج حاصل از

این مطالعه، پیشنهادات زیر به منظور تلفیق مؤثر نرم افزارهای ریاضیات پویا با تدریس ریاضی خطاب به مدیران، برنامه ریزان و سیاست گذاران آموزشی و معلمان ارائه می گردد:

● مشوق ها و انگیزه های لازم علمی مانند تلفیق مناسب این نرم افزارها با برنامه درسی ریاضی مدرسه ای و در ارزشیابی ها ایجاد شود تا دانش آموزان و معلمان، از

تدریس ریاضی مبتنی بر نرم افزارهای ریاضیات پویا استقبال کنند و امکان چنین تلفیقی راحت تر فراهم گردد.

● فرایند مدل سازی یادگیرندگان به چالش کشیده شود و شرایطی به وجود آید تا آن ها، درگیر بحث و گفت وگوهای گروهی درباره فرایندهای یادگیری و روش های متفاوت تفکر ریاضی و ساخت و سازهای پویا شوند.

● با توجه به یافته های این پژوهش و تجربه سایر کشورها در به کارگیری مؤثر نرم افزارهای ریاضیات پویا در تدریس روزانه ریاضی، دوره های مناسبی برای آموزش های ضمن خدمت معلمان ریاضی در این زمینه، برنامه ریزی و اجرا شوند.

● استفاده از نرم افزارهای آموزشی در تدریس دروس غیر ریاضی دبیرستانی نیز لحاظ شود تا سواد عمومی کامپیوتری دانش آموزان ارتقا یابد و مشکلات آن ها در به کارگیری تکنولوژی در دروس مختلف، کاهش یابد.

سخن آخر این که به گفته درایوز و همکاران (۲۰۱۰)، تحقیقات مرتبط با کاربرد تکنولوژی در آموزش ریاضی، نمی تواند جدا از پیشرفت های جدید تکنولوژی باشد. زیرا از یک طرف، انواع تکنولوژی ها

مانند ماشین حساب های نموداری و نمادین که به طور گسترده مورد استفاده قرار می گیرند، روز به روز کوچک تر و قابل حمل تر می شوند و از طرف دیگر، ارتباطات مردم به طور مداوم و فزاینده ای با تکنولوژی

آمیخته می شود. مثلاً، نرم افزارها از طریق اینترنت توزیع می شوند و دانش آموزان می توانند با هم کلاسی ها یا معلم های خود در یک محیط یادگیری دیجیتالی به طور مشارکتی کار کنند. در نتیجه، تعیین محتوای

ریاضی برای چنین محیط های یادگیری، کار ساده ای نیست. بدین سبب، دوباره نگرانی در برنامه های درسی ریاضی مدرسه ای، به خصوص در نظام متمرکز آموزشی ایران و با داشتن «برنامه درسی ملی»، نیازمند دقت

نظر، مطالعات امکان سنجی وسیع و عمیق و انجام پژوهش های مرتبط و راهگشاست. در غیر این صورت، «تغییر برای تغییر» و نادیده گرفتن تکنولوژی های

سهل و در دسترس، مفید فایده نخواهد بود. کوتاه سخن این که انکار تکنولوژی مانند انکار آفتاب است و حضورش مانند شمشیری دو لبه. آیندگان انتظار دارند که با تدوین برنامه های درسی کارآمد و منعطف، راه

برای حضور معنادار تکنولوژی در عرصه های مختلف آموزش ریاضی مدرسه ای باز شود.

پی نوشت

1. Information and Communication Technology (ICT)
2. Barry Kissane
3. J.Preiner
4. Paul Drijvers& et al
5. Mainframes
6. Paper and Pencil
7. The British Educational Communications and Technology Agency(BECTa)
8. Computer Algebra System (CAS)
9. Luis Moreno-Armella
10. Dynamic Geometry Software (DGS)
11. Co-action

۱۲. در سالی که این پژوهش

انجام شد، هنوز کتاب

حسابان جدید چاپ نشده

بود و ارجاعات این تحقیق، به

کتاب حسابان قبلی است.

۱۳. برگه رضایت نامه توسط

تک تک دانش آموزانی که اجازه

دادند از داده هایشان برای این

پژوهش استفاده شود، امضا شد.

14. Hillel & Kieran

15. Typical

16. Extra- curricular Activity



اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بدانند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

رشد آموزش ریاضی

فعالیتی برای رشد معلمان تدریس مختصات

نوشین فرامرزیپور

معلم ریاضی دوره راهنمایی در استان کرمان و دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان

کلیدواژه‌ها: تدریس مختصات، پایه دوم راهنمایی، آموزش مختصات با بازی.

چند وقت بعد در مدرسه، متوجه شدم که معلم ورزش دانش‌آموزان به مدرسه نیامده است؛ من هم وقت را غنیمت شمردم و با وجود اینکه دو هفته دیگر باید مبحث مختصات را تدریس می‌کردم؛ تصمیم گرفتم مختصات را- بدون ذکر نام مختصات- به‌صورت بازی به دانش‌آموزان یاد دهم و بعد، موقع تدریس مختصات، یادگیری آن‌ها و دانش‌آموزان کلاس دیگر را که با آن‌ها این بازی را نکرده بودم، با هم مقایسه کنم و ببینم که آیا تفاوتی وجود دارد یا خیر؟

ابتدا از دانش‌آموزان خواستم صندلی‌های کلاس را

یک روز سر کلاس، با مسئله‌ای روبه‌رو شدم که سؤالاتی را برایم ایجاد کرد؛ زمانی که برای رفع مشکل به کتاب راهنمای معلم ریاضی پایه دوم راهنمایی مراجعه کردم، نگاهم به مطالب کتاب در خصوص آموزش درس مختصات افتاد. در این کتاب ذکر شده بود که اگر درس مختصات به‌صورت عملی به دانش‌آموزان آموزش داده شود، بهتر یاد گرفته می‌شود.

ساختن یک مثلث قائم‌الزاویه، به مکان دانش‌آموز دیگر برسد. وقتی دانش‌آموزان برای طناب‌هایی که در جاهای مختلف قرار گرفته بودند، مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دادند، متوجه خصوصیات بردارهای مساوی شدند.

در حین انجام این کار، در چهره دانش‌آموزان، نشانی از ترس مربوط به درس ریاضی دیده نمی‌شد و هر کدام از آن‌ها، با ذوق و شوق فراوان داوطلب می‌شدند تا در این بازی شرکت کنند. برای من معلم هم بسیار نشاط‌آور بود که نشانی از اضطراب را در دانش‌آموزانم نمی‌دیدم. دو هفته بعد، هنگامی که درس مختصات را برای دانش‌آموزان هر دو کلاسسم - که برای یکی از آن‌ها، قبلاً هیچ مطلبی در مورد مختصات بیان نشده بود اما در کلاس دیگر با آن‌ها در زمینه مختصات بازی شده بود - تدریس کردم، متوجه شدم یادگیری دانش‌آموزان کلاسی که قبلاً یک بازی عملی مرتبط با مختصات با آن‌ها انجام شده بود، معنادارتر از دانش‌آموزان کلاس دیگر بود.



به حیاط مدرسه انتقال دهند. سپس با گچ‌های رنگی، دو خط عمود برهم را در محوطه کلاس رسم کردیم و از دانش‌آموزان خواستیم که نقطه تلاقی این دو خط را صفر بنامند.

در ابتدا با دانش‌آموزان قرار گذاشتیم که محل تلاقی دو خط جایی باشد که شمارش را از آنجا شروع کنیم. چون نمی‌خواستیم دانش‌آموزان متوجه شوند که در حال تدریس درس مختصات هستیم، سعی کردم درس را با مفاهیمی که در زندگی برای آن‌ها آشنا است ارائه دهم. برای این که دانش‌آموزان بتوانند عددهای صحیح را به همراه علامتشان بنویسند، برایشان توضیح دادم همان‌طور که کارنامه انسان خوب همیشه به دست راستش داده می‌شود و کارنامه انسان گناهکار به دست چپش داده می‌شود، پس حرکت به سمت راست علامت مثبت و حرکت به سمت چپ علامت منفی می‌پذیرد. در ادامه، از حرکت کوهنوردان برایشان گفتم که همواره به صعود فکر می‌کنند نه سقوط و قرار گذاشتیم که اگر به جلو یعنی شمال حرکت کردیم و صعود کردیم؛ علامت مثبت را انتخاب کنیم و اگر به جنوب حرکت کردیم و دچار سقوط شدیم، علامت منفی را انتخاب کنیم.

سپس روی تخته یک میدان به نشانه محل تلاقی دو خط عمود کشیدیم و از کوچ‌ها برای توضیح دادن روش پیدا کردن مختصات یک مکان استفاده کردم. زمانی که مطمئن شدم دانش‌آموز در نوشتن عدد صحیح مربوط به مؤلفه‌های مکان، مهارت لازم را کسب کرده؛ چند نفر از دانش‌آموزان را روی نقاطی در کلاس درس قرار دادم و از هر کدام از آن‌ها خواستیم آدرس جایی را که ایستاده‌اند، برای دوستانشان بیان کنند یا آدرسی مانند «سه کوچه به چپ و دو کوچه به راست بروید» را به آن‌ها دادم و خواستیم که خودشان را به آن نقطه برسانند. هنگامی که دو دانش‌آموز در یک مکان قرار می‌گرفتند، خودشان متوجه می‌شدند که با هم مساوی هستند. به‌طور کلی، دانش‌آموزان به تدریج متوجه می‌شدند که چرا با هم مساوی هستند و از شرایط لازم برای مساوی بودن، آگاه می‌شدند.

برای پیدا کردن مختصات یک بردار هم، از طناب‌های ورزشی استفاده کردم؛ بدین ترتیب که دو دانش‌آموز را در نقاطی از کلاس قرار دادم و هر سر طناب را به یکی از آن‌ها دادم. سپس از دانش‌آموز دیگری خواستیم که از مکان یکی از دانش‌آموزان، طوری حرکت کند که با



دومین همایش بین‌المللی جئوجبر

۲۹ تا ۳۱ آگوست ۲۰۱۱ (۷ تا ۹ شهریور ۱۳۹۰)

میلاد افشین منش

کارشناس ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی و مؤسسه جئوجبرای تهران

پروفسور زولت لایوکر^{۱۱}، استاد دانشگاه کمبریج و مدیر بخش بین‌المللی مؤسسه جئوجبر، سخنران بعدی مراسم افتتاحیه بود. او در حین سخنرانی‌اش، ضمن ارائه آمارهایی از توسعه این نرم‌افزار در دنیا و تأسیس مؤسسه‌های محلی در کشورها، عنوان کرد که «جئوجبرا اکنون فراتر از یک نرم‌افزار است و همانند یک باور و آیین مشترک، ما را در این جا گرد هم آورده است».

مایکل بورکردز^{۱۲} که آخرین سخنران مراسم افتتاحیه بود، «جئوجبرای نسخه ۴ بتا» را رونمایی کرد و قابلیت‌های آن را برشمرد و ابراز کرد که بخش CAS^{۱۳} در این نسخه نرم‌افزار، به دلیل آماده نشدن کدنویسی آن، در نسخه بعدی ارائه خواهد شد.

سخنران عمومی نوبت بعد، آدریان الدنو^{۱۴} استاد سابق دانشگاه چیچستر^{۱۵} انگلستان بود. او از جئوجبرا به عنوان ابزاری برای پشتیبانی فعالیت‌ها و مطالعات مرتبط به حوزه STEM^{۱۶} یاد کرد و عنوان داشت که برخی از ویژگی‌های موجود در آخرین نسخه جئوجبرا، می‌تواند سبب ایجاد انگیزه و علاقه در معلمان و دانش‌آموزان نسبت به ریاضی شود.

پروفسور الدنو با بیان این که «می‌توان از اتصال چندین دستگاه و نرم‌افزار به یکدیگر، به قابلیت‌های بالاتری از جئوجبرا دست یافت»، با تحلیل فیلم‌های تهیه شده از اجسام متحرک مانند سرخوردن از یک سرسره یا پرتاب توپ، حرکت آن‌ها را در جئوجبرا شبیه‌سازی نمود و معادلات مربوط به حرکت آن‌ها را به دست آورد. او هم‌چنین، با کمک یک حسگر صوتی، حرکت نوسانی یک دستگاه فنر-وزنه را به جئوجبرا وارد کرد و موج سینوسی مربوط به نوسان آن را ترسیم کرد.

حضور در دومین همایش بین‌المللی جئوجبرا^۱ در اتریش که در شهرک دانشگاهی هاگنبرگ^۲ و در نزدیکی شهر لینز^۳ برگزار می‌شد، فرصتی بود تا از نزدیک با پروژه جئوجبرا و دست‌اندرکاران آن آشنا شوم و برای ارتباطات بعدی پیوندهای مفیدی به وجود آورم. برگزارکننده اصلی همایش، دانشگاه یوهانس کپلر^۴ و مؤسسه تحقیقاتی محاسبات نمادین^۵ بود.

سمینار با خوش‌آمدگویی مارکوس هوهن وارتر^۶، مخترع و سازنده نرم‌افزار جئوجبرا آغاز شد. او در حین سخنرانی‌اش، ضمن اشاره به برنامه‌های در نظر گرفته شده برای سه روز، عنوان کرد که «جئوجبرا که در سال ۲۰۰۱ از یک پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشجویی آغاز شد، امروزه با ۲۰۰ مترجم از سراسر دنیا، ده سالگی خود را جشن می‌گیرد». او رشد سریع جئوجبرا را مدیون بهره‌گیری از منابع رایگان و منبع باز^۷ موجود در اینترنت دانست که باعث شد تا رشد جئوجبرا، به موانع اقتصادی برخورد نکند. وی ضمن اشاره به بدنه دانشجویی و داوطلبانه پروژه جئوجبرا که روز به روز در حال افزایش است، شعار تیم خود را جمله‌ای از وارن بوفت^۸ شاعر آلمانی دانست که: «اگر می‌خواهید به سرعت حرکت کنید، تنها قدم بردارید. اما اگر می‌خواهید تا دور دست‌ها بروید، با هم به پیش روید»^۹.

کریستین دورننگر^{۱۰} وزیر آموزش اتریش در سخنانی کوتاه، ضمن تشکر از مارکوس هوهن وارتر، از جئوجبرا به عنوان افتخاری برای جامعه آموزشی اتریش یاد کرد و با اعلام حمایت کامل از توسعه این پروژه، ابراز امیدواری کرد که شاهد فراگیر شدن این نرم‌افزار در سراسر دنیا باشد.



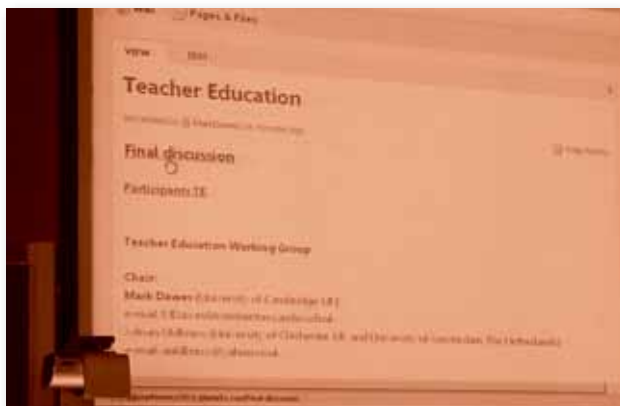
مارکوس هوهن وارتر (سمت راست)، پروفیسور زولت لایوچکا (سمت چپ) در مراسم افتتاحیه



فلورین سونر در حال توضیح در مورد جنوجبرا تیوب



پروفیسور آدریان الدنو



که برای کنفرانس ارسال کرده بودم، مقاله «تدریس پویا» برای سخنرانی ۲۰ دقیقه‌ای مورد قبول قرار گرفت. پروفیسور مایک می^{۲۴} از آمریکا، مسئول اتاقی بود که من در آن سخنرانی دارم. در زمان حدود ۱۵ دقیقه‌ای که در نظر گرفته شده بود، به بیان مطالبی که ناشی از تجربیات و تحقیقات انجام شده در مؤسسه جنوجبرا تهران بود پرداختم و عنوان نمودم که طبق مشاهداتمان، معلمی که تحت آموزش صحیح نرم‌افزار-و در نمونه مورد نظر ما، جنوجبرا- قرار می‌گیرد، حتی در کلاسی بدون نرم‌افزار و تجهیزات تکنولوژیکی، رویکرد و رفتاری متفاوت با معلمی که آموزش نرم‌افزاری ندیده است، خواهد داشت و می‌کوشد تا فضای پویای ذهن خود را که شکل گرفته از فضای نرم‌افزار بود، به دانش‌آموزانش ارائه نمود.

سپس پراوین کومار^{۲۵} از انجمن ملی تحقیقات آموزشی هند، جنوجبرا را به عنوان یک کیت و مجموعه آموزشی در هندسه دبیرستانی معرفی کرد و ماهیت و هدف آموزش‌های دبیرستانی در هند را تهیه امکانات تحصیل مناسب برای همه، ایجاد نظام مدارس عمومی، اجرای پداگوژی یادگیرنده محور، انجام اصلاحات در ارزشیابی و امتحانات، فراهم کردن فرصت راهنمایی تحصیلی

بعد از ظهر برای جلسات گروه‌های کاری در نظر گرفته شده بود. تعداد ۱۰ کارگروه با عنوان‌های ۱. آموزش دوره ابتدایی ۲. تخته وایت‌برد تعاملی^{۲۶} ۳. استدلال و اثبات ۴. مؤسسات جنوجبرا ۵. حساب دیفرانسیل و آمار دوره دانشگاهی ۶. آموزش معلمان ۷. توسعه‌دهندگان جنوجبرا ۸. هندسه دوره دبیرستان ۹. جبر دوره دبیرستان و ۱۰. آموزش‌های برخط/آنلاین در نظر گرفته شده بود که شرکت‌کنندگان در زمان ثبت نام، تمایل خود را برای حضور در یکی از آن‌ها مشخص می‌کردند.

روز دوم با مروری کلی بر فعالیت‌های روز گذشته توسط مارکوس هوهن وارتر و پروفیسور زولت در سالن سخنرانی اصلی آغاز شد. پس از آن دیو میلر^{۲۸} در مورد تخته وایت‌برد تعاملی و استفاده از جنوجبرا بر روی آن توضیح داد.

وی به همراه دستیارش با استفاده از دو تخته وایت‌برد هوشمند و پرومیتین^{۲۹}، ساده‌تر شدن رسم‌ها در محیط جنوجبرا و تسلط بیشتر بر روی اشکال و نیز ابزاری هم‌چون قلم نوشتاری، نوشته‌های قابل جابجایی، تصویربرداری و فیلم‌برداری از روند نوشتن و تدریس، پیوند مستقیم به فایل‌های جنوجبرا و یا اجرای آن‌ها در محیط وایت‌برد، سیستم نظرسنجی از مخاطبان و غیره را به نمایش گذاشت. وی هم‌چنین عنوان داشت که با این سیستم، امکان انجام کارهای گروهی بر روی یک فایل جنوجبرا به‌طور هم‌زمان میسر شده و نیز ابزارهایی خارج از محیط برنامه جنوجبرا مانند گونیا، خط‌کش یا نقاله می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. ضمن آن که امکان اتصال آن‌ها به برنامه‌های مورد استفاده در حوزه STEM نیز وجود دارد، تخته وایت‌برد تعاملی می‌تواند طرح درس‌های جدیدی را در حوزه استفاده از فناوری در آموزش، تعریف کند که این تعریف جدید، در حیطه وظایف محققان خواهد بود.

پس از استراحت کوتاهی، نشست‌های موازی آغاز شد. اتفاقی با موضوع توسعه جنوجبرا را انتخاب کردم. گابور آنسین^{۳۰} از توسعه‌دهندگان جنوجبرا، سخنران اول این نشست بود. او از طرحی که هم اکنون در دست اجراست سخن گفت و اظهار داشت که هدف این طرح که اکنون در نیمه راه قرار دارد، ارائه نسخه جاوا اسکریپت جنوجبرا است تا بر روی وسایل قابل حمل اعم از گوشی‌های تلفن همراه، لپ‌تاپ، رایانه‌های بدون کیس^{۳۱} و غیره، قابل اجرا باشد. وی سپس نمونه‌ای از فایل جنوجبرا که در آن مبحث تقارن شبیه‌سازی شده بود را بر روی یک گوشی موبایل اجرا کرد و عنوان داشت که این، نسخه اولیه‌ای از طرح نهایی است. موضوع سخنرانی نفر بعدی مشابه با بحث قبلی است. او به اجرای جنوجبرا بر روی آی‌پد^{۳۲} و تبلت‌های آندروید^{۳۳} می‌پردازد.

سخنرانی من در سالن دیگر بود. از نیمه‌های بحث بلند می‌شوم تا برای ارائه سمینار، آماده شوم. از بین دو مقاله‌ای

و مشاوری برای همه و تقویت چندزبانی دانست. او با بیان این که شاخص های آماری بیانگر علاقه مندی عمومی در دانش آموزان به ادامه تحصیل در مقاطع بالاتر است، آن را سبب ایجاد تغییرات اقتصادی اجتماعی نوینی در جامعه هند دانست که تا نیم قرن پیش از این وجود نداشت. وی با کافی ندانستن مهارت های آموخته شده در دوره ابتدایی و نیاز به آموزش های تکمیلی، به موانع اقتصادی دولت و محرومیت های موجود اشاره کرد و بیان داشت که در چنین شرایطی، ایجاد آزمایشگاه های مجازی برای ریاضیات و علوم و همچنین به اشتراک گذاری منابع آموزشی و نیز بهره گیری از منابع آموزشی منبع باز، اهمیت ویژه ای می یابد.

ساعت بعد از ناهار به سخنرانی تروشه^{۲۶} از مؤسسه آموزشی فرانسه، اختصاص داشت. وی به ارائه گزارشی از طرح مشترک دولت آرژانتین و مؤسسه بین المللی جئوجبرا در ژانویه سال گذشته پرداخت که در آن سه میلیون نت بوک^{۲۷} که بر روی آن ها نرم افزار جئوجبرا نصب شده بود و در میان جامعه آموزشی آرژانتین توزیع شده بود، او با انجام سفری یک هفته ای به آرژانتین به همراه برخی از اعضای مؤسسه بین المللی جئوجبرا، به آموزش های لازم برای ۱۲۰ معلم و دانش آموز و آموزشگر معلمان که نت بوک دریافت کرده بودند، پرداخت. وی با بیان این که «تدریس در اصل، به معنای همکاری است»، به این سخن از مارکوس هوهن وارتر اشاره کرد که «موفقیت پروژه های منبع باز مانند لینوکس یا ویکی پدیا نشان می دهد که همکاری و به اشتراک گذاری می تواند منابع ارزشمندی را در تمام زمینه های مختلف ایجاد کند».

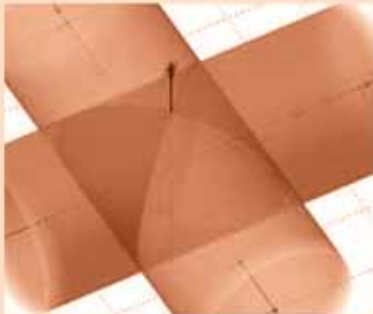
تروشه به رابطه متقابل میان معلم و منابع آموزشی اشاره کرده و بیان داشت که همان گونه که معلم منابع آموزشی مورد نیاز خود را انتخاب کرده و شکل می دهد، منابع و مواد آموزشی نیز در شکل گیری دانش و مهارت معلم نقش دارد و اکنون که نت بوک ها به عنوان یک ابزار آموزشی جدید در اختیار معلم و دانش آموزان قرار گرفته است، می تواند باعث تغییر رفتار جامعه آموزشی مورد مطالعه محققان قرار گیرد. پس از پایان سخنرانی در سالن اصلی، آخرین دوره از نشست های موازی آغاز به کار کرد.

شی پوی کوان^{۲۸} از هنگ کنگ، درباره استفاده از جئوجبرا در اریگامی سخن گفت. او ابتدا مدل TPCK^{۲۹} در تدریس را بیان کرد و سپس برای بخش فناوری آن، با تقسیم بندی به دو قسمت «دستورزی های واقعی» و «دستورزی های مجازی»، جئوجبرا را به عنوان آزمایشگاهی شبیه سازی شده برای دستورزی های مجازی برشمرد. وی قضیه هاگا^{۳۰} را در تازدن یک کاغذ مربعی عنوان کرد و بیان داشت که «با تازدن کاغذ، می توان کسرهای مختلفی از لبه کاغذ را به وجود آورد. سپس با اجرای جئوجبرا سه بعدی، دو استوانه را



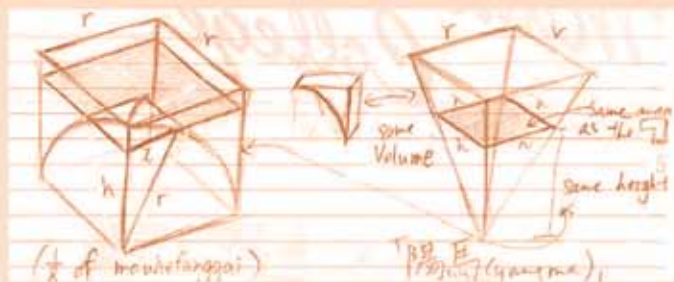
مارک داوز، سرپرست گروه کاری آموزش معلمان

Student's drawings



A mouhefanggai is formed by cross sections which are circumscribing squares of the circular cut sessions of a sphere. How does it look like?

Without knowing the volume formula for the sphere, how to determine the volume of the mouhefanggai?



ارائه مقاله با موضوع «تدریس پویا»



شی پوی کوان از هنگ کنگ، با تازدن کاغذ نشان داد که چگونه می توان کسرهای مختلفی از لبه کاغذ را به وجود آورد.



پاول درایورز از مؤسسه فرودنتال هلند

پی‌نوشت

1. GeoGebra
2. Hagenberg
3. Linz
4. Johannes Kepler University
5. Research Institute for Symbolic Computation (RISC)
6. Markus Hohenwarter
7. Open Source
8. Warren Buffett
9. If you want to go fast, go alone, if you want to go far, go together.
10. Christian Dorninger
11. Zsolt Lavicza
12. Michael Borchers
13. Computer Algebra System
14. Adrian Oldknow
15. Chichester
16. Science, Technology, Engineering and Mathematics
17. Interactive Whiteboard
18. Dave Miller
19. Promethean
20. Gabor Ancsin
21. All-in-one (Caseless Computer)
22. iPad
23. Android tablets
24. Mike May
25. Praveen Kumar
26. Luc Trouche
27. Netbook
28. Shi Pui Kwan
29. Technological Pedagogical Content Knowledge
30. Haga's Theorem
31. Alkeos Souyoul
32. Simon Kerly
33. Paul Drijvers
34. Freudenthal
35. Artifact
36. Mental Schemes

وابسته به برنامه‌ریزی‌ها و موقعیت‌های آموزشی و تکالیفی است که در کلاس جریان دارد و می‌توان حتی در کلاس مبتنی بر فناوری، به مهارت‌های سطح بالای قلم-کاغذی نیز دست یافت. به‌ویژه آن که فناوری، به خودی خود، مانند قلم و کاغذ، خوب یا بد نیست، بلکه وابسته به وظایف تعریف شده برای آن، محتوا، فعالیت‌ها، اهداف آموزشی، هدایت معلم در کلاس و غیره است.

پاول درایورز با مقایسه یک ساز موسیقی با یک دست‌سازه مصنوعی^{۳۵}، بیان داشت که یک دست‌سازه الزاماً قابلیت اجرای یک موسیقی دلنشین را ندارد، اما یک ساز موسیقی که ترکیب همان دست‌سازه با یک نقشه و طرح مشخص است، از این قابلیت برخوردار است. وی آن نقشه مشخص را طرح‌واره‌های ذهنی^{۳۶} که ترکیب «تکنیک‌ها» و «مفاهیم» است دانست و اضافه کرد که «تکنیک، روش صحیح انجام یک کار با کمک آن دست‌سازه است و در واقع چیزی است که با آن دست‌سازه انجام می‌شود. حال آن‌که طرح‌واره ذهنی، شیوه‌ای برای حل رده‌ای از مسائل است که شامل بینش‌ها و دیدگاه‌های مرتبط به هم نیز می‌شود و در واقع، چگونگی تفکر شما در حین انجام یک تکنیک است. گستردگی و نحوه تفکر شما، وسعت عمل شما را تعیین می‌کند، در حالی که محدودیت‌های هر دست‌سازه، به اجبار، قیود خود را بر نحوه تفکر شما تحمیل می‌کند».

بنابراین، رابطه ظریفی بین «تکنیک‌هایی که ابزارهای تکنولوژیکی ارائه می‌کنند» و «تکنیک‌هایی که ابزارهای سنتی و جاری ارائه می‌کنند» و هم‌چنین، «طرح‌واره‌هایی که در ذهن دانش‌آموزان توسعه می‌یابد» وجود دارد. این رابطه می‌تواند در خدمت اهداف آموزشی به کار آید و در واقع، ترکیب موفق ابزارها و تکلیف‌ها و تکنیک‌ها است که به توسعه شناختی و مهارت‌های انجامد.

جمع صمیمی جامعه جئوجبرا در ساعت ۱۸ روز چهارشنبه ۳۱ آگوست ۲۰۱۱ به کار خود پایان داد.

با هم تقاطع داد و از حضار خواست تا ابتدا بدون دانستن فرمول حجم کره، حجم جسم تشکیل شده در محل تقاطع را به‌دست آورند. بعد عنوان داشت که در ابتدا درک تصور جسمی که به‌وجود می‌آید، برای دانش‌آموزان دشوار است و نیازمند شبیه‌سازی در محیط نرم‌افزار است. آن‌گاه با کمک جئوجبرا، به محاسبه حجم جسم مربوطه پرداخت و در کنار آن، مراحل محاسبات دانش‌آموزان را نیز نشان داد که چگونه با تقسیم‌بندی جسم به ۸ قسمت مساوی، ابتدا حجم یک بخش را یافته و سپس حاصل را ۸ برابر کرده بودند.

پایان بخش برنامه‌های روز دوم، جلسه گروه‌های کاری بود. با هماهنگی‌های از قبل انجام شده با اعضای زیرگروه، در فضای باز جلسه تشکیل شد. موضوع آموزش معلمان با این بحث که «اگر معلمی در حین کار دچار مشکل شود، باید سیستمی وجود داشته باشد که او را حمایت کند»، ادامه یافت. مشکل معلمان به دو بخش مشکل در کار با نرم‌افزار و مشکل در نوع طرح درس و پداگوژی اجرا شده، تقسیم بندی شد. آلکئوس سویل^{۳۱} دانشجوی دکترای آموزش ریاضی از دانشگاه آتن یونان، به تجربه‌ای اشاره کرد که با ایجاد یک انجمن بحث اینترنتی و عضویت معلمان در آن، هر کس سؤالات خود را مطرح می‌کرد و یا به سؤالات دیگران پاسخ می‌داد. سایمون کرلی^{۳۲} معلمی از انگلستان، به تجربه مشابهی اشاره کرد که در آن، همین فضای اینترنتی با امکان بارگذاری فایل‌ها و نمونه‌های آموزشی ساخته شده توسط سایرین، به‌وجود آمده و معلمان در واقع، نوعی مصرف‌کننده مولد بودند و علاوه بر بهره‌گیری از منابع آموزشی دیگران، خود نیز در تولید نمونه‌ها نقش داشتند.

ساعت ۱۸، پایان جلسات روز دوم بود.

آغاز روز سوم در ساعت ۸:۴۵ و در سالن اصلی، به مرور کوتاهی از برنامه‌های روز قبل گذشت و یادآوری شد که امروز فقط یک سخنرانی عمومی خواهیم داشت. پس از آن، گروه‌های کاری در دو نوبت، جلسات مباحثه خود را ادامه می‌دهند و بعد به جمع‌بندی پرداخته و در مراسم اختتامیه، در حد ۱۵ دقیقه، هر گروه کاری، نتیجه مباحثات خود را مطرح نمود.

آخرین سخنرانی عمومی سمینار، به پاول درایورز^{۳۳} از مؤسسه فرودنتال^{۳۴} هلند اختصاص داشت. سخن او درباره رابطه بین تکنولوژی و مهارت‌های قلم-کاغذی بود. او در ابتدا با طرح این سؤال که آیا این دو، رابطه‌ای متقابل دارند؟ آیا در تضاد با هم هستند؟ یا مهارت‌های قلم-کاغذی به معنای پلی برای رسیدن به مهارت‌های تکنولوژیکی است؟ سخن خود را آغاز کرد.

او با بیان این که «برخی معتقدند که بهره‌گیری از تکنولوژی به معنای حذف مهارت‌های قلم-کاغذی است»، عنوان کرد که نتیجه و مهارت‌های به‌دست آمده توسط دانش‌آموزان در یک کلاس مبتنی بر تکنولوژی، کاملاً

کتاب تازه تألیف ریاضی ۱

از منظر مدرسان آن

تأکید شده و از دو روش تجزیه و مربع کامل کردن کمتر سخن رفته است. در هر حال، چون این فصل، یکی از قسمت‌های مهم ریاضیات مدرسه‌ای است و در پایه‌های بعدی نیز به وفور از آن استفاده خواهد شد، انتظار معلمان این بود که از تعداد روش‌های مطرح شده کاسته و بر ایجاد فهم و درک و مهارت‌آموزی در دانش‌آموزان تأکید بیشتری شود. نکته دیگری که در این فصل جدید است، استفاده فراوان و بی‌توضیح از روش‌های هندسی بدون توجه به پیش‌نیازهای مربوط به آن است. مثلاً در مثال‌های صفحه ۱۸۰، از رسم معادله درجه دو برای پیدا کردن جواب استفاده کرده است و این در حالی است که دانش‌آموزان با این مطلب، هنوز آشنا نشده‌اند.

فصل هفتم: عبارات گویا

فصل نهم: نامعادلات درجه اول
این فصل شامل ۱۰ صفحه از کل کتاب است که ۸ صفحه آن متعلق به متن درسی است. مطالبی که در این فصل مطرح شده‌اند، در سال‌های قبل نبوده‌اند و مطالب جدیدی هستند که دانش‌آموزان در این پایه با آن‌ها آشنا می‌شوند. با این وجود، این فصل یکی از کم حجم‌ترین فصل‌های کتاب است که با توجه به ساده بودن مطالب، دور از انتظار نیست. باز هم در این فصل، با استفاده از ترازو و وزن کردن اشیای مختلف، سعی در شبیه‌سازی ریاضی با زندگی واقعی، و کمک به فهم مطلب از طریق معرفی کاربردهای آن با توضیحات و مثال‌های ارائه شده به قصد تسهیل این امر شده است.

فعالیت

فعالیت از اجزای تشکیل‌دهنده کتاب است و به گفته مؤلفان، مفهوم‌سازی از طریق یک فعالیت یا طرح یک مسئله در زمینه‌های واقعی و قابل درک برای دانش‌آموزان، یکی از شیوه‌های آموزش در این کتاب در نظر گرفته شده است. اما معلمان معتقدند که مطالب این بخش به دلیل تکراری بودن اغلب آن‌ها، برای بیشتر دانش‌آموزان ساده هستند و انجام فعالیت‌ها، تقریباً نیازی به مهارت‌های مرتبه بالای تفکر^۲ ندارند. علاوه بر این، معمولاً بعد از اکثر فعالیت‌ها، نتیجه بلافاصله در کادرهای بنفش رنگ آمده است و دیگر فرصتی برای دانش‌آموزان جهت بازتاب بر فعالیت انجام شده و درک مفهوم مستتر در آن داده نشده است. به طور کلی، تعداد فعالیت‌های این کتاب اندک است و توزیع مفهومی، زمانی و حتی فیزیکی آن

این فصل ۱۷ صفحه از کتاب را شامل می‌شود که ۹ صفحه آن، متعلق به متن درسی است. برخلاف فصل‌های قبل، در این فصل مثال‌هایی آورده شده و توضیحاتی در متن کتاب ذکر شده که سعی در آموزش روش‌ها دارد. از این گذشته، در جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عبارات‌های گویا، از تجزیه و اتحاد به وفور استفاده شده است، موضوعی که در این فصل، یک بازگشت به عقب و مرور مطالب مطرح شده در فصل ۴ را اجتناب‌ناپذیر می‌کند زیرا فاصله زمانی زیاد بین تدریس این دو مطلب که یکی در نیمسال اول و دیگری در نیمسال دوم تحصیلی است، به گفته معلمان، باعث فراموش شدن بسیاری از اتحادها شده و در نتیجه، بر توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل این فصل تأثیر می‌گذارد. توجه به بازه زمانی بین ارائه این دو مطلب، این مشکلی است که توجه مؤلفان کتاب‌های درسی را می‌طلبد. در قسمت گویا کردن مخرج عبارات‌های گویایی نظیر $\frac{2}{\sqrt{a}-1}$ نیز، از اتحاد مزدوج استفاده می‌شود که یادآوری اتحادهای مورد نیاز در این بخش را ضروری می‌کند. در همین حال، یکی از نقاط قوت این فصل، مربوط به تقسیم چندجمله‌ای‌هاست که در آن، آموزش تقسیم به صورت مرحله به مرحله است و پس از آموزش هر مرحله، بعدی مطرح شده است.

فصل هشتم: معادله درجه دو

۱۲ صفحه از کل کتاب به فصل هشتم اختصاص یافته است که ۸ صفحه آن، متن درسی است. این فصل، با طرح مسئله‌ای وارد موضوع شده و در ادامه، به معرفی روش‌های مختلف حل معادله درجه دو پرداخته است. برای این کار، بیشتر بر روش‌های خوارزمی، آزمون و خطا و ترسیم

متعادل نیست. مثلاً در یک فصل ۱۷ فعالیت و در یک فصل، اصلاً فعالیتی نیامده است. اکثر فعالیت‌ها هم به مثال بیشتر شبیه‌اند تا فعالیت، زیرا فعالیت به منظور ایجاد چالش و فرصتی برای ترغیب یادگیرندگان به تفکر و طرح ایده‌های خویش است. به عنوان نمونه‌ای از تداخل وظایف فعالیت با مثال و تمرین در کلاس، فعالیت زیر، قابل توجه است:

فعالیت: سارا و اکرم دو خواهر هستند. وقتی اکرم به دنیا آمد، سارا ۴ ساله بود. وقتی سارا ۷ ساله می‌شود، اکرم چند سال خواهد داشت؟ وقتی اکرم ۲۰ ساله شود، سارا چند ساله خواهد بود؟ اگر سن اکرم را با y و سن سارا را با x نشان دهیم، چه رابطه‌ای بین این دو مقدار وجود دارد؟

برای این فعالیت، سؤالاتی مطرح شده و مراحمی برای رسیدن به هدف مورد نظر طراحی شده است. ولی در جایی که انتظار می‌رود دانش‌آموزان در آن قسمت به نتیجه‌ای برسند، فعالیت قطع شده و نتیجه انجام مراحل گام به گام این فعالیت، بدون ایجاد چالشی، به صورت $y = x + 4$ که در آن، x سن سارا و y سن اکرم را نشان می‌دهد، در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفته است. در حقیقت با این کار، عملاً تمام تلاش‌های انجام شده طی مراحل فعالیت، از بین رفته است. فعالیت ص. ۱۲۷ نیز که در آن، از دانش‌آموزان خواسته شده تا «معادله خطی که شیب آن m است و از نقطه $(0, 2)$ می‌گذرد» را بیابند، مثال جالب دیگری است؛ این سؤال، با ۴ نقطه مختلف تکرار شده و کافی است دانش‌آموزان، نقاط مختلف را در معادله خط قرار دهند و به جواب برسند. بدین سبب، مطرح شدن چنین سؤال‌هایی به عنوان یک تمرین، مناسب‌تر از یک فعالیت است.

تمرین در کلاس

در این کتاب، مرز بین تمرین و مسئله روشن نیست. مثلاً از ۱۲ تمرین در کلاس فصل ۱، بسیاری در بخش مسائل تکرار شده‌اند که در اغلب فصل‌ها به همین ترتیب است. یا این که بعضی نکات تاریخی مانند راه‌های «حفظ کردن تقریب اعشاری π تا ده رقم» به عنوان تمرین آمده است که معلوم نیست انتظار مؤلفان از دانش‌آموزان چیست و چه چیزی را قرار است «تمرین» کنند. توجه کنید:

دانش‌آموزی گفت: در جایی خوانده‌ام که برای حفظ تقریب اعشاری π تا ده رقم، می‌توان جمله زیر را حفظ کرد.

خرد و بینش و آگاهی دانشمندان ره‌سرم‌نزل مقصود بما آموزد

به نظر شما، چه ارتباطی بین این جمله و عدد π وجود دارد؟ (تمرین ۱۰ صفحه ۲۰).

طرح این نوع تمرین‌ها از جهات متعددی قابل تأمل است. به طور مثال، در حالی که کتاب بر استفاده از تاریخ و اهمیت آن تأکید کرده است، اما در مورد این تمرین، به شأن نزول تاریخی آن اشاره‌ای نشده است که چگونه پیشینیان، بدون داشتن ابزار محاسباتی در دسترس، از چنین راهبردهایی برای به خاطر سپردن تقریب‌های معروف از جمله مقدار π استفاده می‌کردند. هم‌چنین، برای دانش‌آموزان انگیزه‌بخش است که در جایی که درس در مورد «تقریب‌های اعشاری اعداد حقیقی» است، بدانند که افتخار محاسبه عدد π تا چندین رقم اعشار از آن غیث‌الدین جمشید کاشانی، ریاضی‌دان برجسته ایرانی است. که البته در بخش مثلثات از وی نام برده شده است. این راهبردها فقط ارزش تاریخی دارند و در عصر تکنولوژی، «حفظ کردن»، روش مناسبی برای یادگیری ریاضی نیست. به خصوص آن که در کتاب، از روش‌های مبتنی بر روان‌شناسی شناختی برای یادگیری مانند «فعالیت» و «ببندیشیم» استفاده شده است. در پایان، طرح سؤال در مورد «ارتباط این جمله با عدد π » غیر ضروری است چون تمرین با بیان ضمنی این ارتباط شروع شده است. یکی دیگر از ناهماهنگی «تمرین‌ها»، عدم تعادل آن‌ها از نظر تعداد و هدف در فصل‌های مختلف است. به طور مثال، ۹ مورد «تمرین در کلاس» برای فصل ۳ و ۱۳ مورد برای فصل ۴ در نظر گرفته شده است که طبق نظر معلمان، با تعداد صفحات این فصل‌ها و تکراری و مشابه بودنشان با مسائل همین فصل‌ها، غیر ضروری و زیاد است. به گفته معلمان، بعضی از تمرین‌ها هم از فرط سادگی، دانش‌آموزان را متحیر کرده است؛ مانند طرح سؤالی هم چون «قرینه یک عدد مثبت، چه علامتی دارد؟» برای تمرین در کلاس صفحه ۷۴ که نمونه‌های بسیار سخت‌تر آن در دوره راهنمایی مطرح می‌شود. هم‌چنین، طرح سه تمرین در کلاس پشت سر هم

فعالیت از اجزای تشکیل‌دهنده کتاب است و به گفته مؤلفان، مفهوم‌سازی از طریق یک فعالیت یا طرح یک مسئله در زمینه‌های واقعی و قابل درک برای دانش‌آموزان، یکی از شیوه‌های آموزش در این کتاب در نظر گرفته شده است. اما معلمان معتقدند که مطالب این بخش به دلیل تکراری بودن اغلب آن‌ها، برای بیشتر دانش‌آموزان ساده هستند و انجام فعالیت‌ها، تقریباً نیازی به مهارت‌های مرتبه بالایی تفکر ندارند

از منظر برنامه‌ریزی،
«مسئله» دارای چالش
است و به اصطلاح، باید
حاوی ناشناخته‌ای باشد
که حل‌کننده مسئله پس
از حل، به یک «آها!»
یعنی یک شگفتی و نشاط
حاکمی از خلق و کشف
برسد. اما «تمرین» برای
ایجاد مهارت در مورد
آن کشف و خلق‌هاست.
در صورتی که بسیاری از
سؤالی‌هایی که در بخش
«مسائل» مطرح شده‌اند،
اغلب تکراری و ساده
و شبیه به «تمرین در
کلاس‌هایی» هستند که
قبل از «مسائل» مطرح
شده‌اند

درباره قرینه اعداد و عبارات در حجمی کمتر از دو صفحه و بدون توجیهی برای این کار، بیش از همه جلب توجه می‌کند. با وجود این، در فصل ۵، اگرچه تعداد تمرین در کلاس‌ها ۱۰ مورد است، اما در بخش رابطه خطی، برخلاف فصل‌های قبلی، بیشتر به مفهوم پرداخته است تا انجام محاسبات تکراری که این، یک نقطه قوت برای این فصل است.

در فصل ۶، تعداد تمرین در کلاس‌ها فقط چهار عدد است، اما مشکل این است که زاویه‌های داده شده در تمرین‌ها ۳۶، ۳۷، ۷۰ و ۷۵ درجه هستند، در حالی که طی این فصل، دانش‌آموزان فقط با زاویه‌های ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه آشنا شده‌اند که همگی، جزو زاویه‌های خاص هستند. در واقع، این تمرین‌ها درس جدید بدون ارائه آن‌ها در متن درس است که انجام آن‌ها، هم برای دانش‌آموزان بدون کمک بیرونی تقریباً بعید است و هم باری اضافه بر دوش معلمان است. در فصل‌های بعدی، بعضی تمرین در کلاس‌ها با توجه به مطالب گفته شده در متن درس مطرح شده‌اند که برای دست‌ورزی و تمرین مهارت‌ها، مناسب‌اند. بعضی هم به صورت موضوعی و پس از متن درس آمده‌اند که از نظر معلمان مطلوب است و به یادگیری دانش‌آموزان کمک می‌کند. چند مورد تمرین چالش‌برانگیز هم مانند تمرین در کلاس صفحه ۱۹۵ وجود دارد که به نوعی به مسائل استدلالی و اثباتی مربوط می‌شود و در آن‌ها، جا برای بحث وجود دارد که این‌ها هم از نظر معلمان، مفیدند.

فرض کنید x و y دو عدد باشند که $x < y$ است و فرض کنید a عدد مثبتی باشد. دلیل درستی هر مرحله از محاسبه زیر را بیان کنید:

- $x < y$
- $0 < y - x$
- $0 < a(y - x)$
- $0 < ay - ax$
- $ax < ay$

مسائل

بعضی مسائل در ایجاد این باور که مطالب ریاضی پایه اول متوسطه از دوره راهنمایی ساده‌ترند، تأثیرگذارند. مثلاً طرح سؤالی مانند «پیدا کردن جواب تفاضل ۵-۶» (صفحه ۷، قسمت مسائل) می‌تواند تأثیر

منفی بر تصور دانش‌آموزان نسبت به ریاضی دوره متوسطه داشته باشد و آن‌ها را از تلاش بازدارد. زیرا به هر حال، دانش‌آموزان از دوره راهنمایی وارد دبیرستان شده‌اند و انتظار دارند در این دوره، با مطالب کاربردی‌تر و سطح بالاتری آشنا شوند و در واقع، یک گام به سمت جلو بردارند. البته شاید طرح مسائلی در این سطح، با تصور تحقق یکی از اهداف کتاب یعنی «بیان پدیده‌های ساده اطراف به زبان ریاضی» باشد، ولی یافته‌های پژوهشی نشان می‌دهند که این کار، با پایین آوردن سطح ریاضی و بی‌چالش کردن فعالیت‌های آن صورت نمی‌گیرد. این را معلمان شرکت‌کننده در این تحقیق، به وضوح بیان کردند که اکثر دانش‌آموزان نسبت به سادگی، بی‌چالشی و بی‌هدفی این نوع مسئله‌ها معترض‌اند که این نکته، می‌تواند حاکی از ضعف مخاطب‌شناسی توسط برنامه‌ریزان و مؤلفان کتاب باشد. نکته دیگر این که از منظر برنامه‌ریزی، مسئله دارای چالش است و به اصطلاح، باید حاوی ناشناخته‌ای باشد که حل‌کننده مسئله پس از حل، به یک «آها!» یعنی یک شگفتی و نشاط حاکمی از خلق و کشف برسد. اما تمرین برای ایجاد مهارت در مورد آن کشف و خلق‌هاست. در صورتی که بسیاری از سؤالی‌هایی که در بخش مسائل مطرح شده‌اند، اغلب تکراری و ساده و شبیه به تمرین در کلاس‌هایی هستند که قبل از مسائل مطرح شده‌اند. مثلاً سؤال ۱ تمرین در کلاس صفحه ۱۳، در مورد حاصل ضرب $270 \times 2 \times 44$ است و در مسائل صفحه ۱۴ نیز، همین امر به شکل $1/2 \times 55$ خواسته شده است که توجیه برنامه‌ای ندارد. البته از این موارد در سراسر کتاب فراوان است و این فقط یک نمونه است. البته در فصل آخر کتاب، بیشتر مسائل برخلاف فصل‌های قبلی، به صورت مسئله هستند که با توجه به جدید بودن فصل، یک نقطه مثبت است.

آشنایی با دانشمندان

این قسمت، یکی از بخش‌های اضافه شده به کتاب جدید است و مربوط به معرفی دانشمندان و ریاضی‌دانان ایرانی/اسلامی است. در این قسمت نیز توضیحی برای انتخاب‌ها و نحوه توزیع این قسمت در سراسر کتاب، داده نشده است. به طور مشخص، از مجموع هفت دانشمند معرفی شده در ۹ فصل کتاب،

سه نفر به ترتیب زیر، در فصل ۱ معرفی شده‌اند که این نحوه توزیع، به طور جدی جای سؤال دارد، به خصوص آن که دانشمندان نام‌برده، جزو کسانی هستند که بعید است دانش‌آموزان ۱۵ ساله یا حتی بعضی از معلمان آن‌ها، قبلاً نام آن‌ها به گوششان خورده باشد.

– **ملا محمدباقر یزدی** (ص. ۴): علاوه بر ناآشنا بودن این دانشمند برای اکثر دانش‌آموزان، در این معرفی به حقایق یا عبارات‌های نامأنوس دیگری شامل کتاب «عیون الحساب»، «اعداد متحابه»، «حاشیه بر تحریر مخروطات آپولونیوس»، «شرح کتاب الاشکال الکنزیه» و «شرح المقالة العاشر من (تحریر) اصول اقلیدس» اشاره شده است. این‌ها نشان می‌دهد که این متن، ارتباط افقی ناچیزی با برنامه درسی پایه اول متوسطه در ایران دارد، در حالی که توجه به این ارتباط، از اصول اساسی برنامه‌ریزی درسی است. این حاشیه‌ها، توجه به فرع را برجسته‌تر از اصل کرده است.

– **ابوجعفر محمد بن ایوب طبری** (ص. ۷): در معرفی این دانشمند، آمده است که «طبری در علم حساب به‌ویژه در تألیفات خود، معتقد به معرفی جامع‌نگر فصل‌های گوناگون علم حساب و هندسه بوده است و از این کار، هدف تعلیماتی داشته است». در ادامه نیز، به «مفتاح‌المعاملات» و «شمارنامه» به عنوان دو اثر وی اشاره نموده و قید شده که این آثار، هم‌اکنون در «کتابخانه ایاصوفیای استانبول» نگهداری می‌شود. نکته‌ای که معلمان را در انتخاب این دانشمند و چنین نثری برای دانش‌آموزان ۱۴ تا ۱۵ ساله پایه اول متوسطه به تعجب واداشته بود، ناآشنا بودن این دانشمند برای عموم جمعیت هدف^۴ (۱۴ تا ۱۵ ساله‌ها) – نه افراد ویژه – سختی مفاهیم و زبان استفاده شده مورد تأیید بسیاری از معلمان فارسی این پایه مانند «معرفی جامع‌نگر» و «هدف تعلیماتی»، ناشناخته بودن «کتابخانه ایاصوفیای استانبول» برای جمع وسیعی از دانش‌آموزان و معلمان ریاضی آن‌ها، ندانستن «چرایی» میزبان شدن این کتابخانه برای آثار ارزشمند ایرانی، و حتی روخوانی واژگانی مانند «مفتاح‌المعاملات» و درک معنی آن بود.

– **ابوالحسن علی بن احمد نسوی** (ص. ۲۰): از این ریاضی‌دان، در سایر کتاب‌های این پایه، نام برده نشده است. علاوه بر این، مطالعه‌ای انجام نشده که معناداری رابطه بین داشتن «سیرتی نیکو»، عاشق

«علم و هنر»، «کریم، مهمان‌نواز، خوان‌گشاده» بودن را با «حکیم و ریاضی‌دان» بودن نشان داده باشد. هم‌چنین، علت «دانش‌گستر»ی وی و اطلاق لقب «استاد مختص» دادن به او، بر مخاطب ۱۵ ساله و اکثر معلمان آنان معلوم نیست. بالاخره، طبق اظهار نظر بعضی از معلمان عربی، توانایی روخوانی عربی اغلب دانش‌آموزان این پایه در سطحی نیست که قادر باشند به راحتی، عبارات‌هایی مانند «اثرالمقتع فیالحساب الهندی» را بخوانند.

این در حالی است که فصل ۵ و فصل ۶، به معرفی کوتاهی از غیاث‌الدین کاشانی که به محاسبه $\sin 1$ پرداخته و خوارزمی که خالق «جبر» بوده پرداخته شده است؛ کسانی که حداقل بارها نامشان از رسانه‌های عمومی به گوش دانش‌آموزان و معلمان آن‌ها خورده و شاید بیشتر مشتاق دانستن درباره آن‌ها باشند.

خواندنی‌های تاریخی

تفاوت این بخش با آشنایی با دانشمندان خیلی روشن نیست. نمونه‌های زیر، مؤید این ادعا هستند. چهار صفحه از فصل ۱ به خواندنی‌های تاریخی درباره اعداد و تاریخچه آن و روشی که برای ضرب اعداد مخلوط به کار می‌رفته، اختصاص داده شده است. به گفته معلمان، اگرچه آشنایی با تاریخ ریاضی برای بعضی دانش‌آموزان جذاب است و برای تدریس نیز مطلوب است، ولی با توجه به عمومی بودن کتاب، معرفی دانشمندان کمتر معروف برای مخاطبان خود و روش‌های تاریخی گاه سخت برای مخاطبان عمومی، مورد استفاده و جذاب نیست.

هم‌چنین در فصل ۴، روشی که توسط محمد بن حسن کرجی ابداع شده است معرفی شده، سپس از دانش‌آموزان خواسته شده تا فرمول ابداعی وی را اثبات کنند. مقایسه توقع اثبات فرمول کرجی و پیدا کردن علامت قرینه یک عدد مثبت از دانش‌آموزان که هم‌زمان در یک فصل اتفاق افتاده، نشان‌دهنده یک تناقض برنامه‌ای است. ریشه تناقض در سطوح انتظار از دانش‌آموزان، نشناختن مخاطب و عدم شفافیت در تبیین اهداف برنامه است. این نتیجه از آن‌جا حاصل می‌شود که این تناقض، در سراسر کتاب، به دفعات دیده شده و به اصطلاح، مبین «مشت نمونه خروار» است. کتاب

به گفته معلمان، اگرچه آشنایی با تاریخ ریاضی برای بعضی دانش‌آموزان جذاب است و برای تدریس نیز مطلوب است، ولی با توجه به عمومی بودن کتاب، معرفی دانشمندان کمتر معروف برای مخاطبان خود و روش‌های تاریخی گاه سخت برای مخاطبان عمومی، مورد استفاده و جذاب نیست

مثال

از کثرت تعداد مثال‌ها، می‌توان استنباط نمود که از نظر مؤلفان، مثال‌ها نقش کلیدی در عمیق‌تر شدن فهم دانش‌آموزان و یادگیری چگونگی به‌کارگیری مفاهیم توسط آنان را داشته‌اند، اما روشن نیست که از نظر برنامه‌ای، این نوع مثال‌ها چه هدف مشخصی را دنبال می‌کنند. مثلاً در بخش «به فارسی روان بنویسید»، ظاهراً هدف از تعداد زیاد مثال‌ها، هم آموزش و هم تعمیق مطالب بوده است. در حالی که در فصل ۴ که هدف آن آشنایی با «اتحاد و تجزیه» است، از مجموع ۲۶ مثال، ۱۵ مورد آن‌ها مربوط به «چندجمله‌ای‌ها و تشخیص آن‌ها» و تنها ۱۱ مورد مربوط به «اتحاد و تجزیه» است که چنین توزیعی نیازمند توضیح و توجیه برنامه‌ای است.

کادرهای مربوط به نتیجه‌گیری

این بخش در جدول تجمعی نیامده است اما حاوی نکاتی است که برای تکمیل این تحلیل، لازم دانستیم به آن‌ها اشاره کنیم. برای نمونه، تعداد این کادرها در فصل‌های مختلف متفاوت است و از یک توجیه روشن برنامه‌ای تبعیت نمی‌کنند. بیشتر کادرهای مربوط به نتیجه‌گیری پس از فعالیت‌ها مطرح شده‌اند و این کار، بدون در نظر گرفتن چرایی انجام هر فعالیت و بدون دادن فرصتی به دانش‌آموزان برای تفکر درباره نتیجه آن فعالیت مطرح شده‌اند که تنها به ارائه چند نمونه بسنده می‌شود.

در فعالیت صفحه ۱۶، از دانش‌آموزان خواسته شده است تا نقاطی مانند ۳ و ۵ و ۱۲ و ۳ و ۵ و ۱۲- را بر روی محور نشان دهند و رابطه بین فاصله این اعداد تا مبدأ و خود این اعداد را مشاهده کنند. اما بلافاصله پس از طرح این فعالیت، تعریف قدرمطلق به صورت «فاصله نقطه نظیر یک عدد حقیقی روی محور اعداد تا مبدأ را قدرمطلق آن عدد می‌نامند»، به عنوان نتیجه‌گیری در یک کادر آمده است که به طور طبیعی، تلاش برای انجام فعالیت را بی‌مورد کرده است. به طور کلی، ارزش، ضرورت، کارکرد و نسبت این کادرها با برنامه درسی این کتاب روشن نیست و دانش‌آموزان پیامی نمی‌گیرند که هر جا کادری دیدند، انتظار چه چیزی را داشته باشند. برای نمونه، بعضی کادرها بیشتر تعریف‌های ساده هستند، مانند این

اول متوسطه، یک کتاب عمومی است و دانش‌آموزان همه رشته‌ها مجبور به گذراندن آن هستند و مطرح کردن این گونه سؤالات سخت در یک کتاب عمومی، بر روی دید دانش‌آموزان راجع به کتاب و باور آنان نسبت به ریاضی و خودشان به عنوان یادگیرندگان ریاضی، اثر منفی می‌گذارد. زیرا همه دانش‌آموزان قادر به حل آن‌ها نیستند.

علاوه بر این‌ها، در چند جای کتاب سؤالاتی از کتاب **مفتاح‌المعاملات** مطرح شده‌اند که دلیل آن روشن نیست و با توجه به سطح مفاهیم و مباحث مطرح شده در این کتاب، نسبتاً سخت هستند و هدف آموزشی آن‌ها نیز مبهم است. نمونه زیر مبین این ادعاست:

بازرگانی یک درهم به غلامش داد و گفت که به بازار برو و به اندازه یک درهم خربزه بخر و به باربر بده تا بیاورد. هزینه بیست خربزه یک درهم است و باربر شصت خربزه را با یک درهم به مقصد می‌رساند. غلام رفت و خربزه خرید و به همراه باربر آورد. غلام چند خربزه آورده است؟

بیندیشیم

عنوان این بخش جذاب است اما وقتی محتوای آن تحلیل شد، الزاماً خیلی با ماهیت اندیشیدن مرتبط نبود و اثر مشهودی در تمام کتاب نداشت. به طور مثال، در فصل ۱، تنها یک مورد از این ظرفیت استفاده شده است و آن هم درباره «تعداد اعداد گویای موجود در بین دو عدد گویای دیگر» است که معلوم نیست در اولین فصل کتاب، منابع دانشی دانش‌آموزان برای آن که بیندیشند و به نتیجه‌ای برسند چیست، جز آن که درس را آموخته باشند و با دانش کسب شده، بتوانند به این پرسش پاسخ دهند. سایر بیندیشیم‌ها اغلب سراسراند و نیاز چندانی به اندیشیدن ندارند جز آن که دانش‌آموزان، دانش و مهارت و تکنیک‌های لازم را بدانند و به موقع به کار ببرند. مانند این که «۵/۱۴ روز، چه مفهومی می‌تواند داشته باشد» که این بیندیشیم نیز به راحتی و با یک محاسبه ساده مشخص می‌شود. ضمن این که سؤالاتی نظیر این، در پایه‌های قبلی و در دوره راهنمایی نیز مطرح می‌شوند و برای دانش‌آموزان جدید نیست.

از کثرت تعداد مثال‌ها، می‌توان استنباط نمود که از نظر مؤلفان، مثال‌ها نقش کلیدی در عمیق‌تر شدن فهم دانش‌آموزان و یادگیری چگونگی به‌کارگیری مفاهیم توسط آنان را داشته‌اند، اما روشن نیست که از نظر برنامه‌ای، این نوع مثال‌ها چه هدف مشخصی را دنبال می‌کنند

تعریف که «در هر عمل تقسیم، مقسوم برابر است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت و جمع با باقیمانده». یا این که در بعضی جاها، قسمت‌هایی تحت عنوان **توجه کنید** وجود دارد که در آن‌ها، توجه دانش‌آموزان را به نوشتن شکل نادرست عبارت‌ها جلب کرده است. به عنوان مثال، نوشته شده که «در حالت کلی، $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ » اما نوشته نشده که این «کلیت» از چه موارد دیگری متمایز است.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

از نظر معلمان، سطح و عمق و هدف تعداد بسیاری از فعالیت‌های کتاب ریاضی ۱ روشن نیست. بدین سبب، «گاهی در جایی مطرح شده‌اند که دیگر نیازی به انجامشان نیست و گاهی به اندازه یک تمرین تنزل یافته‌اند که دیگر ماهیت فعالیت را ندارند». همچنین، به عقیده آن‌ها «در بخش یادگیری مفاهیم، ضعیف عمل شده و بیشتر بر روی محاسبات کار شده است». البته معلمان قبول داشتند که «با مثال‌ها یا تمرین‌هایی که در کتاب مطرح شده، سعی شده است کتاب به گونه‌ای باشد که به زندگی واقعی نزدیک‌تر شده و بین علوم مختلف و ریاضی ارتباط ایجاد شود». ولی با این حال، آنان معتقدند که «اغلب این مثال‌ها، خالی از مطالب علمی‌اند که بتواند ارزش ریاضی را در علم نشان دهد». از این‌ها گذشته، معلمان در این که «تعداد زیاد تمرین در کلاس‌ها و مسائل مشابه و گاهی سطح بسیار پایین آن‌ها، حوصله کلاس را سر می‌برد و می‌توان بدون از بین رفتن کلیت کتاب، بسیاری از تمرین در کلاس‌ها و مسائل را حذف و یا جایگزین کرد»، اتفاق نظر داشتند. «چیدمان مطالب» نیز جزو نکاتی بود که تذکر معلمان را به همراه داشت:

تا نیمسال اول، بیشتر مطالب به گونه‌ای هستند که دانش‌آموزان با اکثر آن مطالب آشنا هستند و عملاً چیز جدیدی یاد گرفته نمی‌شود. ولی در نیمسال دوم که فرصت هم کم است، مطالب جدید بسیاری وجود دارد و برخی از فصول کتاب را می‌توان جابه‌جا کرد که به عنوان مثال، می‌توان به فاصله بین معادلات و نامعادلات و آمدن عبارت‌های گویا و عملیات مربوط به آن‌ها بعد از اتحادها، به دلیل ارتباطی که با همدیگر دارند اشاره کرد.

همان‌طور که در فصل‌های قبلی نیز اشاره شد،

پایه اول متوسطه، به دلیل نقش مهمی که در آینده تحصیلی، شغلی و زندگی واقعی دانش‌آموزان به عنوان شهروندان آینده دارد، از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. مثلاً، انتخاب رشته تحصیلی در این پایه رقم می‌خورد و می‌توان گفت که قبل از آزمون سراسری برای ورود به آموزش عالی، مهم‌ترین اتفاق تحصیلی دانش‌آموزان است. در این بین، ریاضی این پایه به دلیل نقش مهمی که در انتخاب رشته دانش‌آموزان بازی می‌کند، شأنیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. این امر بدین دلیل است که درس ریاضی، هم یکی از درس‌های عمومی برای همه رشته‌هاست و هم نقش تعیین‌کننده‌ای برای کسانی که می‌خواهند ریاضی را به عنوان رشته تحصیلی خود انتخاب کنند ایفا می‌کند. در نتیجه، هر اتفاق کوچک یا بزرگی که در برنامه و کتاب درسی ریاضی این پایه رخ می‌دهد، بر تمام ارکان نظام متمرکز آموزشی در ایران تأثیرگذار است. با توجه به تغییراتی که در سال ۱۳۸۷ در کتاب ریاضی ۱ به وجود آمد و در سال ۱۳۸۸ تجدید چاپ شد، از سوی بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان، سؤالاتی جدی در رابطه با تأثیر کتاب تازه تألیف ریاضی این پایه، بر روند بهبود یادگیری ریاضی دانش‌آموزان مطرح شده است. به دلیل این حساسیت، این پژوهش با دو سؤال طراحی شد که در این بخش، بر اساس یافته‌های این مطالعه، پاسخ‌هایی نسبی برای هر یک ارائه می‌شود.

سؤال اول پژوهش: کتاب جدید، تا چه اندازه، نیازمندی‌ها و توانایی‌های تمام دانش‌آموزان پایه اول متوسطه را در نظر گرفته است؟

پاسخ کلی به این سؤال، کم بودن توجه به این مهم به دلایل زیر بود:

- عدم انجام نیازسنجی‌های لازم؛
- توجه نکردن به مخاطبان متنوع و متفاوت این کتاب و سطح علمی، انگیزه و علاقه‌مندی آن‌ها و در نتیجه، در نظر نگرفتن نیازمندی‌ها و توانایی‌های ایشان؛
- عدم توجه به ماهیت عمومی ریاضی ۱ پایه اول متوسطه؛
- عدم ایجاد تمایز بین ریاضی به عنوان یک درس عمومی و ریاضی به عنوان یک درس تخصصی؛
- روشن نبودن سطح انتظارات از دانش‌آموزان؛
- عدم تطابق بین اهدافی که توسط «گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی» برای هر فصل

بیشتر کادرهای مربوط به نتیجه‌گیری پس از فعالیت‌ها مطرح شده‌اند و این کار، بدون در نظر گرفتن چرایی انجام هر فعالیت و بدون دادن فرصتی به دانش‌آموزان برای تفکر درباره نتیجه آن فعالیت مطرح شده‌اند که تنها به ارائه چند نمونه بسنده می‌شود

۴. توصیه‌های آموزشی

برای هر نظام آموزشی، سال اول متوسطه از اهمیت به‌سزایی برخوردار است و ریاضی، یکی از دروس اصلی آن است. اما متأسفانه، ریاضی تنها درسی است که همه ساله، آمار بیشترین افت تحصیلی را نصیب خود کرده است. این نکته، لزوم توجهی خاص را به محتوای ریاضی مدرسه‌ای ایجاب می‌کند. در این بین، معلمان به دلیل ارتباط نزدیکی که با دانش‌آموزان دارند، می‌توانند بیشترین کمک را به آن‌ها داشته باشند. معلمان خواسته یا ناخواسته، در دانش‌آموزان گرایش منفی یا مثبت نسبت به ریاضی به وجود می‌آورند و بر باور آن‌ها نسبت به ریاضی، به‌صورت مستقیم یا غیرمستقیم، تأثیر می‌گذارند. با توجه به این حقایق و نتایجی که از این پژوهش به دست آمد، موارد آموزشی زیر توصیه می‌شوند.

- مفاهیم پایه، همیشه نقش کلیدی را در آموزش بر عهده دارند. لازم است که قبل از شروع هر مطلبی، به پیش‌نیازهای آن توجه داشته و وقت کافی را برای از بین بردن اشکالات دانش‌آموزان، صرف کنیم. به خاطر هم داشته باشیم که سرعت یادگیری، همیشه به یک منوال نیست؛ چه بسا ابتدا با سرعت کمتری حرکت کنیم، ولی پس از مدتی، سرعت حرکت کلاس به سمت جلو، بیشتر شود.

- شبکه‌ها و ایده‌های موجود در ذهن هر فرد، با فرد دیگر متفاوت است. ضروری است که معلمان به این تفاوت‌ها توجه داشته باشند و نسبت به روش به‌کار برده شده توسط خودشان، تعصب نداشته باشند. تعداد زیادی از دانش‌آموزان، شاید برخلاف تصور ما، دارای روش‌ها و مثال‌هایی هستند که گاهی نسبت به روش‌ها و مثال‌های دبیرانشان، ظریف‌تر و جذاب‌ترند. این تنوع، نیازمند توجه و ارزش قایل شدن به حرف‌های آن‌ها و جلب مشارکتشان در تدریس است. هم‌چنین، لازم است که محیط کلاس درس ریاضی به گونه‌ای باشد که ترس از اظهار نظر کردن در آن، وجود نداشته باشد و در واقع، توجیه اصلی داشتن «فعالیت» در کتاب همین است. برای این کار، لازم است بدانیم که دانش‌آموزان حاضر در یک کلاس، با هم تفاوت‌های بسیاری دارند و لازم است که همه را یکسان تصور نکنیم تا مانند «سری‌دوزهای تک‌سایز»، بخواهیم بر تن همه آن‌ها به زور، یک لباس بپوشانیم.

این کتاب نوشته شده و توصیه‌های تدریسی بدون پشتوانه لازم نظری یا ساعت‌هایی که به تدریس کتاب ریاضی ۱ اختصاص داده شده است.

سؤال دوم پژوهش: دبیران ریاضی، تغییرات اعمال شده در کتاب تازه تألیف را چگونه ارزیابی می‌کنند؟

ارزیابی معلمان از تغییرات انجام شده از این قرار بود:

- عدم تناسب محتوای کتاب با مخاطبان عمومی آن؛
- پایین آمدن سطح کتاب در اغلب بخش‌ها؛
- تعداد بسیار زیاد «تمرین در کلاس»ها و مسائل تکراری و گاهی سطح پایین؛
- ناهماهنگی بین بخش‌های مختلف کتاب؛
- طولانی بودن بعضی بخش‌ها و استفاده بیش از حد از توضیحات کلامی در آن‌ها؛
- ابتر ماندن بعضی از بخش‌های جدید کتاب؛
- قایل نشدن تمایز صریح بین ظرفیت‌های مختلف کتاب مانند «تمرین در کلاس»، «فعالیت»، «مسائل» و «بیندیشیم»؛
- تعداد بسیار زیاد فعالیت‌های مطرح شده و روشن نبودن اهداف طراحی برخی از این فعالیت‌ها؛
- نامشخص بودن چرایی سطح و عمق در نظر گرفته شده برای فعالیت‌ها؛
- چالش‌برانگیز نبودن اغلب فعالیت‌ها به گونه‌ای که گاهی نیازی به انجامشان نیست زیرا بعد از وقوع واقعه آمده‌اند و گاهی در حد یک تمرین تنزل یافته‌اند؛
- وجود مسئله‌ها و تمرین در کلاس‌های بسیار زیاد و تکراری؛
- تکرار بسیاری از تمرین در کلاس‌ها در بخش مسائل؛
- تلاش برای استفاده از مثال‌های زندگی واقعی برای نشان دادن کاربرد ریاضی و معنادار کردن آن؛
- کم دقتی در انتخاب زمینه‌های زندگی واقعی که بالقوه، باعث ایجاد بدفهمی در دانش‌آموزان می‌شود، مانند مثال «غذاهای خورده شده توسط علی و حسن» در فصل مجموعه‌ها و «شمارش مورچه‌ها» در صفحات ۴۵ و ۶۰ کتاب؛
- تغییرات شدید در شکل ظاهری کتاب و استفاده غیرضروری از جلوه‌های تصویری و گرافیکی کم ارتباط با بحث‌های مطرح شده در کتاب.

ریاضی این پایه به دلیل نقش مهمی که در انتخاب رشته دانش‌آموزان بازی می‌کند، شأنیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. این امر بدین دلیل است که درس ریاضی، هم یکی از درس‌های عمومی برای همه رشته‌هاست و هم نقش تعیین‌کننده‌ای برای کسانی که می‌خواهند ریاضی را به عنوان رشته تحصیلی خود انتخاب کنند ایفا می‌کند. در نتیجه، هر اتفاق کوچک یا بزرگی که در برنامه و کتاب درسی ریاضی این پایه رخ می‌دهد، بر تمام ارکان نظام متمرکز آموزشی در ایران تأثیرگذار است.

هم‌چنین، در رابطه با جزئیات این کتاب، توصیه‌های زیر ارائه می‌شوند:

● در بخش رابطه خطی، برای درک مفهوم این موضوع، فعالیت‌ها زیاد و زمان‌برند. لذا پیشنهاد می‌شود فعالیت‌هایی مانند صفحه ۹۸ (مربوط به تبدیل ارز) و صفحه ۱۰۲ (مربوط به فروش شربت)، حذف یا تعدیل شوند.

● بحث ترتیب عملیات، از صفحه ۲۵ به صفحه ۱۲ منتقل شود؛ هر چند که جا دارد در دوره راهنمایی به این امر توجه جدی شود و نه در دوره متوسطه.

● در صفحه ۳۵، ۳۶ و ۳۷، متمم مجموعه و نیز دو مجموعه جدا از هم، اضافه شوند چرا که به راحتی با دانستن اشتراک، این دو مفهوم قابل توجیه‌اند.

● تعداد روش‌های گفته شده در بخش حل معادلات درجه ۲، بسیار زیاد است. بهتر است به دلیل ناآشنایی دانش‌آموزان با رسم نمودار سهمی، روش ترسیمی حذف شده و روش خوارزمی به‌صورت بخشی تحت عنوان «بیشتر بدانیم» یا «خواندنی» بیاید.

● جا دارد به مفهوم قدرمطلق، بیشتر از مقدار گفته شده پرداخته شود. دانش‌آموزان معمولاً در مفهوم قدرمطلق، که اشاره به فاصله دارد، مشکل دارند.

● فعالیت‌های مطرح شده در برخی موارد، نشانی از فعالیت ندارند و به‌صورت انجام دستورالعمل‌هایی است که از دانش‌آموزان خواسته شده است. پس از مطرح شدن فعالیت، انتظار می‌رود نتیجه‌گیری توسط خود دانش‌آموزان صورت گیرد ولی در بسیاری از فعالیت‌ها، نتیجه، بلافاصله پس از فعالیت در کادر بنفش رنگ آمده است که جا دارد به این امر توجه شود.

● تعداد تمرین در کلاس‌ها و مسائل مشابه، بسیار زیاد است. بدون صدمه دیدن کلیت کتاب، می‌توان تمرینات مشابه را حذف کرد.

● بسیاری از دانش‌آموزان در هنگام ورود به پایه اول متوسطه، بیشتر مطالب قبلی را فراموش کرده‌اند و یادآوری مناسب در شروع کتاب، می‌تواند مفید باشد.

● طرح مسائلی مانند محاسبه عبارت ۵ - ۶ و نظایر آن که در بخش «مسائل» صفحه ۷ این کتاب آمده، توجیه برنامه‌ای و نظری و تجربی ندارد و حذف امثال آن توصیه می‌شود.

● هندسی کردن هر مطلبی نه ضروری و نه امکان‌پذیر است و گاهی باعث سخت‌تر شدن فهمیدنشان توسط

دانش‌آموزان می‌شود. بدین سبب، پیشنهاد می‌شود در فصل اتحادها و تجزیه، بیان اتحادها به‌صورت هندسی، در بخشی تحت عنوان «بیشتر بدانیم» مطرح شود.

● اشاره به بخش مثلثات و پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی، بهتر است با اشاره‌ای به دایره مثلثاتی انجام شود و توضیح داده شود که چرا اضلاع قائمه‌اش، همیشه ۱ در نظر گرفته می‌شوند.

● جابجایی برخی فصل‌ها ضروری است. فصل هفتم (عبارت‌های گویا) و فصل چهارم (اتحادها و تجزیه)، ارتباط تنگاتنگی با یکدیگر دارند. ولی با وجود چنین ارتباطی، اتحادها در نوبت اول سال تحصیلی و عبارت‌های گویا، در نوبت دوم تدریس می‌شوند.

● اشکال مربوط به تمرین در کلاس‌ها و مسائل، می‌توانند به‌صورت موضوعی انتخاب شوند. انتخاب اشکالی مانند گچ و تخته یا قلم و دفتر، بار منفی با خود دارند و در دانش‌آموز احساس خستگی و بی‌حوصلگی به وجود می‌آورند. انتخاب موضوعی اشکال، در ذهن دانش‌آموزان سؤال ایجاد می‌کند و باعث تحرک ذهنی می‌شود.

پی‌نوشت

1. Falk Pingel
2. Embodied Mathematics
3. Triangulation
4. Validity
5. Natural Number
6. Realistic Mathematics Education (RME)
7. Higher Order Thiking
8. Target Population

منابع

۱. بخشعلی‌زاده، شهرناز و همکاران. (۱۳۹۰). ریاضیات ۱، سال اول متوسطه (چاپ جدید). دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.
۲. راهنمای تدریس کتاب ریاضی ۱، منطبق با نسخه جدید. (۱۳۸۸). دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی.
3. <http://mathdept.talif.sch.ir/>
4. Pingel, Falk. (2009). *UNESCO Guidebook on Textbook Research and Textbook Revision*. United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization Publisher.
5. Simon, M. (1996). Beyond inductive and deductive reasoning: The search for a sense of knowing. *Educational Studies in Mathematics*. 30, pp.197-210. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.



درباره مقاله: کتاب تازه تألیف ریاضی ۱ از منظر مدرسان آن

مؤلفان ریاضی اول دبیرستان

مقدمه

نقد یکی از ابزارهای اساسی و بسترساز رشد و پیشرفت به حساب می‌آید و وظیفه آن تشخیص سره از ناسره است. این ابزار در دین ما نیز در قالب فریضه امر به معروف و نهی از منکر شکل گرفته است و نتیجه آن اصلاح فرهنگ رفتاری و اخلاقی جامعه است. استفاده از ابزار نقد در حوزه تفکرات علمی جایز و برای اصلاح این تفکرات ضروری است. از این منظر، نقد علمی امر پسندیده و لازم است؛ زیرا راهنمای عمل برای اصلاح کارها و تفکرات علمی به حساب می‌آید. مقاله نقد ریاضی ۱ به ادعای نویسندگان آن با نشان دادن نقاط ضعف این کتاب نوشته شده توصیه‌هایی آموزشی و در نهایت نیز برای اصلاح کتاب مطرح کرده است که بسیار مفید و ارزنده ارزیابی می‌شوند. لازم به توضیح است که در فرهنگ جامعه ما هنوز نقد به عنوان ابزاری مفید و سازنده به کار گرفته نمی‌شود و عموماً هدف از آن به جای اصلاح و سازندگی، تخریب و عیب‌جویی است. بنابراین، هر کس که می‌خواهد به نقادی بپردازد، باید بسیار مراقب باشد که به جای نقد به دنبال عیب‌جویی نرود؛ زیرا مرز نقد و عیب‌جویی بسیار باریک است و این دو را به سادگی نمی‌توان از هم تشخیص داد. ویژگی یک نقد خوب، سازنده بودن آن است. در نقد خوب، نویسنده به دنبال اصلاح است و هر ضعفی را که نشان می‌دهد، راهکاری هم برای رفع آن ارائه می‌کند. اگر ناقد ضعفی را بیان کند که راهکاری برای اصلاح آن نداشته باشد، بیان آن بی‌مورد است؛ مگر آنکه اعتراف کند خودش هم راه‌حلی

برای برطرف کردن چنین ضعفی ندارد. با این حال، حتی از نقدهای تخریبی هم باید استقبال کرد؛ زیرا حداقل نقاط ضعف را - اگر چه به طور اغراق‌آمیز - مشخص می‌کنند و امکان اصلاحات را فراهم می‌آورند.

درباره کلیت نقد

در مقاله یادشده، متأسفانه شیوه نگارش متن و جمله‌پردازی‌ها، بسیار بدبینانه است و این حس به خواننده دست می‌دهد که نویسندگان هیچ نکته مثبتی در کتاب مشاهده نمی‌کنند و جز عیوب ریز و درشت دنبال چیز دیگری نمی‌گردند. البته در لابه‌لای نقدها، موارد نادری هم یافت می‌شود که نویسندگان نکات مثبتی را در کتاب شناسایی کرده‌اند ولی در کل و جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نهایی خود، فهرست بلندبالایی از نقایص کتاب از زبان خود دبیران مورد مصاحبه‌شان بیان کرده‌اند.

هدف این مقاله چندان مشخص نیست و اگر قسمت توصیه آخر مقاله را - که فقط یک صفحه از ۱۴ صفحه است - حذف کنیم، جز مشتی عیب‌جویی افراطی چیز دیگری در آن دیده نمی‌شود. از مقاله این‌طور برمی‌آید که کتابی سر تا پا ایراد آمده است تا نظام آموزشی کشور را مختل کند. به نظر مؤلفان، محتوای اصلی این مقاله مناسب آن است که به عنوان بیانیه‌ای برای حذف این کتاب از چرخه تدریس استفاده شود و مجدداً همان کتاب ریاضی ۱ قبلی به چرخه تدریس بازگردانیده شود، اما در قسمت آخر، مقاله ناگهان لحنی سازنده به خود می‌گیرد

و نویسندگان مواردی اصلاحی را برای کتاب پیشنهاد می کنند که جای توجه دارد. البته اکثر پیشنهادها اصلاحی، جزئی و کمی هستند و با ایرادهای وارد شده در قسمت اعظم مقاله، تناسبی ندارند. بهتر آن بود که نویسندگان مقاله ابتدا تکلیف خود را با کتاب روشن، و مشخص می کردند که از نظر ایشان آیا کتاب ارزش آن را دارد که تدریس شود یا نه و در صورت پذیرش، اصل کتاب، ضعفها را با توصیههای خویش همراه می ساختند و بیان می کردند. اگر کتاب را هم برای تدریس مناسب نمی دانستند، بهتر بود نظر خود را به صراحت بیان کنند. در این صورت نیازی هم به توصیههای اصلاحی نبود. متأسفانه نظر صریح نویسندگان مشخص نیست و این مقاله آمیخته‌ای از هر دو نظر است.



درباره جزئیات نقد

نام مقاله: از نام مقاله این گونه برمی آید که قرار است نقاط ضعف و قوت کتاب از نظر معلمان مورد بررسی قرار گیرد اما در مقاله گفته شده است (صفحه ۲ ستون اول) که با ۱۹ معلم داوطلب (نه منتخب) در این مورد مصاحبه شده و این مصاحبه‌ها مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند و به همراه بحث‌های بین نویسندگان مقاله، مطالب این مقاله را به وجود آورده است. روشن است که تعدادی معلم که به گونه‌ای انتخاب نشده‌اند که نشان دهنده جامعه آماری معلمان ریاضی ۱ کشور باشند و احتمالاً نظرات مشابهی هم داشته‌اند، نمی‌توانند نظرگاه تمام معلمان را منعکس سازند. بنابراین؛ نام مقاله مناسب نیست و بهتر بود نویسندگان، نقد خود را براساس دانش خویش و مقداری هم مصاحبه با برخی معلمان، مطرح می‌کردند. این مطلب به واقعیت نزدیک‌تر است تا اینکه مطالب این مقاله را نظرگاه جامعه معلمان ریاضی ۱ بنامیم. آیا معلمان مناطق محروم نیز همین مشکلاتی را دارند که معلمان شمال تهران دارند؟ چارچوب کتاب: با توجه به چگونگی پخش اجزای کتب در فصل‌های مختلف، نویسندگان به این نتیجه رسیده‌اند (صفحه ۲، ستون دوم) که کتاب حالت تألیفی ندارد و بین اجزای (احتمالاً منظور فصل‌ها بوده است) کتاب الفتی دیده شود: «... بیشتر به مجموعه‌ای می‌ماند که افرادی با سلیقه‌های گوناگون و بدون هماهنگی لازم با هم آن را نوشته‌اند.» البته این نتیجه‌گیری حدس نویسندگان مقاله بوده است و خوشبختانه با قاطعیت چنین اظهارنظری نکرده‌اند؛ اگرچه گمان می‌کنند شواهد قابل

قبولی برای حدس خود دارند. برای بررسی صدق و کذب این نتیجه‌گیری نیازی به نظریه‌پردازی و یافتن شواهد و مدارک نیست. خوشبختانه تمام مؤلفان کتاب زنده و حاضرند و می‌توانند بگویند تألیف ریاضی ۱ طبق حدس نویسندگان این مقاله بوده است یا خیر. باید گفت که همه مؤلفان در همه قسمت‌های کتاب حضور جدی داشته‌اند و به هیچ عنوان مستقل از یکدیگر عمل نمی‌کرده‌اند و تمام فصول کتب طبق نظر مشترک و تصویب همه آن‌ها نوشته شده است. بنابراین، حس نویسندگان مقاله از بیخ و بن بر خطاست و دلیل تفاوت فصل‌ها را باید در جای دیگری جست‌وجو کنند. از نظر ما مؤلفان علت متفاوت بودن فصل‌های مختلف کتاب ساده است: موضوعات این فصل‌ها با هم متفاوت‌اند و هر موضوعی ظرفیت خاص خود را برای ارائه هندسی، شهودی، فعالیتی و ... دارد. اگر نویسندگان مقاله به کتاب‌های هندسه ۱ و ۲ مورد تألیف خودشان مراجعه کنند، متوجه خواهند شد که فصل‌های این کتاب‌ها نیز از نظر اجزای کتاب مانند هم نیستند و مطمئناً نمی‌توان حدس زد که مؤلفان این کتاب‌ها بدون هماهنگی با هم و طبق سلیقه خود این کتاب‌ها را نوشته‌اند. تکرار دوره راهنمایی: گفته شده است (صفحه ۲، ستون دوم) که قسمت‌های زیادی از کتاب در فصل‌های مختلف تکرار دوره راهنمایی است و همین باعث می‌شود که دانش‌آموزان به اشتباه تصور کنند که این درس ساده است. این مطلب درست است ولی پشت سر آن دلیل مهمی وجود دارد که نویسندگان مقاله به‌خاطر دوری از فضای واقعی مدارس راهنمایی سراسر کشور نتوانسته‌اند

به آن توجه کنند. نویسندگان مقاله به‌طور طبیعی فرض کرده‌اند دانش‌آموزان دوره راهنمایی تمام مطالب دوره خود را به خوبی فرا گرفته‌اند و اکنون به دبیرستان آمده‌اند تا آموزش ریاضی را ادامه دهند. شاید این وضعیت به‌طور طبیعی، در مدرسه‌های سطح بالا با دانش‌آموزان خوب برقرار باشد و احتمالاً معلمان مورد مصاحبه نیز در همین رده از مدرسه‌ها بوده‌اند، ولی وضعیت دوره راهنمایی حتی در اکثر مناطق تهران این‌گونه نیست. متأسفانه نمرات خوب دانش‌آموزان این دوره و قبولی آن‌ها نشان‌دهنده شایستگی‌شان برای ورود به دوره دبیرستان نیست و یکی از علل افت در درس ریاضی ۱ همین واقعیت است که برنامه ریاضی دوره راهنمایی به درستی اجرا نمی‌شود. اگر قرار است براساس واقعیات عمل کنیم، باید در تألیف ریاضی ۱ به این واقعیت توجه داشته باشیم. بنابراین، در تألیف ریاضی ۱ فرض بر این نبوده است که دانش‌آموزان

کنند؛ زیرا آن‌ها معمولاً در دنیای ایده‌آل‌ها فکر می‌کنند و هر آنچه را با ایده‌آل‌ها منطبق نباشد، «خطا» می‌دانند. نمادها و زبان ریاضی: از قول معلمان گفته شده است (صفحه ۳، ستون دوم) که نمادها و زبان ریاضی قسمت بدیهی کتاب هستند و در دوره راهنمایی دیده و یاد گرفته شده‌اند. این نظر هر کس که باشد، نشان می‌دهد که او نه دوره راهنمایی را می‌شناسد و نه با مشکل آموزشی گذر از ریاضیات عددی به ریاضیات نمادین آشناست. برخورد دوره راهنمایی با نمادها بسیار ابتدایی‌تر از آن است که فرض شود دانش‌آموزان مفهوم نماد و کار کردن با آن را آموخته‌اند. حتی این آموزش خطاهایی هم دارد که در خود مقاله به‌عنوان مثال تأییدکننده آورده شده است و ظاهراً خود نویسندگان نیز متوجه خطای آموزشی این مثال نشده‌اند. گفته شده است در دوره راهنمایی، دانش‌آموزان از طریق مثال «سیب ۲ = سیب ۲ × ۲» مفهوم $2 \times X = 2X$ را درک کرده‌اند. اگر دانش‌آموزان از طریق مثال یادشده این مفهوم را فهمیده باشند، باید گفت که آنان کاملاً گمراه شده‌اند و باید این مفهوم را از نو یاد بگیرند؛ زیرا «سیب ۲ × ۲» هیچ ارتباط مفهومی یا ساختاری با $2 \times X$ ندارد. «سیب ۲ × ۲» اصولاً بی‌معناست و ضرب عدد در میوه‌ها در هیچ جای جهان تعریف نشده و «سیب ۲» نیز همان عدد ۲ است که در جهان واقعی تجسم یافته است، اما $2 \times X$ ضرب دو عدد است که یکی مشخص و دیگری نامشخص است و $2X$ نمایش دیگری از آن است. همین مثال نشان می‌دهد که آموزش نماد و مفهوم و کارکرد آن کار آسانی نیست که دوره راهنمایی از عهده آن برآمده باشد و ساده‌لوحی است که فرض شود این گذر کیفی از ریاضیات عددی به ریاضیات نمادین به‌سادگی امکان‌پذیر است و دانش‌آموزان اول دبیرستان از قبل به خوبی با آن آشنا هستند. اتفاقاً اصلی‌ترین مشکل تیم تألیف ریاضی ۱ همین آماده‌سازی و آموزش نمادها بوده و قسمت عمده کتاب بر همین اساس طراحی شده است که دانش‌آموزان نمادها و کارکرد نمادها و محاسبات با نمادها را درست فرا بگیرند اما نویسندگان مقاله به همین سادگی فرض کرده‌اند که این مطالب در دوره راهنمایی آموزش داده شده‌اند!

فارسی‌نویسی زبان ریاضی: گفته شده است (صفحه ۳، ستون دوم) که مقصود از این بخش روشن نیست و دانش‌آموزان درک درستی از آن ندارند. در جمله آخر همین قسمت آمده است که «دانش‌آموزان با وجود بیان فارسی از یک جمله ریاضی هنوز از درک معنای واقعی آن عاجزند». همین سخن نشان می‌دهد که حداقل نویسندگان از دلیل وجود چنین بخشی در کتاب آگاه‌اند و همچنین اذعان دارند که دانش‌آموزان حتی با وجود فارسی‌بودن جملات نمادین ریاضی از درک معنای آن‌ها عاجزند اما در سطرهای پیشین، نویسندگان فرض را بر آن



مطالب دوره راهنمایی را می‌دانند و به همین دلیل، تکرار این مطالب به‌منظور جبران کمبودهای دانش‌آموزان کاملاً ضروری به نظر می‌رسیده است. البته این عمل موجب می‌شود که کتاب برای دانش‌آموزان خوب، ساده به نظر آید. از این رو در کتاب توضیح داده شده است معلمان در صورت بالا بودن سطح دانش‌آموزان، می‌توانند از مطالب سطح بالاتری استفاده کنند که در این مطالب در کتاب راهنمای معلم آمده است. در اینجا این معلم است که باید نقیصه کتاب را برای دانش‌آموزان سطح بالاتر جبران کند تا بقیه دانش‌آموزان بتوانند به کمک این کتاب ساده، به جبران ضعف‌های گذشته خود بپردازند. البته ما توقع نداشته‌ایم که نویسندگان مقاله به این نکات عملی توجه

گذاشته بودند که دانش‌آموزان کار با نمادها را یاد گرفته‌اند و کار روی نمادها تکراری و از بدیهیات است! اما گروه تألیف آسیب‌شناسی کافی از کتاب ریاضی ۱ قبلی داشت و به خوبی می‌دانست یکی از اساسی‌ترین مشکلات کتاب قبلی و دانش‌آموزان در گذر نامناسب از ریاضیات عددی به ریاضیات نمادین و محاسبات نمادین است. این بخش از کتاب نیز یکی از راهبردهای گروه تألیف برای گذر مناسب از محاسبات عددی و روابط عددی به محاسبات نمادین و روابط نمادین است. معمولاً دانش‌آموزان درک نمی‌کنند نمادها چه معنایی دارند و به چه چیز اشاره می‌کنند و محاسبات نمادین برای آن‌ها فقط نوعی بازی با نمادهاست و فقط باید شیوه درست این بازی را بیاموزند. این بخش که با فرمول‌های ساده و بیان معنای آن‌ها آغاز می‌شود، سعی دارد که با دانش‌آموزان بگوید پشت‌سر فرمول‌ها به دنبال معنا باشد و فارسی‌گویی یک فرمول نشان خواهد داد که آیا دانش‌آموز واقعاً معنای فرمول را درک کرده است یا نه. با تکرار این عمل، دانش‌آموز متوجه خواهد شد که محاسبات نمادین و فرمول‌ها بازی با نمادها نیست و باید پشت سر این نمادها و فرمول‌ها معنایی را یافت. به علاوه، در صورتی که او درک نادرستی از معنا داشته باشد، این معلم است که باید با مثال‌های متنوع درک وی را تصحیح کند.

مجموعه مرجع و متمم: از قول معلم گفته شده است (صفحه ۴، ستون اول) که با حذف مفهوم مرجع و متمم یکی از راه‌های آموزش تفاضل مجموعه‌ها از بین رفته است. باید گفت آموزش تفاضل هیچ ارتباطی با متمم و مجموعه مرجع ندارد و اگر کسانی تفاضل را به این طریق آموزش دهند، از مفاهیم اضافی و بی‌مورد استفاده می‌کنند. تفاضل در کتاب ریاضی ۱ آموزش داده شده است و به مرجع و متمم نیازی ندارد و نسبت به مرجع و متمم مفهومی اصلی‌تر است. این مفهوم متمم است که باید از طریق تفاضل آموزش داده شود نه برعکس. احتمالاً منظور معلم ارتباط بین مفهوم تفاضل و متمم بوده است و نویسندگان مقاله برداشت اشتباهی از مصاحبه‌های خود داشته‌اند. متأسفانه ساختار مقاله نقد به گونه‌ای است که معلوم نیست ادعاهای مندرج در آن و در مجموع مسئولیت مقاله با مصاحبه‌شوندگان است یا نویسندگان، اما درباره مفهوم مرجع باید گفت که این، یک مفهوم اساسی مانند بقیه مفاهیم مجموعه‌ها که در کتاب آمده، نیست بلکه مفهومی قراردادی است و در هر جا در صورت مفید بودن، مجموعه مرجع تعیین می‌شود. در جهان مجموعه‌ها هیچ مجموعه خاصی به نام مجموعه مرجع شناخته نمی‌شود و اصولاً مجموعه‌ای که همه چیز را در بر بگیرد، وجود ندارد. پس، حذف این مفهوم به معنای حذف یک مفهوم اساسی نیست اما دلیل حذف آن کم کردن حجم مطالب و حجم کتاب بوده است. کسانی که دست‌اندر کار تألیف کتاب‌های

درسی هستند، به خوبی می‌دانند که تنظیم حجم کتاب و مفاهیم از مؤلفه‌های اصلی است که باید رعایت شود و همواره لازم است سطح و نوع مطالب با روشی بهینه تنظیم شود و با پرداختن به جزئیات و مطالب غیرضروری نباید جا را برای مطالب مهم‌تر تنگ کرد. کم کردن تنوع مطالب نیز یکی از سیاست‌های تألیف کتاب ریاضی ۱ بوده و تمام حذفیات در این جهت انجام شده است.

واقعیات غیرواقعی: در فصل مجموعه‌ها به تعریف برخی مجموعه‌ها مانند غذاهای خورده شده توسط یکی فرد ایرادهایی وارد شده است (صفحه ۴، ستون اول) و آن را نمونه‌ای از واقعیات غیرواقعی دانسته‌اند. برخی از مثال‌های مجموعه‌ها که در این فصل آمده، ممکن است در آن سطح از دقت ریاضی تام و تمام نباشند ولی این به معنای آن نیست که مثال‌ها به کلی عاری از دقت‌اند و قابل استفاده نیستند. تمام مثال‌های این فصل دقت کافی را دارند و به گونه‌ای طرح شده‌اند که دانش‌آموز به کمک آن‌ها بتواند مفهوم مورد نظر مؤلف را درک کند و مطالب را یاد بگیرد. درواقع، دانش‌آموز با این دقت اضافی - که مثال را خدشه‌دار کند، به مطالب نمی‌پردازد. البته، اگر بخواهیم با دقت تام و تمام با برخی از مثال‌های این فصل برخورد کنیم، قابل مناقشه است و در صورت لزوم می‌توان آن‌ها را با دقت تام و تمام ریاضی دقیق کرده ولی در این صورت وارد جزئیات غیرضروری خواهیم شد که هیچ کمکی به درک دانش‌آموز نمی‌کند. بنابراین، مصلحت آموزشی اقتضا می‌کند که معلم در مورد این مثال‌ها مته به خشخاش نگذارند و فقط در صورتی که برای دانش‌آموز در درک مفاهیم مشکلی پیش می‌آید، با مثالی با دقت بیشتر آن‌ها را آموزش دهند.

نماد علمی: درباره نماد علمی (صفحه ۴، ستون دوم) از قول کتاب راهنمای معلم به درستی روایت شده است که نماد علمی کاربرد چندانی در ریاضیات ندارد و نویسندگان اظهارنظر کرده‌اند که این مبحث از مباحث پرکاربرد ریاضی در جهان واقعی است و از این بابت خواستار ارائه دلیل از جانب مؤلفان شده‌اند. البته ما تقابلی بین کاربرد داشتن نماد علمی در سایر علوم و کاربرد نداشتن آن در ریاضی نمی‌بینیم که نیازمند توضیحی باشد. ظاهراً نویسندگان نتوانسته‌اند بین کاربرد نداشتن یک مفهوم در خود ریاضی و کاربرد داشتن آن در سایر علوم تفکیک قائل شوند. نماد علمی مربوط به شیوه نمایش خاصی برای اعداد بسیار بزرگ و اعداد بسیار کوچک است که در دنیای واقعی رخ می‌دهند. چنین اعدادی در علم ریاضی رخ نمی‌دهند و اگر هم در ریاضی کسی با عدد خاص بسیار بزرگ یا کوچکی برخورد کند، با نماد علمی از آن سخن نمی‌گوید.

مثلاث: البته مشکل چندان مهمی درباره این فصل مطرح نشده جز آنکه گفته‌اند چرا پافشاری شده است از

مثلث‌های قائم‌الزاویه با وتر به طول واحد استفاده شود (صفحه ۵، ستون دوم). این نکته در متن درس وجود دارد که اندازه ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه مورد استفاده تأثیری در محاسبه نسبت‌های مثلثاتی ندارد. بنابراین، در محاسبات ما مختاریم از هر مثلثی که برای ما ساده‌تر است استفاده کنیم و دلیل استفاده از آن نوع مثلث‌ها فقط ساده‌تر کردن محاسبات و بهتر نمایش دادن نسبت‌های مثلثاتی است. مشخص است که این شیوه عمل به معنای پافشاری نیست و خود، روشی برای درک بهتر و محاسبه آسان‌تر است. به نظر نمی‌آید که این نکته چندان عجیب و درک آن دشوار باشد.

دوری فصل ۴ و فصل ۷: بقیه نقدهای مربوط به مواد کتاب چندان جدی نیست که نیاز به طرح داشته باشد و فقط لازم است درباره جدایی دو فصل ۴ و ۷ توضیح داده شود که به اعتقاد همکاران (صفحه ۵، ستون اول) «دارای اشکال برنامه‌ای است» این فصل‌ها بار اصلی محاسبات نمادین را بر دوش دارند. بنابراین، انجام این عملیات باید از ساده‌ترین حالات شروع شود و فرصت کافی در اختیار دانش‌آموز قرار گیرد تا بر آن‌ها مسلط گردد. فصل ۴ به مقدمات محاسبات نمادین می‌پردازد و نباید عجله کرد و تمامی آنچه را در مورد محاسبات نمادین قابل انجام است، پیش روی دانش‌آموز گذاشت. ارتباط منطقی داشتن فصل ۷ و فصل ۴ به معنای آن نیست که حتماً این دو باید پشت سر هم بیایند. معلمان بر این محاسبات مسلط‌اند و گمان می‌کنند همین‌طور که فصل ۴ پایان یافت، دانش‌آموزان نیز به همان اندازه بر این محاسبات تسلط دارند و منعی نمی‌بینند که بلافاصله فصل ۷ را هم شروع کنند، اما این گونه عملیات برای دانش‌آموز هنوز به اندازه کافی معنادار نیست. درواقع، فاصله بین فصل ۴ و فصل ۷ به دانش‌آموز فرصت می‌دهد تا با به‌کارگیری تدریجی این محاسبات طی فصل‌های ۵ و ۶ معنای روشن‌تری از محاسبات نمادین دریافت کند.

فعالیت: مهم‌ترین نقدی که در این مقاله باید به آن توجه کرد، سخنانی است که در مورد فعالیت و تمرین در کلاس (صفحه ۶، ستون دوم) آمده است؛ زیرا این قسمت‌ها اساس روش آموزشی و پایه اصلی کتاب هستند، گفته شده است اکثر این فعالیت‌ها نیازمند مهارت‌های مرتبه بالای تفکر نیستند. ظاهراً نویسندگان هدف نگارش این کتاب را نخبه‌پروری فرض کرده‌اند و این نکته را که خواندن و فهمیدن این کتاب نیازی به نخبه بودن ندارد، از ضعف‌های آن دانسته‌اند. هدف اولیه کتاب، آموزش معنادار و پایدار مفاهیم در ساده‌ترین شکل ممکن است و فعالیت‌های این کتاب در درجه اول در جهت مفهوم‌سازی هستند نه حل مسائل پیچیده که نیازمند مراتب بالای تفکر است. در فعالیت‌هایی که به منظور مفهوم‌سازی طراحی می‌شوند،

قرار نیست نکته بدیعی کشف شود، بلکه فقط قرار است طی مسیری با توجه و تأمل، دانش‌آموز بر مفهوم مورد نظر متمرکز شود و آن را در خود بیابد. ظاهراً ما و نویسندگان مقاله برداشت یکسانی از مفهوم «فعالیت» نداریم. شاید بهتر باشد نام جدیدی بسازیم و فعالیت‌های کتاب ریاضی ۱ را «فعالیت‌های مفهوم‌ساز» و فعالیت‌های مورد نظر نویسندگان را «فعالیت‌های تفکر‌ساز» بنامیم. البته برخی از فعالیت‌های کتاب حالت مفهوم‌سازی ندارند و با هدف یافتن و توجیه قضایا توسط خود دانش‌آموزان طراحی شده‌اند. از نظر ما کشف هر مفهوم تازه یا هر مطلبی که دانش‌آموز در جریان عمل به آن می‌رسد، فعالیت محسوب می‌شود ولی با توجه به نوع مطلب به دست آمده می‌توان انواعی از فعالیت‌ها را تشخیص داد و دسته‌بندی کرد.

همچنین نویسندگان این موضوع را که نتیجه هر فعالیت به صورت چارچوب‌بندی شده در آخر آن آمده است، مخرب فعالیت دانسته‌اند. چارچوبی (کادر) که در آخر فعالیت آمده، حاوی همان محتوایی است که قرار است آموزش داده شود و ما می‌توانستیم بدون انجام دادن فعالیت آن را بیاوریم. احتمالاً برخی معلمان که فرصت کافی برای انجام دادن فعالیت‌ها ندارند یا به انجام دادن آن‌ها معتقد نیستند، ممکن است تدریس خود را از همین چارچوب شروع کنند. دانش‌آموزان نیز ممکن است به جای انجام دادن فعالیت از همان کادر شروع کنند، اما این شیوه عمل، استفاده بد از کتاب است و استفاده صحیح از کتاب به صورت انجام دادن فعالیت و سپس مراجعه به کادر است. بنابراین، اگر از کتاب به درستی استفاده شود، این چارچوب‌ها هم وظیفه ارائه درس را انجام می‌دهند و هم کنترل می‌کنند که دانش‌آموز تا چه اندازه با انجام دادن فعالیت، مفهوم را به درستی درک کرده است. اگر این کادرها نباشند، متن درسی کتاب کاملاً ناقص خواهد ماند. به هر صورت این، شیوه آموزشی کتاب است و اگر کسی طرح دیگری برای آموزش بهتر دارد، می‌تواند ارائه کند تا ما هم استفاده کنیم.

تمرین یا مسئله: در متون رسمی تعریف معینی از تمرین و مسئله وجود دارد و گفته شده (صفحه ۸، ستون اول) که مرز بین آن‌ها به درستی رعایت نشده است. این تعریف رسمی، در کتاب‌های درسی چندان رعایت نمی‌شود و معمولاً هر آنچه در پایان بخش‌ها به عنوان سؤال می‌آید، «مسائل» نامیده می‌شود. ما در مورد چگونگی به‌کارگیری این الفاظ با کسی مجادله نمی‌کنیم و شاید بسیاری از مسائل مطرح شده در کتاب در اصل طبق تعریف رسمی، تمرین محسوب شوند مشکل دیگری که مطرح شده، ساده‌بودن و بی‌چالش بودن این مسائل است که همکاران آن را ناشی از مخاطب ناشناسی مؤلفان کتاب دانسته‌اند. حقیقت این است

که مخاطب‌شناسی مسئله اصلی مؤلفان بوده و تمامی سیاست‌های نگارش کتاب براساس آن شکل گرفته است و این برداشت نویسندگان مقاله از مخاطب‌شناسی مؤلفان و کتاب ناشی از دور بودن آنان از فضای واقعی دانش‌آموزان کل کشور در دوره راهنمایی است. متأسفانه نویسندگان و معلمان مورد مصاحبه ایشان فقط در مدارس شمال تهران تنفس کرده‌اند و مخاطب کتاب را دانش‌آموز ایده‌آلی تصور می‌کنند که از سطح بالای هوش و تفکر و آموزش دوره‌های قبلی برخوردار است. بدیهی است با چنین نگاهی، این کتاب بدون چالش و ساده و پایین آورنده سطح ریاضی محسوب خواهد شد. در برخی جلساتی که با معلمان مناطق بالای تهران داشته‌ایم، این نکته کاملاً مشهود بود و برخی مدعی بودند این کتاب را در عرض دو هفته درس می‌دهند! اما با تمام معلمان سراسر ایران نیز جلسه داشته‌ایم و دیده‌ایم که در اکثر مناطق محروم، آنان از سختی کتاب و نداشتن وقت کافی برای تدریس آن شکایت دارند. حال باید از نویسندگان مقاله پرسید شما با کدام معلم‌ها مصاحبه کرده‌اید و مخاطب واقعی این کتاب چگونه دانش‌آموزی باید در نظر گرفته شود؟ آیا واقعاً ما مخاطب‌ناشناسیم؟ ماهیت کار کردن در فضاهای آکادمیک، ایده‌آلی‌اندیشیدن است، ولی انتظار می‌رفت که نویسندگان دیگر تا این حد هم از واقعیات دور نباشند.

نتیجه نقد و توصیه‌ها: در نهایت، از ۲۱ مورد اشکال‌های کتاب در صفحه ۱۱ مقاله آمده که به موارد جدی و نیمه‌جدی آن‌ها در بالا پاسخ داده‌ایم. البته یک مورد از ۲۱ مورد بالا درباره تلاش کتاب برای استفاده از مثال‌های واقعی است که به نظر می‌رسد تعریف باشد نه نقد، ممکن است اشتباه چاپی در این مورد رخ داده باشد و منظور نویسندگان همان به کارگیری واقعیات غیرواقعی بوده باشد. بعد از این اشکالات، نویسندگان توصیه‌های خود را مطرح کرده‌اند که دوتای اول ظاهراً توصیه به معلمان است و ربطی به کتاب ندارد ولی سیزده توصیه بعدی مربوط به کتاب است. اولین توصیه اصلاحی مربوط به فعالیت تبدیل ارز در فصل پنجم است که در همان سال دوم چاپ کتاب حذف شده و روشن نیست امسال که پنج سال از چاپ کتاب می‌گذرد، توصیه به اصلاح این فعالیت حذف شده چه معنایی دارد. البته می‌توان حدس زد که یادداشتهای مربوط به نوشتن این مقاله از همان سال اول چاپ کتاب شروع شده و امسال که این نقد شکل گرفته است، نویسندگان متوجه تغییرات کتاب نشده‌اند. چهار توصیه بعدی جزئی هستند. توصیه ششم در مورد فعالیت‌هاست که بحث مفصل آن را انجام داده‌ایم. توصیه بعدی جزئی است اما توصیه هشتم یادآوری مناسب دوره راهنمایی را طلب می‌کند که با توجه به محتوای کتاب که یادآورهای

بسیاری از دوره راهنمایی را در خود دارد، این توصیه عجیب می‌نماید. بقیه توصیه‌ها نیز در همین حد هستند. به نظر می‌رسد که این توصیه‌ها هیچ تناسبی با آن حجم وسیع اشکالات وارد شده بر کتاب ندارند.

نکته‌نهایی

روشن است که مؤلفان کتاب ریاضی ۱ ادعای آن را ندارند که کتاب بی‌عیب و نقصی نوشته‌اند. در همان سال اول چاپ کتاب نیز با بهره‌وری از نظرات جمع‌آوری شده از سراسر کشور، اصلاحات بسیاری در کتاب انجام شد. هنوز نیز این کتاب جای اصلاح بسیار دارد و ما منتظر شنیدن نظرات ناقدانی که ضعف‌ها را می‌بینند و راهکار اصلاحی خود را ارائه می‌کنند، هستیم. ارائه آموزش هر چه مناسب‌تر و تولید کتاب‌های درسی هر چه بهتر وظیفه همه کسانی است که دانش و توانایی کافی در این زمینه دارند. بدیهی است که نباید نسبت به هیچ کتابی تعصب بی‌جا به خرج دهیم و از حُب بی‌جا از کتابی تعریف کنیم یا از بغض بی‌جا کتابی را تخریب کنیم. اگر هر یک از ما هدف اصلی را - که خدمت به آموزش کشور است - گم نکنیم، مطمئناً می‌توانیم در کنار یکدیگر واقع‌بینانه مشکلات و ضعف‌ها را حل‌جی کنیم و گام‌های واقعی در جهت رشد آموزش ریاضی در کشور برداریم.

جای بسی خوشوقتی است که در کشور ما در زمینه آموزش ریاضی، افراد مطلع و دلسوزی وجود دارند که دارای دانش کافی برای تجزیه و تحلیل آموزشی کتاب‌های درسی هستند و می‌توانند با تولید کتاب‌های درسی مناسب و روشنگری در سیستم آموزشی کشور، گام‌های بلندی به جلو بردارند. مجموعه این گونه افراد، در یک هم‌اندیشی و همکاری صمیمانه می‌توانند بسیاری از معضلات آموزشی کشور را حل و فصل کنند.

از جامعه آموزش ریاضی کشور انتظار می‌رود که هر کس در هر جایگاهی که قرار دارد، نگاه اصلاحگر و باور به تجمیع اندیشه‌ها و در کنار هم کار کردن برای ارتقای آموزش کشور داشته باشد و نه چیز دیگر. کار آکادمیک در زمینه آموزش ریاضی و غور و تفحص در نظریه‌ها و مقالات بلندبالا نوشتن خوب است ولی اگر مقدمه‌ای برای به میدان آمدن برای ارتقای آموزشی کشور در تولید کتاب‌های درسی مناسب و آموزش معلمان و متصل کردن چرخه آموزش و پرورش به سایر چرخه‌های کشور نباشد، ابتر خواهد بود. دست‌اندرکاران آموزش ریاضی کشور می‌توانند با هماهنگ شدن صادقانه زیر چتر یک هدف متعالی و اعتلای آموزش ریاضی کشور در کنار یکدیگر قرار گیرند و همدیگر را تقویت کنند و کارهای اساسی انجام دهند. فقط با وحدت و همدلی تحت شعار واحد رشد آموزش کشور می‌توان کار مثبتی انجام داد. در غیر این صورت، همه هنر و دانش ما در جهت تضعیف یکدیگر و رفتن به بیراهه صرف خواهد شد.





منشأ پیدایش واژه

پیش‌دانشگاهی

میرزا جلیلی

پیشکسوت ریاضی و عضو هیئت تحریریه مجله

حسین مجذوب، غلامرضا عسجدی و عبدالحسین مصحفی از سازمان کتاب‌های درسی ایران، احمد فیروزنیا و سید محمود وزیرنیا و انتخاب خود آقای معیری از دفتر برنامه‌ریزی، یک استاد از دانشکده فنی دانشگاه تهران و دو دبیر دبیرستان. وظیفه این شورا، برنامه‌ریزی برای دوره ۴ ساله دبیرستان بود.

این آقایان در جلسات متعدد خود که با بحث‌ها و تبادل نظرهای فراوان همراه بود، برنامه سال‌های اول تا سوم دبیرستان را تنظیم کردند و تألیف کتاب‌های آن از سال ۱۳۵۲ در کنار شورا آغاز شد. در سال ۱۳۵۴ کتاب سال سوم دبیرستان در دست تنظیم بود که ناگهان خبر رسید که مقامات وزارت‌خانه‌های «علوم» و «آموزش و پرورش» به توافق رسیده‌اند که مسئولیت برنامه‌ریزی، تألیف و اداره کلاس‌های سال آخر دبیرستان، به دانشگاه‌ها واگذار شود. دوره دبیرستان هم بعد از راهنمایی، از ۴ سال به ۳ سال کاهش یابد و به فارغ‌التحصیلان آن دیپلم دبیرستان داده شود تا دانش‌آموزان ضعیف و کسانی که قصد تحصیلات عالی را ندارند، زودتر وارد بازار کار شوند و بدین وسیله، در بودجه وزارت آموزش و پرورش صرفه‌جویی به عمل آید. هم‌چنین، قرار شد که وزارت علوم نیز بعداً از بین این دیپلمه‌های جدید دبیرستان، آن‌هایی را که معدل‌های بالاتری دارند انتخاب کند و برایشان یک دوره

دفتر برنامه‌ریزی و تحقیقات در وزارت آموزش و پرورش در سال ۱۳۵۰، با مسئولیت محمدطاهر معیری که رشته‌اش ریاضی و فوق‌لیسانس آمار بود، با الگو گرفتن از کشورهای غربی، در دو واحد برنامه‌ریزی و ارزشیابی، با بودجه‌های قابل توجهی، برای تحقیق و اعزام کارشناس به خارج تأسیس شد. کار این دفتر، علاوه بر تحقیق، برنامه‌ریزی آموزش ابتدایی، راهنمایی و دبیرستان بود که قبلاً دفاتر آموزش ابتدایی و متوسطه عهده‌دار آن بودند. سازمان کتاب‌های درسی ایران نیز قبل از آن به ریاست جهانگیر شمس‌آوری، با هدف ایجاد وحدت و مرکزیت بخشیدن به تألیف کتاب‌های درسی تأسیس شده بود. چه تا قبل از آن، در مدارس مختلف کتاب‌های مختلف تدریس می‌شد. یعنی طبیعی بود که کتاب‌های درسی ریاضی دو مدرسه مجاور، با هم متفاوت باشد.

در سال ۱۳۴۵ شمسی، تألیف کتاب‌های جدید ابتدایی آغاز شد و بلافاصله به دنبال آن، کتاب‌های ریاضی دوره راهنمایی تنظیم گردید.

معیری در کار خود بسیار وارد و جدی، و فردی آموزشی بود. او بلافاصله شورای برنامه‌ریزی متوسطه را با شرکت افراد زیر تشکیل داد:

دکتر مرتضی انواری و دکتر ثقفی از دانشگاه شریف، دکتر ربانی از پلی‌تکنیک، دکتر دانش نارویی و حسین غیور از دانشگاه تربیت معلم - خوارزمی، احمد بیرشک،

یک‌ساله به نام «پیش‌دانشگاهی»، (مثل پیش‌دبستان)، در دانشگاه‌ها و زیر نظر استادان دانشگاه تشکیل دهد. در پایان این دوره یک‌ساله نیز، باز از بین دوره‌دیدگان، به ترتیب معدلی که می‌آورند، دانشجو برای رشته‌های اصلی دانشگاه‌ها انتخاب گردد. اما وزارت علوم ۸ ماه مانده به شروع آن دوره، در حالی که نظام جدید درسی آن زمان راه افتاده و کتاب‌های سال اول تا سوم آن وارد مدارس شده بود، به وزارت آموزش و پرورش اطلاع داد که با مطالعات و مشاوره‌هایی که به‌وسیله کارشناسان آن وزارتخانه انجام شده است، به این نتیجه رسیده‌اند که دانشگاه‌ها در حال حاضر، ظرفیت و آمادگی برای برگزاری دوره «پیش‌دانشگاهی»، را ندارند و لازم است فعلاً وزارت آموزش و پرورش، هم‌چنان برای سال آخر دبیرستان یعنی پیش‌دانشگاهی نیز، اقدام به برنامه‌ریزی و تألیف نماید و دانش‌آموزان در همان مدارس و زیر نظر دبیران خود، این سال را ادامه دهند تا در سال آینده که دانشگاه‌ها شرایط لازم و آمادگی را پیدا کردند، این دوره ضمیمه تحصیلات عالی گردد.

پس از دریافت نامه وزارت علوم، دو ماه باقی‌مانده به فروردین ۱۳۵۶، به شورای برنامه‌ریزی متوسطه اطلاع داده شد که شورا سریع و تا اول سال جدید، برای دوره پیش‌دانشگاهی نیز برنامه‌ریزی کند تا کار تألیف کتاب‌های آن، بعد از عید نوروز شروع شود و کتاب‌های درسی برای مهرماه ۱۳۵۶، در مدارس باشند. شورای برنامه‌ریزی نیز با زمینه ذهنی و جوی که از واژه «پیش‌دانشگاهی»، به‌وجود آمده بود، این برنامه را برای دانش‌آموزان ممتاز و کسانی که حتماً به دانشگاه می‌روند، در سطح بسیار بالایی تنظیم نمود و مؤلفان نیز در تألیف کتاب‌های آن، سنگ تمام گذاشتند و مطالب سنگینی را در این دوره گنجاندند (سال تحصیلی ۵۷-۱۳۵۶).

از آن طرف، چون مطلب برای مردم و خانواده‌ها توجیه نشده بود، دوره پیش‌دانشگاهی آن‌طور که پیش‌بینی شده بود در جامعه جا نیفتاد و دانش‌آموزان پس از اتمام دوره سه ساله، باز همگی به سال آخر دبیرستان هجوم بردند تا از قافله عقب نمانند و دوره دبیرستان عملاً ۴ ساله شد و دوره پیش‌دانشگاهی روی دست وزارت آموزش و پرورش باقی ماند و محتوای کتاب‌ها سال به سال رقیق‌تر شد.

البته در برنامه‌ریزی‌های بعدی نیز، هنوز اثرات فکری «دوره پیش‌دانشگاهی»، در ذهن مسئولان و کارگردانان باقی مانده بود چه به دنبال همین افکار، باز دبیرستان را به یک دوره سه ساله که به فارغ‌التحصیلان آن دیپلم دبیرستان داده خواهد شد و یک دوره یک‌ساله به نام «پیش‌دانشگاهی» مخصوص دانش‌آموزان ممتاز که در آینده وارد دانشگاه خواهند شد، تقسیم کردند. اما با گذشت زمان و تعویض مسئولان، منشأ ایده و اساس فکر دوره «پیش‌دانشگاهی»، به فراموشی سپرده شد و دوره دبیرستان به صورت چهار سال درآمد.

اما فکر ایجاد دوره «پیش‌دانشگاهی» از کجا نشئت گرفت؟ این فکر مربوط می‌شد به طرح چاره‌اندیشی برای حذف کنکور که حتی در آن زمان هم مشکلاتی ایجاد کرده بود. قرار بود دانش‌آموزانی که داوطلب ورود به تحصیلات عالی هستند، از بین دوره «پیش‌دانشگاهی» انتخاب شوند تا دیگر نیاز به برگزاری امتحان ورودی دانشگاه‌ها نباشد و الهام آن نیز، از کالج‌های آمریکایی-انواع مدارس عالی- گرفته شده بود و ما در آستانه تأسیس کالج‌ها قرار گرفته بودیم.

مسئله کنکور تا به امروز نیز حل نشده و در حقیقت، مسئولان هنوز فرصت کافی پیدا نکرده‌اند که بنشینند و به طور جدی چاره‌اندیشی کنند و راه‌حلی پیدا نمایند. از آن طرف، اگر به تبلیغاتی که برای آموزشگاه‌های کنکور شده و می‌شود توجه کنید؛ معلوم می‌شود که تأکید این آموزشگاه‌ها بیشتر روی فن «تست زدن» و آموزش نکته‌های خاص (نکته ۱، نکته ۲، ...) در این زمینه است. در نتیجه، دانش‌آموزان وقتی از سد کنکور می‌گذرند و وارد دانشگاه می‌شوند، در کلاس دانشگاه وقتی استاد می‌خواهد ریاضی عمومی ۱ را آغاز کند مشاهده می‌کند که بسیاری از دانشجویان، هنوز در مفاهیم مقدماتی و اساسی چون، حد و پیوستگی و حتی تابع، مشکل دارند و این در کار تدریس دانشگاهی اشکال ایجاد می‌کند.

اگر انتقال سال آخر دبیرستان در آن سال‌ها، به بهانه عدم امکانات، وسائل، نیروی انسانی، بودجه یا علل دیگر اجرا نشد، شاید اکنون با فراهم بودن امکانات و گسترده‌تری تحصیلات عالی در کشور، انجام آن شدنی باشد.

**مقامات
وزارت خانه‌های
«علوم» و
«آموزش و پرورش»
به توافق رسیده‌اند
که مسئولیت
برنامه‌ریزی، تألیف
و اداره کلاس‌های
سال آخر دبیرستان،
به دانشگاه‌ها واگذار
شود**



نقدی بر مقاله «ردپای پولیا بر سنگ قبر آخرین قضیه فرما»

حسن بختیاری
دانشجوی کارشناسی رشته ریاضی دانشگاه
شهید باهنر کرمان

اینجانب پس از خواندن مقاله ردپای پولیا بر سنگ قبر آخرین قضیه فرما نوشته محسن یزدانفر که در مجله رشد آموزش ریاضی شماره ۹۷ چاپ شده است، به یک اشتباه تاریخی پی بردم که آن را در زیر بیان می‌کنم:

در این مقاله گفته شده که «حدس شیمورا - تانیاما که در اثبات آخرین قضیه فرما نقش کلیدی داشته، یک دهه بعد از کنفرانس توکیو - نیکو که در سپتامبر ۱۹۹۵ برگزار شد و اندرو وایلز نیز در آن حضور داشت، توسط گورو شیمورا صورت‌بندی شد، که هسته اولیه این حدس توسط یوتاکا تانیاما در کنفرانس مذکور ریخته شده بود». هم‌چنین در این مقاله گفته شده که «اندرو وایلز پس از تلاش زیاد، سرانجام در سال ۱۹۹۵ اثباتی حدود ۲۰۰ صفحه از آخرین قضیه فرما ارائه کرد».

● ادعای اول: تاریخ ذکر شده در مقاله اشتباه است.
○ دلیل: یوتاکا تانیاما متولد ۱۲ نوامبر ۱۹۲۷ بوده و در ۱۷ نوامبر ۱۹۵۸ در گذشته است و هسته حدس ذکر شده را در سال ۱۹۵۵ ریخته است. بعدها این حدس بوسیله گورو شیمورا دقیق‌تر شد.

(Bull. London Mathematical Society. 21

(1989) 186-196)

● ادعای دوم: دو جمله زیر متناقض هستند:
○ چگونه ممکن است که اندرو وایلز، در سال ۱۹۹۵ اثباتی حدود ۲۰۰ صفحه از آخرین قضیه فرما ارائه کند و در آن، از حدس شیمورا - تانیاما استفاده کرده باشد اما خود حدس شیمورا - تانیاما یک دهه بعد از کنفرانس ۱۹۹۵ مطرح شده باشد؟

- امید است که نقد وارد شده بر این مقاله، مورد بررسی قرار گیرد.

در ایامی که اینجانب در دانشگاه تگزاس دوره برنامه‌ریزی علوم را می‌گذراندم، مشاهده کردم که دانشگاه تگزاس همراه با ۱۶ دانشگاه و کالج ایالتی دیگر، در سطوح و درجه‌های مختلف علمی برای انتخاب دانشجویان خود، عملاً بر پیشرفت درسی و امتحانات مدارس ایالت نظارت می‌کنند. مثلاً یک روز در یک کلاس دبیرستان معروفی به نام کین‌کی که از مدارس خوب شهر بود مشغول کارآموزی بودم که ناگهان در کلاس باز شد و گروهی که حامل اوراق امتحانی بودند، وارد شدند و بلافاصله آن اوراق را بین دانش‌آموزان توزیع کردند و از آن‌ها خواستند ظرف ۴۵ دقیقه، به سؤالات روی خود اوراق، پاسخ دهند. این کار هم‌زمان در سایر کلاس‌ها نیز انجام شده بود. در زنگ تفریح، استاد مشاور من گفت این‌ها از طرف دانشگاه تگزاس آمده‌اند و این کار، سالی چندبار در مدارس خوب شهر انجام می‌گیرد و نتیجه آن که تعیین رتبه علمی دبیرستان است، به مدرسه اعلام می‌گردد. اگر رتبه علمی، یعنی میانگین نمرات دانش‌آموزان مدرسه در این امتحان به حد نصاب معینی رسیده باشد، این دانشگاه بدون کنکور و تنها با مصاحبه، دانشجویان خود را از بین دانش‌آموزان این دبیرستان انتخاب می‌کند.

سایر مؤسسات علمی ایالت نیز چنین امتحانی برگزار می‌کردند تا از سطح علمی دانش‌آموزان مدارس آن ایالت آگاه شوند و از این آگاهی، در انتخاب دانشجو استفاده کنند.

اکنون که در بیشتر استان‌ها و حتی شهرستان‌های درجه ۲ و ۳ ایران دانشگاه داریم، خوب است دوباره ایده دوره «پیش‌دانشگاهی»، مورد بررسی و مطالعه قرار گیرد یا امتحانات آخر سال دبیرستان‌ها با نظارت وزارت آموزش و پرورش و دانشگاه‌ها انجام پذیرد. با این کار، همان هزینه و زحمتی که صرف برگزاری کنکور می‌شود، در این زمینه هزینه می‌گردد و دانشجویان آینده دانشگاه‌ها، با توجه به معدل افراد در این امتحان مشترک، برگزیده می‌شوند. البته می‌توان روی پیشنهاداتی از این قبیل فکر کرد و راه حل «سد شکن کنکور» را پیدا کرد، چه ابداعات و نوآوری بشر، همیشه ناشی از مشکلات موجود پیش‌روی او نشئت گرفته است. در آن موقع، آن‌ها نشسته‌اند، فکر کرده‌اند و راه حل یافته‌اند.

به امید رسیدن به آن روز، ان شاء الله.

قرار شد که وزارت
علوم نیز بعداً از بین
این دیپلمه‌های جدید
دبیرستان، آن‌هایی
را که معدل‌های
بالتری دارند انتخاب
کند و برایشان یک
دوره یک‌ساله به نام
«پیش‌دانشگاهی»،
(مثل پیش‌دبستان)،
در دانشگاه‌ها و زیر
نظر استادان دانشگاه
تشکیل دهد

نامری رسیده

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان آذر ۱۳۹۱، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم.

- ♦ شیوا مفاخری، از سندانج؛
- ♦ قدرت‌اله کشیری، از گرگان؛
- ♦ منصور عبدی، از بناب آذربایجان شرقی؛
- ♦ عباس میسمی، از بناب آذربایجان شرقی؛
- ♦ امین جامی، از تایباد؛
- ♦ عزیزه احمدی، از زنجان؛
- ♦ مهدی حسنی، از زنجان؛
- ♦ عبدالرحمن حاجی، از خراسان؛
- ♦ آذر رضائی، از قزوین؛
- ♦ سیده کبری موسوی‌زاده، از قزوین؛
- ♦ رضا بهرامی، از قزوین؛
- ♦ علی‌اکبر جاویدمهر، از قم؛
- ♦ صدیقه صادقی طاهری، از کاشان؛
- ♦ مسعود بهرامی بیدکلمه، از تهران؛
- ♦ فرشید به‌گزین، از تهران؛
- ♦ محمدرضا سراجیان اصل، از تهران؛
- ♦ حمیده ماهری، از کرمان؛
- ♦ عباس حسن‌خانی، از کرمان؛
- ♦ زهرا حاجی آخوندی، از تهران.

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ♦ رشد تکنولوژی

آموزشی ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)
- ♦ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه) ♦ رشد آموزش قرآن
- ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر
- ♦ رشد آموزش مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی
- ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش
- ♦ ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی
- ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ♦ رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸

2. Editor's Note by: Z. Gooya

4. Teachers' Perspectives about New Mathematics1
(Grade9) Textbook

by M. Hasanpour & Z. Gooya

10. Concept and the Nature of a Mathematical
Definition

by: S. Gholamazad; Z. Mohtasham; and E. Reyhani

20. Extended abstract of doctoral disseration of
R. Heidari

24. Teachers' Narrative by: N. Faramarzpour

26. Report: The 2nd International Gathering of
the Geogebra Society by: M. Afshinmanesh

38. Reflect on "Teachers' Perspectives about New
Mathematics1" by: Editors of Mathematics1

44. The Roots of the word "Pre- university" in
Iran by: M. Jalili

46. Viewpoint by: H. Bakhtiari

47. Letters!

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Mani Rezaie

Editorial Board:

Sayyed Hasan Alamolhodaei, Esmail Babolian, Mohammad

Reza Fadaie, Soheila Gholamazad, Mirza Jalili, Mehdi

Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

www.roshdmag.ir

e-mail: riyazi@roshdmag.ir

P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

برگ اشتراک مجله های رشد

نحوه اشتراک:

شما می توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب
۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه
شرکت افست از دوروش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل

برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست

سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگهدارید).

♦ نام مجلات درخواستی:

.....
.....
.....

♦ نام و نام خانوادگی:

.....

♦ تاریخ تولد:

.....

♦ تلفن:

.....

♦ نشانی کامل پستی:

.....

♦ استان:

.....

♦ شهرستان:

.....

♦ خیابان:

.....

♦ شماره فیش:

.....

♦ مبلغ پرداختی:

.....

♦ پلاک:

.....

♦ شماره پستی:

.....

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

.....

امضا:

♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

♦ اشتراک مجله: ۱۴-۷۷۳۳۹۷۱۳/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۶۶۵۶-۰۲۱

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۱۲۰۰۰۰ ریال

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۸۰۰۰۰ ریال