دورهٔ هجدهم / شماره ۲ / زمستان ۱۳۹۱ / ۴۸ صفحه

رشد برهان ریاضی

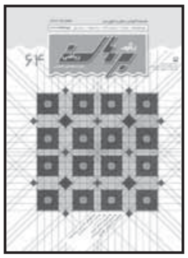
دورهٔ راهنمایی تحصیلی

فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی

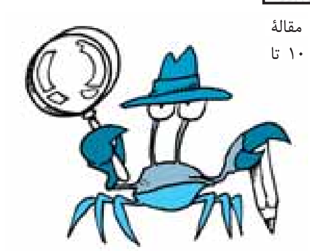
۶۴

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری **سردبیر:** سپیده چمن‌آرا **مدیر داخلی:** حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلّم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. **ویراستار:** علی‌اکبر میرجعفری
طراح گرافیک: علی دانشور **تصویرگر:** سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ ـ ۱۵۸۷۵
تلفن: ۹ـ۸۸۳۱۱۱۶۱ ـ۰۲۱ داخلی: ۳۷۴ **نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir **پیام‌نگار:** borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی:
http: // roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ **کد دفتر مجله:** ۱۱۳ **کد مشترکین:** ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۴۰۰۰ نسخه



تصویر روی جلد، به مقالهٔ «چرخ‌گردون»، صص ۱۰ تا ۱۳ مرتبط است.



فهرست

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

◀ مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

◀ مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان‌چه مقاله را خلاصه می‌کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◀ مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله‌ها می‌توانند با نرم‌افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ◀ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◀ محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. ◀ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◀ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه‌ها) از متن استخراج و روی صفحه‌ای جداگانه نوشته شوند. ◀ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◀ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده آزاد است. ◀ مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. ◀ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

سپیده چمن‌آرا

دوستانی که در میان ما نیستند

دوستان نوجوان من؛

حتماً همگی شما در مدارس راهنمایی در شهرهای مختلف تحصیل می‌کنید. آیا تاکنون به تغییری که در مدرسه‌تان رُخ داده، توجه کرده‌اید؟! می‌دانید از چه «تغییری» صحبت می‌کنم؟ بله! تعدادی از دوستان شما که قرار بود امسال در پایهٔ اول راهنمایی در کنار شما سال تحصیلی را بگذرانند، اکنون در پایهٔ ششم دبستان و احتمالاً در مدرسهٔ دیگر یا در فضایی دیگری، مشغول به تحصیل هستند؛ با کتاب‌های جدید و ساعت درسی متفاوت و ...

به همین دلیل، ما، هیئت تحریریهٔ رشد برهان راهنمایی نیز از داشتن دوستانی که در پایهٔ ششم هستند، محروم شده‌ایم و مجلهٔ برهان راهنمایی به دست این دانش‌آموزان نمی‌رسد. این‌جا قصد ندارم درباره این تغییر صحبت کنم؛ بلکه تنها قصدم این بود که شما را متوجه این تغییر کرده باشم. اصولاً شما نوجوانانِ امروز، در دنیایی زندگی می‌کنید که سرعت تغییرات در آن، به خصوص تغییر در حوزه فن‌آوری، بسیار بسیار زیاد است و کمی غفلت، آدمی را از دیگران بسیار بسیار عقب نگه می‌دارد. پس باید همواره توجهمان به اطراف و به اتفاقات مختلف در سطح مدرسه، شهر، کشور و حتی سایر کشورهای دنیا باشد و سعی کنیم از آنها عقب نمانیم و حتی اگر نقش و اثری هم در آنها نداریم، حداقل به عنوان یک «شهروند آگاه»، از آنها مطلع باشیم ....

سردبیر

لیلا خسروشاهی

زاویه‌ای که با تَبَر سه تا شد!

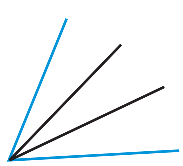
کلیدواژه‌ها: تثلیث زاویه، ترسیم خط‌کش و پرگاری، تثلیث‌گر

این زاویه، اصلاً فکر نمی‌کرد که روزی تبدیل به سه زاویه شود. آن هم به دست یک تبر!

شما هم فکر نکنید که اگر یک تبر به دست بگیرید و بیفتید به جان یک زاویه، می‌توانید به همین راحتی آن را سه قسمت کنید؛ آن هم به سه قسمت مساوی!

ریاضی‌دان‌ها هم ابتدا فکر نمی‌کردند مجبور شوند برای تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی، «دست به تبر» شوند! آن‌ها سال‌ها تلاش کردند تا بتوانند روشی پیدا کنند که با استفاده از آن بشود تمام زاویه‌ها را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد، بدون این‌که لازم باشد زاویه را اندازه‌گیری کنند.

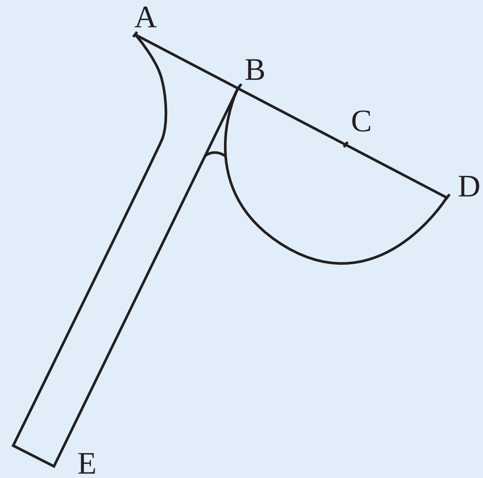
البته ریاضی‌دان‌ها توانسته بودند روشی برای تقسیم زاویه به دو قسمت مساوی بدون نیاز به اندازه‌گیری پیدا کنند. شما هم حتماً در کتاب‌های درسی خود دیده‌اید که چگونه می‌توان با استفاده از خط‌کش و پرگار، نیم‌ساز یک زاویه را رسم کرد و به این ترتیب آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد. ریاضی‌دان‌ها برای «تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی» یا به اصطلاح «تثلیث زاویه» نیز راه‌های متنوعی پیدا کرده‌اند. مثلاً تبری که زاویهٔ داستان ما را سه قسمت کرد، یکی از وسایلی است که برای تثلیث زاویه ابداع شد.



این تبر، یک تبر معمولی، از آن‌هایی که هیزم‌شکن‌ها

استفاده می‌کنند، نبود.

تبر ریاضی‌دان‌ها به شکل زیر بود.



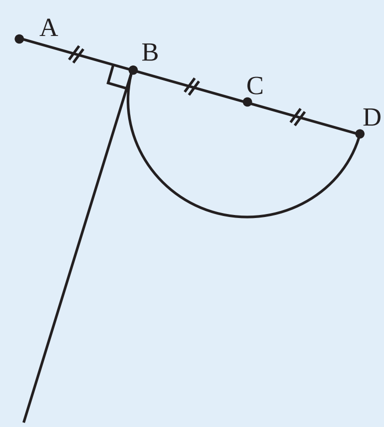
و این خواص را داشت:

$AB=BC=CD$

$EB \perp AB$

سرِ تبر، نیم‌دایره‌ای به مرکز C است.

اجـزای مهمِ ریاضی این تبر به طور سـاده در شـکل زیر نشان داده شده است.

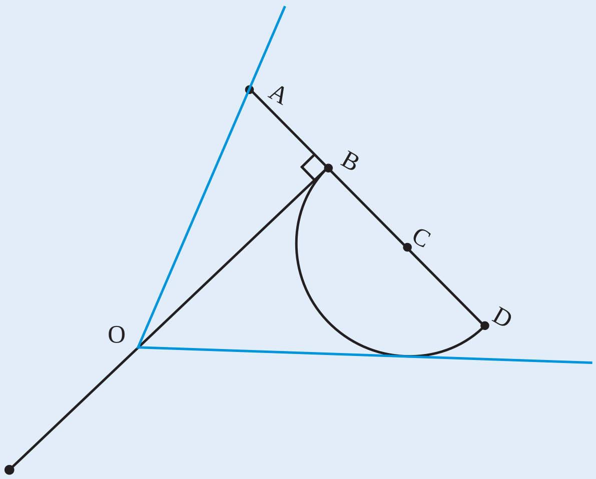


بـرای تثلیـث زاویه به کمک تبر، بایـد آن را طوری روی زاویه قرار داد که:

۱) نیم‌دایره بر یکی از ضلع‌های زاویه مماس شـود؛ یعنی فقط یک نقطهٔ تماس داشته باشند.

۲) نقطهٔ A روی ضلع دیگر دایره قرار بگیرد.

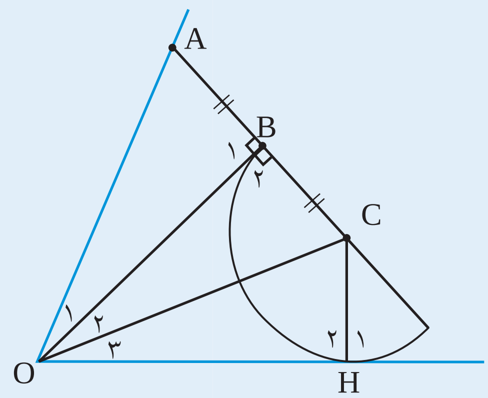
۳) خط BE از رأس زاویه بگذرد.



بـه این ترتیـب اگر نقاط B و C را بـه رأس زاویه وصل کنیم، زاویه به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد شد، یعنی

$$\hat{O}_۱=\hat{O}_۲=\hat{O}_۳$$

دلیل این برابری‌ها با استفاده از اثبات برابری مثلث‌ها قابل بیان است.



$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}_1=\hat{B}_2=90^\circ\\ AB=BC\\ BO=BO\end{array}\right\}\overset{\text{ض ز ض}}{\Rightarrow}\overset{\triangle}{ABO}=\overset{\triangle}{CBO}\Rightarrow\hat{O}_1=\hat{O}_2$$

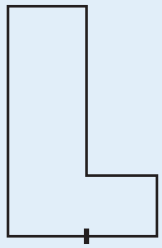
CH شعاعی از دایره است که مرکز را به محل برخورد دایره و خط مماس بر آن وصل کرده است. بعدها در درس هندسه خواهید دید که این شعاع، بر خط مماس عمود می‌شود، بنابراین $\hat{H}_2=90^\circ$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B}_2=\hat{H}_2=90^\circ\\ OC=OC\\ BC=HC \quad \text{شعاع دایره}\end{array}\right\}\overset{\text{وتر و ضلع}}{\Rightarrow}\overset{\triangle}{BCO}=\overset{\triangle}{HCO}\Rightarrow\hat{O}_2=\hat{O}_3$$

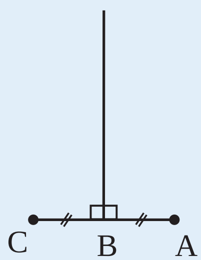
$$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_1=\hat{O}_2\\ \hat{O}_2=\hat{O}_3\end{array}\right\}\Rightarrow\hat{O}_1=\hat{O}_2=\hat{O}_3$$

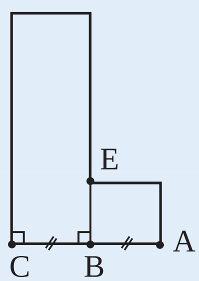
بنابراین ثابت کردیم که این تبر، بدون این‌که نیازی به اندازه‌گیری یک زاویه داشته باشد، می‌تواند آن را به سه زاویهٔ برابر تقسیم کند.

ریاضی‌دان‌ها ابزارهای دیگری هم برای تثلیث زاویه ساخته‌اند؛ مثلاً وسیله‌ای که در زیر می‌بینید، به «گونیای نجاری» معروف است.

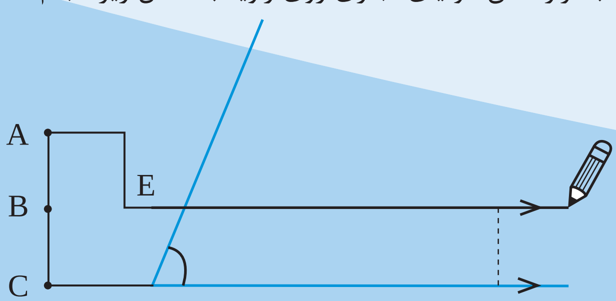


برای ساخت این وسیله باید به این خاصیت مهم توجه داشت که تمام زوایای موجود در شکل قائمه‌اند و AB = BC.
اجزای مهمِ ریاضیِ گونیای نجاری را می‌توان در این شکل دید:





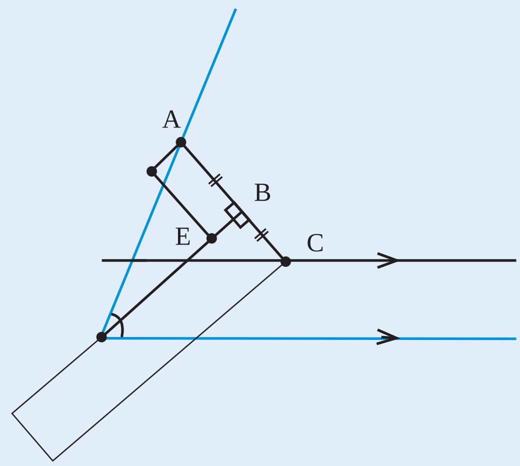
برای تثلیث زاویه به کمک گونیای نجاری، ابتدا خطی مساوی با یکی از اضلاع زاویه رسم می‌کنیم؛ طوری‌که فاصلهٔ خطوط موازی به اندازهٔ پاره‌خط BC باشد. این کار را می‌توان با قرار دادن گونیای نجاری روی زاویه به شکل زیر انجام داد.



ســپس گونیای نجاری را طوری روی زاویه قرار می‌دهیم که:

۱) نقطهٔ C روی خطی که در مرحلهٔ قبل رســم شده قرار بگیرد.

۲) نقطهٔ A روی ضلع دیگر زاویه قرار بگیرد.

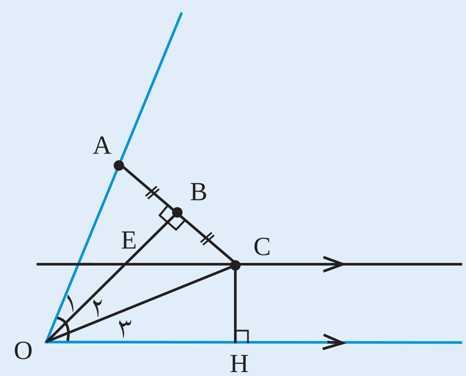


۳) امتدادِ BE از رأس زاویه بگذرد.

به این ترتیب اگر نقاط B و C را به رأس زاویه وصل کنیم، زاویه به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد شد؛ یعنی

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

(ثابت کنید)



همان‌طور که می‌بینید، این مســئله شــباهت بسیاری به مسئلهٔ قبل دارد.

در هر دو مســئله،نقاط H، C، B، A طوری قرار دارند که شرایط زیر برقرار است:

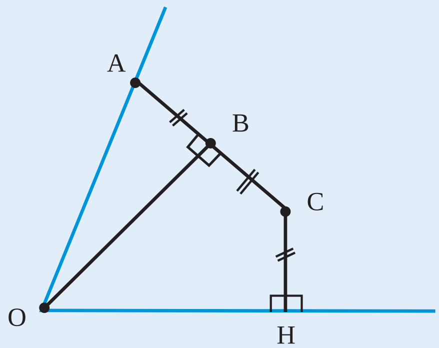
۱) A روی یک ضلع و H روی ضلع دیگر زاویه است؛

۲) CH بر OH عمود است؛

۳) C، B، A روی یک خط راست قرار دارند؛

۴) OB بر AC عمود است؛

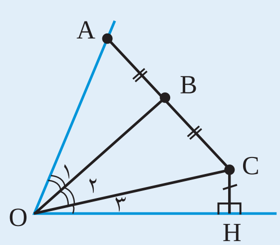
۵) AB=BC=CH؛



در واقع اگر تمام شــرایط بالا برقرار باشــد، با وصل کردن نقــاط C و B به رأس زاویه (نقطهٔ O)، ســه مثلثِ $\overset{\triangle}{ABO}$ و $\overset{\triangle}{COB}$ و $\overset{\triangle}{COH}$ ایجاد می‌شــود که با هم برابرند (چرا؟) و به این ترتیب زاویهٔ O به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

توجه کنید که اگر هریک از این شرایط برقرار نباشد، دیگر زوایای $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_2$ و $\hat{O}_3$ برابر نخواهند بود. مثلاً اگر شــرایط ۱ تا ۴ برقرار باشند اما $AB = BC \neq CH$ ، در این صورت $\overset{\triangle}{ABO} = \overset{\triangle}{COB} \neq \overset{\triangle}{COH}$ و بنابرایــن $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \neq \hat{O}_3$ ، یعنی تثلیث انجام نگرفته است!



ریاضی‌دان‌های ایرانی بسیاری هم روی مسئلهٔ تثلیث زاویه کار کرده‌اند. ابوجعفر خازن، ابوالجود، ابوالحسن هروی، ابوریحان بیرونی، ابوسعید سجزی، صافانی، ابوالوفای بوزجانی و جمشید کاشانی از آن جمله‌اند

«گونیای نجاری» و «تبر» هریک به نوعی شرایط ۱ تا ۵ را ایجاد کرده‌اند. خوب است با مراجعهٔ دوباره به آن‌ها ببینید که هریک چگونه این شرایط را برآورده نموده‌اند. بنابراین این دو وسیله با وجود تفاوت‌های ظاهری، دقیقاً یک کار را انجام می‌دهند و از ایدهٔ مشابهی برای تثلیث زاویه استفاده می‌کنند.

ریاضی‌دان‌ها روش‌های دیگری را نیز همراه ایده‌های متفاوت برای تثلیث زاویه ابداع کرده‌اند و هنوز هم تلاش در جهت ابداع وسایلی برای تثلیث زاویه، رواج دارد. اکنون نوبت شماست که دست به کار شوید.

۱. با استفاده از مقوا، گونیای نجاری و تبر تثلیث زاویه را بسازید. سپس سعی کنید با استفاده از آن‌ها، زوایای مختلف را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید.

۲. اجزای مهم گونیای نجاری و تبر را شناخته‌اید. چه تفاوت‌ها و چه شباهت‌هایی بین آن‌ها وجود دارد؟ این دو وسیله چگونه می‌توانند با وجود این تفاوت‌ها، شرایط یکسانِ ۱ تا ۵ را به وجود بیاورند؟

۳. در این نوشته، برای تثلیث زاویه به کمک تبر یا گونیای نجاری، از زوایای تند استفاده شد. آیا می‌توان با استفاده از این وسایل، زوایای باز را نیز تثلیث کرد؟ چگونه؟ (پاسخ‌های خود به سؤال‌های بالا را برای مجله ارسال کنید).

پی‌نوشت

۱ و ۲. با مراجعه به وبگاه زیر و یا وبگاه مجله، می‌توانید نحوهٔ حرکت دادنِ تبر برای رسیدن به وضعیت مناسب را ببینید:

www.takayaiwamoto.com/Greek-Math/Trisect/Special-Tools-Tools-Tri.html

۳. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توانید کتاب زیر را مطالعه کنید: کتاب کوچک ریاضی ۲۶: تثلیث زاویه، تربیع دایره، مؤلفان: پرویز شهریاری/ سیامک جعفری؛ انتشارات مدرسه.

صفر صفرُم سه صفرُم!

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: تقسیم، تقسیم بر صفر، ساده کردنِ عبارت‌ها.

می‌خواهم برایتان ثابت کنم که $2=1$!

می‌دانیم که

$$0\times 1=0$$

و

$$0\times 2=0$$

پس می‌توانیم بنویسیم

$$0\times 1=0\times 2$$

حالا از دو تساوی طرف، ۰ را «می‌زنیم»:

$$\cancel{0}\times 1=\cancel{0}\times 2$$

پس $2=1$.

چـرا ناراحتیـد؟ آها! تا حـالا فکر می‌کردید ۱ بـا ۲ برابر نیسـت؟ خب حق با شماسـت! اما در این محاسبه، اشتباهی وجود دارد. می‌توانید بگویید کجا؟

اشتباه در آنجاست که ۰ را از دو طرف تساوی «زدیم».

وقتی از دو طرف تساوی، عددی را «می‌زنیم»، در حقیقت داریم دو طرف تساوی را بر آن عدد تقسیم می‌کنیم. در این‌جا هریک از طرف‌های تساوی را بر ۰ تقسیم کرده‌ایم. اما راستش را بخواهیـد، **اجـازه نداریم عددها را بر ۰ تقسـیم کنیم**.

بیایید ببینیم چرا.

قبـل از ایـن کار، به ایـن تصویر از کتـاب ریاضی چهارم دبستان نگاه کنید:

۱. صفر تقسیم بر صفر

اگر از تصویر بالا اسـتفاده کنیـم، می‌توانیم بگوییم وقتی صفر را بر صفر تقسیم می‌کنیم، انگار صفر تا توت‌فرنگی را در دسته‌های صفرتایی دسته‌بندی می‌کنیم. چند دسته خواهیم داشت؟ سؤال عجیبی است، نه؟

بیاییـد دقیق‌تر بحث کنیم. برای راحتی، یکی از صفرها را با ۰ و دیگری را با 0 مشخص می‌کنیم.

می‌خواهیـم به جـای «؟» در تسـاوی $0\div \text{۰}=?$ عددی مناسب بگذاریم. مانند آنچه در تصویر بالا مشخص شده است، هر عددی که بگذاریم، همان عدد را می‌توانیم در تساوی $\text{۰}\times ?=0$ به جای «؟» بگذاریم:

* آیا می‌توانیم ۱ بگذاریم؟ بله! چون

$$0 \times 1 = 0$$

* آیا می‌توانیم ۲ بگذاریم؟ باز هم بله! چون

$$0 \times 2 = 0$$

* آیا می‌توانیم ۹۷۸۴۱ بگذایم؟ دوباره بله! چون

$$0 \times 97841 = 0$$

که این‌طور پس

برای حاصلِ صفر تقسیم بر صفر، هر عددی بنویسیم درست است. پس حاصل تقسیم، با هیچ عدد مشخصی برابر نیست!

۲. عددی غیر صفر تقسیم بر صفر

وقتی مثلاً ۳ را بر صفر تقسیم می‌کنیم، انگار ۳تا توت‌فرنگی را در دسته‌های صفرتایی دسته‌بندی می‌کنیم. چند تا دسته درست می‌شود؟ این سؤال در عجیب بودن دست کمی از سؤال قبلی ندارد! دوباره دقیق‌تر بحث می‌کنیم.

می‌خواهیم به جای «?» در تساوی $3 \div 0 = ?$ عددی مناسب بگذاریم. هر عددی که انتخاب کنیم، همان عدد را می‌توانیم در تساوی

$$0 \times ? = 3$$

به جای «?» بگذاریم:

* آیا می‌توانیم ۱ بگذاریم؟ نه! چون 0×1 برابر ۳ نیست.

* آیا می‌توانیم ۷۹ بگذاریم؟ نه! چون 0×79 برابر ۳ نیست.

* آیا می‌توانیم ۰ بگذاریم؟ دوباره نه! چون 0×0 برابر ۳ نیست.

که این‌طور، پس

حاصل تقسیم عدد بر صفر، هیچ عددی نمی‌تواند باشد!

در مورد هر عدد غیر صفر دیگری به جز ۳ هم، همین‌طور است.

***

به دلیل وجود این دو مشکل، اجازه نداریم اعداد را بر صفر تقسیم کنیم.

یکی از معناهای کسر، تقسیم صورت بر مخرج است. چون همان‌طور که دیدیم، تقسیم عددها بر صفر مُجاز نیست. پس کسرهایی مثل $\frac{0}{0}$ و $\frac{3}{0}$ را هم با معنا نمی‌دانیم.

اما در مورد تقسیم صفر بر عددی غیر صفر چطور؟

مثلاً آیا $0 \div 3$ یا $\frac{0}{3}$ معنایی دارند و می‌توانیم حاصلشان را حساب کنیم؟ بر خلاف مثال‌های قبلی، بله!

می‌خواهیم در $0 \div 3 = ?$ به جای ? عددی بگذاریم. هر عددی بگذاریم، همان را می‌توانیم در تساوی $3 \times ? = 0$ قرار دهیم، و آن چه عددی است ؟ بله! صفر!

***

آیا دلایل بالا شما را قانع کرد؟ اگر نه، حتماً نظر خودتان را بنویسید و به نشانی برهان بفرستید.

مجید منشوری

قسمت اول

چرخ گردون

کلیدواژه‌ها: کاشی‌کاری، چندضلعی‌های منتظم، پوشش صفحه با چندضلعی‌های منتظم.

آیا تا به حال به پوشش کف اتاق، سالن، پیاده‌رو، .... و یا دیوار آشپزخانه، حمام، استخر، و .... نگاه کرده‌اید. چه چیزی توجه شما را جلب کرده است؟ چه سؤالاتی از ذهنتان گذشته است؟

جدای از رنگ و جنس و طرح پوشش، چه چیز دیگری به چشم می‌آید؟ نحوهٔ قرار گرفتن کاشی‌ها و ترتیب آن‌ها چه‌قدر اهمیت دارد؟

برای پوشاندن یک سطح، معمولاً تعدادی قطعه از یک شکل پایه به صورت تکراری کنار هم قرار می‌گیرند.

اصطلاحاً به این کار کاشی‌کاری گفته می‌شود که با قطعات یکسان و یا غیر یکسان و به صورت منظم انجام می‌گیرد، خواه پوشش پذیرایی خانه باشد و یا پوشش کف پیاده‌رو و یا مشبک‌های پنجره‌های ساختمان‌های قدیمی، همچنین در کاشی‌کاری دیوارها و گنبدهای ابنیهٔ تاریخی و مساجد، اوج دقت و ظرافت طرح‌ها و نقوش را می‌توان مشاهده کرد.

آنچه که در کاشی‌کاری اهمیت دارد، این است که کاشی‌ها باید تمام سطح را به طور کامل بپوشانند؛ به طوری‌که نه جایی خالی بماند و نه کاشی‌ها روی هم قرار گیرند.

با توجه به این نکته ممکن است به نظر برسد که خیلی ساده می‌شود این کار را انجام داد و فقط لازم است قطعات، هم شکل و هم اندازه باشند.

معمولاً برای پوشاندن کف ساختمان از قطعات به شکل مربع استفاده می‌شود. چه ویژگی‌ای در مربع وجود دارد که برای شکل یک کاشی مناسب است؟

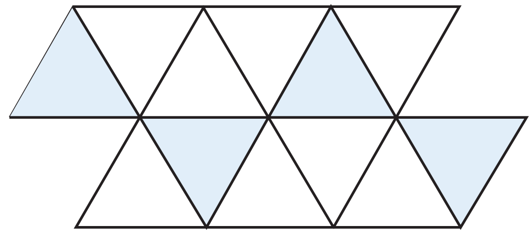
به شکل زیر که تصویری از یک کندوی عسل است، توجه کنید.

این مثالی از هزاران مثال است که در طبیعت دیده می‌شود. همان‌طور که می‌بینید، شش‌ضلعی‌های منتظم به طور کامل در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؛ بدون اینکه جایی خالی بماند و یا روی هم قرار گیرند.

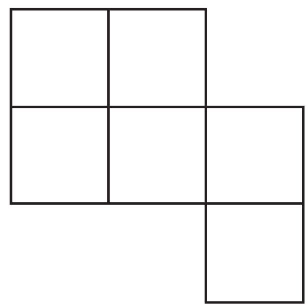
در اینجا این پرسش را مطرح می‌کنیم که مربع و شش‌ضلعی منتظم دارای چه ویژگی‌ای هست که برای پوشش دادن سطوح مناسب است؟ و اینکه چه اشکال دیگری

را می‌توان برای درست کردن قطعات پوشانندهٔ سطح (کاشی) به کار برد؟

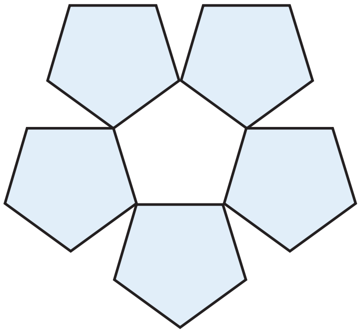
به شکل‌های رسم‌شده در زیر توجه کنید.



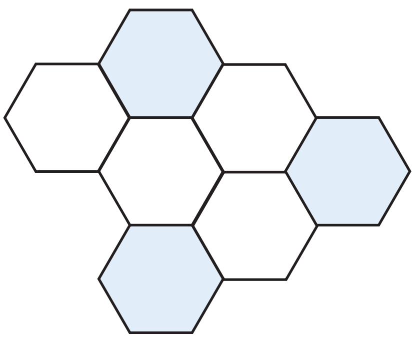
سه‌ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع)



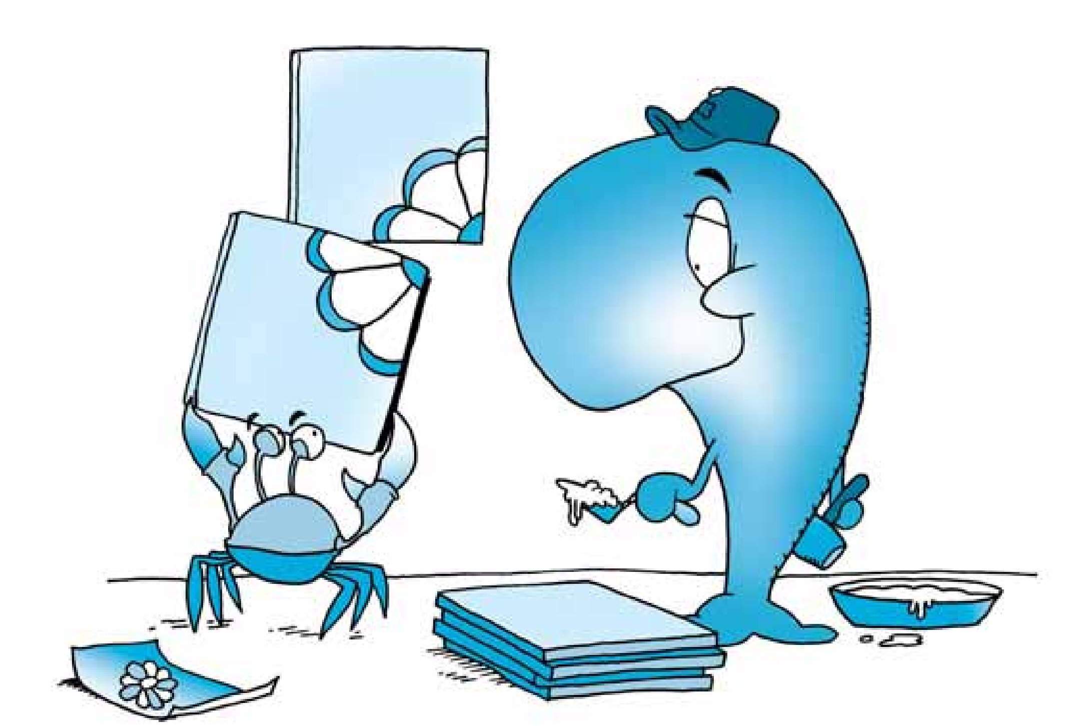
چهارضلعی منتظم (مربع)

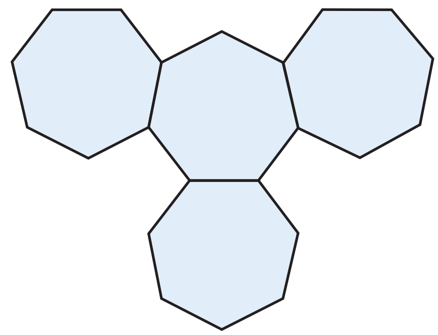


پنج‌ضلعی منتظم

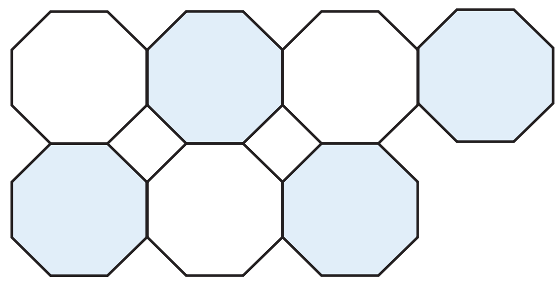


شش‌ضلعی منتظم





هفت‌ضلعی منتظم

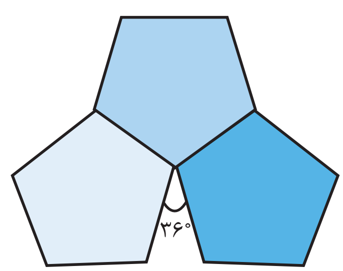


هشت‌ضلعی منتظم

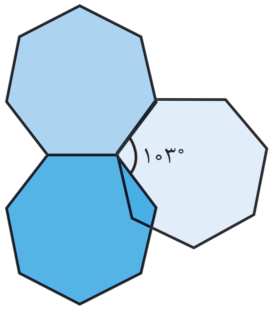
با توجه به شکل‌های رسم‌شده، چه چیزی در کنار هم قرار گرفتن و پوشانندگی قطعات مهم است؟

برای برابـر بودن طول ضلع قطعات، منتظم بودن شـکل قطعه اهمیت دارد و به همین دلیل چندضلعی منتظم انتخاب می‌کنیـم؛ اما این کافی نیسـت و زوایـای داخلی و نحوهٔ قرار گرفتن آن‌ها نیز اهمیت دارد.

مثلاً در مورد پنج‌ضلعی منتظم نمی‌توان بیش از سه قطعه را کنـار هم قرار داد و زاویه‌ای بـه اندازهٔ ۳۶=(۱۰۸×۳)-۳۶۰، پوشش داده نمی‌شود.



همان‌طور که در شکل بعدی می‌بینید، در مورد هفت‌ضلعی نمی‌توان بیش از دو شـکل را در کنـار هم قرار داد و زاویه‌ای تقریباً به اندازهٔ ۱۰۳°=(۱۲۸/۵×۲)-۳۶۰، باقی می‌ماند.



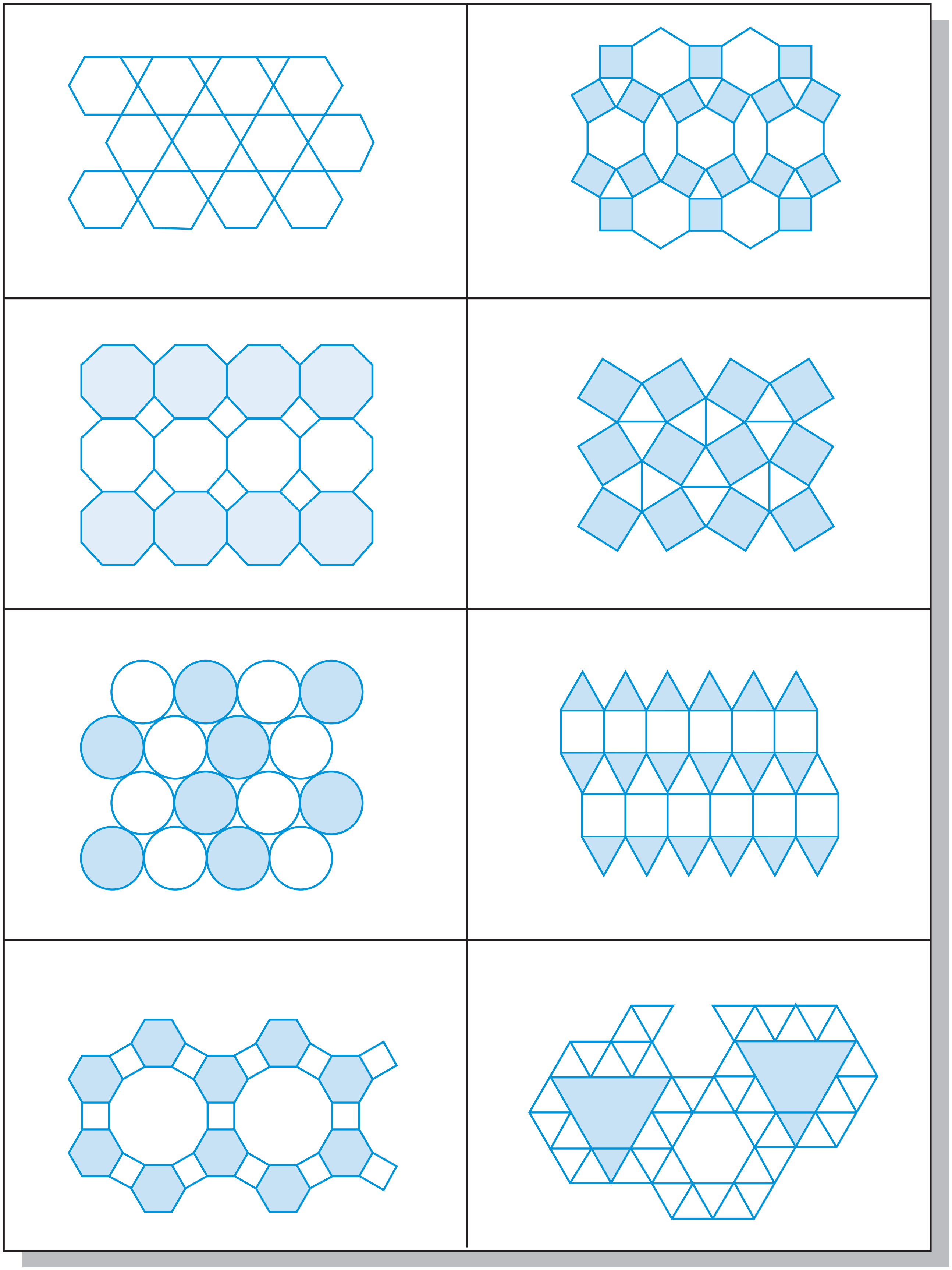
با توجه به شـکل‌های رسم‌شده به آسانی متوجه می‌شویم شـکل یک کاشی برای پوش یک سـطح وقتی مناسب است کـه از کنار هم قـرار دادن قطعات، زاویهٔ ۳۶۰ درجه درسـت شـود. مثلاً با توجه به زاویهٔ داخلی سـه‌ضلعی منتظم (مثلث متسـاوی‌الاضلاع) که ۶۰ درجه اسـت، چنانچه شش قطعه از این نوع کاشـی را کنار هم قرار دهیم، می‌توانیم یک پوشـش کامل برای سطح مورد نظر درست کنیم.

به اطلاعات جدول زیر توجه کنید و قسمت‌های خالی آن را پر کنید.

نام چندضلعی	اندازه زاویه داخلی	حداکثر زاویه پوشش پس از چیدن کاشی‌ها
مثلث متساوی‌الاضلاع	۶۰	۳۶۰
مربع	۹۰	۳۶۰
پنج‌ضلعی منتظم	۱۰۸	۳۲۴
شش‌ضلعی منتظم	۱۲۰	۳۶۰
هفت‌ضلعی منتظم	۱۲۸/۵	....
هشت‌ضلعی منتظم	.....	....
نه‌ضلعی منتظم	......	.....
ده‌ضلعی منتظم	.....	....

بنابراین به این نتیجه می‌رسیم که چنانچه قطعات کاشی ما به شـکل سه یا چهار یا شـش‌ضلعی منتظم باشد، می‌توان کاشـی‌کاری را انجـام داد. اگر قطعات ما غیر از این سـه نوع کاشی بودند، باید قسمت‌های باقی‌مانده را با قطعات دیگر و به شکل ترکیبی تکمیل کرد.

در زیر چند پوشش ترکیبی از قطعات منتظم را نشان می‌دهیم.



حسن احمدی

بخش نخست

یِکِستان

کلیدواژه‌ها: اعداد، داستان‌های ریاضی

باورش برایم خیلی سخت بود. شبیه آدم نبودند. عجیب و غریب بودند. تا به حال چنین موجوداتی ندیده بودم. بیشتر شبیه اشیایی بودند که جان دارند و راه می‌روند. از ترس نفسم بند آمده بود و توان حرکت نداشتم. خودم را پشت درختی پنهان کرده بودم تا از دید آن‌ها در امان باشم. یواشکی نگاه می‌کردم، که ناگهان صدایی پرسید:

ـ تو کی هستی؟

قلبم داشت از قفسهٔ سینه بیرون می‌زد. برگشتم و موجود کوچکی را دیدم که پشت سر من ایستاده بود و با تعجب به من نگاه می‌کرد. جثه‌اش تقریباً به اندازهٔ یک کف دست بود و صدای بچه‌گانه‌ای داشت. با دیدن اندازه‌اش کمی آرام شدم و با تته‌پته گفتم:

ـ من، من، من حمیدم. تو، تو، کی، کی هستی؟

ـ من هَشتَم.

ـ هشت؟

داشتم شاخ درمی‌آوردم. خوب که نگاه کردم بی‌شباهت نبود. برگشتم و به بقیهٔ آن‌ها که دورتر بودند نگاه کردم. بعضی‌ها شبیه هشت، برخی دیگر شبیه دو، سه، و خلاصه هر کدام شبیه یک عدد بودند. اندازهای مختلفی داشتند. بعضی‌ها به اندازهٔ همین هشتی که کنار من ایستاده بود کوچک و بعضی‌ها کمی بزرگ‌تر بودند. خودم را کمی جمع‌وجور کردم و پرسیدم: اینجا کجاست؟ اینها کی‌اند؟

با خنده گفت: خُب، اینجا یِکِستان است دیگر! اینها هم مردم یکستانند.

یکستان؟ اسمش را هم نشنیده بودم. این یکستان در کجای جهان قرار دارد؟

یکستان خودش یک جهان است با جاهای جورواجور!

من که پاک گیج شده‌ام!

خندید و گفت: از چی گیج شده‌ای؟

ـ از همه‌چی. از همه‌چی. از کجا به اینجا آمده‌اید و چرا این شکلی هستید؟

ـ راستش نمی‌دانم «یکِ اعظم» از کجا آمده است؛ ولی همهٔ ما را او درست کرده است.

ـ یکِ اعظم دیگر کیست؟

ـ چطور یکِ اعظم را نمی‌شناسی؟ او یکستان و همهٔ مردم آن را درست کرده است.

در همین حال به دوردست‌ها اشاره کرد. خوب که نگاه کردم، آن دورها یک را دیدم که در پای صلیبی نشسته بود.

ـ گفتم: آهان، یکِ اعظم یک کشیش است.

ـ کشیش دیگر چیست؟

ـ یعنی یک روحانی مسیحی. به صلیبش نگاه کن (و با انگشت به صلیب اشاره کردم).

خندید و گفت: آن که صلیب نیست!

ـ صلیب نیست؟ پس چیست؟

ـ ما به آن می‌گوییم: «جمع»! یک اعظم با همین «جمع» ما را درست کرده است.

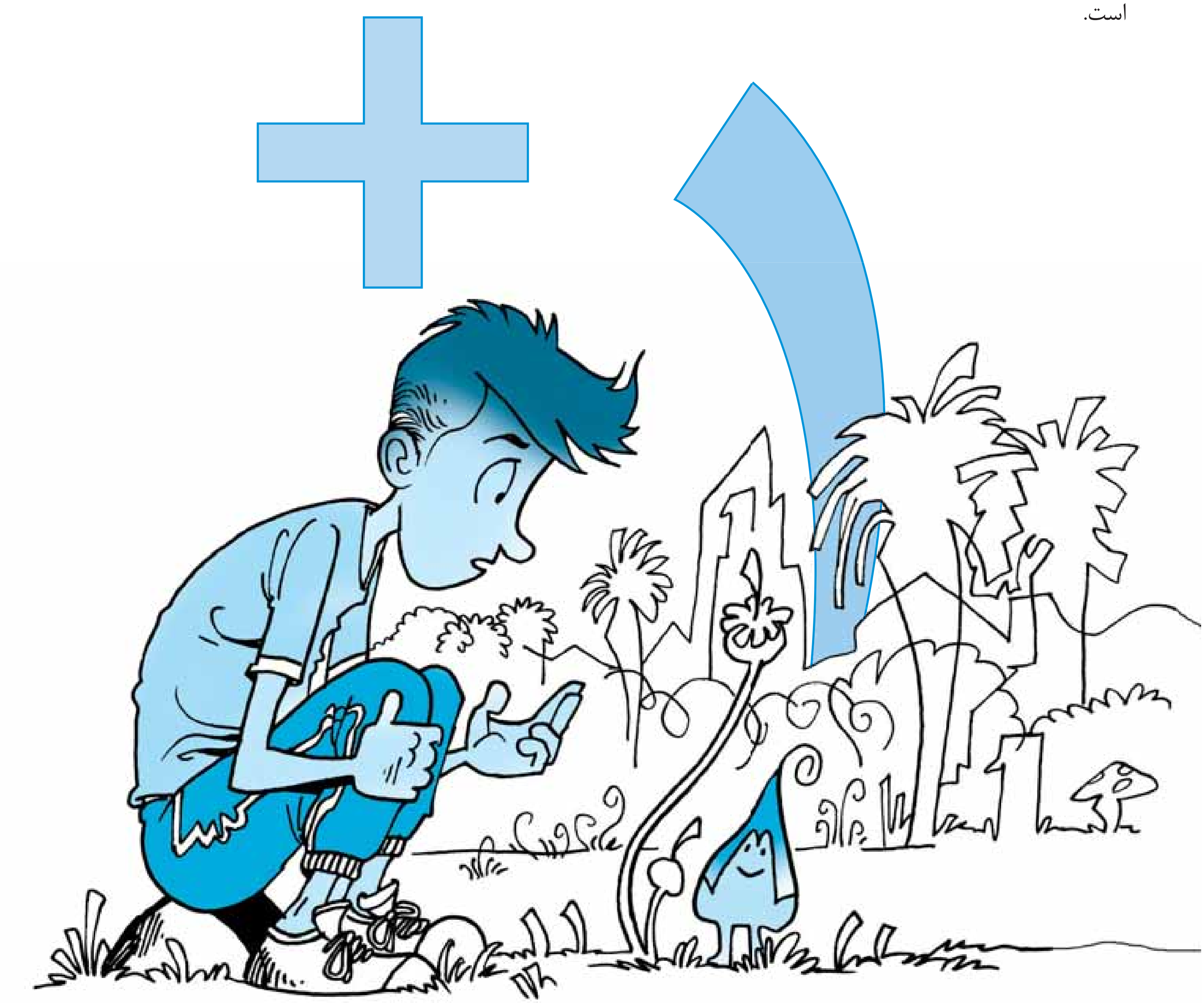
من که در گیجی کامل بودم پرسیدم: یعنی چی؟ چطوری شما را درست کرده؟ یعنی پدر شماست؟ مادر شماست؟

ـ نــه، بابای من که یک جورهایی دو اســت. یکِ اعظم در واقع جد بزرگ همهٔ ماست که ژن خود را در همهٔ ما قرار داده است.

ـ ژن؟ مگر شما ژن هم دارید؟

ـ آره خُب! همه ژن دارند. مگر شــما ندارید؟ ماجرا از این قرار اســت که در روزگار قدیم فقط یکِ اعظم وجود داشــت. تنهای تنها. بعد از گذشــت زمانی بســیار زیــاد، کم‌کم از این تنهایی حوصله‌اش سر می‌رود و به دنبال هم‌دمی راه می‌افتد. همین‌طور که به دنبال یک دوســت از این گوشه به آن گوشه گذر می‌کرده ...

و این داستان ادامه دارد ...



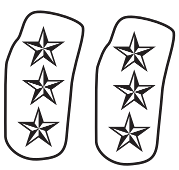
مفهومی که قد کشید!

سارا ارشادمنش

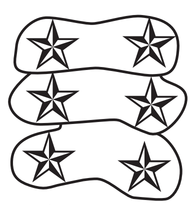
کلیدواژه‌ها: تقسیم، مفهوم تقسیم، تقسیم کسرها، مفهوم تقسیم کسرها

قدیم‌ترها برای محاسبهٔ ۲÷۶ دو راه بلد بودیم:

الف) ۶ مساوی ۲ تا از چه عددی است؟ ۶ مساوی ۲تا ۳تایی است.



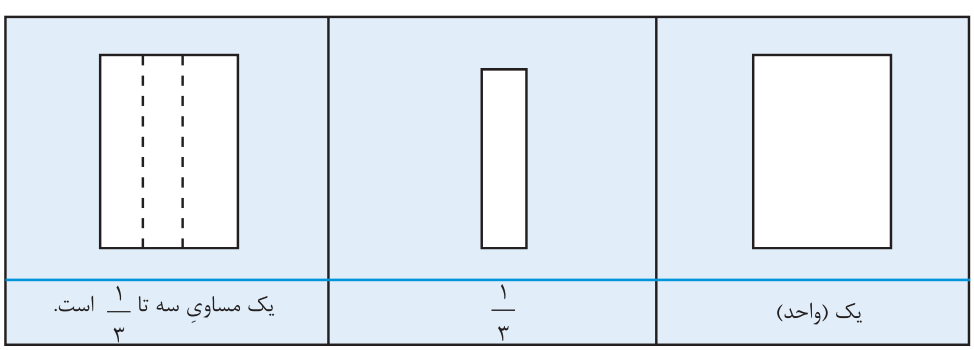
ب) ۶ مساوی چند تا ۲تایی است؟ ۶ مساوی ۳تا ۲تایی است.



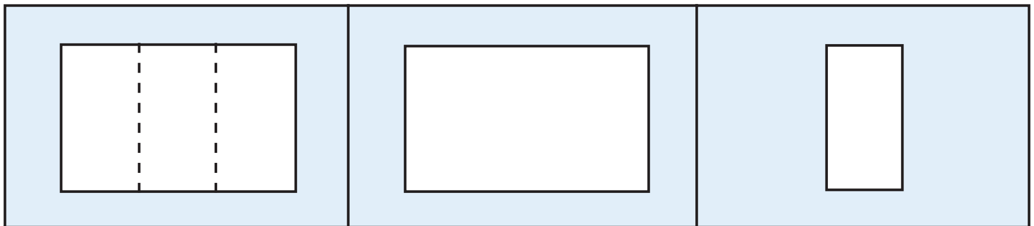
و هردو درست بود؛ زیرا ۳×۲=۲×۳؛ یعنی سه بستهٔ دوتایی و دو بستهٔ سه‌تایی مساوی‌اند. برای همین دو راه «الف» و «ب» جواب یکسانی داشتند. بعد از مدتی دیدیم که تقسیم شدن به کوچکی و بزرگی نیست، اعداد کوچک‌تر نیز می‌توانند بر اعداد بزرگ‌تر تقسیم شوند.

مثال: حاصل ۳÷۱ را چگونه به دست آوریم؟ این بار هم دو راه برای محاسبه داریم:

الف)



ب)

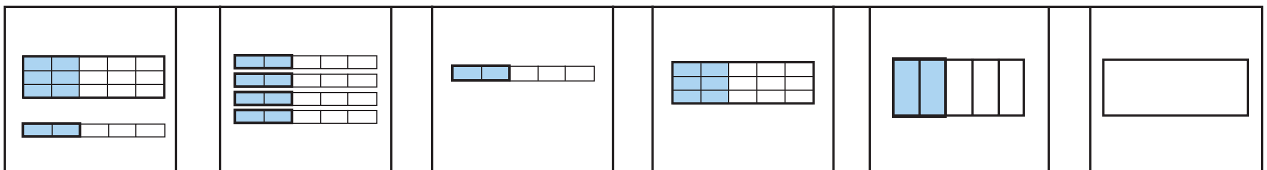


یک (واحد)	سه تا واحد کنار هم (سه‌تایی)	یک، مساویِ $\frac{۱}{۳}$ سه تایی است.

پس باز هم، با هردو راه می‌توانیم حاصل ۳÷۱ را حساب کنیم و از هردوی راه‌ها، جواب برابر $\frac{۱}{۳}$ است.

آیا می‌توانیم در تقسیم‌های سخت‌تر هم، از هردوی این راه‌ها استفاده کنیم؟ مثالی می‌زنیم. مثلاً می‌خواهیم $\frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۵}$ را حساب کنیم. بیایید از راه «الف» جلو برویم.

الف. $\frac{۲}{۵}$ مساوی $\frac{۳}{۴}$ از چه عددی است؟ و یا به بیان دیگر، $\frac{۲}{۵}$ سه قسمت از چهار قسمت چه شکلی است؟

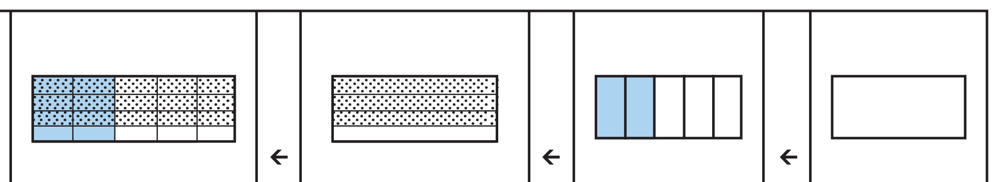


واحد	←	$\frac{۲}{۵}$ مستطیل رنگ شده است.	←	دنبال شکلی هستیم که $\frac{۲}{۵}$، مساوی $\frac{۳}{۴}$ آن باشد.	←	$\frac{۱}{۴}$ کل شکل موردنظر ما	←	کل شکل موردنظر ما	←	قسمت رنگ‌شده، چه‌کسری از واحد است؟ صورت: ۲×۴ مخرج: ۵×۳

پس حاصل $\frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۵}$ برابر است با $\frac{۲\times۴}{۵\times۳}$ است، یا همان $\frac{۴}{۳}\times\frac{۲}{۵}$ که برابر $\frac{۸}{۱۵}$ است.

***

اما راه «ب» کجاست؟ آیا در این تقسیم‌های سخت‌تر نمی‌تواند به محاسبه کمک کند؟ مگر در مثال‌های ساده‌تر هردو راه «الف» و «ب» جواب یکسانی نمی‌دادند؟ پس بیایید ببینیم آیا می‌توانیم از راه «ب» هم، تقسیم کسرها را حساب کنیم؟ دوباره سراغ $\frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۵}$ می‌رویم:



واحد	←	$\frac{۲}{۵}$ مستطیل رنگ شده است.	←	$\frac{۳}{۴}$ مستطیل نقطه به نقطه شده است.	←	دو وضعیت قبلی را روی هم می‌اندازیم.	←	* تعداد قسمت‌های کوچک رنگ‌شده: ۲×۴ * تعداد قسمت‌های کوچک نقطه نقطه: ۵×۳

بنابراین نسبت تعداد قسمت‌های رنگی به تعداد قسمت‌های نقطه نقطه، برابر است با $\frac{۴}{۳}\times\frac{۲}{۵}$. پس می‌توانیم بگوییم $\frac{۲}{۵}$ ، برابر

$\frac{2\times 4}{5\times 3}$ از $\frac{3}{4}$ است. یعنی

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2\times 4}{5\times 3}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$$

حتی اگر در تقسیمی، کسر دوم بزرگ‌تر از واحد هم باشد (مثلاً $\frac{3}{4}\div\frac{7}{5}$)، باز هم می‌توانیم از راه «ب» استفاده کنیم:

واحد	$\frac{3}{4}$ مستطیل رنگ شده است.	$\frac{7}{5}$ همان مستطیل نقطه نقطه شده است.	دو وضعیت قبلی را روی هم می‌اندازیم.	* تعداد قسمت‌های کوچک رنگ شده: ۳×۵ * تعداد قسمت‌های کوچک نقطه نقطه: ۴×۷

پس نسبت تعداد قسمت‌های کوچک رنگ‌شـــده به نقطه نقطه برابر است با $\frac{3\times 5}{4\times 7}$. یعنی

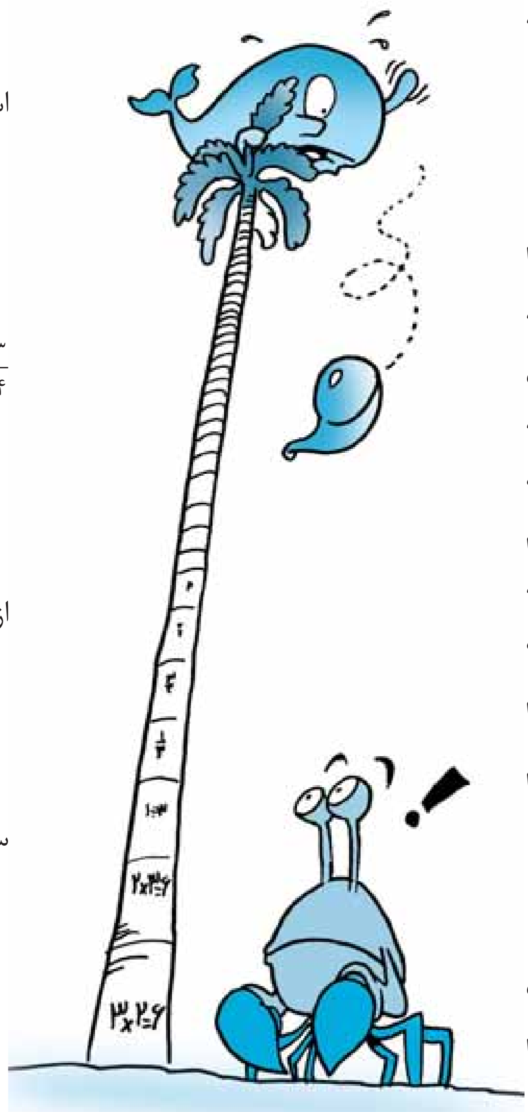
$$\frac{3}{4}\div\frac{7}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times 5}{4\times 7}$$

***

حال بیایید با هم داســتان را مرور کنیم. دو راه برای محاســبهٔ تقسیم ۶÷۲ بلد بودیم که حاصل هردو یکســان بود، زیرا ۳ بســتهٔ ۲تایی و ۲ بستهٔ ۳تایی مساوی‌اند یا به بیان دیگر ۲×۳=۳×۲. دیدیم کــه ایــن دو راه بــرای محاســبهٔ تقسیم‌های ســخت‌تر هم مناسب بودند و در هر دو علامت تقســیم به ضرب تبدیل شــده و کسر دوم معکوس شد:

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{24}{53}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$$

حــال چــرا هــردو راه حاصل یکســانی داشتند؟ بیایید دو راه را



خلاصه بنویسیم:

الــف) $\frac{2}{5}$ مســاوی $\frac{3}{4}$ از چــه عددی است؟ $\frac{2}{5}$، $\frac{8}{15}$ از $\frac{3}{4}$ است. یعنی

$$\frac{3}{4}\times\frac{8}{15}=\frac{2}{5}$$

ب) $\frac{2}{5}$ چقدر از $\frac{3}{4}$ اســت؟ $\frac{2}{5}$، $\frac{8}{15}$ از $\frac{3}{4}$ است. یعنی

$$\frac{3}{4}\times\frac{8}{15}=\frac{2}{5}$$

همان‌طور که پیدا است $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{15}$ و $\frac{8}{15}$ از $\frac{3}{4}$ برابرند یا به بیان دیگر

$$\frac{3}{4}\times\frac{8}{15}=\frac{8}{15}\times\frac{3}{4}$$

این بود ماجرای قد کشیدن مفهومی ساده: تقسیم کسرها.

پی‌نوشت

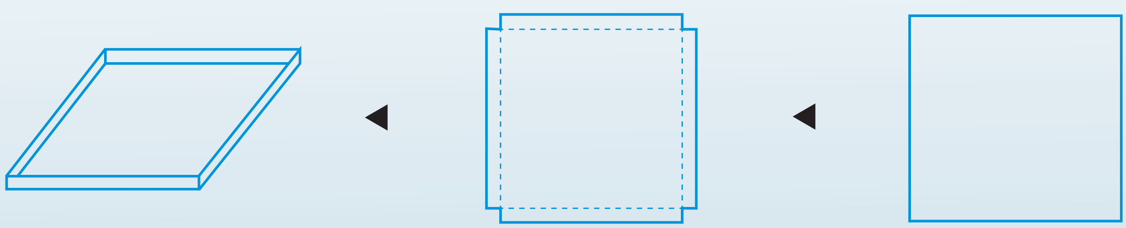
با تشکر فراوان از تشویق، راهنمایی و همکاری بی‌دریغ بهزاد اسلامی مسلّم در نحوهٔ بازگویی موضوع و از هم‌فکری و راهنمایی محدثه رجایی.

آمنه ابراهیم‌زاده طاری
بهزاد اسلامی مسلّم

جعبه‌سازی با ماشین‌حساب!

کلیدواژه‌ها: جعبه‌سازی، استفاده از ماشین‌حساب، حجم مکعب مستطیل.

یک برگهٔ مقوایی مربع‌شکلی به ضلع ۲۰ داریم. می‌خواهیم با آن جعبه‌ای بدون در درست کنیم. برای این کار می‌توانیم مثل شکل زیر چهار مربع (مثلاً به ضلع ۱) از گوشه‌های آن ببُریم. بعد مقوا را از روی خط‌چین‌ها تا کنیم و گوشه‌های جعبه را با چسب محکم کنیم.



حجم جعبه‌ای که ساخته‌ایم، چقدر است؟ ارتفاع جعبه برابر ۱، و طول ضلع مربع کف جعبه ۱۸ است. پس حجم جعبه برابر است با ۱۸×۱۸×۱ که می‌شود ۳۲۴. اما ما می‌خواهیم حجم جعبه خیلی بیشتر از اینها باشد، مثلاً ۳۵۰، یا ۴۰۰ یا حتی ۵۹۲/۵۹۲! اصلاً همین عدد آخری از همه قشنگتر است! پس می‌خواهیم جعبه‌ای با حجمی بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ درست کنیم. طول ضلع مربع‌هایی که باید ببریم، چقدر باید باشد؟ برای درست کردن این جعبه، می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید!

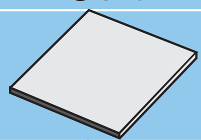
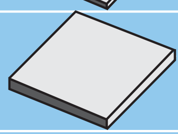
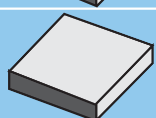
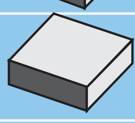
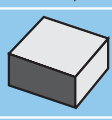
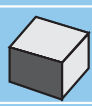
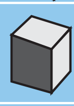
بیایید طول ضلع مربع‌های کوچک را کمی بزرگ‌تر کنیم. ببینیم اگر طول این ضلع مثلاً ۲ باشد، چه اتفاقی می‌افتد. باز هم می‌توانیم حساب کنیم. این بار،

ارتفاع جعبه برابر ۲ و طول ضلع مربع کف آن برابر ۱۶ اســت. پس حجم جعبه می‌شــود ۵۱۲=۱۶×۱۶×۲. اما متأسفانه هنوز تا عدد ۵۹۲/۵۹۲ خیلی فاصله داریم.

سؤال ۱. آیا هرچه طول ضلع چهار مربع کوچکی که جدا می‌کنیم، بزرگ‌تر باشد، حجم جعبه بزرگ‌تر می‌شود؟

سؤال ۲. اگر قرار باشد طول ضلع مربع‌های کوچک، حتماً عددی طبیعی باشد (مثل ۱، ۲، ۳ و ...)، آیا به جعبه‌ای با حجمی بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ می‌رسیم؟

اگر اشــتباه نکنم، جوابتان به ســؤال ۲، عد ۳ است؛ با بریدن مربع‌هایی به ضلع ۳ از چهارگوشهٔ مربع به ضلع ۲۰، می‌توانیم جعبه‌ای بسازیم که حجمش ۵۸۸ است. حدس می‌زنم شما هم برای پاسخ به سؤال ۲، چنین جدولی رسم کرده‌اید:

طول ضلع مربع‌های گوشه‌ای	حجم جعبه	شکل تقریبی جعبه
۱	۳۲۴	
۲	۵۱۲	
۳	۵۸۸	
۴	۵۷۶	
۵	۵۰۰	
۶	۳۸۴	
۷	۲۵۲	
۸	۱۲۸	
۹	۳۶	

پس با افزایش یک واحد دیگر به اندازهٔ ضلع مربع گوشه‌ای، حجم جعبه کاهش می‌یابد و به عدد ۵۹۲/۵۹۲ نمی‌رسیم!

پــس حــالا باید عددهــای اعشــاری را هم وارد بــازی کنیــم و ببینیــم می‌توانیــم با این کار، حجــم جعبه را باز هــم بزرگ‌تر کنیم و به عدد دوست‌داشــتنی ۵۹۲/۵۹۲ نزدیک شــویم یــا نه! بــرای این کار، باز هم پیشــنهاد می‌کنم ماشین‌حسابی کنار دستتان داشته باشید، چون ممکن است ضرب کردن اعداد روی کاغذ وقت زیــادی را از شــما بگیرد. یک ماشین‌حســاب معمولی می‌تواند کمکتان کند.

راســتی، نگــران اندازه‌گیــری نباشــید؛ دســتگاه‌هایی داریم که با آن‌ها می‌توانیم حتی طول ۰/۰۰۰۱ سانتی‌متر را هم اندازه بگیریم!

برای رســیدن به حجــم ۵۹۲/۵۹۲ چه‌کار کنیم؟ می‌توانیم حجــم جعبه را در حالت‌هایی کــه طول ضلــع مربع‌هــای چهارگوشــه، برابر ۰/۰۰۰۱، ۰/۰۰۰۲، ۰/۰۰۰۳، و ... ۹/۹۹۹۹ باشد، حساب کنیم تا ببینیم در کدام حالت به جواب می‌رســیم. شــما را نمی‌دانــم، ولی این همــه عدد و این همه ضرب کردن مــن یکی را که پاک گیج می‌کند و شــاید اصلاً قید جعبه‌سازی را برای همیشه بزنم! پس بیایید دنبال راه بهتری بگردیم.

دوباره به جدول نگاه کنید.

با دیدن جدول، می‌توانیم امیدوار باشــیم وقتی ضلع مربع‌های گوشــه‌ای را از ۱ بزرگ‌تر کنیم، در ابتدای کار حجم جعبه بیشــتر شــود. البته افزایش حجم جعبه خیلی ادامه پیدا نمی‌کند. با بزرگ کردن ضلع مربع‌های گوشــه‌ای، ارتفاع جعبه زیاد می‌شود، ولی هم‌زمان طول ضلع مربع کف جعبه هم کم می‌شود. امیدواریم حجم جعبه زمانی حدود ۵۹۲/۵۹۲ بشود که ارتفاع

جعبه و طول ضلع مربع کف آن هیچ‌یک خیلی کم نباشند.

ضمناً به نظر می‌رسد که اگر طول ضلع مربع‌های کوچک را کمی تغییر دهیم، حجم جعبه چندان تغییر نمی‌کند.

پس برای رسیدن به حجم مطلوب، شاید، بهتر باشد ابتدا اعداد نزدیک به ۳ را بررسی کنیم. اگر به نتیجهٔ مطلوب رسیدیم که چه بهتر، وگرنه سراغ اعداد دیگر می‌رویم. جدول زیر، به ما برای بزرگ‌کردن حجم جعبه کمک می‌کند:

طول ضلع مربع‌های گوشه‌ای	۲/۹	۳	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴
حجم جعبه	۵۸۴/۷۵۶	۵۸۸	۵۹۰/۳۶۴	۵۹۱/۸۷۲	۵۹۲/۵۴۸	۵۹۲/۴۱۶

هنوز به جواب نرسیده‌ایم! حالا چه‌کار باید بکنیم؟ اینجای کار دیگر بر عهدهٔ شماست. ماشین‌حسابتان را در دست بگیرید و جوابی پیدا کنید!

***

خـب! امیدواریم به حجمی بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ رسیده باشید. در اینجا چند پرسش مهم وجود دارد:

- آیا ممکن است جعبه‌ای با حجم ۶۰۰ یا بیشتر از ۶۰۰ هم پیدا کنید؟
- آیا مطمئن‌اید که در چنین جعبه‌ای، طول ضلع مربع‌های کوچک حتماً باید مثل دفعهٔ قبل، عددی نزدیک به ۳ باشد؟
- آیا ممکن است من اعداد نزدیک ۷ را بررسی کنم و به جعبه‌ای با حجم بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ برسم؟

برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، ماشین‌حساب کافی نیست و به استدلال‌های دقیقی نیاز داریم که حتی اگر حالا با آن‌ها آشنا نباشید، به زودی در درس‌های دورهٔ دبیرستان آن‌ها را یاد خواهید گرفت.

منبع

http://www.numeracysoftware.com/Ten %20 Calculator %20 Activities.pdf

آمادگی برای به‌کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی (چهارمین تلاش)

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: اِکسل، پروژهٔ ریاضی، نرم‌افزار Office، نرم‌افزار Excel، تقریب زدن

همان‌طــور که در شــماره‌های پیش گفتیــم، برای آن که بتوانید از محیط اِکسل (Excel) در انجام پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم اســت مجموعه نرم‌افزارهای مایکروســافت آفیس (Microsoft Office) را روی رایانــهٔ خــود نصب کنید. این مجموعه، شــامل تعدادی نرم افزار کاربردی اســت که یکی از آنها مایکروسافت آفیس اِکسل (Microsoft Office Excel) است.

دراین ســتون می‌خواهیم در چند شمارهٔ پیاپی، یک پروژه را برایتــان تعریف کنیم تــا با انجام آن کمی بــا امکانات این نرم‌افزار آشــنا شوید و از آن استفاده کنید. در هر پیش پروژه ممکن اســت از حاصل پیش پروژه‌های قبلی اســتفاده کنیم.

پس لازم است پیش پروژه‌ها را از اولین شماره و به صورت مرتب انجام دهید.

یک صفحهٔ اِکسل (Excel) باز کنید و در صفحهٔ گستردهٔ بازشده، انجام پیش‌پروژهٔ این شماره را آغاز کنید.

پس از انجام هر قسمت از پیش پروژه‌ها، فایلتان را ذخیره کنید تا در انجام پیش‌پروژه‌های بعدی هم بتوانید از تجربه‌های قبلی خود استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش پروژه‌های این شماره را چهارمین تلاش بگذارید!

پیش پروژه چهار، تقریب زدن

در ستون A تعدادی عدد داریم که می‌خواهیم آنها را با تقریب کمتر از یک گرد کنیم.

شیوه اول:

در ردیف ۲ ستون B عبارت =INT(A۲) را وارد می‌کنیم و دکمهٔ اینتر (enter) را می‌زنیم.

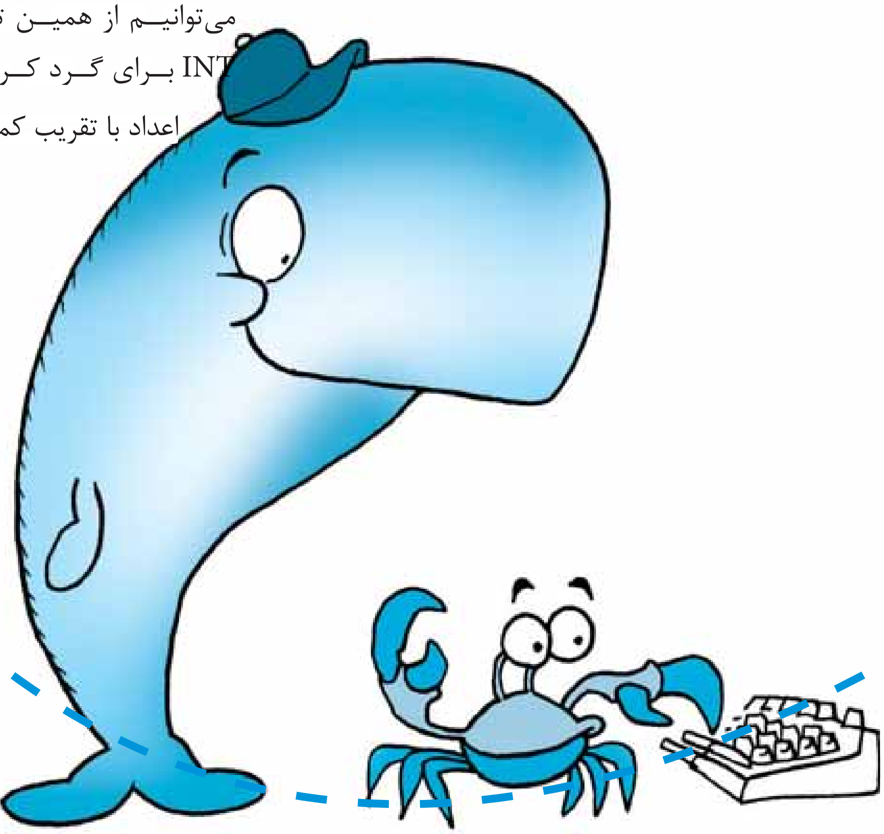
قسمت صحیح عددی که در خانهٔ A۲ است، در خانه B۲ قرار می‌گیرد. تابع INT (مخفف کلمهٔ INTEGER به معنای عدد صحیح) جزء صحیح هر عددی را که داخل پرانتز جلوی آن قرار گرفته باشد، نمایش می‌دهد.

	A	B
۱		
۲	۱.۲۳	=int (A۲)
۳	۳.۴۵	
۴	۵.۵۵	
۵	۵.۲۴	
۶	۷.۳۷	
۷	۸.۷	
۸	۲.۹۳	
۹	۴.۶۷	
۱۰	۵.۱۴	

حال خانهٔ B۲ را می‌گیریم و در امتداد ستون B به سمت پایین می‌کشیم:

	A	B
۱		
۲	۱.۲۳	۱
۳	۳.۴۵	۳
۴	۵.۵۵	۵
۵	۵.۲۴	۵
۶	۷.۳۷	۷
۷	۸.۷	۸
۸	۲.۹۳	۲
۹	۴.۶۷	۴
۱۰	۵.۱۴	۵

در ستون B، اعداد ستون A با تقریب کمتر از یک قطع شده‌اند. چگونه می‌توانیم از همین تابع INT برای گرد کردن اعداد با تقریب کمتر از یک استفاده کنیم؟



اگر به عدد مورد نظر، عدد ۰/۵ یعنی نصف تقریب را اضافه کنیم و سپس قسمت صحیح آن را جدا کنیم، آن عدد با تقریب کمتر از یک گرد می شود! چرا؟ امتحان می کنیم:

	A	B	C
۱			
۲	۱.۲۳	۱	=int(A۲+.۵)
۳	۳.۴۵	۳	

	A	B	C
۱			
۲	۱.۲۳	۱	۱
۳	۳.۴۵	۳	۳
۴	۵.۵۵	۵	۶
۵	۵.۲۴	۵	۵
۶	۷.۳۷	۷	۷
۷	۸.۷	۸	۹
۸	۲.۹۳	۲	۳
۹	۴.۶۷	۴	۵
۱۰	۵.۱۴	۵	۵

در ستون C اعداد ستون A با تقریب کمتر از یک گرد شده‌اند.

شیوه دوم:

در ردیف ۲ ستون D عبارت =ROUND(A۲,۰) را وارد می‌کنیم و اینتر (enter) می‌زنیم.

تابع ROUND دو ورودی دارد که با علامت "," از هم جدا می‌شوند. عدد اول عددی است که می‌خواهیم گرد شود و عدد دوم تعداد رقم‌های بعد از ممیز آن است. بنابراین در خانهٔ D۲ گرد شدهٔ عدد خانهٔ A۲ با صفر رقم بعد از ممیز، یعنی با تقریب کمتر از یک، نمایش داده می‌شود.

حال خانهٔ D۲ را می‌گیریم و در امتداد ستون D به سمت پایین می‌کشیم:

همان‌طور که مشاهده می‌کنید دو ستون

	A	B	C	D
۱				
۲	۱.۲۳	۱	۱	۱
۳	۳.۴۵	۳	۳	۳
۴	۵.۵۵	۵	۶	۶
۵	۵.۲۴	۵	۵	۵
۶	۷.۳۷	۷	۷	۷
۷	۸.۷	۸	۹	۹
۸	۲.۹۳	۲	۳	۳
۹	۴.۶۷	۴	۵	۵
۱۰	۵.۱۴	۵	۵	۵

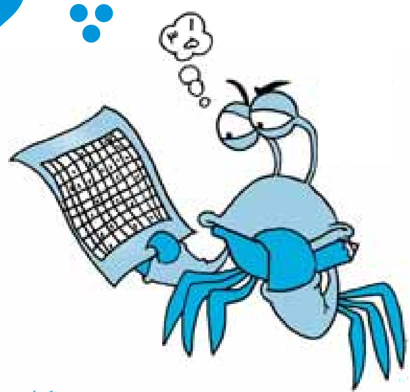
C و D یکسان‌اند.

استفاده از تابع‌ها که یک یا چند ورودی می‌گیرند و خروجی مورد نظر را با انجام عملیات ریاضی به دست می‌آورند، به‌کارگیری اِکسل (excel) را بسیار ساده کرده است. البته گاهی لازم است پیش از استفاده از یک تابع، تغییراتی در ورودی ایجاد کنیم (مانند جمع کردن ورودی با نصف تقریب در رویکرد اول).

شما هم از دو تابع معرفی شده در این پیش پروژه استفاده کنید و یک عدد مثلا ۲۴۶۸/۹۷۵۳۱ را با تقریب کمتر از ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۰/۱، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ قطع و گرد کنید.

پازل از نوعی دیگر فوبوکی

علی مبین



کلیدواژه‌ها: فوبوکی، پازل، جمع اعداد، ضرب اعداد

در خانه‌های یک پازل ضربی فوبوکی، اعداد ۱ تا ۹ طوری قـرار می‌گیرند که حاصل ضـرب اعداد هر ردیـف برابر عدد نوشته شده در سمت راست آن و حاصل‌ضرب اعداد هر ستون برابر عدد نوشته شده در پایین ستون باشد. هریک از اعداد ۱ تا ۹ تنها یک بار در جدول قرار می‌گیرند.

در پازل‌های جمعی فوبوکی، اعداد ۱ تا ۹ در جدول طوری قرار می‌گیرند که حاصل جمع اعداد هر ردیف برابر عدد نوشته شـده در سمت راست آن و حاصل جمع اعداد هر ستون برابر عدد نوشته شده در پایین سـتون باشد. هریک از این پازل‌ها یک پاسخ یکتا دارد.

منبـع این نوشـتار، پازل‌های بسـیاری از این دسـت در سـطح‌های مختلـف را به صـورت رایـگان در اختیارتان قرار می‌دهد.

منبع

http://www.mathinenglish.com/Fubuki.php

پازل‌های ضربی:

۵			۴۰
			۷۲
۲			۱۲۶
۳۰	۴۳۲	۲۸	

			۵۰۴
	۵	۶	۱۲۰
			۶
۲۸	۹۰	۱۴۴	

۶		۷	۸۴
			۱۲۰
			۳۶
۴۳۲	۱۰	۸۴	

			۳۶
	۷		۵۰۴
	۴		۲۰
۱۳۵	۵۶	۴۸	

پازل‌های جمعی:

۵			۱۴
			۱۳
		۷	۱۸
۱۰	۲۳	۱۲	

		۸	۲۴
			۱۵
۱			۶
۱۲	۱۶	۱۷	

۶		۷	۱۵
			۱۶
			۱۴
۲۳	۸	۱۴	

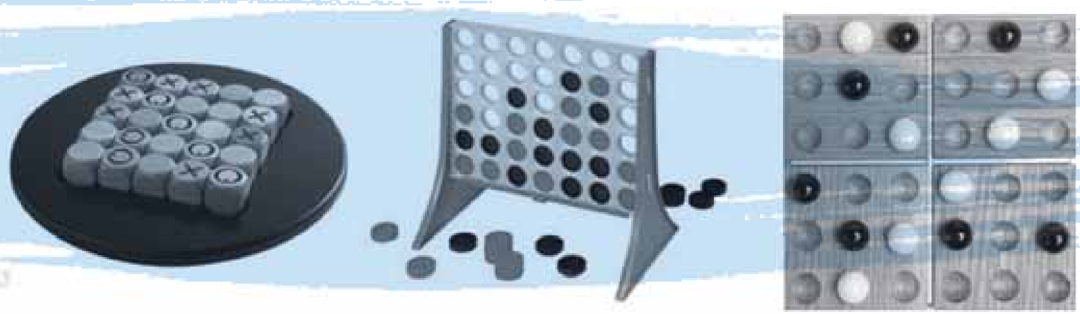
۳			۱۱
			۲۴
۵			۱۰
۱۷	۱۳	۱۵	

پنج تا به خط!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری
بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: بازی‌های ریاضی، دوز.

فکـرش را بکنیـد که اگر تـوپ توپ جنگی نه؛ همین توپ گردی که می‌زنیم زمین و هوا می‌رود! نبود، چند بازی ورزشـی مختلف از زندگی ما حذف می‌شـد! دیگر خبری از فوتبال، والیبال، بسـکتبال، هندبال، پینگ‌پنگ، تنیس و ... نبود. شاید حرف بی‌راهی نزده باشیم اگر همین نقش را برای «دوز درست کردن» در بازی‌های فکری بپذیریم. منظورمان از «دوز درست کردن»، این است که خطی افقی یا عمودی یا قطری با تعداد مشخصی از علامت‌ها یا مهره‌ها درست کنیم؛ طوری که همهٔ علامت‌های روی آن خط یکسـان باشـند. مثلاً در هریک از بازی‌های دوز، ایکس ـ اُ، پنتاگو، گابلت، کوئیسـکو و بسـیاری بازی‌های دیگر، برای این‌که برنده شویم، باید دوز درست کنیم. می‌بینید که با همین فکر ساده، چطور بازی‌های فکری متنوع و جذابی درست شده‌اند.

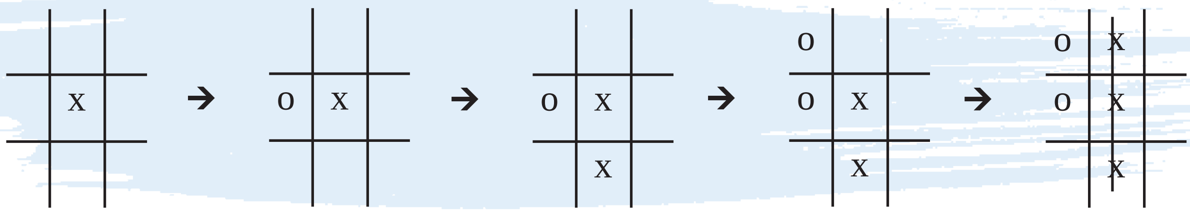


«پنج تا به خط» هم بازی خیلی خیلی بامزه‌ای است که برندهٔ آن کسی است که زودتر از طرف مقابل، دوز درست کند. این بازی خیلی به ایکس ـ اُ شبیه است. اما .... اصلاً ایکس ـ اُ بازی کرده‌اید؟ بهتر است که قبل از بازی پنج تا به خط، با ایکس ـ اُ به قدر کافی آشنا باشید. پس اول ایکس ـ اُ را معرفی می‌کنیم.

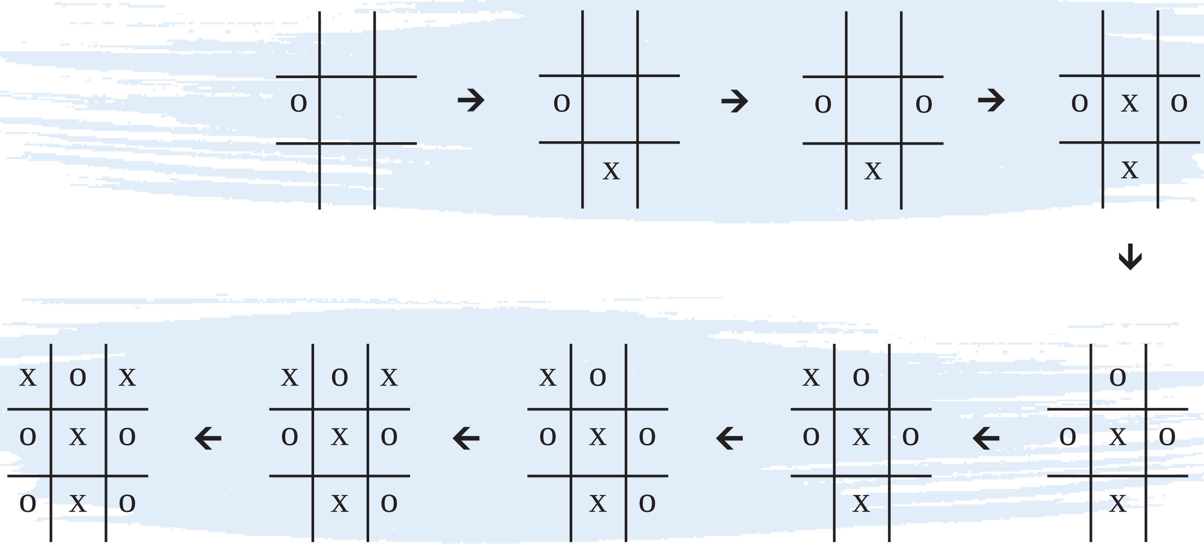
مختصری دربارهٔ ایکس ـ اُ

ایکس ـ اُ بازی‌ای دونفره است و سابقه‌اش به بیش از ۱۹ قرن پیش می‌رسد. در این بازی جدولی ۳×۳ رسم می‌شود و یکی از بازیکنـان بـا علامت x (یا همان ایکس) و دیگری با علامت o بازی می‌کند. این دو نفر به نوبت، در خانه‌ای خالی از جدول با مداد یا خودکار، علامت خودشان را می‌گذارند. علامت‌ها را نمی‌توان پاک کرد. برنده کسی است که بتواند خطی از ۳تا علامت

خودش که افقی یا عمودی یا قطری قرار گرفته باشــند، درســت کند. اگر همهٔ ۹تا خانهٔ جدول پر شــوند ولی کسی باز را نبرده باشد، نتیجهٔ بازی مساوی است. مثلاً در این بازی، کسی که با x بازی می‌کند، برنده شده است:



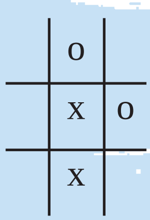
و در این یکی، بازی با نتیجهٔ مساوی به اتمام رسیده است:



وقتی با اســتفاده از مداد یا خــودکار بازی می‌کنیم، برای هــر دور بازی باید دوباره جدول را رســم کنیم اما اگر هریک از بازیکنان تعدادی مهره داشــته باشند (مثلاً یکی تعداد واشر پلاستیکی و دیگری تعدادی واشر فلزی، یا یکی تعدادی سکه و دیگری تعدادی ســنگ، یا چیزی مثل این‌ها)، کافی اســت فقط یک بار جدول را بکشیم.

اگــر تاکنون ایکــس ـ اُ بازی نکرده‌اید، خوب اســت بازی کنید. بازی دســت‌کم چندین دور، برایتان جذاب خواهد بود. البته ایکس ـ اُ بازی کوتاه و محدودی است و به همین دلیل، شاید کم‌کم جذابیتش را از دست بدهد. اگر این اتفاق برایتان بیفتد، می‌توانید پنج تا به خط را امتحان کنید!

مســئله ۱. در بازی زیر شما x هستید و نوبت شماست. حرکتــی بکنید که در نتیجهٔ آن و درادامهٔ بازی، o هرقدر هم خوب بازی کند، باز هم بازی را ببازد.



انواع دیگری از ایکس ـ اُ هم وجود دارند:

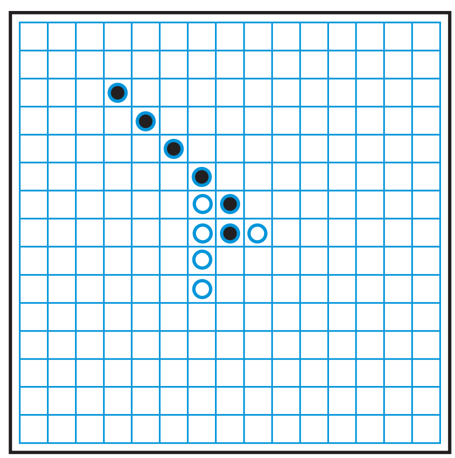
* در یکــی از انواع ایکس ـ اُ که باید با مهره بازی شــود، هر بازیکن فقط ســه تا مهره دارد و بعد از اینکه همهٔ مهره‌ها

وارد جدول شــدند، در هر نوبت هر بازیکن یکی از مهره‌ها را حرکت می‌دهد.

* در نوعی دیگر از ایکس ـ اُ، هر بازیکن در هر نوبت حق دارد هریــک از علامت‌های x و o را کــه بخواهد، در جدول بگذارید و هر کســی که خطی سه‌تایی از سه علامت یکسان درست کند، برنده است.

پنج تا به خط

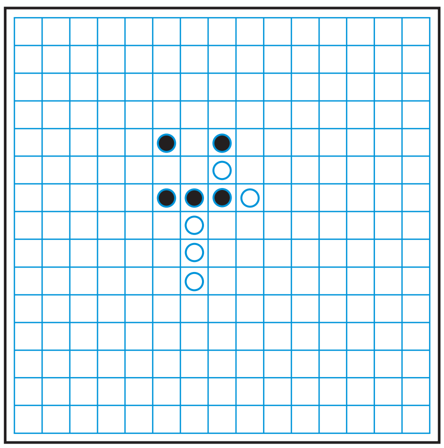
بــرای پنج تا به خط جدولی ۱۵×۱۵ نیاز دارید. می‌توانید باز هم با مداد یا خودکار بازی کنید؛ اما جدول کشیدن برای هر بازی جدید خســته‌کننده است. به همین دلیل بهتر است برای این بازی دو نوع مهره (همان‌طور که در مورد ایکس ـ اُ گفتیم) تهیه کنید. مثلاً یکی از بازیکن‌ها با مهره‌های ســفید و دیگری با مهره‌های ســیاه بازی می‌کند. بازیکن‌ها به نوبت بازی می‌کنند. در هر نوبت، بازیکن در یکی از خانه‌های خالی جــدول، یکی از مهره‌های خــودش را قرار می‌دهد. مهره‌های روی جدول را نمی‌تــوان جابه‌جا کرد یا از صفحه بیرون برد. بازیکنی برنده اســت که بتواند پنج تا از مهره‌های خودش را در خطی افقی یا عمودی یا قطری بگذارید. مثلاً در بازی زیر، سیاه برنده شده است:

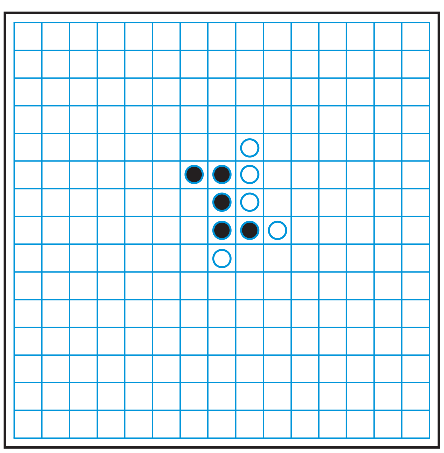


بــه نظر می‌آید کــه مردم «پنج تا به خــط» را (که با نام ژاپنی «گوموکو» مشــهور شده است) حتی ۴۰۰۰ سال پیش هم بازی می‌کرده‌اند و قوانینش در چین تدوین شده‌اند. البته ظاهراً بازی مشابهی با همین قوانین، در یونان باستان و امریکا (قبل از دورهٔ کریستف کلمب) وجود داشته است.

مسئلهٔ ۲. چرا در همین صفحهٔ ۱۵×۱۵، بازی سه تا به خط را بازی نمی‌کنند؟ (منظورمان از سه تا به خط یا چهارتا به خط، همین بازی پنج تا به خط اســت، فقط با یک تفاوت؛ اینکه به جای پنج تا مهرهٔ یک‌رنگ، کافی باشد سه تا یا چهار تا مهرهٔ یک‌رنگ روی یک خط قرار گرفته باشند).

مسئلهٔ ۳. در هریــک از بازی‌های زیر، شــما ســیاه هســتید و نوبت شماســت. در هر بازی، حرکتی بکنید که در نتیجــهٔ آن و در ادامهٔ بازی، ســفید هرقدر هم که خوب بازی کند، باز هم ببازد.





منابع

1. http://en.wikipedia.org/Gomoku
2. http://en.wikipedia.org/wiki/Tic-tac-toe
3. http://clevergames.wordpress com/2009/10/20/board-games-history-the-japanese-game-of-gomoku/

سپیده چمن‌آرا

قسمت دوم

کی راست میگه؟

کلیدواژه‌ها: منطق ریاضی، استدلال، قضاوت، مسائل راست‌گو ـ دروغ‌گو، تناقض

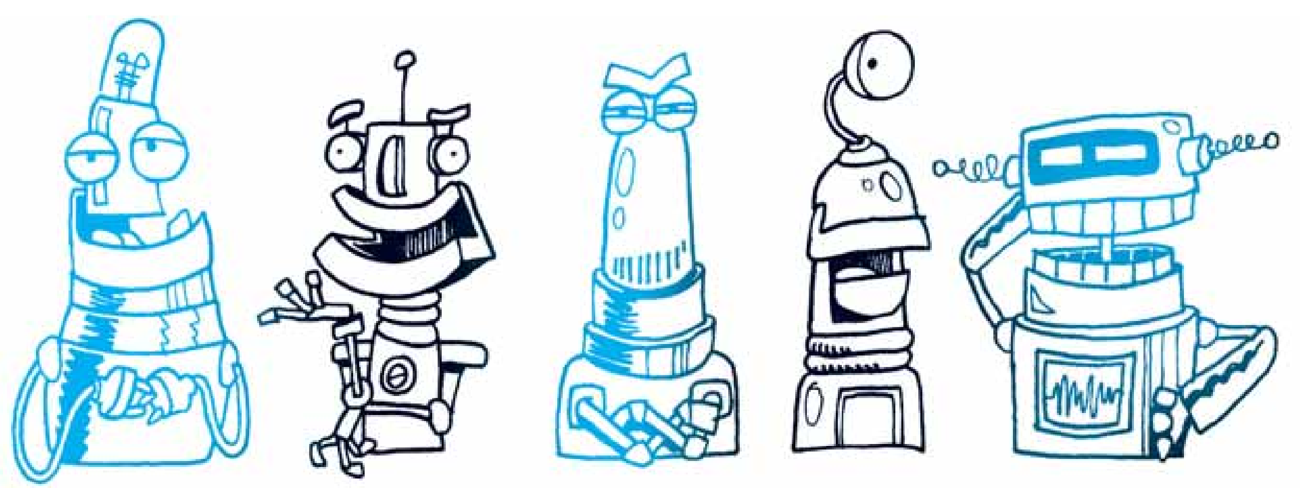
بالاخره چه کسی راست می‌گه؟ !

این سؤالی است که در شمارهٔ قبل همین مجله، در یکی از مسئله‌های «راستگو ـ دروغگو» مطرح کردیم و به آن پاسخ دادیم. و ضمن آن، چگونگی بررسی حالت‌های مختلف و تناقض‌های پیش آمده در بعضی از حالت‌ها را دیدیم. حتماً توانستید به مسئلهٔ مطرح‌شده در انتهای مطلب شمارهٔ قبل، پاسخ دهید.

حداقل دو روبات در اتاقی بودند. یکی از آن‌ها گفت: «ما این‌جا شش‌تاییم» و بعد از اتاق خارج شد. بعد از آن، هر یک دقیقه یک روبات از اتاق خارج شد و گفت: «هرکس قبل از من از اتاق خارج شد،دروغ گفته است». این کار آن‌قدر ادامه یافت تا هیچ روباتی در اتاق نماند. چند روبات راست گفته‌اند؟

این مسئله با مسئله‌ای که در شمارهٔ قبل راه‌حل آن را بررسی کردیم، قدری متفاوت است؛ زیرا تعداد روبات‌ها برایمان نامعلوم است. بگذارید با هم، پاسخ آن و راه‌حل را مرور کنیم.

روبات اول، جمله‌ای در مورد تعداد روبات‌های داخل اتاق می‌گوید و بقیهٔ روبات‌ها، همگی یک جملهٔ یکسان دربارهٔ راستگو یا دروغگو بودنِ روبات‌هایی که قبل از آن‌ها از اتاق خارج شده‌اند بیان می‌کنند.



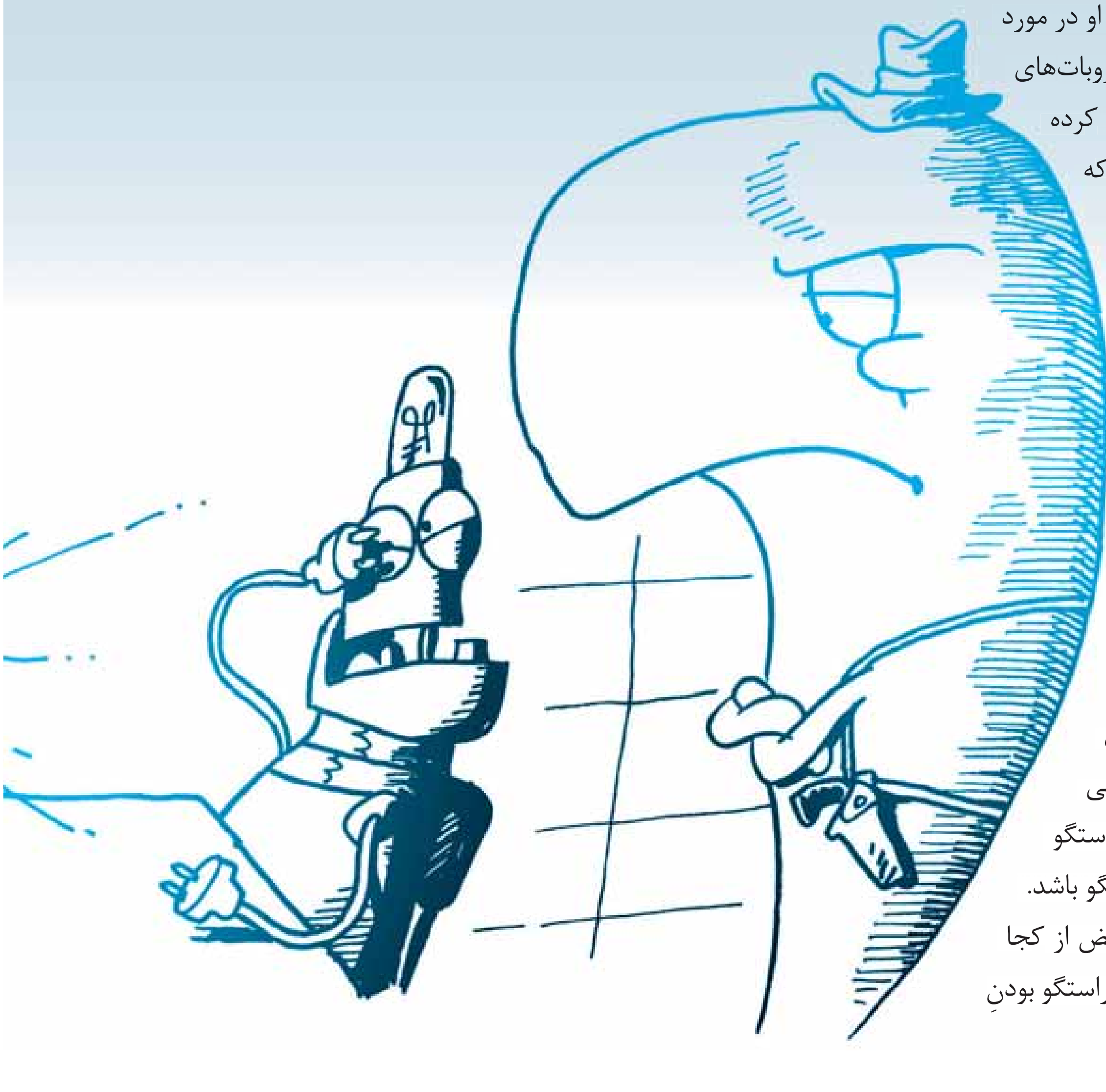
بیایید در ابتدا فرض کنیم روبات اول، راستگو بوده است؛ یعنی در این اتاق، ۶ روبات بوده‌اند که اولینِ آن‌ها راستگو بوده است و در مورد بقیه هنوز هیچ نمی‌دانیم!

روبات دوم که یک دقیقه بعد از اتاق خارج شد، گفت که «هرکس قبل از من از اتاق خارج شده است، دروغ گفته است». یعنی او در مورد راستگو یا دروغگو بودنِ روبات اول، جمله‌ای بیان کرده است ولی از آن‌جا که ما فرض کردیم روبات اول راستگو بوده است، پس جملهٔ روبات دوم غلط است؛ یعنی این روبات، دروغگو است.

روبات سوم، یک دقیقه پس از روبات دوم از اتاق خارج شد و گفت: «هرکس قبل از من از اتاق خارج شده است، دروغ گفته است.» یعنی او در مورد راستگو یا دروغگو بودن روبات‌های اول و دوم جمله‌ای بیان کرده است. باز هم از آن‌جا که ما فرض کرده‌ایم روبات اول راستگو بوده است، پس جملهٔ روبات سوم باید غلط باشد؛ یعنی او باید دروغگو باشد. ولی اگر او دروغگو باشد، روبات دوم نیز باید راستگو باشد امّا دیدیم که چنین چیزی امکان‌پذیر نیست. پس به تناقض رسیده‌ایم یعنی روبات سوم نه می‌تواند راستگو باشد، نه می‌تواند دروغگو باشد. خُب، این وضع متناقض از کجا شروع شد؟ بله، از فرض راستگو بودنِ روبات اول! پس روبات اول، راستگو نیست!

خُب، حالا که وضعیت روبات اول مشخص شد، مشکلی پیش می‌آید و آن این‌که حالا نمی‌دانیم اصلاً چند روبات در اتاق هست؟ کمتر از ۶ تا یا بیشتر از ۶ تا؟ ولی شاید اصلاً تعدادشان مهم نباشد زیرا رَوَندی که در بررسی راستگو یا دروغگو بودنِ روبات‌های دوم و سوم در بالا طی کرده‌ایم، به نوعی به ما نشان داد که«راستگو یا دروغگو بودنِ روبات سوم، به این بستگی دارد که روبات‌های اول و دوم، مثل هم باشند، یا هر دو راستگو باشند، یا هردو دروغگو».

یک بار دیگر دربارهٔ این جمله فکر کنید. آیا با آن موافقید؟ دلیل خود را برای خودتان بازگو کنید تا مطمئن شوید که



قانع شده‌اید.

خُـب، حالا حالــت دوم، یعنی حالتی را کــه در آن روبات اول، دروغگو باشــد، راحت‌تر می‌توانیم بررســی کنیم: روبات اول دروغگو بوده اســت و در اتاق ۶ روبات نبوده است. روبات دوم کــه یک دقیقه بعــد از اتاق خارج شــد، گفت: «هرکس قبــل از مــن از اتاق خارج شــد، دروغ گفته اســت.» یعنی او در مــورد روبات اول جمله‌ای بیان کرده اســت، و چون روبات اول دروغگو فرض شده است، پس روبات دوم راست می‌گوید. روبات اول و دوم نمی‌توانند از نظر وضعیت راستگویی مثل هم باشــند. پس روبات سوم (مثل حالت قبل) نه می‌تواند راستگو باشــد، نه دروغگو! یعنی اصلاً در این اتاق روبات سومی وجود ندارد ـ دقت کنید در حالت قبل نمی‌توانســتیم نتیجه بگیریم که روبات ســوم وجود ندارد؛ زیرا فرض کرده بودیم که روبات اول، راستگو است و طبق حرف او، شش روبات در اتاق بوده‌اند امّا در این حالت می‌توانیم چنین نتیجه‌ای بگیریم.

مسئله حل شــد. در این اتاق تنها دو روبات بوده‌اند، اولی دروغگو و دومی راســتگو بوده است. حالا شما مسئله‌های زیر را حل کنید. در شــمارهٔ آینده، در مورد آن‌ها صحبت خواهیم کرد:

مســئلهٔ ۱. در جزیــره‌ای، دو دســته روبــات زندگی می‌کنند؛ راســتگوها و دروغگوها. راســتگوها همیشــه راســت می‌گویند و دروغگوها همیشــه دروغ می‌گویند. ۲۵ تــا از ایــن روبات‌هــا در صفــی ایســتاده بودنــد. همــه جز نفر اول گفتند: کســی که جلوی من ایســتاده، دروغگوســت.» ولی نفر اول صــف گفت: «هر کس پشــت ســر من ایســتاده، دروغگو اســت» چند دروغگو در صف ایستاده‌اند؟

مسئله ۲. در یک شهر خیالی، روبات‌ها به دو دستهٔ راســتگو و دروغگو تقسیم می‌شوند. (باز هم راستگوها فقط راست می‌گویند و دروغگوها فقــط دروغ.) یک روز تعدادی از روبات‌های این شــهر در اتاقی بودند و این گفت‌و گو بین ســه نفر از آن‌ها صورت گرفت:

اولی گفت: «هیچ کس غیر از ما ســه نفر در این اتاق نیست. همهٔ ما دروغگوییم.»

دومــی گفــت: «غیر از مــا چهار نفر کســی در این اتاق نیســت. بین ما کســی هســت که دروغگو نباشد.»

ســومی گفت: «ما در این اتــاق پنج نفریم. بین ما سه دروغگو هست.

چند نفر در این اتاق هستند و چند تا از آن‌ها دروغگویند؟

بهزاد اسلامی مسلّم

شعبده‌های ریاضی آقای شُبّده‌چی
شعبده‌بازان، ذهن‌خوان‌اند!

کلیدواژه‌ها: شعبده‌های ریاضی، شعبده بازی با سکّه

راز شعبدهٔ شمارهٔ قبل

در شـــمارهٔ قبل برهان دیدیم که آقای شُبَده‌چی از بچه‌ها خواســـت که تعدادی سکه روی میز بگذارند. او چند لحظه به ســـکه‌ها نگاه کرد و از اتاق بیرون رفت. ســـپس یکی از بچه‌ها یک جفت از ســـکه‌ها را انتخاب کرد و آن‌ها را پشت‌و رو کرد. بعـــد یک جفت دیگـــر را، و همین‌طور ادامـــه داد. حتی جای سکه‌های روی میز را هم کمی عوض کرد. بعد، دستش را روی یکی از ســـکه‌ها گذاشت. شـــبده‌چی بعد از برگشتن به کلاس توانســـت بگوید که ســـکه‌ای که پنهان شده است، رو یا پشت است. سعید توانست راز این شعبده را کشف کند:

سعید: راز این شعبده‌بازی در زوج و فرد بودن است! آقای شـــبده‌چی قبل از بیرون رفتن از کلاس، به یاد می‌ســـپارد که تعداد ســـکه‌هایی که به پشت قرار دارند، زوج است یا فرد. هر جفت سکه یکی از این سه وضعیت را دارد:

هر دو سکه به طرف رو قرار دارند.

وقتی این دو ســـکه برگردانده شـــوند، تعداد ســـکه‌های به پشت، دو تا زیاد می‌شود.

هردو سکه به طرف پشت قرار دارند.

وقتی این دو ســـکه برگردانده شـــوند، تعداد ســـکه‌های به پشت، دو تا کم می‌شود.

یکی از ســـکه‌ها به طرف پشـــت و دیگری به طرف رو قرار دارد.

وقتی این دو ســـکه برگردانده شـــوند، تعداد ســـکه‌های به پشت، تغییری نمی‌کند.

فرض کنیم در ابتدا، تعداد ســـکه‌های به پشت، فرد باشد. پس وقتی اولین جفت ســـکه برگردانده می‌شود، به این تعداد یا دو تا اضافه می‌شـــود یا دو تا کم می‌شود یا تغییر نمی‌کند. پس تعداد سکه‌های به پشت همچنان فرد می‌ماند.

وقتی دوباره یک جفت ســـکه برگردانده می‌شـــود، باز هم تعداد ســـکه‌های به پشـــت فرد می‌ماند، چون بـــه آن یا دو تا

اضافه شــده یا از آن دو تا کم شــده یا تغییری نکرده است، و به همین ترتیب.

پــس با هر تعداد بار برگرداندن جفت‌های ســکه‌ها، تعداد سکه‌های به پشت همچنان فرد خواهد بود. ضمناً معلوم است که جابه‌جا کردن سکه‌ها هم تغییری در فرد بودن تعداد آن‌ها ایجاد نمی‌کند!

وقتی آقای شــبده‌چی باز می‌گردند، به جز یک سکه، باقی را می‌بینند و تعداد ســکه‌های به پشــت را بین این ســکه‌ها می‌شمارد:

اگر این تعداد زوج باشــد، یعنی ســکه‌ای که از دیدشــان پنهان است، به پشت است.

اگر این تعداد فرد باشــد، یعنی ســکه‌ای که نمی‌بینندش، به رو است.

حالا فرض کنیم در ابتدا، تعداد ســکه‌های به پشــت زوج باشــد. پس مانند آنچه گفتیم، در هر مرحله برگرداندن جفت سکه‌ها، این تعداد همچنان زوج می‌ماند.

اگر تعداد سکه‌هایی که به پشت است و آن‌ها را شبّده‌چی می‌بیند، فرد باشد، پس سکهٔ پنهان‌شده به پشت است.

اگر تعداد سکه‌هایی که به پشت است و آن‌ها را شبده‌چی می‌بیند، زوج باشد، پس سکهٔ پنهان‌شده به روست.

شبّده‌چی: آفرین سعید! خیلی خوب بود.

***

حالا شما راز شعبده‌ای را که شبده‌چی در انتهای برنامه‌اش گفت، پیدا کنید.

یادآوری: شــعبده‌بازی آخر این بود که به جای یک سکه، می‌توان دو ســکه را از دید شبده‌چی پنهان کرد و او می‌تواند بگوید که آیا این دو ســکه، یکی رو و دیگری پشــت اســت یا اینکه هردو به یک طرف روی میز قرار گرفته‌اند.

و اما شعبدهٔ دیگری از جناب شبده‌چی!

شــبّده‌چی: و حالا می‌خواهم یکی دیگــر از توانایی‌های عجیبم را به شــما نشــان دهم! امروز هم شــعبده‌ای ریاضی برایتان اجرا کنم. کدامتان داوطلب‌اید که بیایید جلو؟

یکی از بچه‌ها به جلوی کلاس رفت.

شبّده‌چی: اســمت را به من می‌گویی؟ آها .... آقا بهروز. خب بهروز، وقتی من از کلاس رفتم بیرون، ســه تا عدد پشت سر هم انتخاب کن؛ مثلاً ۶۷ و ۶۸ و ۶۹. این سه تا عدد را در هم ضرب کن. در مثال ما، حاصل‌ضرب این عددها برابر اســت با ۳۱۴۳۶۴. اسم این عدد را بگذار «عدد شماره ۱».

حالا رقم‌های این عددی را که با ضرب آن سه تا به دست آوردی، بــا هم جمع کن. در مثال مــا باید ۴+۶+۳+۴+۱+۳ را حساب کنی که می‌شود ۲۱. اسم این یکی عدد را بگذار «عدد شمارهٔ ۲».

حالا «عدد شمارهٔ ۱» را در «عدد شمارهٔ۲» ضرب کن. در مثال ما می‌شود ۶۶۰۱۶۴۴.

ایــن عدد را پای تختــه بنویس و دســتت را روی یکی از ارقامش بگذار. من با بررســی امواج مغزی‌ات، می‌توانم بگویم که آن رقم چیســت! برای اینکه شعبده را سریع‌تر اجرا کنیم، می‌توانی از ماشین‌حساب هم استفاده کنی.

شــبّده‌چی از کلاس بیــرون رفت اما ناگهــان به کلاس برگشت و روی تخته رقم ۰ و رقم ۹ را به شکلی که در تصویر می‌بینید، نوشت و گفت:

متأســفانه در امواج مغزی، رقم‌های ۰ و ۹ خیلی شبیه به هم ظاهر می‌شــوند. دلیلش هم این اســت که هم ۰ و هم ۹ گردی دارند. خواستم از قبل گفته باشم!

دوباره از کلاس بیرون رفت.

بهروز ســه عدد ۸۵ و ۸۶ و ۸۷ را انتخاب کرد. آن‌ها را در هم ضرب کرد:

۸۲×۸۳×۸۴=۶۳۵۹۷۰

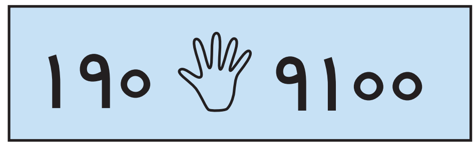
یعنی عدد شـــمارهٔ ۱ برابر شـــد با ۶۳۵۹۷۰. سپس حاصل جمع رقم‌های ۶۳۵۹۷۰ را حساب کرد:

۶+۳+۵+۹+۷+۰=۱۰

یعنی عدد شـــمارهٔ ۲ برابر شـــد با ۳۰. بعـــد همان‌طور که شـــبّده‌چی گفته بود، عدد شمارهٔ ۱ را در عدد شمارهٔ ۲ ضرب کرد

۶۳۵۹۷۰×۳۰

و عـــدد ۱۹۰۷۹۱۰۰ را پیدا کرد و دســـتش را روی رقم ۷ گذاشت:



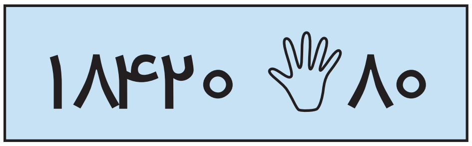
بچه‌ها آقای شـــبّده‌چی را صدا کردند تا به کلاس برگردد. آقای شبده‌چی با لبخندی وارد کلاس شد، به تخته نگاه کرد و دست راستش را روی سر بهروز گذاشت و لحظه‌ای بعد گفت: آهـــا ... به نظر می‌آید که .... بلـــه .... دارم می‌بینم ... رقمی که پنهان کرده‌ای شـــبیهِ .... شـــبیهِ .... کلاغ ... منظورم این است که شـــبیه قله کوهی است که برعکس شـــده است .... بله! آن رقم ۷ است!

بچه‌ها با تحســـین به شـــبّده‌چی نگاه کردند. بعضی‌ها از او خواستند که دوباره این برنامه را برایشان اجرا کند.

شبّده‌چی: حالا می‌خواهم این کار را برای خودم سخت‌تر کنـــم! وقتی عددهای شـــمارهٔ ۱ و شـــمارهٔ ۲ را در هم ضرب کردیـــد، آن را در هر عدد دیگری که می‌خواهید ضرب کنید، و بعد دستتان را روی یکی از ارقام این حاصل‌ضرب بگذارید!

و باز هم از کلاس بیرون رفت.

این بار امیرحســـین به پای تخته رفت و عددهای ۳۹و ۴۰ و ۴۱ را انتخاب کرد. عدد شـــمارهٔ ۱ برابر شد با ۶۳۹۶۰ و عدد شـــمارهٔ ۲ هم برابر ۲۴ به دست آمد. امیرحسین ۶۳۹۶۰ را در ۲۴ ضـــرب کرد و به عدد ۱۵۳۵۰۴۰ رســـید. بعد هم این عدد را در ۱۲ ضـــرب کـــرد و عدد ۱۸۴۲۰۴۸۰ را به دســـت آورد. این عدد را روی تخته نوشـــت و دســـتش را روی رقم صدگان گذاشت.



آقای شـــبّده‌چی به کلاس باز گشـــت و ایـــن بار چون کار سخت‌تری در پیش داشت، بیشتر تمرکز کرد و هردو دستش را رو ســـر امیرحســـین گذاشـــت و چند لحظه بعد، اعلام کرد کـــه «رقمی که پنهان کرده‌ای،۴ اســـت!» و بچه‌ها به شـــدت تشویقش کردند.

آقای شـــبّده‌چی با حرکت دســـت از بچه‌ها خواســـت که تشویقشان را قطع کنند. به آن‌ها گفت:

«این بار می‌خواهم کار را به مرز غیرممکن برســـانم! وقتی مثل این‌دفعه، به عدد آخر رســـیدید، ارقـــام آن را هرطور که می‌خواهیـــد، جابه‌جا کنید و بعد یکی از آن‌ها را مخفی کنید. مثلاً اگر به همین عدد ۱۸۴۲۰۴۸۰ رســـیدید، می‌توانید عدد ۸۸۰۰۱۴۴۲ را روی تخته بنویســـید!» کسی باور نمی‌کرد که آقای شبّده‌چی از پس چنین کاری بربیاید. بچه‌ها برای این‌که موفقیت را برای شـــبده‌چی غیرممکـــن کنند، تصمیم گرفتند عددهایی سه‌رقمی انتخاب کنند و با استفاده از ماشین‌حساب علمـــی (کـــه تعـــداد رقم‌هایـــش از ماشین‌حســـاب معمولـــی بیشـــتر اســـت)، اعداد را حســـاب کنند؛ اما وقتی محمدصالح عددهـــای ۵۴۷، ۵۴۸ و ۵۴۹ را انتخـــاب کـــرد و در نهایت به عـــدد ۵۹۲۴۳۷۷۵۸۴ رســـید و آن را در ۹۵۱ ضـــرب کرد تا ۵۶۳۴۰۸۳۰۸۲۳۸۴ به دست بیاید و بعد رقم‌هایش را جابه‌جا کرد و عدد ۴۳۸۸۴۳۸۲۳۰۵۶۰ را پای تخته نوشت و دستش را روی رقم هزارگان (یعنی ۰) گذاشت، باز هم آقای شبّده‌چی توانســـت رقم را به درســـتی پیدا کند؛ گرچه این بار علاوه بر

تمرکز زیاد و فشار فراوانی که به سر محمدصالح آورد، چند تا معلق روی زمین زد و گفت:

رقمی که پنهان کرده‌ای یا ۰ است یا ۹!

با پاسخ درست شبّده‌چی، کلاس با تشویق بچه‌ها منفجر شد! بچه‌ها دور او را گرفتند و با اصرار از او خواستند که رمز کارش را بگوید. آقای شبّده‌چی چنین شروع کرد:

«ام .... وقتی سه عدد پشت سر هم را در نظر می‌گیرید، حتماً یکی از آن‌ها بر ....» و صحبتش را قطع کرد و به فکر فرو رفت و بعد ادامه داد: «اما نه بچه‌ها. خودتان تا دفعهٔ بعدی که بیایم مدرسه، فکر کنید و راز شعبده را کشف کنید. حیف است از لذت فکر کردن به این مسئله محروم شوید. خودتان فکر کنید و بعد با هم درباره‌اش صحبت خواهیم کرد، اما این را هم بگویم که این شعبده‌بازی را به روش‌های دیگر هم می‌توان اجرا کرد، مثلاً به جای تمام محاسباتی که لازم است بکنید، می‌شد از شما بخواهم شش‌تا، هفت‌تا یا تعداد بیشتری عدد پشت سر هم را در هم ضرب کنید و یک رقم حاصل را پنهان کنید. باز هم می‌توانستم رقم پنهان‌شده را بگویم».

***

آیا می‌توانید راز این شعبده را کشف کنید؟ چرا شبّده‌چی در آخرین بار گفت رقم یا ۰ است یا ۹ است و نتوانست بگوید دقیقاً کدام‌یک؟ اگر راز شعبده را کشف کرده‌اید و به پاسخ این سؤال رسیدید، آن را با توضیح کافی به نشانی برهان بفرستید.

منبع

http://www.mathematicalmagic.com/thetricks.html

گزارش

تجربه، آزمایش، تخمین

زهره پندی/ سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: تخمین، تقریب، حدس و آزمایش، تجربه

اشاره

در شــمارهٔ گذشــتهٔ مجله، پای صحبت دانش‌آموزان مدرســه راهنمایی دخترانــهٔ نور، نشســتیم و در مورد تقریب‌های ذهنــی، بازی و بحث‌هایی داشــتیم. در این شــماره، ادامــهٔ این گفــت‌و گــو را می‌خوانیــد که حول موضوع تخمین زدن و وابستگی آن به تجربه‌های پیشین افراد مختلف است.

ادامهٔ گفت‌و گو را با آب‌نبات‌های کوچکی که روی میز بود شروع کردیم.

برهان: چند تا از این شکلات‌ها توی مشتشان جا می‌شود؟

نرگس: بیست، سی تا.

افسانه: سی تا.

بقیه: همین حدودا!

بچه‌ها شروع به شــمردن کردند. ۳۹ تا شکلات توی مشت یکی از آن‌ها جا شد.

برهان: خوب، چه جوری تخمین زدید؟

خانــم معلم: من قبلاً یه بار شــکلات‌هایی که در مشــتم جا می‌گرفــت را شــمرده بودم، چون شــکلات‌ها همین قدری بود، راحت توانستم تخمین بزنم.

افسانه: امّا مشت واحد استانداردی نیست.

برهــان: بلــه. امّا به نظر می‌رســد داشــتن تجربه‌های قبلی می‌تواند ما را در تخمین زدن کمک کند.

این بحث با طرح مسئله‌ای جدید ادامه پیدا کرد:

برهان: چند تا مداد می‌توانیم در یک دستمان بگیریم.

یاسمن: ۱۰ تا؟

برهان: آزمایش کنیم؟

همــه مدادها و خودکارهایشــان را جمــع کردند و روی هم گذاشــتند. و در کمــال تعجّب، ۲۳ تا مــداد و خودکار توی یک دست جا گرفت.

این یک تجربه بود و بچه‌ها را برای فکر کردن روی سؤالات بعدی آماده کرد:

برهان: توی کیف مدرسه‌تان چند تا مداد جا می‌شود؟

۳۰۰ تا؟ ۱۰۰۰ تا؟ ۱۰۰۰۰ تا؟ بچه‌ها مشغول حساب و کتاب بودند!

برهان: چی دارید حساب می‌کنید؟

یکی از بچه‌ها: داریم نسبت می‌گیریم.

برهان: یعنی چی؟

یکی از بچه‌ها: نســبت به همین ۲۳

مدادی که الآن توی یک دست جا گرفت، ببینیم کیف چند برابر این حجم دارد.

برهان: شما الآن دارید از همین تجربه‌ای که چند دقیقهٔ پیش داشتید در تخمینتان استفاده می‌کنید. آیا تجربهٔ دیگری هم دارید که بتوانید استفاده کنید.

نرگس: مثلاً یه جامدادی پر خودکار در نظر می‌گیریم و می‌بینیم چند تا جامدادی توی یک کیف جا می‌شود.

بچه‌ها کمی تبادل نظر کردند و به این نتیجه رسیدند که در نظر گرفتن یک جعبه‌ی مداد رنگی ۱۲ رنگی بهتر از جامدادی که اندازه‌ی مختلفی دارد، می‌تواند به آن‌ها در تخمین زدن کمک کند.

برهان: بسیار خوب. همه، جعبه‌ی مدادرنگی ۱۲ رنگی دیدیم. چند تا جعبه تو کیف جا می‌شود؟

نرگس و مریم: ۷۰ تا جعبه.

برهان: چه جوری حساب کردید؟

مریم: ارتفاع کیف رو ۷۰ سانتی‌متر در نظر گرفتم و فکر کردم می‌شود ۷۰ تا جعبه‌ی مدادرنگی را روی هم چید.

بچه‌ها در مورد ارتفاع کیف و این‌که یک جعبه مدادرنگی برای پر کردن کف کیف کافی نیست بحث کردند. عددهای مختلفی هم در میان بحثشان شنیده می‌شد، بعضی‌ها مشغول تخمین زدن ابعاد کیف و جعبه‌ی مدادرنگی بودند، بعضی‌ها هم مشغول چیدن ذهنی جعبه‌های مدادرنگی در کف کیف بودند و با دستشان ابعاد را به هم نشان می‌دادند و استدلالشان را بیان می‌کردند.

ریحانه جزو آن دسته‌ای بود که داشتند ابعاد کیف و جعبه را تخمین می‌زدند:

ریحانه: می‌توانیم حجم کیف را پیدا کنیم و بر حجم جعبهٔ مدادرنگی تقسیم کنیم تا بفهمیم چند تا جعبه در کیف جا می‌شود.

نرگس از آن دسته‌ای بود که داشت در ذهنش جعبه‌های مدادرنگی را در کیف می‌چید. اول از کف کیف جعبه‌ها را روی هم می‌گذاشت و بعد کناره‌های باقی‌مانده‌ی کیف را پر می‌کرد.

تخمین‌های ۱۲۰ و ۱۲۵ جعبه و ۱۵۰۰ تا مداد، همراه با استدلالاتی مشابه آنچه در بالا آمد از سوی چند تا از دانش‌آموزان بیان شد. در ادامه سؤال جدیدی مطرح شد:

برهان: یک میلیون تومان هزار تومانی چقدر می‌شود؟ در کیفتان جا می‌شود؟

یکی از بچه‌ها با خنده: به زور جاش می‌دهیم!

باز هم بحث میان بچه‌ها در گرفت، بعضی‌ها مشغول تخمین طول و عرض یک هزار تومانی بودند، بعضی‌ها یک دستهٔ ۱۰۰ تایی پول را به عنوان تجربه‌ای از حجم پول مطرح می‌کردند. افسانه مشغول تا کردن کاغذ به اندازه‌ی هزار تومانی بود. بچه‌ها با دقت و مهارت بیشتری تخمین می‌زدند و هم‌صدا اعلام کردند که حتماً یک میلیون تومان هزار تومانی در کیف مدرسه‌شان جا می‌شود.

برهان: چند تومان هزار تومانی در کیفتان جا می‌شود؟

بچه‌ها با توجه به تجربه‌ای که در همین مدت کوتاه درباره حجم کیف و حجم یک دسته پول پیدا کرده بودند، مشغول بیان استدلالات و تخمین‌هایشان بودند.

یاسمن: ۱/۵ میلیون!

مریم: ۲ میلیون! نه ۴ میلیون!

نرگس: ۲ میلیون!

افسانه: ۹ میلیون!

ریحانه: ۱۰ میلیون!

بحث داغ شده بود، بعضی از بچه‌ها کیف‌هایشان را هم آوردند تا هنگام توضیح دادن و استدلال کردن، شاهد هم داشته باشند. روش‌های خوبی بیان شد و تخمین‌های بهتری زده شد. بعضی‌ها سعی کردند اندازه‌های دقیق‌تری برای ابعاد یک دسته پول تخمین بزنند، برای این منظور یک اسکناس ۱۰۰۰ تومانی آوردند و یک بار دقیق‌تر آن را نگاه کردند و طول و عرض آن را با استفاده از اندازه یک وجب، عرض کاغذ A۴، طول یک بند انگشت و ... استفاده از اندازه طول و

عرض کاغذ A۴ به طور تقریبی به دست آوردند.
بعد از این کار تخمین‌هایشان به هم نزدیک‌تر شد و به توافق رسیدند.

برهان: خوب موقع جمع‌بندی است. به ما خوش گذشت! به شما چطور؟

در این دو ساعت چه کردید؟ آیا این تجربه‌ای که امروز داشتید فایده‌ای هم دارد؟ آیا فعالیتی که انجام دادید، یک فعالیت ریاضی بود؟ به نظر شما، ریاضی‌دان‌ها بلدند تخمین بزنند؟

مریم با خنده: خوب ریاضی‌دان‌ها که باید بلد باشند.

نرگس: این فعالیت اساسش ریاضی است.

فاطمه: تقریب زدن در آمارگیری و زندگی روزمره کاربرد دارد. مثلاً وقتی آمار اعلام می‌کنند، خوب تا نفر آخر را که حساب نمی‌کنند و تقریب می‌زنند.

یاسمن: مثلاً هزینه‌ی ساخت یک ساختمان را تخمین می‌زنند دو میلیارد و خرده‌ای و دقیق تا آخرین رقم را نمی‌گویند. یا مثلاً قیمت یک کفش ۳۸ هزار تومانی را حدوداً می‌گویند ۴۰ هزار تومان.

مریم: تخمین حتماً نباید با اعداد باشد. مثلاً من توی یک سایت اینترنتی خواندم که وقتی یک نفر می‌خواهد از روی جوی آب بپرد، تخمین می‌زند که می‌تواند رد شود یا نه.

برهان: مثال‌های خوبی بیان شد. در مورد تخمین زدن رد شدن یا نشدن از جوی آب هم کاملاً حق با شماست. هرکسی با توجه به تجربیات قبلی‌اش تخمینی از طولی که می‌تواند بپرد، دارد. این طول را با عرض جوی آب مقایسه می‌کند و تصمیم می‌گیرد. به نظر می‌رسد، هرچه تجربهٔ ما دربارهٔ اندازه‌ها بیشتر باشد، یعنی هرچه بیشتر به اندازه‌ها توجه کرده باشیم، بهتر می‌توانیم تخمین بزنیم.

خانم معلم: بعضی فروشنده‌ها خیلی خوب تخمین می‌زنند. مثلاً به‌اندازه یک کیلو برنج برمی‌دارند و وقتی روی ترازو می‌گذارند، دقیقاً یک کیلو است، یا خیلی نزدیک به یک کیلو. به نظر می‌رسد آن‌ها با دقت و تجربه می‌توانند تخمین بهتری بزنند.

بحث ادامه یافت و برهان شنونده‌ی نظرات بچه‌ها دربارهٔ آنچه در این جلسه گذشت، بود.

اگر به بحث این گزارش علاقه‌مندید، کتاب «چند تا لیس» را مطالعه کنید. این کتاب در صفحهٔ ۳۹ همین شمارهٔ مجله معرفی شده است.

داشتن تجربه‌های قبلی می‌تواند ما را در تخمین زدن کمک کند

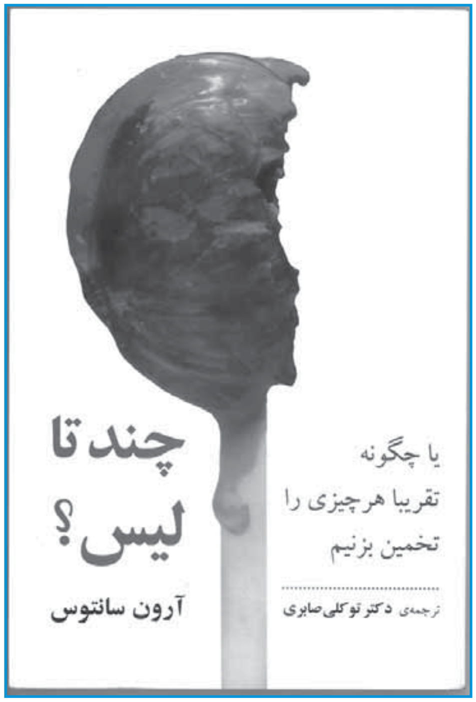
چند تا لیس؟

● نویسنده: آرون سانتوس

● مترجم: دکتر توکلی صابری

● ناشر: مازیار

جعفر ربّانی



در کتاب‌های دبستانی، هنگامی‌که ما کودک بودیم، حکایت کوتاهی نوشته بودند که بیان آن در این‌جا مناسب به نظر می‌رسد: «رهگذری از لقمان حکیم پرسید، تا شهر چقدر راه است؟ لقمان گفت: راه برو. دقایقی گذشت. باز مسافر از لقمان پرسید: تا شهر چقدر راه است؟ این بار لقمان گفت: دو ساعت. مسافر گفت چرا این را همان اول نگفتی؟ لقمان گفت: می‌خواستم ببینم آهسته راه می‌روی یا تند. و حالا که دیدم آهسته راه می‌روی دانستم که زودتر از دو ساعت دیگر به شهر نمی‌رسی». باز به یاد دارم که آقای قاضی دبیر شیمی ما در کلاس چهارم ریاضی ـ که دبیر بسیار خوبی هم بود ـ روزی که درس ما دربارهٔ عدد آووگادرو یعنی تعداد ملکول‌های موجود در یک ملکول گرم ماده بود، گفت: اگر یک میلیون تومان را به صورت سکه‌های یک تومانی به شما بدهند، می‌دانید چقدر طول می‌کشد تا آنها را بشمارید؟ و بعد خودش گفت: حدود ۱۱ روز! باعث تعجب ما شد چون نمی‌دانستیم یک میلیون این اندازه بزرگ است. لابد می‌دانید که عدد آووگادرو برابر است با $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$ که از نظر بزرگی می‌توان گفت با یک میلیون قابل مقایسه نیست.

هم پاسخ لقمان به مرد مسافر و هم مدت زمان لازم برای شمارش یک میلیون، به روشی از محاسبه مربوط می‌شود که آن را تخمین زدن می‌گوییم و چون آن را به شیوهٔ ریاضی بیان کنیم، به علم آمار و احتمالات می‌رسیم.

«چند تالیس؟» کتابی دربارهٔ همین موضوع است و البته به صورت سرگرمی نوشته شده است. حتی اسم آن! «فکر می‌کنی اگر به یک شکلات چوبی چند تالیس بزنی به چوب آن می‌رسی؟»

نویسنده کوشیده است با طرح انواع سؤال‌ها و مسئله‌ها، تخمین زدن را به شکل یک موضوع اساسی و جدّی و علمی به شما نشان بدهد. برای نمونه:

ـ یک نفر در یک ساعت چند کیلومتر راه می‌رود؟

ـ عمر متوسط انسان چند ساعت است؟

ـ کتابخانهٔ مدرسهٔ شما چند کتاب دارد؟

ـ مدرسهٔ شما چند دانش‌آموز دارد؟

ـ طول خیابان‌های شهر شما چند کیلومتر است؟

ـ مساحت خانه‌ای که در آن زندگی می‌کنید، چقدر است؟

ـ امروز در شهر تهران چند متر مکعب باران بارید؟

صدها و بلکه هزاران سؤال از این نوع را می‌توان پرسید و برای هر کدام جوابی پیدا کرد؛ اما جواب صحیح یا نزدیک به صحیح کدام است؟ البته جوابی که بر اساس حساب و کتاب و عقل و منطق به دست آمده باشد، نه جوابی که تصادفی و حساب‌نکرده بدهیم.

در مقدمهٔ همین کتاب، داستان خوشمزه‌ای از تخمین زدن آمده است که خوب است شما هم آن را در همین جا بخوانید: در سفر ناصرالدین شاه به قم، صحبت از مقدار محیط دریاچهٔ حوض سلطان می‌شود. هرکس نظری

می‌دهد آنگاه شـاه با حدس و گمانی بسیار ابتدایی می‌گوید: «بهتر است ۲۴ فرسنگ نوشته شود.» آنگاه که حرف از گودی یا عمق دریاچه پیش می‌آید یکی از همراهان، به طعنه به شاه می‌گوید: همان‌گونه که محیط را تعیین فرمودید، عمق را نیز معلوم فرمایید.» شـاه خنده‌اش می‌گیرد و می‌گوید: «عمق را نیز تا بیست ذرع بنویسید!» شاه چگونه حساب کرد؟ !

واقعیت این است که همهٔ مردم راجع‌به مقدارها و اندازه‌ها کمابیش همین‌طور صحبت می‌کنند و نظر می‌دهند. ولی راه صحیح آن است که هر حرفی بر اساس استدلال و منطق علمی و ریاضی باشد تا به صحت نزدیک‌تر باشد و این چیزی است که نویسندهٔ کتاب «چند تالیس» در پی آن است.

کتاب شامل ۶۸ عنوان است که هریک، سؤال‌ها و مسئله‌هایی را طرح می‌کند و می‌خواهد شما پاسخ آن را از راه تخمین زدن به دست آورید.

این کتاب به نظر من برای چند دسته مفید است.

ـ دبیران ریاضی؛ تا دانش‌آموزان را با موضوعی به نام «تخمین زدن» که در «علوم پایه» بسیار اهمیت دارد، آشنا کنند.

ـ دانش‌آموزانی که خیلی حوصله ندارند وارد جزئیات مسائل ریاضی شوند، ولی از بیان ریاضی مسائل و موضوعات لذت می‌برند.

ـ دانش‌آموزان تیزهوشی که تفکر ریاضی در آن‌ها عمیق است و احتمالاً در آینده سرو کارشان با چنین موضوعاتی خواهد گذشت. آنها چه دانشمند شوند و در مسائل عمیق پژوهش کنند و چه کارشناسِ مثلاً یک شرکت بیمه شوند و بخواهند محاسبه کنند که شرکت اگر از هر خودرو در کشوری مثل ایران که پر تصادف است در سال چقدر پول بابت بیمهٔ بدنه اتومبیل بگیرد، به سود مناسب دست خواهد یافت.

صرف‌نظر از همهٔ اینها، حتی مطالعهٔ گذری کتاب هم، به شما نشان خواهد داد که از روی حدس و تخمین و احتمال صحبت کردن هم کار آسانی نیست، چه رسد به این‌که بخواهیم دقیق صحبت کنیم، و این خودش درس بزرگی است.

پاسخ
پازل از نوعی دیگر

(از صفحهٔ ۲۵ مجله)

پاسخ پازل‌های ضربی:

۶	۲	۷	۸۴
۸	۵	۳	۱۲۰
۹	۱	۴	۳۶
۴۳۲	۱۰	۸۴	

۳	۲	۶	۳۶
۹	۷	۸	۵۰۴
۵	۴	۱	۲۰
۱۳۵	۵۶	۴۸	

۵	۸	۱	۴۰
۳	۶	۴	۷۲
۲	۹	۷	۱۲۶
۳۰	۴۳۲	۲۸	

۷	۹	۸	۵۰۴
۴	۵	۶	۱۲۰
۱	۲	۳	۶
۲۸	۹۰	۱۴۴	

پاسخ پازل‌های جمعی:

۶	۲	۷	۱۵
۸	۵	۳	۱۶
۹	۱	۴	۱۴
۲۳	۸	۱۴	

۳	۲	۶	۱۱
۹	۷	۸	۲۴
۵	۴	۱	۱۰
۱۷	۱۳	۱۵	

۵	۸	۱	۱۴
۳	۶	۴	۱۳
۲	۹	۷	۱۸
۱۰	۲۳	۱۲	

۷	۹	۸	۲۴
۴	۵	۶	۱۵
۱	۲	۳	۶
۱۲	۱۶	۱۷	

جعفر اسدی گرمارودی

قسمت دوم

پروندهٔ شخصی حل مسئله

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبرد حل مسئله، مجموع اعداد متوالی

اشاره

در شمارهٔ گذشته به تعریف مسئله اشاره کردیم و برای حل مسئله‌های مختلف که تا حدودی شبیه به هم‌اند «تشکیل پروندهٔ شخصی حل مسئله» را پیشنهاد کردیم و با ارائهٔ دو مسئله، چگونگی تشکیل چنین پرونده‌ای را توضیح دادیم. در این شماره نیز با ارائهٔ چند مسئله و حل آنها، پروندهٔ جدیدی از حل مسئله را معرفی می‌کنیم.

ابتدا با یک مسئلهٔ ساده شروع می‌کنیم:

مسئله ۱. اگر $۳\times ۲۰۰۶ = ۲۰۰۵ + ۲۰۰۷ + a$، a چه عددی است؟

حل مسئله ۱. ابتدا، حاصل هر طرف از تساوی را محاسبه می‌کنیم.

$$۳\times۲۰۰۶=۶۰۱۸$$

$$۲۰۰۵+۲۰۰۷=۴۰۱۲$$

با تفریق این دو عدد، a به دست می‌آید:

$$a=۶۰۱۸-۴۰۱۲=۲۰۰۶$$

امّا با نگاهی به اعداد دو طرف تساوی، و با در نظر گرفتن معنیِ ۲۰۰۶×۳، و این‌که ۲۰۰۵ یکی از ۲۰۰۶ کمتر است و در عوض، ۲۰۰۷ یکی از ۲۰۰۶ بیشتر است، به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که مجموع ۲۰۰۵ با ۲۰۰۷، در واقع با مجموع ۲تا ۲۰۰۶ برابر است، پس a باید ۲۰۰۶ باشد که حاصل جمع a با ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷، با حاصل‌جمع ۳تا ۲۰۰۶ یکی شود:

$$۳\times ۲۰۰۶ = ۲۰۰۶ + ۲۰۰۶ \overset{+۱}{\curvearrowright} ۲۰۰۶ =$$
$$۲۰۰۵ + ۲۰۰۶ + ۲۰۰۷ \Rightarrow a = ۲۰۰۶$$

مسئله ۲. حاصل جمع پنج عدد طبیعی متوالی (پشت سر هم) برابر ۲۰۱۰ است. این پنج عدد را به دست آورید؟

حل مسئله ۲. می‌خواهیم از ایده‌ای که در راه حل مسئله ۱ ما را به پاسخ رساند، استفاده کنیم؛ یعنی می‌خواهیم جمع را به ضرب تبدیل کنیم. چون پنج عدد موردنظر پشت سر هم قرار دارند، عدد سوم (وسط) می‌تواند نقش میانجی را بازی کند؛ به شکل توجه کنید:

۲۰۱۰= عدد پنجم+ عدد چهارم + عدد سوم + عدد دوم + عدد اول

عدد پنجم دو واحد از عدد سوم بیشتر است. در صورتی‌که این دو واحد را به عدد اول بدهد، اعداد اول، سوم و پنجم برابر خواهند شد و به همین ترتیب اگر عدد چهارم یک واحد به عدد دوم بدهد، اعداد دوم، سوم و چهارم برابر خواهند شد.

۲۰۱۰= عدد سوم+ عدد سوم+عدد سوم+عدد سوم+عدد سوم

۲۰۱۰= عدد سوم × ۵

یعنی

۲۰۱۰÷۵=۴۰۲

یا

۴۰۲= عدد سوم

و آن پنج عدد عبارتند از۴۰۴، ۴۰۳، ۴۰۲، ۴۰۱، ۴۰۰.

حالا که پاسخ را به دست آوردیم می‌توانیم فرآیند حل مسئله را به صورت زیر نیز نشان دهیم.

+۱

۴۰۰+۴۰۱+۴۰۲+۴۰۳+۴۰۴=۴۰۲+۴۰۲+۴۰۲+۴۰۲+۴۰۲

+۲

=۵×۴۰۵=۲۰۱۰

با توجه به این‌که این پنج عدد پشت سر هم هستند، عدد سوم در واقع میانگین این اعداد نیز می‌باشد!

مسئله ۳. در قرن‌های هجدهم و نوزدهم، ریاضی‌دان مشهور آلمانی، کارل فردریش گاوس، زندگی می‌کرد. هنگامی که گاوس کلاس دوم دبستان بود، معلم آن‌ها برای این‌که به کارهای خود برسد، به دانش‌آموزان گفت حاصل جمع اعداد از ۱ تا ۱۰۰ را محاسبه کنند، یعنی

۱+۲+۳+.....+۱۰۰

او می‌خواست دانش‌آموزان با جمع کردن این ۱۰۰ عدد مشغول شوند. چند دقیقه بعد معلم مشاهده کرد که گاوس پاسخ را به سرعت به دست آورده است. آیا ما هم می‌توانیم؟

حل مسئلهٔ ۳. وقتی به این عبارت نگاه می‌کنیم، شاید از خود بپرسیم زمان خود را برای جمع این همه عدد تلف کنیم، تا چه چیزی را یاد بگیریم؟ ما که جمع کردن را بلدیم. اگر ۱۰۰۰ عدد باشد، زمان بیشتری نیاز است؟

دوباره می‌توانیم از روش حل مسئله‌های ۱ و ۲ استفاده کنیم و این جمع را به ضرب تبدیل کنیم تا زمان کمتری صرف شود.

۱۰۱

۱۰۱

۱۰۱

۱+۲+...+۵۰+۵۱+...+۹۹+۱۰۰=

۱۰۱+۱۰۱+...+۱۰۱=۵۰×۱۰۱=۵۰۵۰

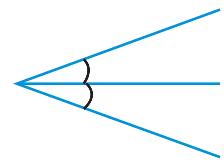
۵۰ تا

حالا هر جمعی با هر تعداد عددی به ما بدهند که نظمی در آن برقرار باشد (به طور مثال ۵۲+ .... +۱۲+۱۰) می‌توانیم از این ایده در به دست آوردن حاصل جمع استفاده کنیم.

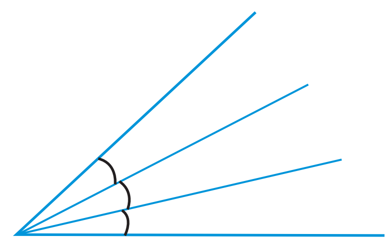
در این شماره و شمارهٔ قبلی مسئله‌هایی که به عنوان

مثال‌هایی برای تشــکیل پروندهٔ شــخصی حل مسئله معرفی شدند، بسیار به هم شبیه بودند؛ در حالی‌که ایده‌ها و راهبردها می‌توانند در صورت امکان برای حل مســئله‌های غیر مشــابه هم به کار بروند. برای روشــن شــدن بهتر این موضوع مسئلهٔ ۴ را به عنوان تمرین برای استفاده از راهبرد سه مسئله قبلی بیان می‌کنیم و حل آن را به خود شما می‌سپاریم.

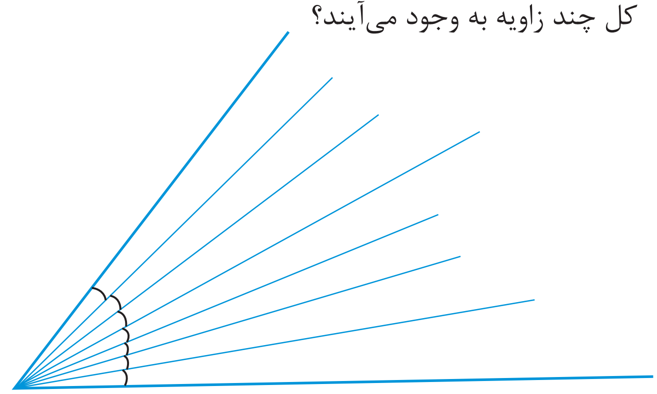
مســئله ۴. در شــکل زیــر چند زاویــه (کوچکتر از 180°) وجود دارد؟



ـ در شکل زیر چطور؟



ـ اگر تعداد زاویه‌هایی که کنار هم قرار می‌گیرند، بیشــتر شوند، چطور؟ به طور مثال اگر ۷ زاویه کنار هم قرار گیرند در کل چند زاویه به وجود می‌آیند؟



پی‌نوشت

به عدد سوم «واســطهٔ حسابی» نیز می‌گویند که در سال دوم دبیرستان با آن آشنا می‌شوید.

گزارش

دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران
سمنان ـ شهریور ۹۱

دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران که بزرگ‌ترین گردهمایی معلمان ریاضی سراسر کشور است؛ در سال جاری از دوازدهم تا پانزدهم شهریور در سمنان برگزار شد. در این کنفرانس، رشد برهان راهنمایی نیز فعالانه شرکت داشت و با برقراری میزی با عنوان **میز بازی‌ها**، به معرفی بازی‌هایی که در شماره‌های ۵۹ تا ۶۳ این مجله چاپ شده بودند پرداختیم. بسیاری از شرکت‌کنندگان در کنفرانس با این بازی‌ها و جنبه‌های آموزشی آنها آشنا شدند. همچنین در نشستی که عصر روز ۱۴ شهریور با تعدادی از معلمان ریاضی راهنمایی داشتیم، بخش‌های مختلف مجله و اهداف آنها و نحوهٔ استفاده از آنها در کلاس‌های درس را تشریح کردیم و انتقادات دوستانهٔ آنها را نیز شنیدیم.

با امید این‌که بتوانیم مجله‌ای هرچه خواندنی‌تر برای مخاطبانمان فراهم سازیم.

سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا

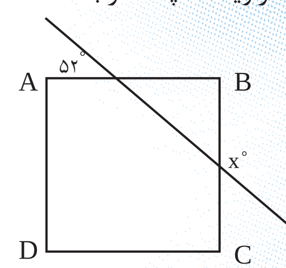
(پایهٔ دوم و سوم راهنمایی) آگوست ۲۰۱۱

ترجمه: سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: مسابقهٔ ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰ هرکدام ۴ امتیاز دارد

۱۱. اگر در شکل زیر، ABCD مربع باشد، زاویهٔ X چند درجه است؟



الف) ۱۴۲ ب) ۱۲۸ پ) ۴۸

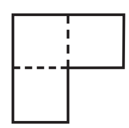
ت) ۱۰۴ ث) ۵۲

۱۲. بهرام از عدد ۵۹۰۷، هفت‌تا هفت‌تا کم می‌کند تا هنگامی که به عدی یک رقمی می‌رسد و دست از شمردن برمی‌دارد. آن عدد کدام است؟

الف) ۴ ب) ۶ پ) ۷

ت) ۸ ث) ۹

۱۳. کاشی زیر از سه مربع واحد تشکیل شده است. مساحت کوچک‌ترین مربعی که می‌توان با این نوع کاشی ساخت، چند واحد مربع است؟



الف) ۱۶ ب) ۲۵ پ) ۳۶

ت) ۶۴ ث) ۸۱

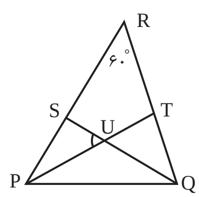
۱۴. کدام یک از گزینه‌های زیر به مقدار عبارت زیر نزدیک‌تر است؟

$$\frac{۰/۳۳۳}{۰/۲۲۲\times ۰/۱۱۱}=?$$

الف) ۰/۰۱ ب) ۰/۱

پ) ۱ ت) ۱۰ ث) ۱۰۰

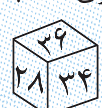
۱۵. در شکل زیر، پاره‌خط PT زاویهٔ $<QPR$ را نصف می‌کند. پاره‌خط SQ نیز زاویهٔ $<PQR$ را نصف می‌کند. اگر $<SRT=۶۰^\circ$ باشد، زاویهٔ $<SRT$ چند درجه است؟



الف) ۷۵ ب) ۶۰ پ) ۴۵

ت) ۴۰ ث) ۳۰

۱۶. اعداد روی وجوه مکعب زیر، اعداد زوج متوالی‌اند. اگر مجموع اعداد روی وجه‌های **مقابل** یکسان باشد، مجموع تمام اعداد روی مکعب کدام است؟



الف) ۱۹۶ ب) ۱۸۸ پ) ۲۱۰

ت) ۱۸۶ ث) ۱۹۸

۱۷. اگر m و n هر دو عدد طبیعی باشند و ۱۰۰=mn باشد، آن‌گاه

کدام‌یک از گزینه‌های زیر **نمی‌تواند** حاصل n+m باشد؟

الف) ۲۵   ب) ۲۹   پ) ۵۰

ت) ۵۲   ث) ۱۰۱

۱۸. در جمع زیر، چند رقم پوشانده شده‌اند. مجموع ارقام پوشانده برابر است با:

$$\begin{array}{r} \square\;9\;\square \\ +\;\square\;8\;7 \\ \hline \square\;0\;\square\;2 \end{array}$$

الف) ۲۳   ب) ۲۱   پ) ۲۰

ت) ۱۸   ث) ۱۵

۱۹. اگر اسب چوپان ۲۰ کیلوگرم وزن کم کند، وزن او ۴ برابر وزن سگ گله خواهد شد. مجموع وزن اسب چوپان و سگ گله، ۲۰۰ کیلوگرم است. وزن سگ گله برابر است با:

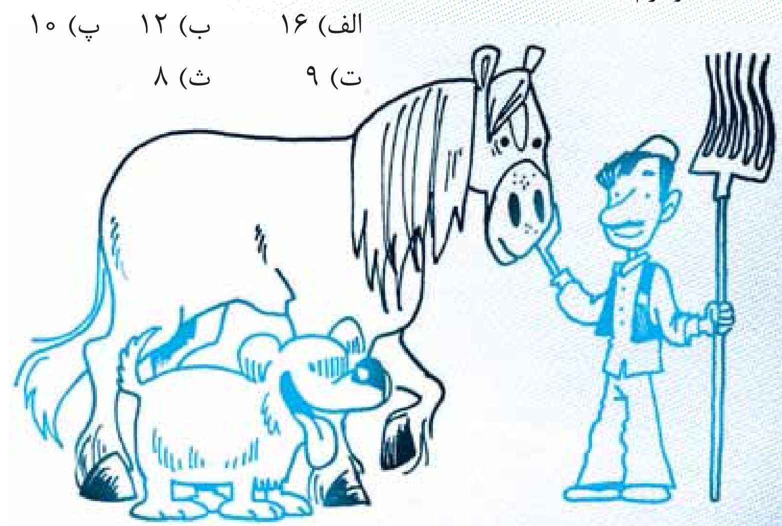
الف) ۳۰ کیلوگرم

ب) ۳۶ کیلوگرم

پ) ۴۰ کیلوگرم

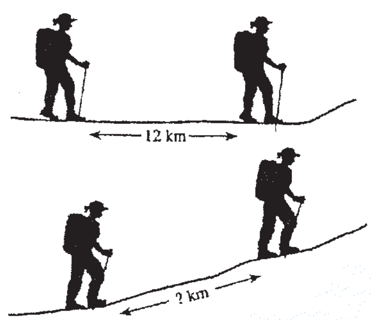
ت) ۱۶۴ کیلوگرم

ث) ۱۷۰ کیلوگرم



۲۰. دو گردشگر با فاصلهٔ ۱۲ کیلومتر روی زمین هموار با سرعت ثابت ۴ کیلومتر بر ساعت، حرکت می‌کنند. به محض این‌که هر کدام به دامنهٔ کوه می‌رسند، سرعت خود را کاهش می‌دهند و با سرعت ثابت ۳ کیلومتر بر ساعت از کوه بالا می‌روند.

فاصلهٔ دو گردشگر هنگامی که در دامنهٔ کوه حرکت می‌کنند، چقدر است؟



الف) ۱۶   ب) ۱۲   پ) ۱۰

ت) ۹   ث) ۸

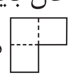
پاسخ سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا

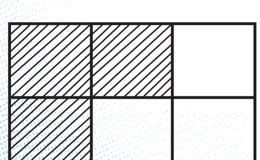
۱۱. با استفاده از زاویه‌های متقابل به رأس و این‌که $\hat{B}=90°$ و x زاویه خارجی برای مثلث تشکیل شده در گوشهٔ B است:

$x=90°+52°=142°$

گزینهٔ (الف) صحیح است.

۱۲. (ب)؛ زیرا ۸۴۳=۷ ÷ ۵۹۰۷ با باقی‌ماندهٔ ۶، پس آن عدد ۶ است.

۱۳. (پ)؛ زیرا با توجه به مسئله مساحت مربع موردنظر باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد. لذا میان مجذورهای کامل باید دنبال عددی باشیم که بر ۳ بخش‌پذیر است. ۳۶ کوچک‌ترین مجذوری است که این ویژگی را دارد. حال باید مطمئن شویم که با شکلِ  می‌توانیم یک مربع ۶×۶ بسازیم یا نه. با استفاده از دوتا از این شکل‌ها یک مستطیل ۲×۳ به دست می‌آید. پس با شش تا از آنها، یک مربع ۶×۶ می‌توان ساخت.

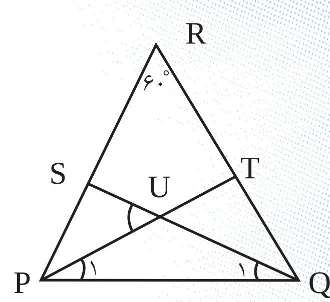


۱۴.

$$\frac{0/333}{0/222\times 0/111}=\frac{3}{2\times 0/111}\simeq\frac{3}{0/2}=\frac{30}{2}=15$$

پس گزینهٔ (ت) صحیح است.

۱۵. در مثلث $P\hat{Q}R$ ، زاویهٔ $\hat{R}=60^\circ$ پس $\hat{P}+\hat{Q}=180-60=120^\circ$ با توجه به نیم‌ساز بودنِ PT و QS داریم $\hat{P}_1+\hat{Q}_1=\frac{120^\circ}{2}=60^\circ$، پس در مثلث $P\hat{U}Q$ که زاویهٔ موردنظر برای آن یک زاویهٔ خارجی است، داریم $\hat{U}=\hat{P}_1+\hat{Q}_1=60^\circ$ پس گزینهٔ (ب) صحیح است.



۱۶. ث؛ زیرا با توجه به این‌که اعداد روی وجه‌های مکعب، اعداد زوج متوالی‌اند یا باید اعدادِ ۲۶، ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴، ۳۶ باشند، یا اعدادِ ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴، ۳۶، ۳۸. با توجه به این‌که مجموع روی وجوه مقابل برابر است، پس در هر حالت، عدد بزرگ‌تر مقابل عدد کوچک‌تر باید قرار گیرد و عدد بزرگ بعدی مقابل عدد دوم از این مجموعه اعداد. طبق شکل، ۲۸ مقابل ۳۴ نیست، پس حالت اول برقرار نیست و حالت دوم برقرار است.لذا مجموع همهٔ اعداد روی مکعب برابر است با

۲۸+۳۰+۳۲+۳۴+۳۶+۳۸=۱۹۸

۱۷. با توجه به این‌که m و n اعداد صحیح‌اند حاصل‌ضرب‌های ممکن برای ۱۰۰ عبارت‌اند از:

۱۰×۱۰، ۲۰×۵، ۲۵×۴، ۵۰×۲، ۱۰۰×۱

مجموع m و n در این حالت‌ها به ترتیب برابر است با:

۲۰ ، ۲۵ ، ۲۹ ، ۵۲ ، ۱۰۱

بنابراین ۵۰ جزو این حاصل‌جمع‌ها نیست و گزینهٔ (پ) صحیح است.

۱۸. یکانِ عدد بالایی، ۵ است (زیرا ۱۲=۷+۵) و با توجه به انتقالِ ۱ به مرتبهٔ دهگان، دهگانِ حاصل‌جمع ۸ خواهد بود.

$$\begin{array}{rccc} & \square & ۹ & \boxed{۵} \\ + & \square & ۸ & ۷ \\ \hline \square & ۰ & \boxed{۸} & ۲ \end{array}$$

پس با توجه به انتقال ۱ به مرتبهٔ صدگان، مجموع دو تا مربعِ مرتبهٔ صدگان ۹ می‌باشد که با آن ۱، حاصل آنها ۱۰ شده و ۰ آن در مرتبهٔ صدگان حاصل‌جمع قرار گرفته و یک آن به مرتبهٔ یکان هزار منتقل شده است؛ یعنی آخرین مربع در حاصل جمع نیز ۱ است. پس مجموع همهٔ اعداد داخل مربع‌ها برابر است:

۱+۹+۸+۵=۲۳

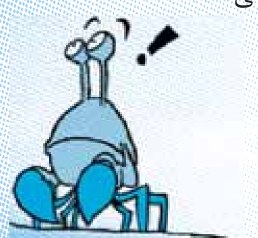
و گزینهٔ (الف) صحیح است.

۱۹. اگر اسب چوپان ۲۰ کیلو وزن کم کند، مجموع وزن او و سگ گله‌اش ۱۸۰ کیلو خواهد شد. و چون وزن اسب در این حالت ۴ برابر وزن سگ می‌شود پس سگ او ۳۶=۵ ÷ ۱۸۰ کیلوگرم است. البته با استفاده از دستگاه دو معادلهٔ دومجهولی زیر نیز می‌توان به همین نتیجه رسید.

$$\begin{cases} x+y=200 \\ x-20=4y \end{cases}$$

پس گزینهٔ (ب) صحیح است.

۲۰. گزینهٔ (ت)؛ زیرا هنگامی که اولین گردشگر به دامنهٔ کوه می‌رسد، گردشگر دوم از او ۱۲ کیلومتر عقب‌تر است؛ بنابراین پس از $\frac{12}{4}=3$ ساعت به دامنهٔ کوه می‌رسد. در این ۳ ساعت، گردشگر اول ۹=۳×۳ کیلومتر از دامنه بالا رفته است و چون از این پس سرعت هردوی آنها مثل هم است فاصلهٔ آنها ۹ کیلومتر باقی می‌ماند.



جدول موضوعی مطالب مجلهٔ رشد برهان راهنمایی، شمارهٔ ۶۴

جدول زیر در هر شمارهٔ مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شمارهٔ مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفادهٔ بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
زاویه‌ای که با تبر سه تا شد	معرفی وسیله‌ای برای تثلیث زاویه و اثبات کارایی آن	✓	۶، ۷،۹،۱۰
صفر صفرم ...	تحلیلی پیرامون تقسیم یک عدد بر صفر		۴،۸
چرخ گردون	کاشی‌کاری با شکل‌های هندسی منتظم و طرح و حل مسأله دربارهٔ آن	✓	۵،۶،۱۰
یکستان	شروع یک داستان دنباله‌دار تخیلی دربارهٔ اعداد		۱
مفهومی که قد کشید	بررسی راه حل تقسیم کسرها!		۴،۸
جعبه سازی با ماشین حساب	طرح مسألهٔ ساختن یک جعبه بدون در با بیشترین حجم با استفاده از یک برگه مقوای مربعی	✓	۲،۴،۵،۷،۹،۱۰
آمادگی برای به‌کارگیری Excel	معرفی یک پیش پروژه (تقریب زدن) و انجام آن در محیط "اکسل" و طرح یک تمرین مرتبط با آن برای آماده‌شدن برای استفاده از این برنامه در پروژه‌های دانش‌آموزی		۹،۱۰
پازل از نوعی دیگر	طرح یک پازل عددی و قوانین حل آن		۱، ۶،۱۰
پنج تا به خط	معرفی دو بازی دونفره به همراه طرح مسائلی پیرامون هریک		۷،۸،۱۰
کی راست می گه	طرح و حل یک مسألهٔ منطقی و تبیین مفهوم تناقض و طرح دو مسألهٔ منطقی دیگر		۷،۸،۱۰
شعبده....	طرح یک مسأله در قالب جذاب شعبده		۴، ۷، ۸، ۱۰
گفت و گو	گزارشی از بازی و گفت‌وگو با دانش‌آموزان پیرامون تخمین اندازه و تعداد	✓	۲،۳،۱۰
معرفی کتاب	معرفی یک کتاب دربارهٔ تخمین	✓	۳
پروندهٔ شخصی حل مساله	طرح و حل چند مسأله مرتبط به هم که راه حل هریک به حل مسألهٔ بعدی کمک می‌کند		۸، ۱۰
سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا	طرح و حل چند مسأله از مسابقهٔ ریاضی استرالیا ۲۰۱۲		۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش **۲.** اندازه گیری **۳.** تخمین و تقریب عددی **۴.** محاسبات عددی و عملیات ذهنی **۵.** الگویابی، پیش بینی و مدل سازی **۶.** استفاده از نمودارها و شهود هندسی **۷.** فرضیه سازی و نظریه پردازی **۸.** کشف و استدلال **۹.** استفاده از ابزار و تکنولوژی **۱۰** حل مسئله.