

۶۰



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی



دوره راهنمایی تحصیلی

فصل نامه آموزشی، تحصیلی و اطلاع رسانی



روی جلد: ۸۰=۱ (ر.ک. صفحه ۳۸)

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن آرا مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری،
زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. ویراستار: مرزئی حاجعلی فرد
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۰۱۶۱۶ - ۸۸۳۰۱۴۷۸ داخلی: ۳۷۴ نمایر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir پیام نگار: borhanr@roshdmag.ir
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۲۱۰۰۰ نسخه



فهرست

یادداشت سردبیر

● رقم شش ضلعی ها در زمستان / سپیده چمن آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه

● نشانی گنج: مختصات دکارتی / لیلا خسروشاهی / ۳ ● قاعده

قرینگی / حسن احمدی / ۹ ● نمایش عدد در مبنای اعداد توان دار
هم پایه / مجید منشوری / ۱۰ ● هر مثلثی متساوی الساقین است!

بهزاد اسلامی مسلم / ۱۲ ● توضیحی درباره مقاله «این را که از قبل

می دانستیم» / بهزاد اسلامی مسلم / ۱۴ ● مجموعه ها و نمودار ون

(بخش دوم) / سپیده چمن آرا / ۱۵ ● نگاهی به ماهی ها به شیوه

ریاضی دانان! / زهره پندی / ۱۸

ریاضیات و فناوری

● برنامه لوگو و رسم شکل های تکرار شونده / هما ملک / ۲۰

● آمادگی برای به کارگیری Excel (بخش اول) / زهره پندی

/ ۲۲ ● ماشین حساب با باقی مانده تقسیم چه می کند؟ / لیلا

خسروشاهی / ۲۵

ریاضیات و بازی

● سودکو / بهزاد اسلامی مسلم / ۲۸ ● بازی چهار ضلعی ها

/ علی مبین / ۳۲ ● پازل از نوعی دیگر: کاکورو / علی مبین /

۳۴

معرفی کتاب

● سرگرمی های ریاضی / جعفر ربانی / ۳۵

ریاضیات و کاربرد

● زاویه و پرورش طیور / سکینه بمانیان / ۳۶ ● $1 = 80!$ /

حسین نامی ساعی / ۳۸

ریاضیات و مسئله

● سؤال های مسابقه ریاضی استرالیا (AMC) / مترجم

سپیده چمن آرا / ۴۰ ● معما و سرگرمی / محمد عزیزی پور / ۴۲

● پاسخ پرسش های مسابقه استرالیا / ۴۳ ● پاسخ پازل از

نوعی دیگر / ۴۶ ● پاسخ معما و سرگرمی / ۴۷

از میان نامه ها

● نامه های رسیده و رسم های ابتکاری / ۴۷

● جدول موضوعی مجله / ۴۸

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

● مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعه تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری؛ ● تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. ● مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ● مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق پیام نگار مجله ارسال شوند. ● نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ● محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. ● مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ● کلمات حاوی مفاهیم نمایی (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ● مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. ● مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ● مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ● آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



رقص شش ضلعی‌ها در زمستان

دوستان نوجوان من،

بسیاری از شما در مناطقی از ایران زندگی می‌کنید که برف و یخ، ماه‌ها زمین را می‌پوشاند و بسیاری دیگر، شاید حتی یک بار هم چهره سفید و پوشیده از برف زمین را ندیده باشید. این هم یکی از واقعیت‌های جالب کشورمان ایران است: تنوع آب و هوایی و جغرافیایی.

بد نیست بدانید که ریاضیات جالبی در دانه‌های برف نهفته است: هر دانه برف، بلوری است به شکل شش ضلعی منتظم. می‌دانید شش ضلعی منتظم چیست؟ اصلاً آیا می‌دانید چندضلعی‌ها، چه هستند و چه وقت آنها را منتظم می‌نامیم؟

علاوه بر این، تقارن‌های جالبی در شکل‌های دانه‌های برف وجود دارد، هم تقارن مرکزی و هم تقارن محوری.

هم‌چنین تنوع شکل‌های آنها بسیار زیاد است. همه اینها حقایقی است درباره دانه‌های بسیار کوچک برف!

به اطراف خود که خوب نگاه کنید، در هر پدیده‌ای، نظم و زیبایی خاصی می‌بینید که یکی از شاخه‌های علم، مانند ریاضی یا فیزیک یا شیمی، به توصیف یا تبیین آن پرداخته است یا هنوز جنبه‌هایی از آن بر ما ناشناخته مانده است. این نظم و زیبایی‌ها است که چهره دنیا و معنای زندگی را برای ما تغییر می‌دهد و آن را برایمان دلنشین‌تر می‌سازد. شما نیز امتحان کنید: امروز که از خانه خارج می‌شوید، از این زاویه به دنیا بنگرید که در هر پدیده‌ای، به دنبال کشف جنبه‌های زیبا و الگوهای منظم در آن باشید؛ از شاخه‌های بدون برگ درختان در زمستان گرفته تا آب یخ زده در جوی‌های کوچ...

هیئت تحریریه رشد برهان راهنمایی نیز سعی دارد این نوع نگاه را در مخاطبان مجله تقویت کند و علاوه بر آن، توجه شما نوجوانان را به عده‌های بزرگی که در اطراف ما به وجود می‌آیند، جلب کند. در هر شماره از مجله، در بخش «ریاضی و کاربرد» مقاله‌ای می‌بینید که به بزرگی عده‌های تولید شده توسط مصرف‌کنندگان ایرانی اشاره می‌کند و تصویر روی جلد هر شماره نیز با آن مقاله مرتبط است.

... به دانه‌های برف بازگردیم: آیا هیچ‌گاه تلاش کرده‌اید با استفاده از کاغذ و قیچی، شکل‌هایی شبیه آنها بسازید؟ اگر تا کنون تجربه نکرده‌اید، می‌توانید همین حالا دست به کار شوید. تکه‌ای کاغذ مربع شکل را از مرکز چند بار تا بزنید و با قیچی، تکه‌هایی از آن را ببرید. زمانی که تای کاغذ را باز کنید، می‌بینید که شکل‌های جالبی درست شده است!

علاوه بر رسم‌های ابتکاری، کاردستی‌های ابتکاری خود با کاغذ و قیچی را نیز برای ما بفرستید تا در مجله به نام خودتان چاپ شود.

در خاتمه، دهه فجر و سالگرد پیروزی انقلاب اسلامی را به همه شما تبریک می‌گوییم.

موفق باشید

سردبیر

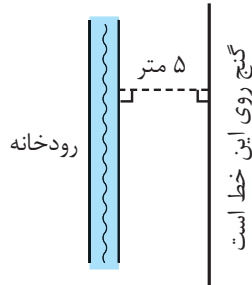


نشانی گنج

مختصات دکارتی

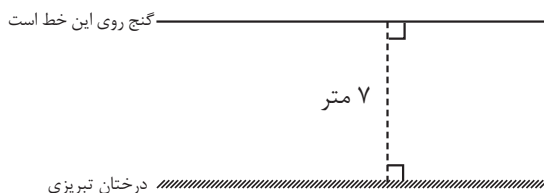
■ **کلیدواژه‌ها:** مختصات دکارتی، طول، عرض، محور

این‌ها فقط چند تا از نقاطی هستند که از رودخانه به فاصله ۵ مترند. در واقع آن‌ها باید روی خط موازی با امتداد رودخانه و به فاصله ۵ متر از آن دنبال گنج می‌گشتند. (چرا؟)

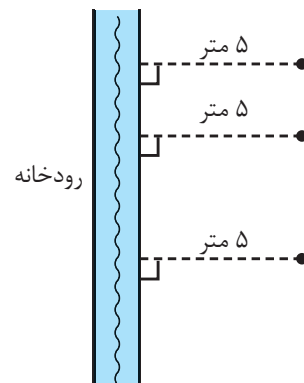


اما این خط، تا چشم کار می‌کرد ادامه داشت ... این راز هیچ‌وقت به گوش اهالی قبیله تابان نرسید.

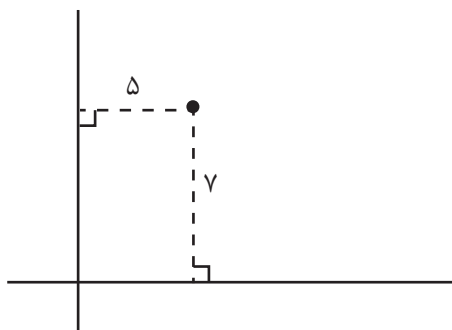
اما تابانی‌ها هم برای خود، راز یک گنج را نگه داشته بودند. آن‌ها هم از نیاکان خود شنیده بودند که گنجی به فاصله ۷ متر بالاتر از ردیف درختان تبریزی در این سرزمین پنهان شده است. اهالی تابان هم خیلی رازدار بودند. اما چه فایده؟ آنها هم دقیقاً نمی‌دانستند که در این سرزمین بزرگ، کجا را باید حفر کنند؟



سالیان پیش از این، دو قبیله به نام‌های درخشان و تابان در سرزمینی زندگی می‌کردند. این سرزمین از غرب به رودی پرآب و از جنوب به ردیفی انبوه از درختان تبریزی منتهی می‌شد که تا چشم کار می‌کرد، ادامه داشت. افراد دو قبیله از وقتی چشم باز کرده بودند، فهمیده بودند که رابطه خوبی با هم ندارند، اما نمی‌دانستند چرا. خیلی‌ها تلاش کردند این دشمنی بی‌دلیل را پایان بخشند، اما انگار وقتش نرسیده بود و اهالی دو قبیله راضی به دوستی نمی‌شدند. از دشمنی دو قبیله که بگذریم، باید بگوییم که هر قبیله برای خودش یک راز داشت؛ راز یک گنج! در قبیله درخشان همه از بزرگ‌ترهای خود شنیده بودند که گنجی در اعماق زمین به فاصله ۵ متر از شرق رودخانه نهان است. خیلی‌ها تلاش کردند گنج را پیدا کنند، اما موفق نشدند. در واقع آن‌ها فقط می‌دانستند گنج در ۵ متری شرق رودخانه است و نقاط زیادی بود که برای یافتن گنج باید حفر می‌کردند. این شکل را ببینید:

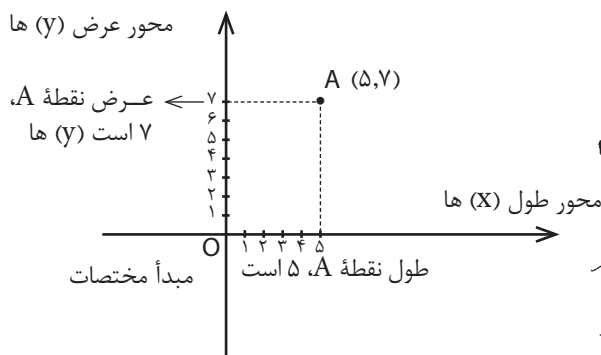


دیدیم که فاصله محل گنج تا رودخانه و فاصله آن تا امتداد درختان، چقدر به یافتن محل گنج کمک کرد. در واقع اگر فقط یکی از این اطلاعات را داشتیم، نمی توانستیم راجع به محل دقیق گنج حرف بزنیم، اما وقتی هردو را داشته باشیم، محل دقیق گنج پیدا می شود. شکل زیر یک نمایش ساده تر از محل گنج است:



خط عمودی مثل رودخانه است. آن را محور عرض ها یا محور Y ها می نامیم. خط افقی مثل امتداد درختان تبریزی است. به آن محور طول ها یا محور X ها می گوییم.

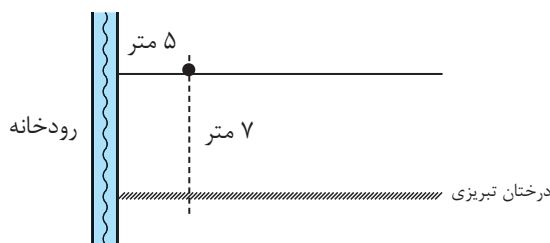
این سرزمین مثل صفحه ای است که دو محور عمود بر هم روی آن رسم شده است. این صفحه را صفحه مختصات می نامیم. به محورهای عمود بر هم دستگاه مختصات می گوییم. نقطه محل برخورد محورهای مختصات را مبدأ مختصات می نامیم و معمولاً آن را با حرف O نمایش می دهیم. محل گنج، مثل یک نقطه در صفحه مختصات است. آن را نقطه A نام گذاری کرده ایم. نقطه A از محور عرض ها 5 واحد و از محور طول ها 7 واحد فاصله دارد. به فاصله نقطه A تا محور عرض ها **طول نقطه A** می گوییم. هم چنین فاصله نقطه A تا محور طول ها را **عرض نقطه A** می نامیم. همان طور که در شکل زیر می بینید، اگر از نقطه A یک خط عمود بر محور طول ها رسم کنیم، این خط محور طول ها را در نقطه 5 که همان طول نقطه A است قطع می کند. هم چنین اگر از نقطه A یک خط عمود بر محور عرض ها رسم کنیم، این خط محور عرض ها را در نقطه 7 که همان عرض نقطه A است قطع می کند.



خطی موازی با امتداد درختان تبریزی و به فاصله 7 متر از آن، جایی بود که گنج زیر آن پنهان شده بود. (چرا؟) اما این خط هم تا چشم کار می کرد، ادامه داشت ...

یک روز پیرزنی دنیادیده وارد این سرزمین شد. چند روز مهمان درخشانی ها بود و چند روزی را هم با تابانی ها سپری کرد. وقت رفتن، بزرگ ترهای دو قبیله را کنار هم آورد و گفت: «گنج شما در اتحادتان نهفته است». آن روز، افراد قبیله معنای حرف پیرزن را نفهمیدند، اما این جمله سال ها ماند و بین افراد دو قبیله پخش شد، تا اینکه

نمی دانیم چه اتفاقی افتاد، اما انگار کم کم دشمنی تاریخی دو قبیله رنگ باخت و بالاخره یک روز اهالی دو قبیله دیدند که دارند اتحادشان را جشن می گیرند! آن روز، در خلال گفت و گوهای دوستانه، راز دو قبیله هم برملا شد! گنجی به فاصله 5 متر از رودخانه و گنجی به فاصله 7 متر از امتداد درختان تبریزی! بین جوان ترهای قبیله کم کم این حرف رد و بدل شد که «نکند این دو گنج یکی هستند! اگر این طور باشد ...» فکر می کنید آنها چه کار کردند؟ خیلی زود رفتند سراغ یک نقطه. چه نقطه ای؟ نقطه ای که از رودخانه 5 متر و از ردیف درختان تبریزی 7 متر فاصله داشت.



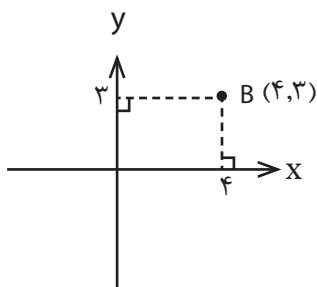
ساعت ها عرق ریختند و زمین را کندند ... بله! گنج همان جا بود. پیرزن راست گفته بود که «گنج شما در اتحادتان نهفته است.»



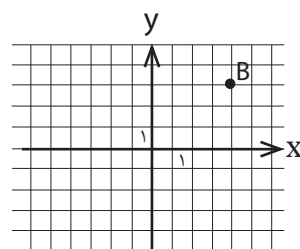
در این داستان دیدیم برای اینکه محل دقیق یک نقطه را در صفحه

مشخص کنیم، کافی است طول و عرض آن را بدانیم. نشانی نقطه A در صفحه مختصات را با $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ یا $A(5, 7)$ نمایش می‌دهیم و به آن، **مختصات دکارتی نقطه A** می‌گوییم. دکارت اولین کسی بود که این نوع مختصات را برای نقاط معرفی کرد. در واقع مختصات دکارتی هر نقطه در یک صفحه مختصات دکارتی، شامل طول و عرض آن نقطه در دستگاه مختصات دکارتی است.

بنابراین مختصات نقطه B به این صورت است: $B(4, 3)$

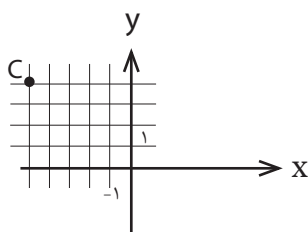


مثال ۱. مختصات دکارتی نقطه B را بنویسید.

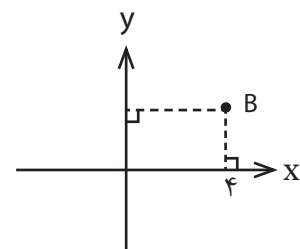


اگر از نقطه B بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۲ روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطه B برابر با ۲ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطه B تا محور عرض‌ها ۲ واحد فاصله دارد).

مثال ۲. مختصات نقطه C را بنویسید.



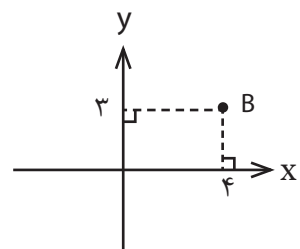
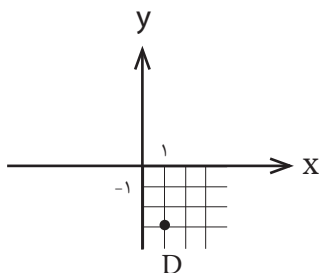
اگر از نقطه C بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۵- روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطه C برابر با ۵- است. در واقع نقاطی که سمت چپ محور عرض‌ها (غرب رودخانه!) قرار دارند، طولشان عددی منفی است. حال اگر از نقطه C بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۴ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطه C برابر با ۴ است.



حال اگر از نقطه B بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۳ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطه B برابر با ۳ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطه B تا محور طول‌ها ۳ واحد فاصله دارد).

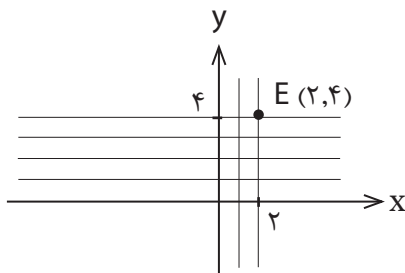
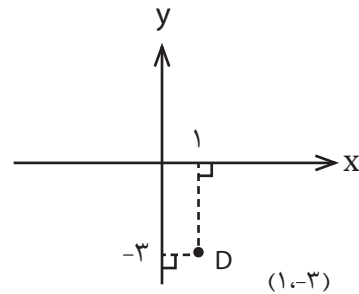
بنابراین مختصات نقطه C به شکل $C(-5, 4)$ است.

مثال ۳. مختصات نقطه D را پیدا کنید.



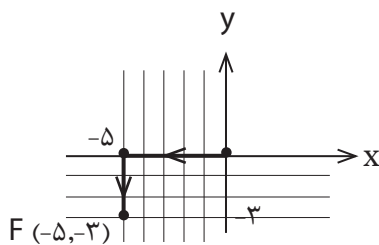
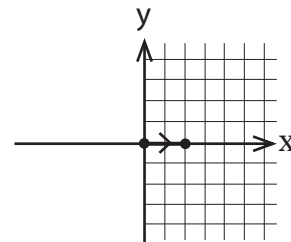


با عمود کردن خطی از نقطه D بر محور طول‌ها به عدد ۱ می‌رسیم، پس طول D برابر با ۱ است. خط عمودی که از D بر محور عرض‌ها رسم می‌شود، آن را در نقطه -3 قطع می‌کند. پس عرض D برابر با -3 است. نقاطی که زیر محور طول‌ها (سمت جنوب ردیف درختان تبریزی!) قرار دارند، عرضشان عددی منفی است. بنابراین مختصات D به صورت $(1, -3)$ است.



مثال ۴. جای نقطه $E(2, 4)$ را در صفحه مختصات مشخص کنید.

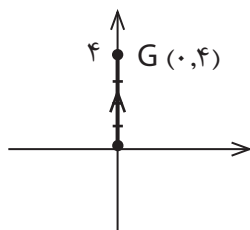
دنبال نقطه‌ای با طول ۲ و عرض ۴ می‌گردیم. وقتی می‌گوییم طول نقطه ۲ است، یعنی این نقطه از محور عرض‌ها ۲ واحد فاصله دارد. همچنین این نقطه از محور طول‌ها ۴ واحد فاصله دارد. برای پیدا کردن محل نقطه E کافی است از مبدأ مختصات شروع کنیم. روی محور طول‌ها ۲ واحد (چون طول نقطه ۲ است) به سمت راست (چون طول نقطه عددی مثبت است) می‌رویم. با این کار از محور عرض‌ها ۲ واحد فاصله گرفته‌ایم!



مثال ۵. جای نقطه $F(-5, -3)$ را در صفحه مختصات مشخص کنید. با شروع از مبدأ مختصات ۵ واحد به سمت چپ (چون طول نقطه منفی است) و سپس ۳ واحد به سمت پایین (چون عرض نقطه منفی است) حرکت می‌کنیم تا به نقطه F برسیم.

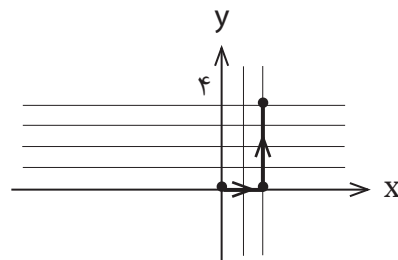
مثال ۶. جای نقطه $G(0, 4)$ را مشخص کنید.

از مبدأ مختصات شروع می‌کنیم. با توجه به اینکه طول نقطه ۰ است، روی محور طول‌ها حرکتی نمی‌کنیم. (چرا؟) کافی است ۴ واحد به سمت بالا برویم تا به نقطه G برسیم.



همان‌طور که می‌بینید، این نقطه روی محور عرض‌ها قرار دارد. در واقع تمام نقاطی که طولشان صفر است روی محور عرض‌ها قرار دارند. همچنین نقاطی که عرضشان صفر است، روی محور طول‌ها قرار دارند. (چرا؟)

حالا برای اینکه از محور طول‌ها ۴ واحد فاصله بگیریم، کافی است ۴ واحد (چون عرض نقطه ۴ است) به سمت بالا (چون عرض نقطه عددی مثبت است) برویم.

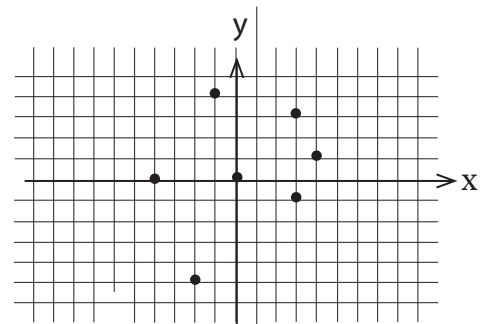
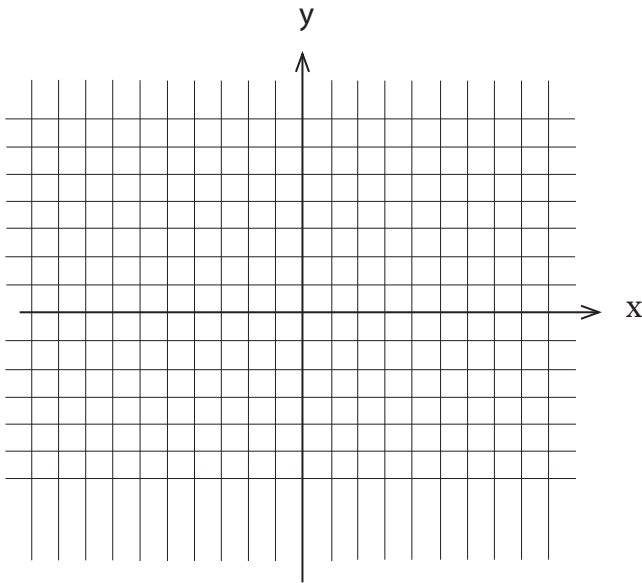


همان‌طور که می‌بینید، نقطه‌ای که به آن رسیدیم، طولش ۲ و عرضش ۴ است، یعنی همان نقطه $E(2, 4)$.



سؤال ۱. در زیر مختصات تعدادی نقطه داده شده است. این نقاط در صفحه مختصات نیز مشخص شده‌اند، اما نام آنها معلوم نیست. با توجه به مختصات نقاط، نام آن‌ها را کنارشان بنویسید.

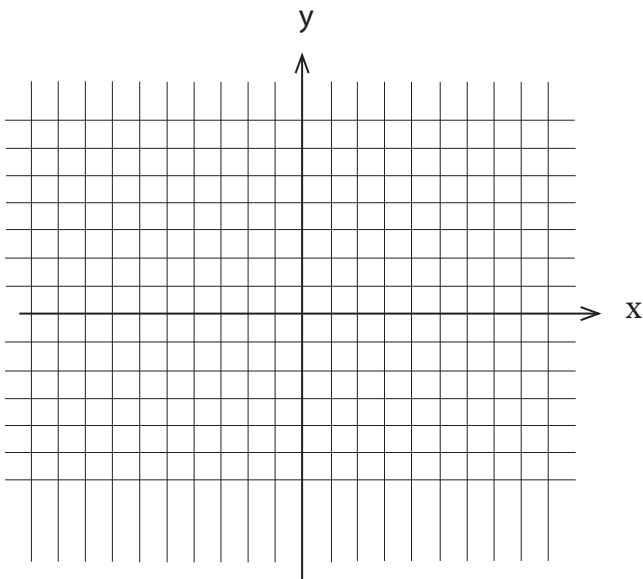
$A(۴,۱)$	$B(-۱,۴)$
$C(۳,-۱)$	$E(۰,-۴)$
$F(۵,۰)$	$G(۰,۰)$
$H(-۲,-۵)$	$I(۳,۳)$



سؤال ۴. نقاط زیر را در صفحه مختصات نمایش دهید. سپس آنها را با ترکیبی که مشخص شده، به هم وصل کنید. به چه شکلی می‌رسید؟

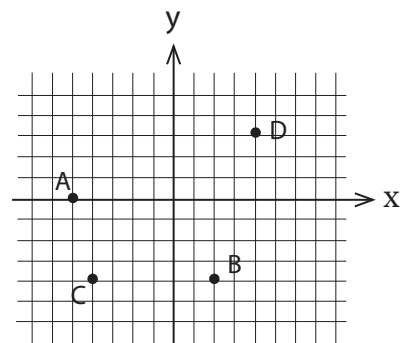
$A(-۱, ۲)$	$B(۲,۴)$
$C(۴,-۱)$	$D(-۱,-۱)$

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$



سؤال ۲. مختصات نقاط نشان داده شده را بنویسید.

$B(,)$	$A(,)$
$D(,)$	$C(,)$



سؤال ۳. نقاط زیر را در صفحه مختصات نمایش دهید.

$M(۲,-۳)$	$H(۳,۷)$
$N(۰,۴)$	$J(۰,۰)$
$L(-۵,۵)$	$G(۰,-۶)$
$K(-۸,-۱)$	$P(۰,۳/۵)$

سؤال ۵. در زیر الگوی رسم یک ببر و یک موش به شما داده شده است. برای رسم این شکل‌ها کافی است نقاط جدول را روی صفحه قرار دهید و به هم وصل کنید. ترتیب وصل کردن نقاط از راست به چپ است.

«پایان خط» به این معناست که خط قبلی به پایان رسیده و لازم نیست نقطه قبل و بعد آن را به هم وصل کنید و باید با نقطه بعدی خط جدیدی را شروع کنید. یکی از الگوها را انتخاب کنید و دست به کار شوید!

$\begin{bmatrix} 0 \\ -12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -13 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -1 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -8 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -22 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} 2 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 \\ -22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \\ -24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 16 \\ -25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 \\ -24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 \\ -23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 17 \\ -22 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 15 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ -21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \\ -20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ -19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 \\ 16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 14 \\ 18 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 14 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 13 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 11 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ 16 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -9 \\ 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13 \\ 14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -14 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -12 \\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -8 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -7 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 \\ -13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -13 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -14 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ -8 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -18 \\ 10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -19 \\ 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -19 \\ 13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -15 \\ 13 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} -3 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 \\ 19 \end{bmatrix}$
پایان خط	$\begin{bmatrix} 0 \\ 19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 19 \end{bmatrix}$	پایان خط	$\begin{bmatrix} 5 \\ 22 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 \\ 24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9 \\ 25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 \\ 22/5 \end{bmatrix}$	پایان خط





قاعده قرینگی

کلیدواژه‌ها: یادگیری ریاضی، رشد ذهنی، شمردن، جمع و تفریق، قاعده قرینگی

ولی در مورد پرسش‌های سوم و چهارم، کودک نه‌ساله با سرعت خواهد گفت: «پاسخ می‌شود ۵». حتی اگر از او بپرسید: $۲۵۹ - ۶۷ + ۶۷$ چند می‌شود؟ او به سرعت پاسخ می‌دهد: ۶۷.

پژوهشگران به این ویژگی می‌گویند «قاعده قرینگی» و با آزمایش‌های بالا به این نتیجه رسیده‌اند که ذهن کودک شش‌ساله هنوز آن قدر رشد نکرده است که این قاعده را درک کند، ولی به مرور زمان آن را می‌فهمد، در روابط بین اعداد می‌یابد و در محاسبات از آن استفاده می‌کند.

استفاده از این قاعده دو فایده مهم دارد: اول اینکه سرعت محاسبات بالا می‌رود و دوم اینکه با حذف یک سری عملیات (جمع کردن و تفریق کردن مجدد) دقت محاسبات افزایش می‌یابد.

بعدها از همین قاعده در محاسبات پیچیده‌تر استفاده می‌کنیم و به این کار می‌گوییم «ساده کردن». آیا می‌توانید قاعده قرینگی را در موارد زیر تشخیص دهید و با استفاده از ساده کردن، سرعت و دقت محاسبات خود را بالا ببرید:

$$۲۵ + ۱۲ + ۱۷ - ۱۲ - ۲ =$$

$$۱۳ + ۲۷ - ۱۳ + ۲ =$$

$$۱۷ + ۲۵۶ - ۱۷ =$$

$$۴۷ - ۱۲۵ + ۱۲۵ =$$

نمی‌دانم برادر یا خواهر کوچک‌تر دارید یا نه؟ ولی به هر حال اگر به یک کودک حدوداً شش‌ساله دسترسی دارید، می‌توانید مطلب زیر را آزمایش کنید:

پژوهشگرانی که روی نحوه یادگیری ریاضی و مراحل آن کار می‌کنند به این نکته جالب رسیده‌اند که کودکان در سنین مختلف قابلیت‌هایی به دست می‌آورند که می‌توانند مطالب گوناگون را بیاموزند و دانسته‌های قبلی خود را ارتقا دهند. برای مثال اگر شما از یک کودک شش‌ساله که با جمع و تفریق آشناست بپرسید: « $۵ + ۲$ چند می‌شود؟» او با شمردن و جمع کردن پاسخ خواهد داد: ۷. حال اگر از او بپرسید: « $۷ + ۵$ چند می‌شود؟» او دوباره با شمردن و جمع کردن ممکن است به پاسخ ۱۲ برسد، ولی این بار زمان بیشتری برای رسیدن به پاسخ نیاز دارد.

حال اگر از همان کودک بپرسید: « $۵ + ۲ - ۲$ چند می‌شود؟» او ابتدا $۵ + ۲$ به دست می‌آورد و بعد ۲ را از آن کم می‌کند و در مورد محاسبه $۵ + ۷ - ۷$ نیز، در ابتدا $۵ + ۷$ را به دست می‌آورد و بعد ۷ را از آن کم می‌کند. وقتی اعداد بزرگ‌تر شوند این کار زمان بیشتری خواهد گرفت. حال ببینیم یک کودک نه‌ساله چگونه پاسخ می‌دهد. در مورد پرسش‌های اول و دوم، او نیز مانند کودک شش‌ساله با جمع کردن به پاسخ خواهد رسید،



$$۱۳ + ۲۷ - ۸ + ۴۵ - ۱۶ - ۲ + ۸ - ۱۳ - ۲۷ - ۹ + ۲ - ۳ +$$





نمایش عدد در مبنای اعداد توان دار هم پایه

■ **کلیدواژه‌ها:** عددنویسی، مبنای اعداد، اعداد توان دار، تبدیل مبنای

در زندگی روزمره شمارش، عدد و عددنویسی نقش بسیار مهمی دارد. وقتی به یک مرکز خرید می‌رویم نیاز به شمارش را به خوبی می‌بینیم. به بسته‌بندی بعضی از کالاها توجه کنید: بسته‌های ۴ تایی نان، بسته‌های ۹ تایی تخم‌مرغ، بسته‌های ۶ تایی آب...

در تمام موارد بالا صحبت از یک بسته می‌کنیم، اما تفاوت بین این یک‌ها در چیست؟ و آیا این یک‌ها با هم برابرند؟ این شاید ساده‌ترین مثال برای نشان دادن تفاوت در شمارش اشیاء باشد و اهمیت اینکه دسته‌ها (بسته‌ها) چندتایی است. برای یادآوری به درس شمارش و مبنا که در کتاب ریاضی دوم راهنمایی آمده است مراجعه کنید، هر چند که زیربنای این بحث در کتاب ریاضی اول دبستان دیده می‌شود.

درباره‌ی شمارش و تبدیل اعداد به مبناهای مختلف همیشه به این موضوع توجه کنید که یک عدد از دو قسمت تشکیل می‌شود: ارقام و مرتبه‌ی ارقام. برای مثال وقتی می‌گوییم $(۱۲)_۲$ صحبت از یک عدد دو رقمی در مبنای سه می‌کنیم که ارقام آن ۲ و ۱ و به ترتیب دارای مرتبه‌ی یک و سه هستند.

البته خواندن آن به شکل "دوازده در مبنای سه" کاملاً نادرست است و شکل درست خواندن آن "یک، دو در مبنای سه" است. به عبارت دیگر برای تبدیل آن در مبنای سه به مبنای ده به شکل زیر عمل می‌کنیم:

$$(۱۲)_۲ = ۱ \times ۳^۱ + ۲ \times ۳^۰ = ۳ + ۲ = ۵ \quad (۳^۰ = ۱)$$

حال اگر بخواهیم همین عدد $(۱۲)_۲$ را به مبنای چهار ببریم، چاره‌ای نداریم جز اینکه ابتدا عدد را از مبنای سه به مبنای ده و سپس از مبنای

ده به مبنای چهار ببریم.

$$(۱۱)_۴ = ۱ \times ۴^۱ + ۱ \times ۴^۰ = ۵ = ۱ \times ۳^۱ + ۲ \times ۳^۰ = (۱۲)_۳$$

به مثال زیر در تبدیل اعداد از مبنای چهار به مبنای دو توجه کنید:

$$(۳۱)_۴ = ۳ \times ۴^۱ + ۱ \times ۴^۰ = ۱۳ = ۱ \times ۲^۳ + ۱ \times ۲^۲ + ۰ \times ۲^۱ + ۱ \times ۲^۰ = (۱۱۰۱)_۲$$

$$(۲۱۳)_۴ = ۲ \times ۴^۲ + ۱ \times ۴^۱ + ۳ \times ۴^۰ = ۳۹$$

$$= ۱ \times ۲^۵ + ۰ \times ۲^۴ + ۰ \times ۲^۳ + ۱ \times ۲^۲ + ۱ \times ۲^۱ + ۱ \times ۲^۰$$

$$= (۱۰۰۱۱۱)_۲$$

به طور خلاصه

$$(۲۱۳)_۴ = (۱۰۰۱۱۱)_۲ \quad \text{و} \quad (۳۱)_۴ = (۱۱۰۱)_۲$$

در هر مورد به اعداد توجه کنید. آیا رابطه‌ای بین تعداد ارقام وجود دارد؟

آیا می‌توان بدون تبدیل عدد از مبنای چهار به مبنای ده، به یکباره آن را در مبنای دو نوشت؟ همان‌طور که می‌دانید، در مبنای چهار، بزرگ‌ترین رقمی که می‌توان نوشت ۳ است و ۳ در مبنای دو به صورت $(۱۱)_۲$ نوشته می‌شود.

به دیگر سخن، هر عدد یک رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد دو رقمی در مبنای دو است و هر عدد دو رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد چهار رقمی در مبنای دو است و به طور کلی هر عدد n رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد $۲n$ رقمی در مبنای دو است (n عددی است طبیعی و بزرگ‌تر از ۲).

پس کافی است برای تبدیل عدد از مبنای چهار به مبنای دو، تک‌تک ارقام عدد در مبنای چهار را در مبنای دو محاسبه و در کل، آنها را کنار هم بنویسیم.

اکنون ممکن است این سؤال برای شما مطرح شده باشد که چگونه

عددی در مبنای دو را در مبنای چهار نمایش دهیم؟

به یکی از مثال‌های بالا توجه می‌کنیم:

$$(1101)_2 = (31)_4$$

به وضوح دیده می‌شود $(11)_2 = (3)_4$ و $(1)_2 = (1)_4$ ؛ یعنی ابتدا ارقام

عدد در مبنای دو را از سمت راست و دو رقم دو رقم جدا می‌کنیم و

معادل هریک را در مبنای چهار به دست می‌آوریم و در آخر آنها را پشت

سر هم می‌نویسیم.

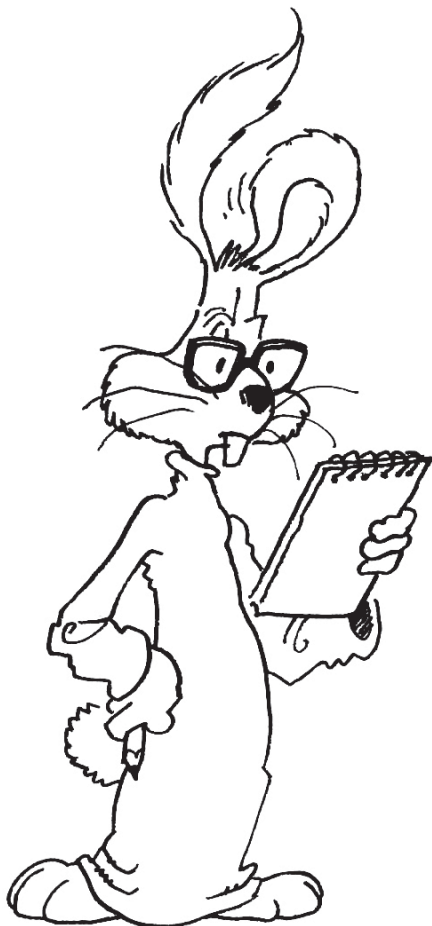
$$\left. \begin{array}{l} (100111)_2 \\ (10)_2 = (2)_4 \\ (01)_2 = (1)_4 \\ (11)_2 = (3)_4 \end{array} \right\} \rightarrow (100111)_2 = (213)_4$$

ما در ارتباط بین نمایش اعداد در مبنای توان‌های دو با شما صحبت

کردیم. اینک نوبت شماست تا در مورد ارتباط بین نمایش اعداد در

مبنای توان‌های سه و روش تبدیل نمایش آن توضیح دهید.

حتی می‌توانید این بحث را در مورد توان‌های دیگر نیز تمرین کنید.



$$\left. \begin{array}{l} (31)_4 \\ (3)_4 = (11)_2 \\ (1)_4 = (01)_2 \end{array} \right\} \rightarrow (31)_4 = (1101)_2$$

$$\left. \begin{array}{l} (213)_4 \\ (2)_4 = (10)_2 \\ (1)_4 = (01)_2 \\ (3)_4 = (11)_2 \end{array} \right\} \rightarrow (213)_4 = (100111)_2$$

با توضیحاتی که داده شد، آیا می‌توانید بگویید برای تبدیل عدد از

مبنای هشت به مبنای دو چگونه عمل می‌کنیم؟

فکر شما کاملاً درست است. ابتدا باید ببینیم بزرگ‌ترین رقمی که

می‌توان در مبنای هشت نوشت، یعنی عدد ۷، در مبنای دو به صورت

یک عدد چند رقمی می‌شود:

$$(7)_8 = (111)_2$$

با توجه به این موضوع و روش تبدیل نمایش عدد از مبنای چهار به

مبنای دو، روش تبدیل نمایش عدد از مبنای هشت به مبنای دو نیز به

دست می‌آید.

$$\left. \begin{array}{l} (12)_8 \\ (1)_8 = (001)_2 \\ (2)_8 = (010)_2 \end{array} \right\} \rightarrow (12)_8 = (001010)_2$$

می‌دانیم که در عدد $(001010)_2$ می‌توان صفرهای رقم پنجم و ششم

را ننوشت، همان‌طور که در عددنویسی دهدهی این کار معمول است. اما

آیا در قسمت اول محاسبات می‌توان $(1)_8 = (001)_2$ را به صورت $(1)_2$ یا

$(10)_8 = (2)_8$ را به شکل $(10)_2$ نوشت؟

پاسخ به این سؤال را به عهده‌ی شما می‌گذارم. بهتر است یک‌بار

محاسبه کنید تا به جواب درست برسید.

می‌دانیم $4=2^2$ و $8=2^3$ و $16=2^4$ و...

پس می‌توانیم نمایش عدد از مبنای شانزده یا هشت یا چهار را در

مبنای دو بنویسیم بدون اینکه لازم باشد نمایش عدد را در مبنای ده

بنویسیم.

آیا با این روش می‌توان نمایش یک عدد از مبنای شانزده را در مبنای

هشت نوشت؟

جواب شما کاملاً درست است. ۱۶ توانی از ۸ نیست.

۱۶ برابر است با 4^2 یا 2^4 بنابراین با این روش می‌توان نمایش عدد

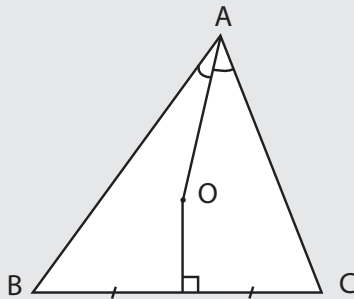
در مبنای ۱۶ را در مبنای ۴ یا مبنای ۲ نوشت.



هر مثلثی متساوی الساقین است!

کلیدواژه‌ها: متساوی الساقین، مثلث، قائم الزاویه، عمود منصف

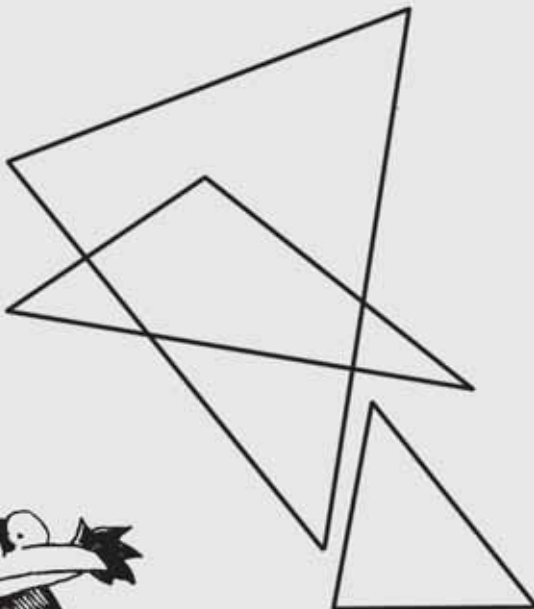
ضلع BC را رسم می‌کنیم. نیمساز و عمود منصف، در نقطه O به هم می‌رسند.



مطمئنم که شما تا حالا فکر می‌کردید مثلث‌هایی وجود دارند که متساوی الساقین نیستند، مثلاً مثلثی وجود دارد که طول ضلع‌هایش ۳، ۴ و ۵ است. خوب، متأسفم! اشتباه می‌کردید، مثل خود من! اخیراً اثباتی خواندم و فهمیدم که هر مثلثی متساوی الساقین است، یعنی دو ضلع برابر دارد. باور نمی‌کنید؟ حُب اثبات را بخوانید.

اثبات این که هر مثلثی متساوی الساقین است:

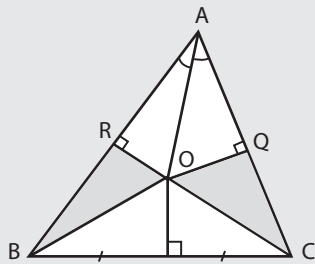
مانند شکل مقابل، نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم. بعد، عمود منصف



مساوی‌اند، زیرا

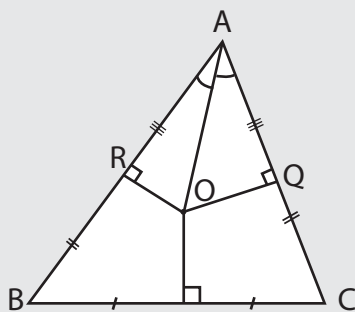
$$OQ=OR \text{ (بنا بر حکم ۱)}$$

$$OB=OC \text{ (زیرا O روی عمود منصف BC است.)}$$



پس $\triangle OBR = \triangle OCQ$. حالا به دلیل تساوی اجزای متناظر، نتیجه می‌گیریم $QC=RB$.
اثبات حکم ۲ نیز به پایان رسید.

دوباره به حکم‌های ۱ و ۲ توجه کنید. بنابر حکم ۱، $AQ=AR$ ، و بنابر حکم ۲، $QC=RB$. به شکل زیر توجه کنید:



نتیجه می‌گیریم $AB=AC$. یعنی مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

نظر شما چیست؟ آیا اشتباهی در اثبات می‌بینید؟ یا نکند اثبات درست است و باید کتاب‌های ریاضی را از نو نوشت؟! نظراتان را به مجلهٔ برهان بفرستید.

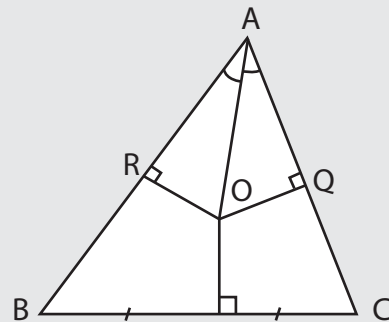
دانش‌آموز عزیز،

همان‌طور که متوجه شده‌اید، مطالب آقای اسلامی در خصوص استدلال‌هایی در ریاضی است که ظاهراً درست هستند، ولی اشکال‌های منطقی دارند که باید با دقت زیاد آنها را پیدا کرد. کسانی که بتوانند اشکال منطقی این اثبات را پیدا کنند، از مجلهٔ برهان راهنمایی جایزه دریافت می‌کنند.

منبع

Maxwell, E. A. *Fallacies in Mathematics*, Cambridge, 1963

حالا مانند شکل زیر، از نقطهٔ O ، به ضلع‌های AB و AC عمود می‌کنیم تا نقاط R و Q به دست آیند.



ابتدا دو حکم ثابت می‌کنیم و بعد از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

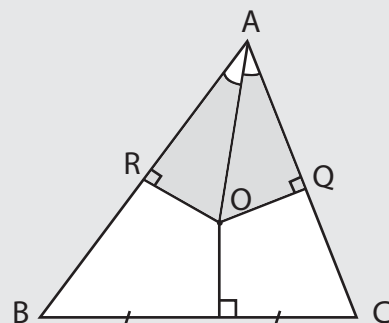
حکم ۱. $OQ=OR$ و $AQ=AR$

اثبات. دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\triangle OAR$ و $\triangle OAQ$ به حالت تساوی وتر و

یک زاویهٔ حاده مساوی‌اند، زیرا

$$OA=OA$$

$$\angle OAR = \angle OAQ \text{ (چون AO نیمساز A است.)}$$



پس $\triangle OAR = \triangle OAQ$. حالا به دلیل تساوی اجزای متناظر، نتیجه

می‌گیریم

$$OQ=OR \text{ و } AQ=AR$$

حکم ۲. $QC=RB$

اثبات. دو پاره‌خط OB و OC را رسم می‌کنیم. دو مثلث

قائم‌الزاویهٔ $\triangle OBR$ و $\triangle OCQ$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع

توضیحی دربارهٔ مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!»

■ **کلیدواژه‌ها:** تساوی مثلث، مثلث قائم‌الزاویه، استدلال دوری، خطوط موازی و مورب

الف: چرا مجموع زوایای داخلی مثلث برابر ۱۸۰ درجه است؟

ب: این امر را با استفاده از قضیهٔ خطوط موازی و خط مورب، ثابت کردیم.

الف: از کجا می‌دانید که قضیهٔ خطوط موازی و مورب درست است؟

ب: این امر را با استفاده از تساوی مثلث‌های قائم‌الزاویه به حالت تساوی وتر و زاویهٔ تند می‌توانیم ثابت کنیم.

مکالمهٔ بالا، چیزی است که در پس مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» قرار داشت، و همان الگوی استدلالی را دارد که در بالای صفحه خواندید، یعنی استدلالی که در مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» آمد، دوری است و مشکل دارد!

در استدلال‌های ریاضی، حواستان را جمع کنید که از کجا شروع می‌کنید، و از چه فرض‌هایی در استدلال‌تان استفاده می‌کنید، تا گرفتار استدلال‌های دوری نشوید.

به گفت و گوی زیر بین دو نفر با نام‌های **الف** و **ب** توجه کنید:

الف: الآن روز است یا شب؟

ب: روز است.

الف: چرا روز است؟

ب: چون هوا روشن است.

الف: چرا هوا روشن است؟

ب: چون الآن روز است.

روشی که **ب** برای پاسخ دادن به

پرسش‌های **الف** در پیش گرفته است، ایرادی

دارد: او می‌خواست دلیل بیاورد که الآن روز است، اما بعد از چند جمله، از این که الآن روز است در استدلالش استفاده کرد! یعنی چیزی را که می‌خواست ثابت کند، مفروض و پذیرفته‌شده در نظر گرفت.

این نوع استدلال را «استدلال دوری» می‌نامند، زیرا در آن، استدلال از جمله‌ای خاص شروع می‌شود و پس از چند گام، به آن باز می‌گردد. استدلال دوری روش نادرستی در استدلال است. در مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» که در شمارهٔ گذشتهٔ مجله چاپ شد، نمونه‌ای از استدلال دوری وجود دارد که کم مانده بود ما را به اشتباه بیندازد. به این مکالمه توجه کنید:

الف: چرا تساوی مثلث‌های قائم‌الزاویه به حالت تساوی وتر و زاویهٔ تند برقرار است؟

ب: این امر را با استفاده از این که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر ۱۸۰ درجه است، می‌توانیم ثابت کنیم.





مجموعه‌ها و نمودار ون

بخش دوم

■ **کلیدواژه‌ها:** مجموعه، نمودار ون، عضویت، شمارش حالت‌های مختلف

ردیف	عضویت در A	عضویت در B	عضویت در C	عضویت در D
۱	هست	هست	هست	هست
۲	هست	هست	هست	نیست
۳	هست	هست	نیست	هست
۴	هست	هست	نیست	نیست
۵	هست	نیست	هست	هست
۶	هست	نیست	هست	نیست
۷	هست	نیست	نیست	هست
۸	هست	نیست	نیست	نیست
۹	نیست	هست	هست	هست
۱۰	نیست	هست	هست	نیست
۱۱	نیست	هست	نیست	هست
۱۲	نیست	هست	نیست	نیست
۱۳	نیست	نیست	هست	هست
۱۴	نیست	نیست	هست	نیست
۱۵	نیست	نیست	نیست	هست
۱۶	نیست	نیست	نیست	نیست

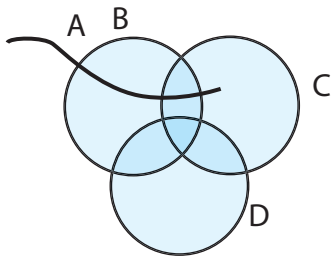
اشاره

در شماره گذشته (در بخش نخست)، به معرفی مجموعه پرداختیم. با نمودار ون به عنوان یک روش برای مشاهده ارتباط بین مجموعه‌های مختلف آشنا شدیم و دیدیم که برای نمایش یک مجموعه، دو مجموعه، و سه مجموعه، بهترین تصویر برای نمایش تمام حالت‌های ممکن در این مجموعه‌ها کدام است. اینک به بررسی نمودار ون برای چهار مجموعه دلخواه A ، B ، C و D می‌پردازیم.

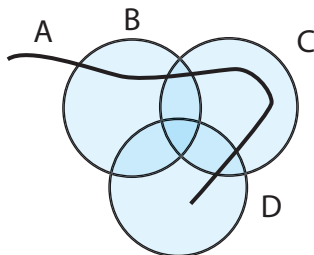
نخست باید ببینیم که چند حالت مختلف برای عضویت یک شیء دلخواه در این مجموعه‌ها وجود دارد و بر اساس آن، ببینیم که صفحه باید با نمودار آنها به چند ناحیه مختلف تقسیم شود (در واقع، هر ناحیه نشان‌دهنده موقعیت عضوهای یکی از حالت‌هاست).

طبق روال قبل، از جدول برای نشان دادن تمام حالت‌های ممکن استفاده می‌کنیم. توجه کنید که تعداد حالت‌های ممکن، طبق اصل ضرب، برابر $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ حالت است، زیرا هر شیء دلخواه، نسبت به هر مجموعه دو حالت دارد: یا عضو آن هست، یا عضو آن نیست. و چون عضو بودن یا نبودن در یک مجموعه، مستقل از عضویت در دیگر مجموعه‌هاست، باید از اصل ضرب استفاده کنیم. جدول زیر، همه این ۱۶ حالت را نشان می‌دهد.

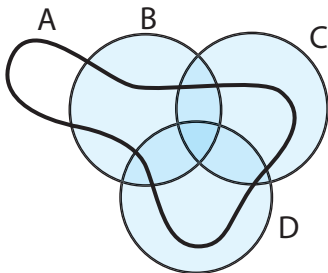
به جدول فوق، خوب نگاه کنید. ستون‌های مربوط به مجموعه‌های A ، B و C در قسمت آبی (که مربوط به حالت‌های ۱ تا ۸ است) دقیقاً در قسمت سفید (مربوط به حالت‌های ۹ تا ۱۶) به همان ترتیب تکرار می‌شوند، که در واقع همان جدول در شماره قبلی این مقاله، یعنی جدول مربوط به حالت‌های ممکن عضویت در سه مجموعه دلخواه است. پس ابتدا نمودار سه مجموعه A ، B و C را مطابق حالت کلی که در شماره قبلی این مقاله کشیدیم، می‌کشیم:



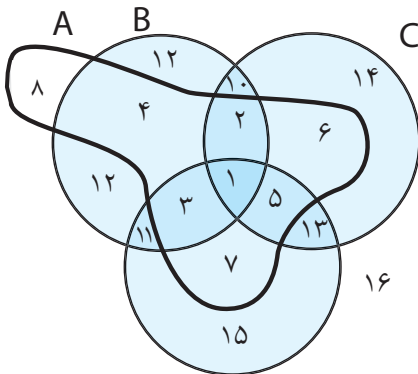
حال داخل C شده‌ایم. منحنی را ادامه می‌دهیم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم و باید داخل ناحیه مشترک D و C بشویم و از این ناحیه نیز خارج شویم و وارد D شویم.



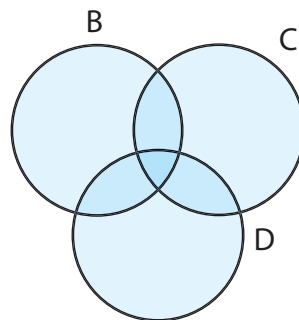
باز باید از D خارج و وارد ناحیه مشترک B و D شده و از آن خارج شویم و دوباره به سر منحنی برسیم:



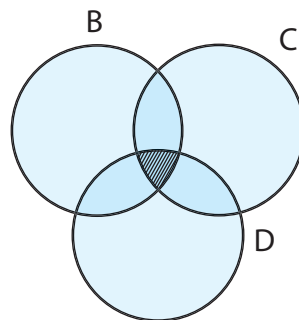
حالا ناحیه‌های ایجادشده را بشمارید و البته شماره‌های آن‌ها را با شماره حالت‌های جدول صفحه قبل، تطابق می‌دهیم:
دقت کنید: ناحیه ۱۲ دو قسمت شده است!



خوب! مثل اینکه شکل کامل شد! اما نه؛ ناحیه ۹ را نداریم! یعنی حالتی که عضوهای ما در B، C، D باشند، ولی در A نباشند، زیرا در

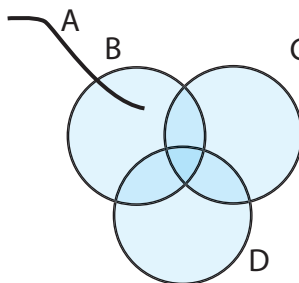


حال با توجه به جدول فوق، هر ناحیه ایجادشده در این نمودار باید به دو قسمت تقسیم شود که یکی درون منحنی مربوط به مجموعه A (یعنی «بودن در A» یا در واقع حالت‌های ۱ تا ۸) و دیگری خارج از این منحنی باشد (یعنی «نبودن در A» یا حالت‌های ۹ تا ۱۶). به ویژه ناحیه مربوط به اعضای مشترک هر سه مجموعه (یعنی قسمت رنگی در شکل)، که متناظر با حالت‌های ۱ یا ۹ خواهد شد.



اگر کمی تلاش کنید، خواهید دید که چقدر ترسیم این منحنی سخت است! بیایید با هم نیز تلاش کنیم.

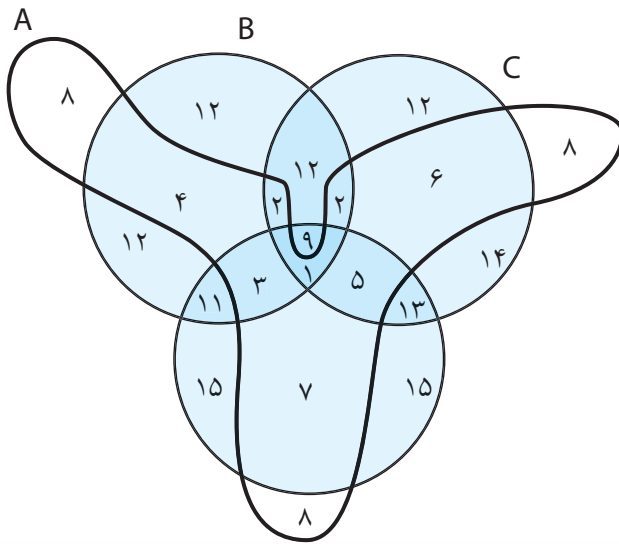
نخست منحنی مربوط به A را از بیرون از سه مجموعه B، C، D، یعنی ناحیه‌ای که عضو هیچ‌یک از سه مجموعه B، C، D نیست، وارد مجموعه B می‌کنیم. بدین ترتیب عضوهایی که فقط در B هستند به دو قسمت تقسیم می‌شوند (دو ناحیه حالت‌های ۴ و ۱۲).



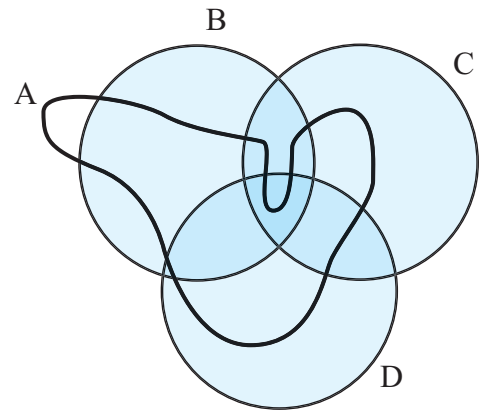
حال باید منحنی را ادامه دهیم. به طرف ناحیه مشترک بین B، C، می‌رویم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم:

خوب، خسته نباشید! کار سختی بود، ولی غیرممکن نبود. از همه جالب‌تر اینکه منحنی A نمی‌توانست دایره شکل یا در کل، محدب باشد و بایستی با حرکت‌های مارپیچی و مقعر، وارد ناحیه‌های مختلف می‌شد! حال فکر می‌کنید بتوانید برای $2^5=32$ حالت ممکن برای پنج مجموعه دلخواه، نمودار بکشید؟

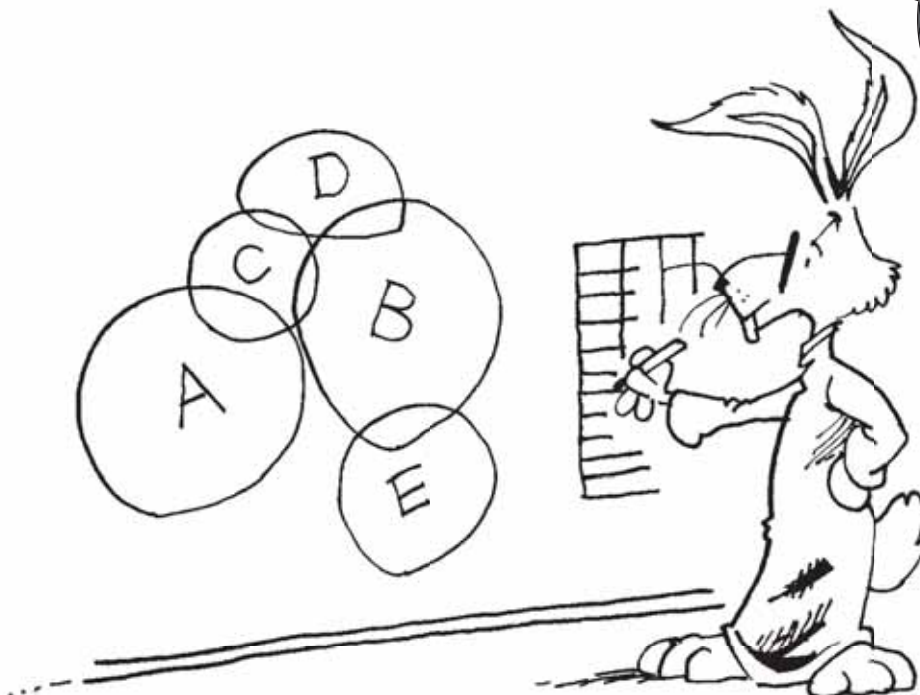
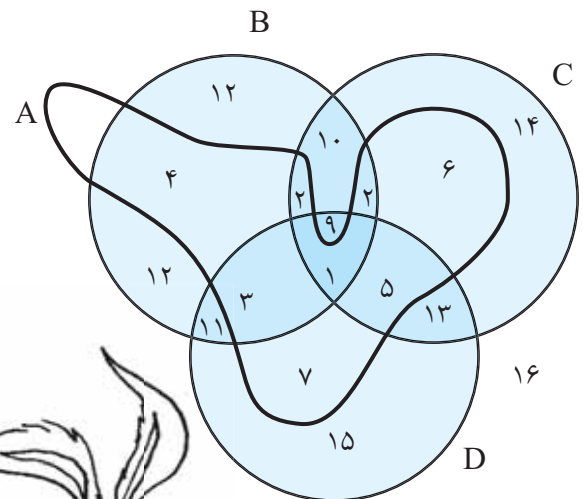
راستی، قبل از اینکه با یکدیگر شکل‌هایی را به دست آوریم، من خودم تلاش کردم شکل را بکشم و شکل زیر به دست آمد که در آن، ناحیه‌های مربوط به حالت‌های ۸ و ۱۴ و ۱۵ نیز دو تکه شده است. شکلی که با هم پیدا کردیم، بهتر است!



حرکت برای ترسیم این منحنی، یادمان رفت وارد ناحیهٔ شکلی وسط شکل بشویم و از آن خارج شویم. پس باید شکل را ترمیم کنیم. برای این کار از یکی از قسمت‌هایی که مربوط به ناحیه‌های مشترک دو تا از مجموعه‌هاست (مثل قسمت مشترک B و C)، وارد این قسمت می‌شویم:



حالا دوباره شماره‌گذاری را اصلاح می‌کنیم. توجه کنید که حالت ۱۲ و حالت ۲، از دو جزء تشکیل شده‌اند.





نگاهی به ماهی‌ها به شیوه ریاضی دانان

■ **کلیدواژه‌ها:** احتمال، تخمین، حل مسئله، کاربرد ریاضی، کسر، نسبت

حل مسئله

به مسئله‌ی اصلی بازگردیم!

ابتدا تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شده به کل ماهی‌ها در روز دوم را به دست آورید.

این نسبت را تخمینی از نسبت کل ماهی‌های علامت‌گذاری شده به کل ماهی‌ها در نظر بگیرید و تعداد کل ماهی‌ها را تخمین بزنید (اگر به پاسخ ۱۲۷۵ رسیده‌اید، یعنی درست عمل کرده‌اید).

مسئله‌های مشابه

۱. در جریان یک پروژه تحقیقاتی، تعدادی تله در یک مزرعه گذاشته شد. در روز اول ۵۰ موش در این تله‌ها گرفتار شدند. تیم تحقیقات این موش‌ها را با ماژیک علامت‌گذاری و دوباره در مزرعه رها کردند. روز بعد، ۱۷۰ موش در تله‌ها گرفتار شدند که از میان آنها تنها ۲۰ موش علامت‌گذاری شده بودند. تعداد کل موش‌های این مزرعه را تخمین بزنید.

۲. محققان برای تخمین تعداد ماهی‌های قزل آلا در یک رودخانه، در روز اول ۱۵۰ ماهی قزل آلا را از رودخانه گرفتند، علامت‌گذاری کردند و به رودخانه بازگرداندند. در روز دوم ۳۴۰ ماهی از رودخانه گرفتند و با توجه به تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شده، تعداد کل ماهی‌ها را ۲۵۵۰ تا تخمین زدند. چند ماهی در میان ماهی‌های روز دوم علامت‌گذاری شده بودند؟

۳. چهار دانش‌آموز به همراه معلم خود می‌خواهند تعداد ماهی‌ها را در یک حوضچه ماهی پرورشی که در نزدیکی محل زندگی‌شان است، با روش معرفی شده در این پروژه تخمین بزنند. معلم ۱۵۰ ماهی را علامت‌گذاری و در حوضچه رها کرده است. هر دانش‌آموز یک بار تور انداخته و تعداد کل ماهی‌ها و نیز تعداد ماهی‌های علامت‌دار تور خود را شمرده است. این تعداد در جدول زیر آمده است:

این یک پروژه‌ی کوچک دانش‌آموزی است که برای انجام آن به تعدادی ماهی مقوایی و یک جعبه نیاز دارید.

طرح مسئله

برای تخمین تعداد ماهی‌ها در یک دریاچه، از روش زیر استفاده می‌شود:

- ابتدا ۱۵۰ ماهی را از دریاچه می‌گیرند و علامت‌گذاری می‌کنند.
- سپس ماهی‌ها را در دریاچه رها می‌کنند.
- روز بعد ۱۷۰ ماهی را از دریاچه می‌گیرند و تعداد ماهی‌های علامت‌دار را می‌شمارند.

آزمایش

تعدادی ماهی مقوایی سفید درست کنید و در یک جعبه بریزید (برای مثال ۱۰۰ تا).

تعدادی ماهی مقوایی رنگی هم درست کنید و در همان جعبه بریزید (برای مثال ۲۰ تا).

جعبه را خوب تکان دهید تا ماهی‌ها در جعبه مخلوط شوند.

حال آزمایش زیر را انجام دهید:

یک مشت ماهی از جعبه بیرون بیاورید، تعداد ماهی‌های رنگی و سفید را بشمارید و نسبت تعداد ماهی‌های رنگی به کل ماهی‌ها را بیابید. ماهی‌ها را به جعبه برگردانید و باز هم جعبه را تکان دهید. آزمایش را ۵ بار تکرار کنید.

میانگین نسبت‌هایی را که در ۵ آزمایش به دست آورده‌اید، محاسبه کنید.

آیا میانگین نسبت‌های به دست آمده از آزمایش‌ها تخمین خوبی برای نسبت تعداد کل ماهی‌های رنگی به کل ماهی‌هاست؟

فکر کنید

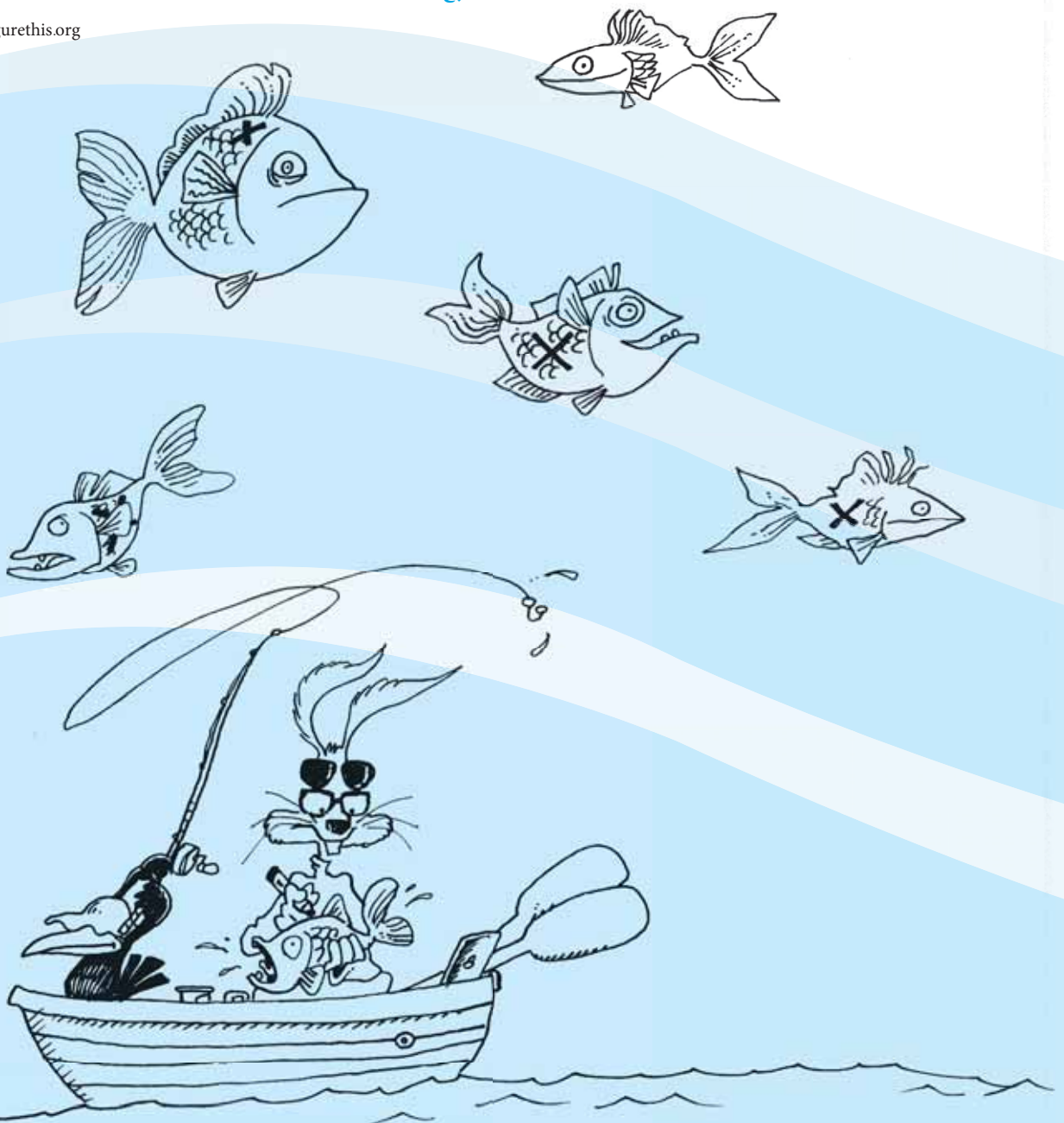
۱. استفاده از روش معرفی شده در این پروژه، چه اشکالاتی دارد؟
۲. بیشتر کردن تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شده در روز اول و تعداد ماهی‌های شمارش شده در روز دوم، چه اثری در دقت تخمین تعداد کل ماهی‌ها دارد؟
۳. چه چیزهای دیگری را می‌توان با این روش تخمین زد؟
۴. راستی! فکر می‌کنید ماهی‌ها را چگونه می‌توان علامت‌گذاری کرد؟

تعداد ماهی‌های علامت‌دار	تعداد کل ماهی‌ها	دانش‌آموز
۳۰	۱۸۰	الف
۲۰	۱۶۰	ب
۳۸	۲۰۵	ج
۱۶	۱۱۰	د

کدام دانش‌آموز بیشترین تخمین از تعداد ماهی‌های حوضچه را به دست خواهد آورد؟
کدام دانش‌آموز کمترین تخمین را؟ چرا؟

منبع

www.figurethis.org





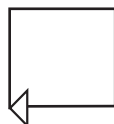
برنامهٔ لوگو

و رسم شکل‌های تکرارشونده

■ **کلیدواژه‌ها:** برنامهٔ لوگو، رسم شکل، چندضلعی‌ها

حالا می‌خواهیم با دستور تکرار آشنا شویم.
حتماً مراحل کشیدن یک مربع یادتان هست

FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰

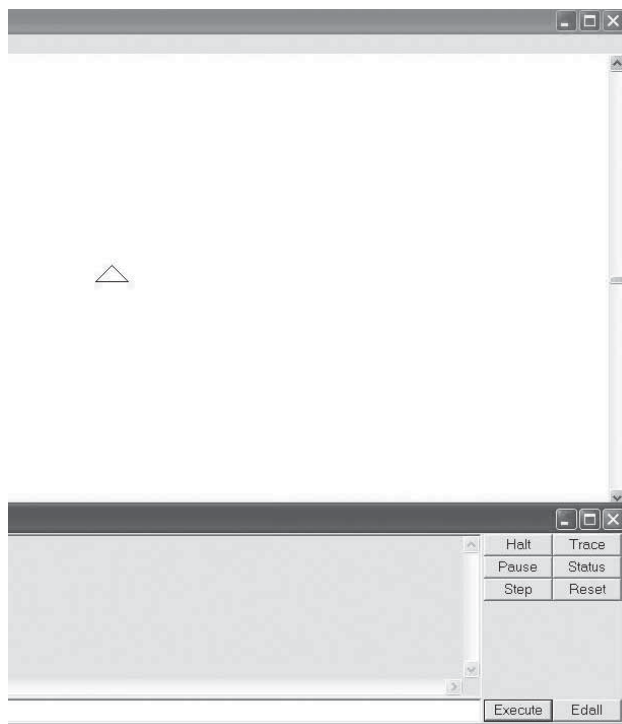


در شمارهٔ قبل با دستورات زیر آشنا شدید.

FD	حرکت به جلو
BK	حرکت به عقب
RT	چرخش به راست
LT	چرخش به چپ

حتماً برای شما این سؤال پیش آمده است که چگونه می‌توانید اشکالی را که کشیده‌اید پاک کنید.

برای پاک کردن صفحهٔ برنامه از دستور CS استفاده می‌شود. با نوشتن CS در بخش دستورات صفحه پاک می‌شود و نشانگر لوگو در وسط صفحه قرار می‌گیرد. (شکل ۱)



شکل ۱

یک راه آسان برای نوشتن این برنامه استفاده از دستور Repeat است. برای استفاده از این دستور، تعداد دفعات تکرار یک کار را جلو عبارت Repeat و سپس دستور تکراری را داخل دو علامت [و] می‌نویسیم.

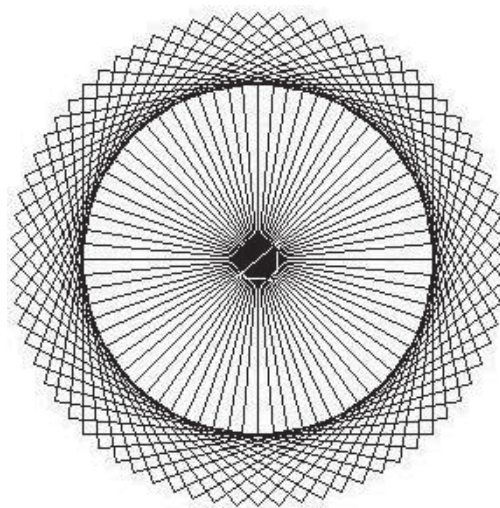
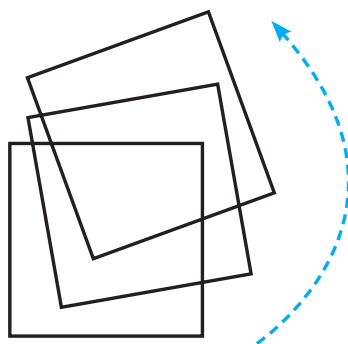
دستور کشیدن مربع با استفاده از Repeat:

Repeat ۴ [FD ۱۰۰ RT ۹۰]

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید با استفاده از Repeat از نوشتن دستورات تکراری جلوگیری شد.

این شکل در واقع از ۱۰۰ تا مربع تشکیل شده است که با ۵ درجه چرخش نسبت به یکدیگر رسم شده‌اند.

با استفاده از همین دستور، می‌توانید اشکالی شبیه شکل زیر را که دارای نظم تکرارشونده است، رسم کنید.



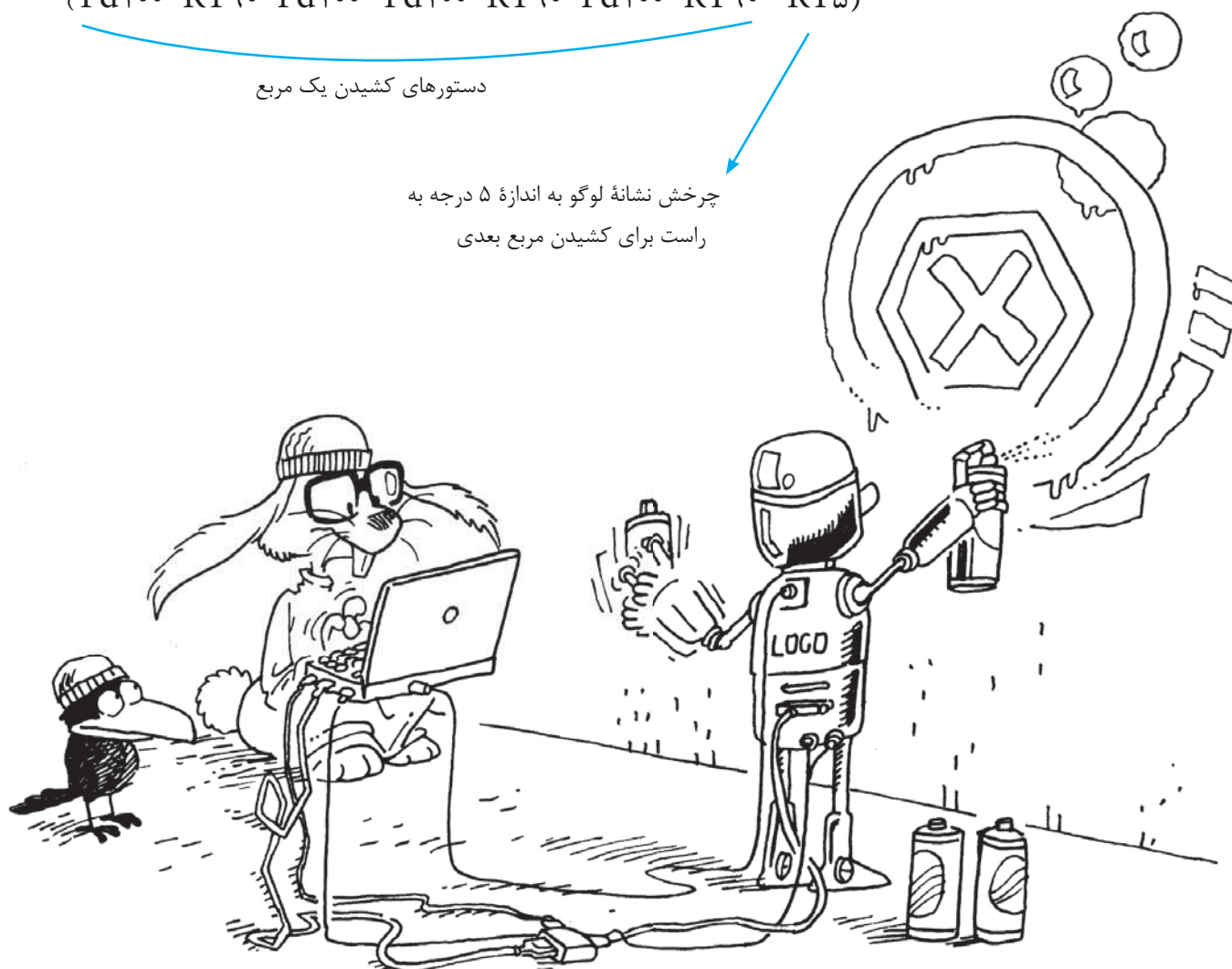
دستور رسم آن به صورت زیر است

تکرار رسم مربع تا ۱۰۰ بار ← Repeat ۱۰۰

(Fd۱۰۰ RT۹۰ Fd۱۰۰ Fd۱۰۰ RT۹۰ Fd۱۰۰ RT۹۰ RT۵)

دستورهای کشیدن یک مربع

چرخش نشانه‌ی لوگو به اندازه ۵ درجه به راست برای کشیدن مربع بعدی





آمادگی برای به کارگیری

زهرا پندی

بخش اول

Excel



کلیدواژه‌ها: محیط اکسل، رایانه، نرم افزار، نشانگر، اعداد زوج، مضرب‌های یک عدد

* **پیش‌پروژه یک - ستون ۱ تا ۱۰۰**
می‌خواهیم اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب در یک ستون بنویسیم.
برای این منظور سه روش پیشنهاد می‌کنیم:

روش اول:

در سطر اول ستون A، یعنی خانه A۱، عدد ۱ را بنویسید:

	A	B	C
1	1		
2			
3			
4			
5			
6			

در خانه A۲ عبارت $A1+1$ را بنویسید. علامت تساوی در ابتدای این عبارت نشان می‌دهد که شما می‌خواهید مقدار این خانه

برای آن‌که بتوانید از محیط Excel برای انجام پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای Microsoft Office را روی رایانه خود نصب کنید. این مجموعه شامل تعدادی نرم افزار کاربردی است که یکی از آنها Microsoft Office Excel است.

در این ستون از مجله می‌خواهیم در چند شماره پایانی، یک یا چند پیش‌پروژه برایتان تعریف کنیم تا با انجام آن‌ها، کمی با امکاناتی که این نرم افزار می‌تواند در اختیاران قرار دهد، آشنا شوید و از آن استفاده کنید. یک صفحه Excel باز کنید و در صفحه گسترده باز شده، انجام پیش‌پروژه‌ها را آغاز کنید.

پس از انجام هر قسمت از پیش‌پروژه‌ها، فایل‌تان را ذخیره کنید تا در انجام پیش‌پروژه‌های بعدی هم بتوانید از تجربه‌های قبلی‌تان استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش‌پروژه‌های این شماره را **اولین تلاش** بگذارید!!!

اکنون روی خانه A۲ کلیک کنید و نشانگر را روی مربع کوچک پایین سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمه راست ماوس قرار دهید و مربع را به سمت پایین و تا سطر ۱۰۰ بکشید.

	A	B	C
1	1		
2	2		
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

14

* با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون A مشاهده می‌کنید؟
 * روی خانه A۱۳ کلیک کنید، در نوار فرمول چه عبارتی دیده می‌شود؟ فکر می‌کنید چرا؟
 * حدس می‌زنید چه عبارتی در خانه A۲۰ قرار گرفته است؟ روی این خانه کلیک کنید و درستی یا نادرستی حدستان را بررسی کنید.

* سعی کنید با همین روش اعداد زوج را در ستون B به ترتیب نمایش دهید.

روش دوم:

در سطر اول ستون C عبارت ROW(C۱) را بنویسید. ROW به معنای سطر است و عبارتی که نوشته‌اید بدین معناست که شماره سطر خانه C۱ در این خانه قرار می‌گیرد و وقتی از این خانه خارج شوید، عدد ۱ را در آن مشاهده می‌کنید (به جای نوشتن عبارت ROW(C۱) = کافی است عبارت ROW() را بنویسید).

اکنون روی خانه C۱ کلیک کنید و نشانگر را روی مربع کوچک پایین سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمه راست ماوس قرار دهید و مربع را به سمت پایین تا سطر ۱۰۰، بکشید.

را بر حسب مقدار خانه‌ای دیگر به دست آورید (به جای نوشتن A۱ در این عبارت می‌توانید روی خانه A۱ کلیک کنید).

	A	B	C
1	1		
2	=A1+1		
3			
4			
5			
6			

وقتی از خانه A۲ خارج شوید، در این خانه حاصل عبارت یعنی عدد ۲، دیده می‌شود:

	A	B	C
1	1		
2	2		
3			
4			
5			
6			

حال روی خانه A۲ کلیک کنید. در این حالت عدد ۲ در این خانه دیده می‌شود، اما می‌توانید در نوار فرمول، عبارت متناظر با این خانه را مشاهده کنید.

fx	=A1+1
----	-------



سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمهٔ راست ماوس قرار دهید و تا سطر ۱۰۰ مربع را به سمت پایین بکشید.

	A	B	C	D
1	1	2	1	1
2	2	4	2	2
3	3	6	3	
4	4	8	4	
5	5	10	5	
6	6	12	6	
7	7	14	7	
8	8	16	8	

- * با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون D مشاهده می‌کنید؟ چه اتفاقی افتاده است؟
- * روی خانهٔ A۱۳ کلیک کنید، آیا در نوار فرمول، عبارتی جز مقدار این خانه دیده می‌شود؟
- * چرا سازندگان نرم افزار چنین امکانی را فراهم کرده‌اند؟
- * در دو سطر اول ستون E، اعداد ۳ و ۶ را به ترتیب بنویسید و با استفاده از روش اخیر، ضرب‌های ۳ را در این ستون نمایش دهید.
- * به همین ترتیب ضرب‌های ۵ را در ستون F نمایش دهید.

	A	B	C
1	1	2	1
2	2	4	
3	3	6	
4	4	8	
5	5	10	
6	6	12	
7	7	14	
8	8	16	

- * با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون C مشاهده می‌کنید؟
- * روی خانهٔ C۱۳ کلیک کنید، در نوار فرمول چه عبارتی دیده می‌شود؟

- COLUMN به معنای ستون است! در یکی از خانه‌های خالی جدول عبارت () COLUMN = را بنویسید. این خانه چه مقداری به خود می‌گیرد؟
- * با توجه به مورد اخیر، فکرمی‌کنید، چگونه می‌توانیم اعداد ۱ تا ۱۰۰ را در یک سطر وارد کنیم؟

روش سوم:

- عدد ۱ را در خانهٔ D۱ و عدد ۲ را در خانهٔ D۲ بنویسید. سپس دو خانه را با هم انتخاب کنید. نشانگر را روی مربع کوچک پایین





ماشین حساب با

باقی مانده تقسیم چه می کند؟!

کلیدواژه ها: ماشین حساب، تقسیم اعداد، خارج قسمت تقسیم، باقی مانده تقسیم

با سه بار کم کردن عدد ۴ از ۱۴ به باقی مانده ۲ رسیدیم:

$$14 - 4 - 4 - 4 = 2$$

به عبارت دیگر می توان نوشت:

$$14 = 4 + 4 + 4 + 2$$

یا:

$$14 = 3 \times 4 + 2$$

↓ ↓
خارج قسمت باقی مانده

این تقسیم را به شکل زیر هم می نویسیم:

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 14} \\ \underline{-12} \\ 2 \end{array}$$

↓ ↓
باقی مانده خارج قسمت

حل مسئله ۲. مانند مسئله بادکنک ها، به هر کودک ۳ شکلات

می رسد و ۲ شکلات باقی می ماند.

اما می توان هر یک از شکلات های باقی مانده را نصف کرد و به هر

کودک یک نصف شکلات هم داد.

به این ترتیب به هر کودک ۳/۵ شکلات می رسد و شکلات هم باقی

نمی ماند.

به نظر شما آیا در مسئله بادکنک هم می توانستیم از ۲ بادکنک

باقی مانده به هر کودک نصف بادکنک بدهیم؟

ماشین حساب خود را بردارید و دو مسئله زیر را با استفاده از ماشین

حساب حل کنید.

مسئله ۱. می خواهیم ۱۴ بادکنک را بین ۴ کودک به طور مساوی

تقسیم کنیم. به هر یک از آنها چند بادکنک می رسد؟

مسئله ۲. می خواهیم ۱۴ شکلات را بین ۴ کودک به طور مساوی

تقسیم کنیم. به هر یک از آنها چند شکلات می رسد؟

ماشین حساب این تقسیم ها را به این شکل انجام می دهد:

$$14 \div 4 = 3/5$$

یعنی در مسئله اول به هر کودک ۳/۵ بادکنک و در مسئله دوم به هر

کودک ۳/۵ شکلات می رسد. آیا این پاسخ ها قانع کننده اند؟

بیا بیاید بدون استفاده از ماشین حساب این مسئله ها را بررسی کنیم.

حل مسئله ۱. ۱۴ بادکنک داریم. ابتدا به هر کودک یک بادکنک

$$\text{می دهیم: } 14 - 4 = 10.$$

ده بادکنک باقی می ماند. حالا به هر کودک یک بادکنک دیگر

$$\text{می دهیم: } 10 - 4 = 6.$$

شش بادکنک باقی می ماند. دوباره از بین بادکنک های باقی مانده به

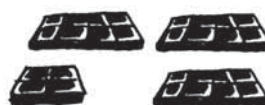
$$\text{هر کودک یک بادکنک دیگر می دهیم: } 6 - 4 = 2.$$

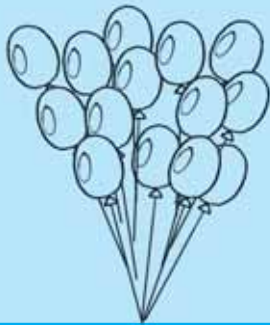
دو بادکنک باقی می ماند. تعداد بادکنک های باقی مانده از تعداد

بچه ها کم تر است. بنابراین نمی توان بقیه آن ها را به طور مساوی بین

بچه ها تقسیم کرد. به این ترتیب به هر کودک ۳ بادکنک می رسد و ۲

بادکنک باقی می ماند.





در این مسئله‌ها، بادکنک و شکلات یک فرق مهم دارند: شکلات اگر نصف شود، هنوز شکلات است و می‌توان با خوردن آن به اندازه نصف شکلات لذت برد، اما بادکنک اگر نصف شود، می‌ترکد و نمی‌توان به اندازه نصف بادکنک با آن بازی کرد!

در تقسیم اعداد صحیح (مثل تقسیم ۱۴ بر ۴)، گاهی دلمان می‌خواهد تقسیم را تا جایی که چیزی باقی نماند ادامه دهیم، مثل تقسیم شکلات‌ها. اما بعضی وقت‌ها مثل مسئله تقسیم بادکنک‌ها، تقسیم را تا جایی ادامه می‌دهیم که تعداد اشیای باقی‌مانده (۲ بادکنک) کمتر از مقسوم‌علیه (۴ کودک) شود.

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 4} \\ -12 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \overline{) 4} \\ -12 \quad 3/5 \\ \hline 2/0 \\ 2/0 \\ \hline 0 \end{array}$$



دوباره می‌رویم سرغ ماشین حساب! ماشین حساب نمی‌داند که ما تقسیم $14 \div 4$ را برای چه منظوری می‌خواهیم انجام دهیم. بنابراین همیشه آن را آن قدر ادامه می‌دهد تا باقی‌مانده‌ای نماند، یعنی:

$$14 \div 4 = 3/5$$

مثال: با استفاده از ماشین حساب، تقسیم $25 \div 3$ را انجام دهید.

نتیجه تقسیم در یک ماشین حساب ۸ رقمی:

$$25 \div 3 = 8/33333333$$

نتیجه تقسیم در یک ماشین حساب ۱۲ رقمی:

$$25 \div 3 = 8/333333333333$$



(چرا نتیجه تقسیم در این دو ماشین حساب با هم فرق دارد؟ کدام جواب درست است؟ امتحان کنید! راستی، چگونه درستی تقسیم را امتحان می‌کنید؟)

اگر مثل مسئله بادکنک قصد نداشته باشیم تقسیم $25 \div 3$ را آن قدر ادامه دهیم تا مجبور شویم از ارقام اعشاری در خارج قسمت استفاده کنیم، خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم چه خواهد شد؟ آیا می‌توانید فقط با استفاده از ماشین حساب و بدون اینکه خودتان عمل تقسیم یا ضرب را انجام دهید، به این سؤال جواب دهید؟

مثال . می‌خواهیم فقط با استفاده از ماشین حساب، خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم $1390 \div 6$ را پیدا کنیم.

در یک ماشین حساب ۱۲ رقمی خواهیم داشت:

$$1390 \div 6 = 231/6666666666$$

با استفاده از تقسیم بالا می‌توان مطمئن شد که خارج قسمت صحیح

تقسیم 1390 بر 6 ، برابر با 231 است (چرا؟).



برای به دست آوردن باقی‌مانده کافی است ۶×۲۳۱ را محاسبه و حاصل آن را از ۱۳۹۰ کم کنیم (چرا؟).

$$۶ \times ۲۳۱ = ۱۳۸۶$$

$$۱۳۹۰ - ۱۳۸۶ = ۴$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم ۱۳۹۰ بر ۶، برابر با ۴ است.

مثال. فقط با استفاده از ماشین حساب، باقی‌مانده تقسیم ۱۳۹ بر

۷ را به دست آورید.

در یک ماشین حساب ۱۲ رقمی داریم:

$$۱۳۹ \div ۷ = ۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱$$

پس خارج قسمت صحیح این تقسیم برابر با ۱۹ است. عدد بالا را از

ماشین حساب پاک و ۱۹ را وارد می‌کنیم.

$$۱۹ \otimes ۷ = ۱۳۳$$

$$۱۳۹ \ominus ۱۳۳ = ۶ \leftarrow \text{باقی‌مانده}$$

برای سادگی می‌توانیم عملیات را پشت سر هم وارد ماشین حساب

کنیم:

$$۱۹ \otimes ۷ \ominus ۱۳۹ = -۶$$

بنابراین بدون در نظر گرفتن علامت منفی می‌گوییم باقی‌مانده

تقسیم ۱۳۹ بر ۷ برابر با ۶ است (چرا حاصل عبارت بالا منفی شد؟).

یک نکته جالب. به جای اینکه عدد $۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱$ را

از صفحه ماشین حساب پاک و عدد ۱۹ را وارد کنیم، می‌توانیم

عدد ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ را به $۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱$ اضافه و دوباره

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ را از حاصل کم کنیم:

$$(۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱ + ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰) - ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱۹$$

آیا تساوی بالا واقعاً درست است؟ چرا ماشین حساب چنین اشتباهی

را انجام می‌دهد؟ به هر حال ما می‌توانیم از این اشتباهات ماشین حساب

به نفع خودمان استفاده کنیم!

بنابراین برای به دست آوردن باقی‌مانده ۱۳۹ بر ۷ کافی است به

ترتیب دکمه‌های زیر را در ماشین حساب فشار دهیم:

$$۱۳۹ \ominus ۷ \otimes ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \ominus ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \div ۷ \div ۱۳۹$$

اگر ماشین حساب شما ۸ رقمی است، به جای ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ از

۱۰۰۰۰۰۰۰ استفاده کنید (چرا؟).

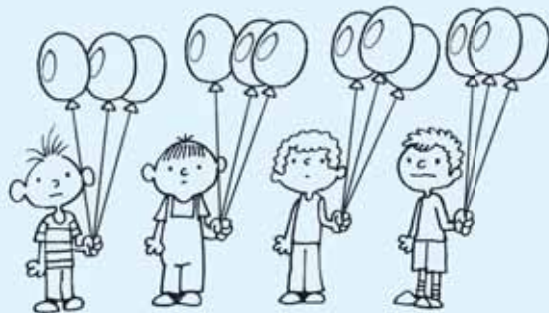
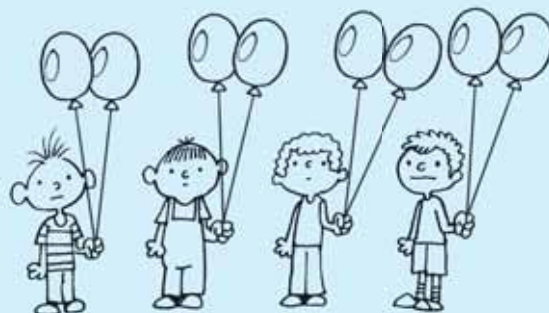
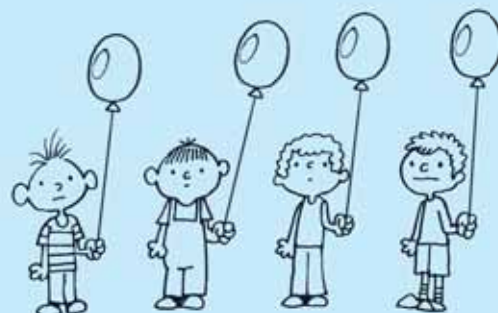
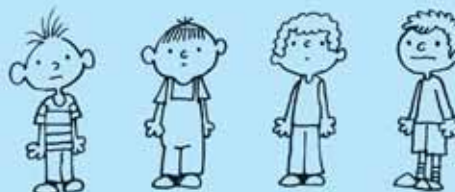
تمرین. فقط با استفاده از ماشین حساب، باقی‌مانده هریک از

تقسیم‌های زیر را پیدا کنید.

الف) $۱۴۹۸ \div ۲۳$

ب) $۲۵۶۲۹۱ \div ۱۸۵$

ج) $۱۱۱۰۲ \div ۱۳$





سودوکو

■ **کلیدواژه‌ها:** معماهای فکری، بازی سودوکو، طراحی سودوکو

سودوکو چیست؟

به جدول زیر نگاه کنید:

۹	۸	۵	۶	۴	۷	۲	۱	۳
۲	۷	۶	۳	۹	۱	۵	۸	۴
۳	۱	۴	۵	۸	۲	۶	۹	۷
۸	۹	۳	۱	۲	۴	۷	۵	۶
۱	۴	۷	۹	۶	۵	۸	۳	۲
۵	۶	۲	۷	۳	۸	۱	۴	۹
۷	۲	۹	۸	۵	۳	۴	۶	۱
۶	۵	۱	۴	۷	۹	۳	۲	۸
۴	۳	۸	۲	۱	۶	۹	۷	۵

با استفاده از چنین جدول‌هایی می‌توان معماهایی طرح کرد: برای مثال جدولی 9×9 به شما داده می‌شود که خانه‌هایش خالی‌اند، و باید طوری آن را تکمیل کنید که:

- در هر سطرش اعداد ۱ تا ۹ باشند؛
- در هر ستونش اعداد ۱ تا ۹ باشند؛
- در هر مربع 3×3 مشخص شده هم اعداد ۱ تا ۹ باشند.

بنابراین، در هیچ سطر، هیچ ستونی و هیچ مربعی، عدد تکراری نخواهیم داشت. این نوع معما را **سودوکو** می‌نامند. سودوکو کلمه‌ای است ژاپنی، و از مختصر کردن جمله‌ای ژاپنی «سوجی وا دوکوشین نی کاگیرو» به دست آمده است که معنایش این است: «رقم‌ها باید تنهایی بیایند».

مسئله. در جدول زیر، ۶ مربع خالی 3×3 می‌بینید. ۶ مربع داده‌شده را در آنها طوری بچینید که قانون‌های سودوکو رعایت شده باشد.

						۵	۳	۶
						۷	۱	۲
						۸	۹	۴
			۲	۸	۴			
			۵	۶	۳			
			۱	۹	۷			
۲	۴	۱						
۳	۵	۶						
۸	۷	۹						

این جدول با خط‌های پررنگ، به ۹ تا مربع 3×3 ی کوچک تقسیم

شده است.

۹	۸	۵
۲	۷	۶
۳	۱	۴

در هریک از این مربع‌ها، همهٔ عددهای ۱ تا ۹ قرار

دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده است، برای مثال:

۹
۲
۳
۸
۱
۵
۷
۶
۴

(شکل ۱)

علاوه بر این، در هر ستون، همهٔ عددهای

۱ تا ۹ قرار دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده

است، مثل این ستون:

ضمناً در هر سطر، همهٔ عددهای ۱ تا ۹ قرار

دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده است، مثل

این سطر (شکل ۲)

۹	۸	۵	۶	۴	۷	۲	۱	۳
---	---	---	---	---	---	---	---	---

(شکل ۲)

که فقط یک خانه خالی داشته باشد یا نه؟ چون اگر چنین موردی وجود داشته باشد، عدد آن خانه را به راحتی می‌توانیم پیدا کنیم. به این ترتیب ممکن است در بعضی سطرها، ستون‌ها و مربع‌هایی که قبل از این کار چند خانه خالی داشتند، فقط یک خانه خالی بماند و باز هم بتوانیم آن را راحت پر کنیم. البته حتی در سودوکوهای آسان هم، کم پیش می‌آید که در ابتدای کار سطر، ستون یا مربعی فقط یک خانه خالی داشته باشد. گاهی لازم است به چند چیز، هم‌زمان توجه کنیم. مثلاً در سودوکوی زیر، در نگاه اول معلوم نیست که در

		۶		۳		۷		۸
	۳							۱
۲						۶		
۱	الف	ب	۳	۵	پ	ت	ث	۶
	۷	۹		۴		۱	۵	
۵			۷	۱				۴
		۲						۷
۶							۸	
۴		۷		۶		۲		

سطر خاکستری رنگ، عدد ۷ در کدام یک از خانه‌های الف، ب، پ، ت و ث باید بیاید.

● در ستونی که خانه الف در آن قرار دارد، ۷ هست؛ پس ۷ در الف نمی‌آید.

● در ستونی که خانه ب در آن قرار دارد، ۷ هست؛ پس ۷ در ب نیز نمی‌آید.

● در مربعی که پ در آن قرار دارد، ۷ وجود دارد؛ پس ۷ در پ هم نمی‌آید.

● در ستونی که خانه ت در آن است، ۷ داریم. پس ۷ در ت نیز نمی‌آید.

نتیجه می‌گیریم که فقط در ث می‌توانیم ۷ بنویسیم. یعنی جای ۷ در این سطر مشخص شد.

این نوع استدلال‌ها در حل سودوکو زیاد پیش می‌آید. شما هم احتمالاً وقتی برای حل سودوکو تلاش کنید، کم‌کم روش‌هایی برای حل کردن سودوکو خواهید یافت. البته بعضی وقت‌ها هم مجبور می‌شویم در خانه‌ای عددی بگذاریم که از درستی‌اش مطمئن نیستیم، و باید ببینیم آیا می‌توانیم بقیه جدول را با گذاشتن آن عدد، به درستی پر کنیم یا نه. در واقع گاهی با آزمون و خطا، جدول سودوکو را تکمیل می‌کنیم.

۴	۱	۷
۹	۳	۸
۶	۲	۵

۹	۲	۸
۶	۴	۵
۳	۷	۱

۷	۶	۳
۱	۹	۲
۵	۸	۴

۱	۵	۹
۴	۸	۷
۶	۲	۳

۸	۳	۶
۷	۱	۹
۴	۵	۲

۹	۷	۵
۲	۴	۸
۳	۶	۱

سودوکو حل کنیم!

اگر قبل از این، سودوکو حل نکرده‌اید، این قسمت را نخوانید! سعی کنید با حل سودوکوهای آسان، روش‌هایی برای حل سودوکو بیابید. لذت اکتشاف را از دست ندهید. بیایید با این جدول کار را شروع کنیم. مداد کنار دستتان دارید؟

	۱	۹		۳	۸	۵	۲	۶
۷	۳	۵	۴	۲	۶	۸		
۶	۲	۸	۹		۱	۳	۴	۷
۵	۷	۳	۱	۸	۹	۴	۶	۲
۱	۴	۲	۶		۳	۹	۸	۵
۸	۹	۶	۵	۴	۲	۷		۱
۲	۶	۴	۳	۹	۷	۱	۵	۸
	۸	۷	۲	۱	۵	۶	۹	۴
۹	۵	۱	۸	۶	۴	۲	۷	۳

از سطر اول شروع می‌کنیم. در سطر اول، همه رقم‌های ۱ تا ۹ هستند، به جز ۴ و ۷. معلوم نیست کدام را کجا بگذاریم! چه کار کنیم؟ آها! ستون چهارم از سمت چپ، همه رقم‌ها را دارد به جز ۷. پس خانه خالی‌اش را ۷ پر می‌کنیم. پر کنید! حالا می‌بینیم که در سطر اول فقط یک خانه خالی باقی‌مانده است. پس آن خانه را باید با ۴ پر کنیم. حالا می‌توانیم به راحتی ستون اول از سمت چپ را هم پر کنیم، چون حالا در این ستون فقط عدد ۳ جا افتاده است. می‌توانیم همین‌طور پیش برویم و سعی کنیم جدول را کامل کنیم. سطر اول را به روشی دیگر هم می‌توانستیم پر کنیم. مربع 3×3 ی سمت چپ بالا، همه اعداد را دارد، به جز ۴. پس در خانه خالی آن باید ۴ را بنویسیم. حالا به جای خالی دیگری که در سطر اول هست توجه می‌کنیم. الان سطر اول، همه اعداد را دارد، به جز ۷. پس در خانه خالی‌اش باید عدد ۷ را بگذاریم.

همان‌طور که در مثال بالا دیدیم، در حل معماهای سودوکو، خوب است اول از همه ببینیم آیا سطر، ستون یا مربع 3×3 ی وجود دارد

سودوکو طرح کنیم!

حالا بیا ببینیم اگر بخواهیم سودوکو طرح کنیم، چه کار باید بکنیم. یک راهش این است که در یک جدول 9×9 که همه خانه‌هایش خالی‌اند، تعدادی رقم بنویسیم، مثل دو جدول زیر:

۱	۲	۵	۴	۳	۶	۷	۹	۸
۶	۴	۷	۹	۱	۸	۴	۳	۵
۸	۹	۳	۷	۲	۵	۱	۶	۴
۳	۱	۸	۶	۴	۲	۹	۵	۷
۵	۷	۴	۸	۹	۱	۳	۲	۶
۹	۶	۲	۳	۵	۷	۸	۴	۱
۷	۳	۱	۲	۶	۴	۵	۸	۹
۴	۸	۹	۵	۷	۳	۶	۱	۲
۲	۵	۶	۱	۸	۹	۲	۷	۳

۱	۲	۴	۵	۸	۶	۷	۳	۹
۶	۸	۷	۹	۱	۳	۲	۴	۵
۵	۹	۳	۴	۷	۲	۱	۶	۸
۳	۱	۲	۸	۴	۵	۶	۹	۷
۸	۷	۵	۶	۹	۱	۳	۲	۴
۹	۴	۶	۳	۲	۷	۸	۵	۱
۷	۳	۱	۲	۵	۴	۹	۸	۶
۴	۶	۹	۷	۳	۸	۵	۱	۲
۲	۵	۸	۱	۸	۹	۴	۷	۳

جدول (الف)

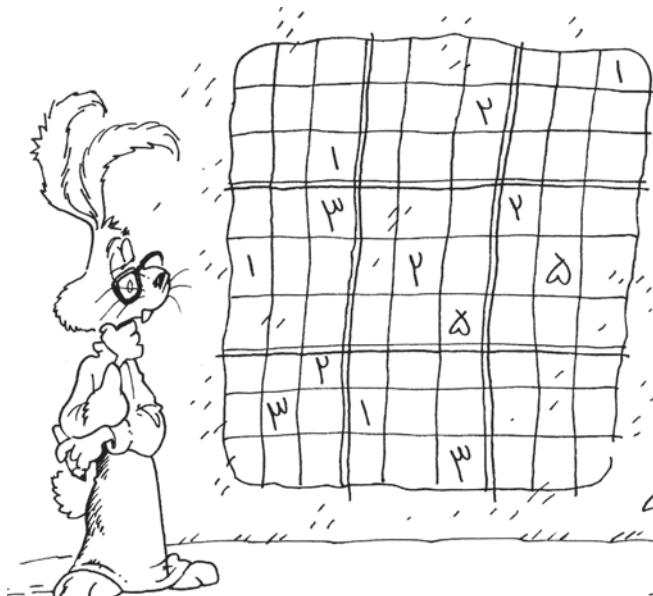
۱	۲				۶	۷		
			۹					۵
		۳					۶	
۳				۴				
							۲	
۹			۳		۷			۱
			۲				۸	
۴								
۲	۵		۱		۹			۳

جدول (ب)

۱			۳	۴				۴
	۲					۹		
				۷				۱
۴			۶				۸	
		۱		۲				۳
۸		۴		۳			۶	
								۵
	۳				۵			
				۷				۴

اگر معماهایی که طرح می‌کنیم بیش از یک جواب داشته باشد، حل آن کمی دشوارتر می‌شود. به همین دلیل، بهتر است در طرح معمایمان دقت کنیم که معما جواب داشته باشد، ولی فقط یکی! راهی دیگر برای طرح سودوکو این است که از جدولی که کاملاً حل شده است شروع کنیم. مثلاً از سودوکویی که خودمان قبلاً آن را حل کرده‌ایم - و یکی یکی عددهایش را حذف کنیم و هربار ببینیم که آیا فقط یک جواب یا بیش از یک جواب دارد!

جدول (الف) را هیچ‌کس، هر چقدر هم که در حل سودوکو ماهر باشد، نمی‌تواند حل کند، زیرا اصلاً حل‌شدنی نیست! این جدول اشتباهی دارد: در یکی از مربع‌های 3×3 ، عدد ۴ دوبار آمده است. پس در عددگذاری در جدول خالی، باید به شرط‌هایی که باید در سطرها، ستون‌ها و مربع‌های 3×3 برقرار باشند، دقت کنیم. جدول (ب) این مشکل را ندارد، و البته معلوم نیست که حتماً هم حل بشود، چون ممکن است در حلش پیش برویم و بعداً این مشکل پیش بیاید. ضمناً ممکن است چون تعداد زیادی خانه خالی وجود دارند، جدول چند راه‌حل مختلف داشته باشد. راستش را بخواهید، جدول (ب) این‌طور است. دو جواب مختلف برای این جدول را می‌بینید:



مسئله‌ها

۱. در روزنامه‌ها، مجلات، و روی شبکه اینترنت، معماهای سودوکو فراوانند. ما برای شما فقط چند معما می‌آوریم:

عدد یا کمتر طوری پر کنید که جواب نداشته باشد، و ضمناً در سطرها، ستون‌ها و مربع‌های 3×3 ، عدد تکراری نداشته باشیم.

۴. در دومین روشی که برای طرح معماهای سودوکو خواندید (شروع از معمایی حل شده، و حذف عددهای آن)، آیا می‌توانیم در پایان مطمئن باشیم که معمایمان حداقل یک جواب دارد، یا اینکه در پایان کار لازم است بررسی کنیم که جواب داشته باشد؟

۵. سودوکوی زیر را حل کنید:

۲	۱		۸	۷	۶	۴	۳	
۸		۳	۵	۹	۱	۲	۷	۶
۷	۶	۵	۲		۳	۸	۹	۱
	۹	۴	۱	۵	۷	۶	۲	۸
۱	۲	۷	۳		۸	۹	۵	۴
۶	۵	۸	۴	۲	۹	۳		۷
۴	۸	۲	۷	۳	۵	۱	۶	۹
۵	۳	۶	۹	۱	۴		۸	۲
۹		۱		۸	۲	۵	۴	۳

۷	۸	۲			۴		۱	۵
					۶	۸	۴	
	۶	۱		۷	۸	۹		
	۲		۹		۱		۵	
		۶		۸			۳	
۵	۷	۹	۲	۴			۶	
		۸		۳				۱
۲					۷			
۳	۵		۶			۴		

۲	۸							
	۵	۱	۳		۸	۹		
	۶	۳	۵	۱	۲			۸
		۴			۷	۸	۶	
۳			۴		۵	۲		
۸	۱		۶	۹				
	۲	۹	۷					
		۵		۴			۱	
۱			۲	۳	۶	۷	۵	

	۹			۱			۳	
۲				۳			۴	۹
۶		۴	۷	۲			۱	۵
۹		۷	۶		۸			۴
	۱	۶			۲			
۴				۵		۹		
۵		۹					۸	۶
			۳			۷		
۷	۲		۸		۵			

الف. حالا فرض کنید من هم جدول را حل کرده‌ام. البته می‌نمی‌دانم دقیقاً از همان مرحله‌ای که شما گذرانده‌اید، جدول را حل کرده‌ام یا راه دیگری رفته‌ام. آیا جدولی که من به دست آورده‌ام حتماً با جدولی که شما پر کرده‌اید یکسان است یا ممکن است متفاوت باشد؟ چرا؟

ب. اگر یکی از دوستان من، بدون فکر کردن، همین جدولی را که من و شما پر کردیم، حل کند و در پایان، از روی خوش اقبالی، جدول به درستی پر شده باشد، آیا جدول پرشده‌اش حتماً با جدول شما یکسان است یا ممکن است متفاوت باشد؟ چرا؟

پاسخ‌هایتان به سؤال ۵ را برای مجله برهان بفرستید. یادتان نرود که دلیل هم بیاورید.

منابع

1. <http://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku>
2. <http://www.sudokuoftheday.com/pages/techniques-1.php>
3. <http://www.sudoku puzzles2print.com/very-easy-sudoku-puzzles-to-print.html>

۲. کودک خردسالی، رنگ‌ها را می‌شناسد اما هنوز اعداد را یاد نگرفته است. او دیده است شما سودوکو حل می‌کنید و از سودوکو خوشش آمده است! معماهای سودوکو را چطور برایش توضیح می‌دهید؟

۳. در اولین روشی که برای طرح معماهای سودوکو خواندید (شروع از جدولی خالی، و افزودن عددهایی به خانه‌های آن)، جدول را با ۲۰



بازی چهارضلعی‌ها

■ **کلیدواژه‌ها:** چهارضلعی‌ها، خصوصیات چهارضلعی‌ها، زاویه، ضلع، هندسه، بازی

آماده‌سازی:

از هر دسته آغاز کند. دو خصوصیت نوشته شده روی دو کارت را بخواند و هر چهارضلعی که هر دو خصوصیت را دارد، بردارد و درپایان بگوید «تمام!»

■ در این زمان بازیکن مقابل می‌تواند چهارضلعی‌هایی را که نفر اول برنداشته اما هر دو خصوصیت را دارند، بردارد و سپس یک کارت از هر دسته بردارد و بازی را ادامه دهد.

■ بازی به همین ترتیب و به نوبت تا زمانی که کمتر از سه چهارضلعی روی میز باقی بماند، ادامه می‌یابد.

■ برنده بازی کسی است که چهارضلعی‌های بیشتری جمع کرده باشد.

توضیحات:

■ اگر پیش از پایان بازی دسته‌ای از کارت‌ها تمام شد، این دسته را دوباره بُر بزنید و به پشت، در جای خود قرار دهید.

■ اگر در یک نوبت بازی هیچ یک چهارضلعی‌ای که هر دو خصوصیت را داشته باشد نیافتید، آن نوبت را تکرار کنید.

■ اگر در نوبت خود به یک چهارضلعی به اشتباه دست بزنید، باید آن را

■ شکل مجموعه چهارضلعی‌ها را روی یک مقوا رسم یا کپی کنید و چهارضلعی‌ها را با قیچی از هم جدا سازید (شکل صفحه مقابل).

■ ۱۶ کارت بازی تهیه کنید و روی آنها توضیحات زیر را بنویسید:

۱. همه زاویه‌ها، قائمه‌اند.
۲. دست کم یک زاویه، زاویه باز است.
۳. هیچ زاویه‌ای قائمه نیست.
۴. دست کم یک زاویه، زاویه تند است.
۵. دست کم یک زاویه، قائمه است.
۶. دست کم دو زاویه، زاویه تنداند.
۷. اندازه همه زاویه‌ها مساوی است.
۸. کارت چهارضلعی رُبا!
۹. هیچ دو ضلعی مساوی نیستند.
۱۰. همه ضلع‌ها مساوی‌اند.
۱۱. دقیقاً دو ضلع با هم موازی‌اند.
۱۲. دست کم دوضلع بر هم عمودند.
۱۳. هر دو ضلع روبه‌رو با هم موازی‌اند.
۱۴. چهارضلع دارد.
۱۵. هر دو ضلع روبه‌رو با هم، مساوی‌اند.
۱۶. یک خصوصیت انتخابی درباره ضلع‌ها!

شرح بازی:

■ در ابتدای بازی، مجموعه چهارضلعی‌ها را روی میز بچینید، کارت‌های

- ۱ تا ۸ را بُر بزنید و به پشت در یک طرف میز روی هم قرار دهید و کارت‌های ۹ تا ۱۶ را نیز بُر بزنید و به پشت، در طرف دیگر قرار دهید.

■ بازیکن اول و دوم را با قرعه‌کشی انتخاب کنید.

■ بازیکن اول باید بازی را با برداشتن یک کارت

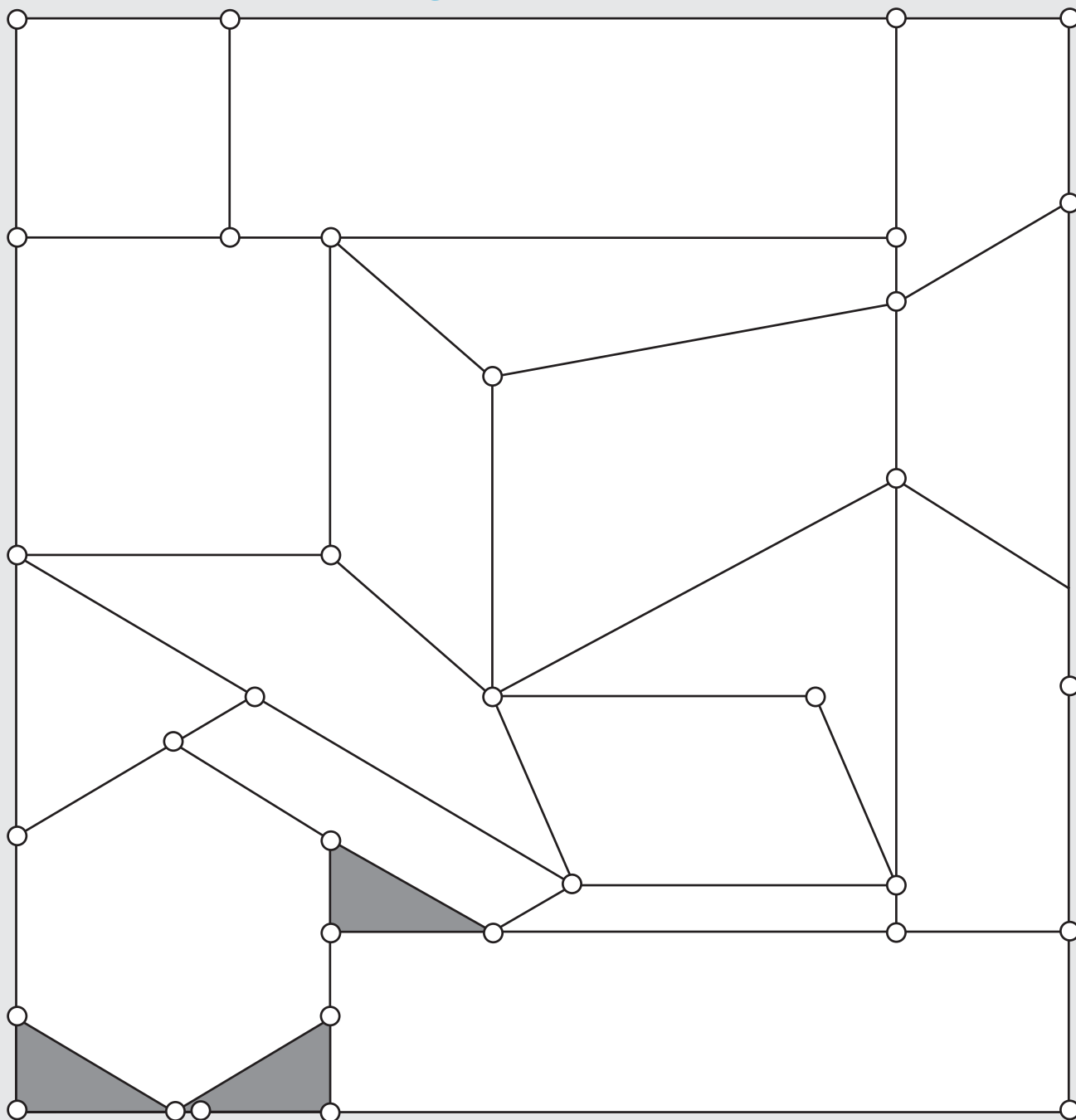


به بازیکن مقابل بدهید.

اگر کارت «یک خصوصیت انتخابی دربارهٔ ضلع‌ها!» رو شد، می‌توانید به انتخاب خود، یک خصوصیت دربارهٔ ضلع‌های چهارضلعی‌ها جایگزین کنید.

اگر کارت «چهارضلعی رُبا!» رو شد، باید یک کارت دیگر از خصوصیات زاویه‌ها بردارید. در این شرایط می‌توانید غیر از چهارضلعی‌های وسط، چهارضلعی‌هایی که قبلاً بازیکن مقابل برداشته است، بررسی کنید و آنهایی را که هر دو خصوصیت را دارند، برای خود بردارید.

مجموعهٔ چهارضلعی‌ها



منبع

Math Games For Skills and Concepts Original material 2001-2006, John Golden, GVSU



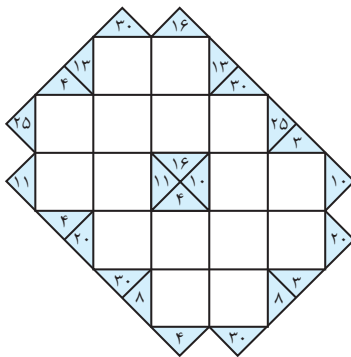
پازل از نوعی دیگر: کاکورو

■ **کلیدواژه‌ها:** پازل، کاکورو، حل مسئله

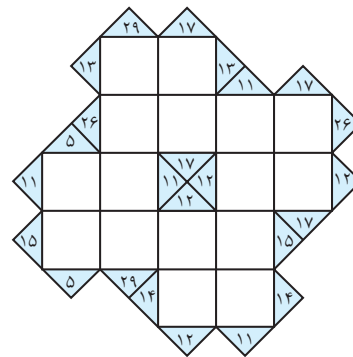
جمع عددهای نوشته‌شده در هر قسمت باید با عددی که به عنوان راهنمای آن قسمت آمده است، برابر باشد.
* در پاسخ یک قسمت از پازل، نباید عدد تکراری دیده شود.
منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیاران قرار می‌دهد.

پازل کاکورو ترکیبی از سودوکو و جدول اعداد متقاطع است.
خانه‌های هریک از کاکوروها را با شرایط زیر پر کنید.
* در هر خانه باید یکی از اعداد ۱ تا ۹ قرار بگیرد.
* راهنمای قسمت‌های افقی پازل در راست و چپ آن و راهنمای قسمت‌های عمودی پازل در بالا و پایین آن آمده است. حاصل

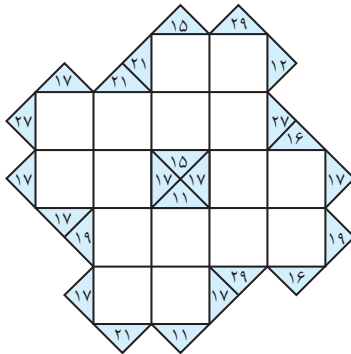
معمای شماره (۱)



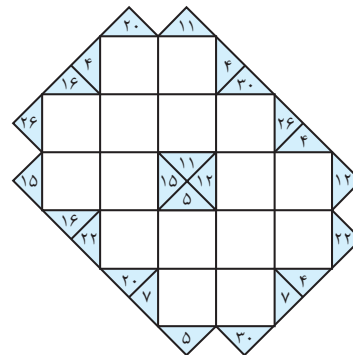
معمای شماره (۲)



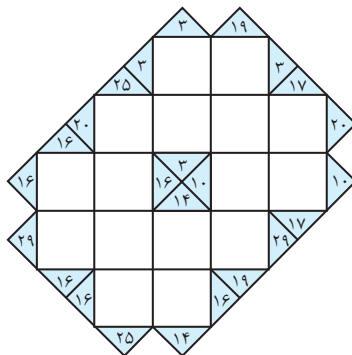
معمای شماره (۳)



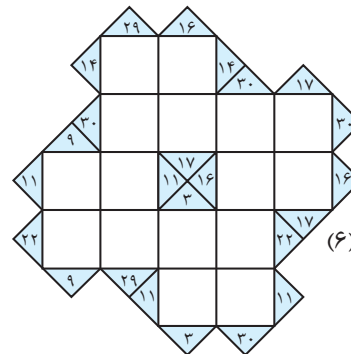
معمای شماره (۴)



معمای شماره (۵)



معمای شماره (۶)





سرگرمی‌های ریاضی

سرگرمی‌های ریاضی

نوشته: پاول وادرلیند

مترجم: لطف‌الله همایون

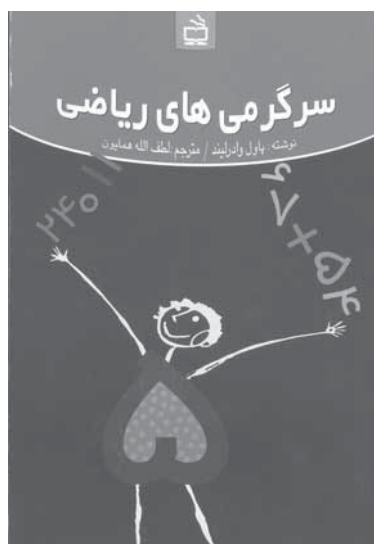
ناشر: انتشارات مدرسه (۰۳۲۴-۸۸۸۰۰۲۱)

جلد اول سرگرمی‌های ریاضی در سال ۱۳۸۳ چاپ شد و جلد دوم آن به تازگی از چاپ درآمد است و این نشان می‌دهد استقبال از جلد اول خوب بوده که مترجم به ادامه کار همت گماشته است. نویسنده کتاب، وادرلیند، استاد دانشگاه استکهلم، پایتخت سوئد است و کتاب نیز از زبان سوئدی ترجمه شده است.

به نظر ما این دو کتاب می‌تواند برای دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی برای سال‌ها مفید واقع شود، زیرا در آن انواع مسائل آسان و مشکل وجود دارد که چه بسا شما در سال‌های آخر دبیرستان و حتی دانشگاه بتوانید جواب آنها را پیدا کنید. اما به هر حال بسیاری از مسائل و معماها هم از همین حالا، البته برای کلاس سومی‌ها، جالب توجه و زیباست.

نکته‌ای که آقای وادرلیند در مقدمه کتاب دوم به آن اشاره کرده مهم است. او گفته است از خواندن سؤال‌ها یا معماهایی که به نظر تان سخت می‌آید خسته نشوید و فوراً به بخش پاسخ‌ها نروید، بلکه مسئله را در ذهن خود نگه دارید و پیوسته روی آن فکر کنید تا خودتان به جواب برسید.

اکنون برای نمونه چند سؤال ساده‌تر از این دو کتاب را برایتان می‌آوریم. جواب دوتا



را خودمان می‌دهیم و جواب سومی را شما پیدا کنید.

۱. اگر عددهای دو رقمی را به دو گروه تقسیم کنیم تعداد عددهای کدام گروه بیشتر است؟ آنهایی که رقم اولشان بیشتر از رقم دوم است یا برعکس؟ (مسئله ۱۸، جلد اول).

جواب. برای اینکه صورت این سؤال را بهتر متوجه شوید کلیه اعداد دو رقمی (۱۰ تا ۹۹) را ده تا ده تا زیر هم بنویسید و کمی در آنها دقت کنید، خواهید دید که ۳۶ عدد از این مجموعه، رقم اولشان کوچک‌تر از رقم دوم است.

۲. برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب از صفحه یک تا آخر، ۳۶۸۹ رقم به کار برده‌ایم. این کتاب چند صفحه دارد؟ (مسئله ۱۲۶، جلد دوم).

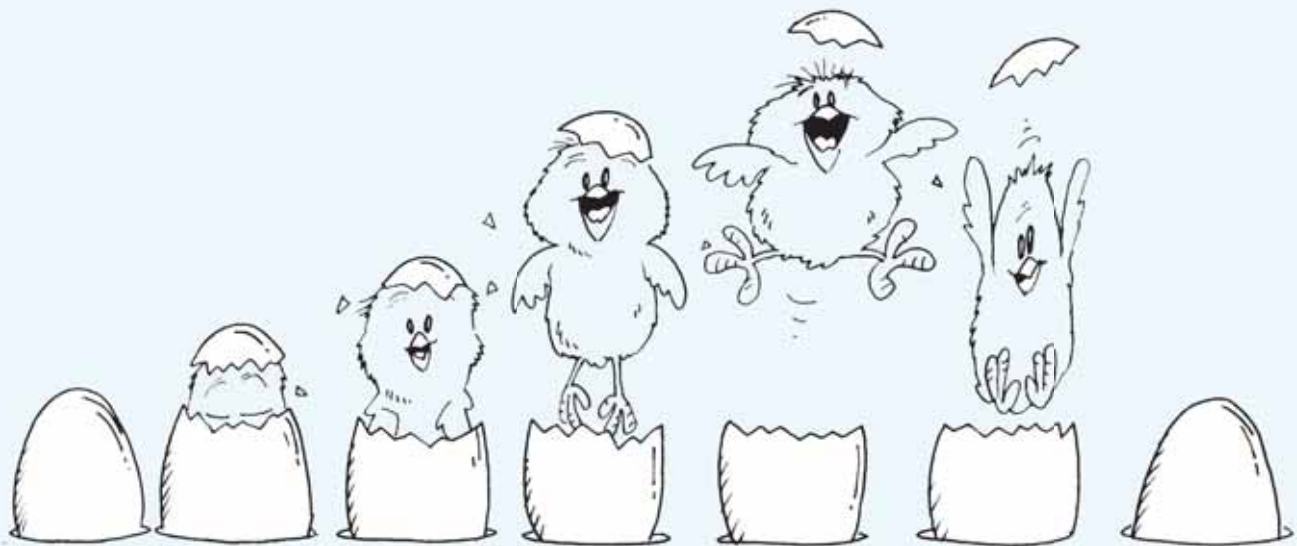
جواب. برای عددهای یک رقمی روی هم ۹ رقم به کار می‌رود. برای همه دورقمی‌ها $2 \times 90 = 180$ رقم و برای همه سه رقمی‌ها $3 \times 900 = 2700$ رقم و اگر به همین ترتیب پیش برویم خواهیم دید که مجموع صفحات کتاب ما ۱۱۹۹ است.

۳. سهراب، جلال و هادی برای سفر تهران - کرج و برگشت، اتومبیل یکی از دوستان خود را به امانت گرفتند. متأسفانه باک بنزین کاملاً خالی بود، اما سهراب یک گالن ۵ لیتری و جلال یک گالن ۴ لیتری پر از بنزین داشتند و این مقدار دقیقاً برای رفت و برگشت آن‌ها کافی بود. از آنجا که هادی آدم حساب‌دانی است، ۱۵۰ تومان بابت بنزین به دوستان خود داد. به نظر شما این پول چگونه باید بین سهراب و جلال تقسیم شود؟ (مسئله ۲۱۶، جلد دوم).



زاویه و پرورش طیور

■ **کلیدواژه‌ها:** کاربرد ریاضی، زاویه، پرورش طیور



دستگاه جوجه کشی می‌گذارد.

شما فکر می‌کنید در جوجه‌کشی زاویه چه کاربردی دارد؟

زرده یک تخم‌مرغ تازه تولید شده دارای وزن مخصوصی است که باعث ته‌نشین شدن آن در لایه رقیق سفیده می‌شود. اما وقتی یک تخم‌مرغ در ماشین جوجه‌کشی قرار می‌گیرد وزن مخصوص آن کاهش می‌یابد و زرده و نطفه روی آن در لایه سفیده صعود می‌کند و اگر تخم‌مرغ چرخانده نشود، زرده بالا با سفیده غلیظ خارجی تماس می‌یابد. بنابراین اگر تخم‌مرغ چرخانده نشود معمولاً جنین می‌میرد. در جوجه‌کشی طبیعی، مرغ روزانه چندین بار تخم‌مرغ‌ها را می‌چرخاند و در جوجه‌کشی مصنوعی، تخم‌مرغ‌ها روی انتهای کوچکشان قرار می‌گیرند و حول محور بلند خود، به جلو و عقب چرخانده می‌شوند. تخم‌مرغ‌ها نباید حول محور کوچک خود چرخانده شوند، زیرا باعث پاره شدن کیسه آلانتونیک (کیسه‌ای که در جنین در حال رشد برای جمع‌آوری مواد دفعی جنین به وجود می‌آید) و مرگ و میر جنین خواهد شد. اغلب تخم‌مرغ‌ها نسبت به حالت قائم ۴۵ درجه چرخانده می‌شوند و

از زمانی که انسان پا به جهان هستی گذاشت تاکنون که پیشرفت علم باعث تسخیر فضا شده، تغذیه از حیاتی‌ترین مسائل بوده است. انسان‌های اولیه با شکار حیوانات وحشی بخشی از نیازهای غذایی خود را تأمین می‌کردند. اما به مرور زمان و با افزایش جمعیت، بشر به ناچار برخی از حیوانات وحشی را اهلی و از آنها برای تغذیه استفاده کرده است (مرغ‌های خانگی از قرن پنجم پیش از میلاد اهلی شده‌اند).

در میان موجودات مختلف، طیور در تأمین پروتئین مورد نیاز انسان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند.

پرورش طیور به صورت سنتی نمی‌تواند پاسخگوی نیاز پروتئین انسان‌ها باشد. اما با پرورش صنعتی طیور در یک فضای محدود، طیور بسیاری را می‌توان پرورش داد. پیش از این‌ها، جوجه‌کشی بیشتر به وسیله مرغ و به طور طبیعی انجام می‌گرفت، ولی از آنجا که جوجه‌کشی طبیعی نمی‌توانست جوابگوی تولید جوجه‌های یک‌روزه مورد نیاز باشد، به جای آن، جوجه‌کشی مصنوعی رایج شد.

شرکت جوجه‌کشی ابتدا مرغ مادر را از نژاد اصلاح شده و با توجه به نیاز خود (گوشتی یا تخمی) پرورش می‌دهد و از این مرغ‌های تخمی اصلاح شده تخم می‌گیرد و تخم مرغ‌های شناخته شده را در درون

سپس در جهت عکس و موقعیتی مشابه چرخانده خواهند شد.



چرخش کمتر از ۴۵ درجه برای داشتن حداکثر امکان جوجه‌درآوری کافی نخواهد بود. هرچه فواصل زمانی چرخاندن تخم‌مرغ‌ها کمتر باشد درصد امکان جوجه‌درآوری بیشتر خواهد بود.

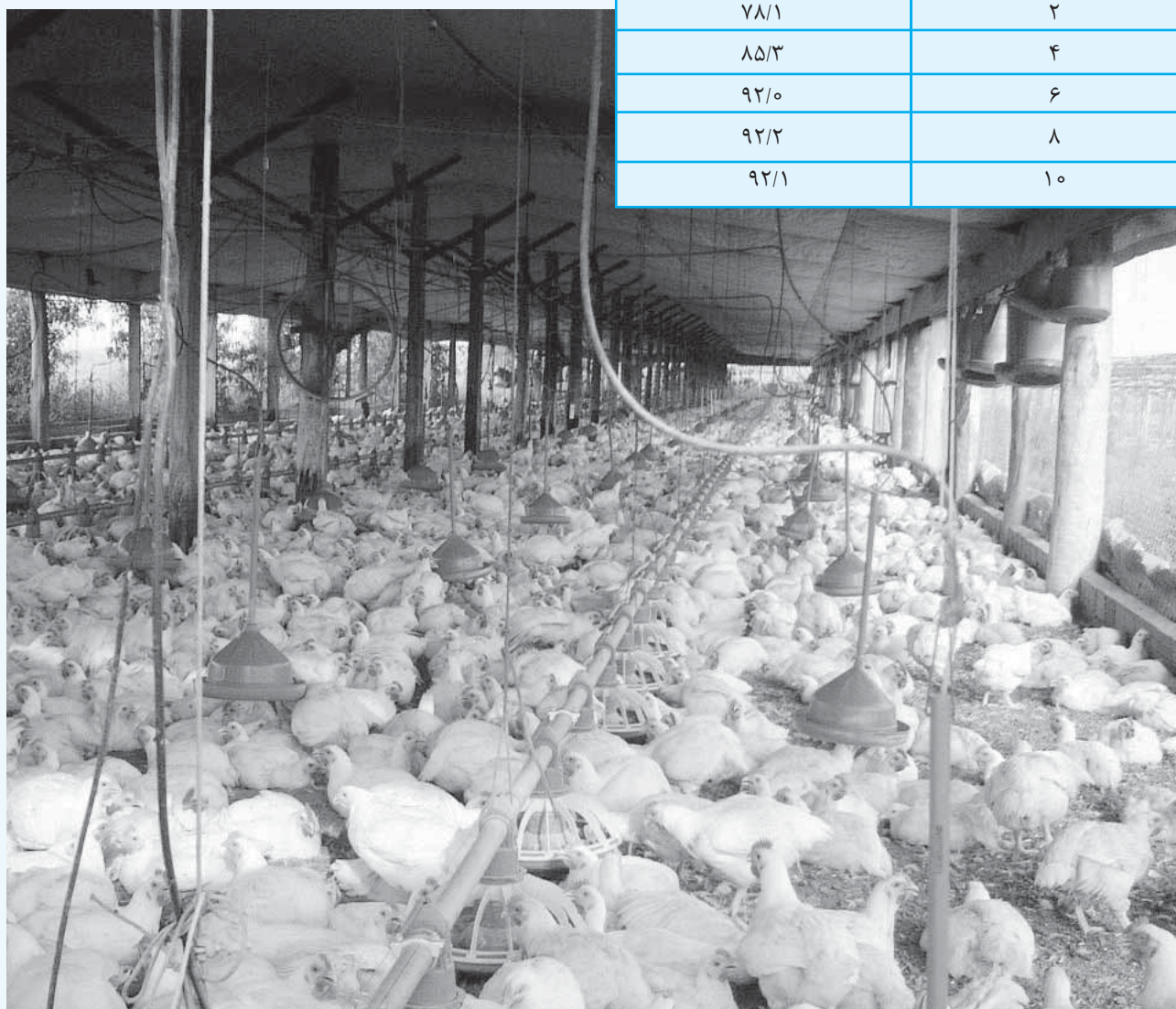
اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌های جوجه‌کشی در طی جوجه‌کشی نیز متفاوت است. هرچه از زمان جوجه‌کشی بگذرد، اثر چرخاندن در امکان جوجه‌درآوری کمتر خواهد شد.

اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌های قابل جوجه‌کشی در مراحل مختلف	
مرحله چرخاندن در دوره جوجه‌کشی	درصد جوجه‌درآوری تخم‌مرغ‌های بارور
بدون چرخاندن	۲۸
۱ تا ۷ روزگی	۷۸
۱ تا ۱۴ روزگی	۹۲
۱ تا ۱۸ روزگی	۹۵

منبع

۱. پرورش طیور فنی و حرفه‌ای (گروه تحصیلی کشاورزی)، ۱۳۸۲، چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌ها بر امکان جوجه‌درآوری	
تعداد چرخش در روز	درصد امکان جوجه‌درآوری در تخم‌های بارور
۲	۷۸/۱
۴	۸۵/۳
۶	۹۲/۰
۸	۹۲/۲
۱۰	۹۲/۱





۱ = ۸۰!

■ کلیدواژه‌ها: صرفه‌جویی در مصرف آب، مسواک زدن

ما با آن یک لیوان آب به راحتی دهانمان را می‌شوئیم و از مامان تشکر می‌کنیم.

باز بیاییم بار دیگر فرض کنیم که در یک بیابان بی آب و علف که آب حکم طلا را دارد، یک نفر را می‌بینیم که با ۸۰ لیوان آب با آرامش دارد مسواک می‌زند و آب هم از آب تکان نمی‌خورد!

بچه‌ها نخندید و تعجب هم نکنید. این دو فرض، هردو حقیقت دارند یعنی بعضی‌ها با یک لیوان و بعضی با ۸۰ لیوان آب مسواک می‌زنند! در

فرض کردن بر جوانان عیب نیست! بد نیست که بدانید خیلی از همین فرض‌های تخیلی بوده که واقعیت‌های کنونی ما را ساخته‌اند! پس بیاییم فرض کنیم آخر شب که شروع به مسواک زدن می‌کنیم، هم‌زمان شیر آب را باز می‌کنیم و می‌بینیم که آبی از شیر نمی‌آید و به اصطلاح آب قطع شده است. بعد از توی دستشویی داد می‌زنیم و می‌گوییم مامان جان! من مسواک زدم، ولی آب نداریم. در همین لحظه مامان به سرعت یک لیوان آب ولرم از داخل سماور برایمان می‌آورد و



در هر روز مقدار یک
میلیارد و پانصد میلیون
لیتر آب در نتیجه مسواک
زدن ۷۵ میلیون ایرانی
وارد فاضلاب می‌شود

سؤال: بچه‌ها حالا می‌دانید که با یک لیوان آب هم می‌توان به خوبی مسواک زد. با این فرض حساب کنید که اگر به جای ۲ دقیقه باز بودن شیر آب در هنگام مسواک زدن، تنها یک لیوان آب برداریم و مسواک بزنیم، در نتیجه این عمل چه میزان آب در روز و در یک سال صرفه‌جویی می‌شود؟

راهنمایی: قبلاً گفتیم که در هر دقیقه باز بودن شیر آب حدود ۱۰ لیتر و در ۲ دقیقه، ۲۰ لیتر آب به هدر می‌رود؛ و اگر با هر لیتر آب بتوان ۴ لیوان را پر از آب کرد، بنابراین با ۲۰ لیتر آب می‌توان ۸۰ لیوان را پر کرد. حالا شما مقایسه را ادامه دهید

کشور ما مسواک زدن حدود ۲ دقیقه طول می‌کشد. در هر دقیقه که شیر آب باز است حدود ۱۰ لیتر آب به هدر می‌رود و در ۲ دقیقه ۲۰ لیتر. بعضی‌ها در ۲۴ ساعت ۲ تا ۳ بار مسواک می‌زنند، بعضی دیگر هم فقط یک بار و تعدادی هم اصلاً خیالشان را راحت کرده‌اند و مسواک نمی‌زنند. با این حساب می‌توانیم فرض کنیم که روزانه هر نفر به طور میانگین یک بار مسواک می‌زند. به این ترتیب با ۷۵ میلیون ایرانی در شبانه‌روز با حساب یک بار مسواک زدن در ۲ دقیقه، آن هم با شیر آب باز و با خروجی هر دقیقه ۱۰ لیتر و هر ۲ دقیقه ۲۰ لیتر خواهیم داشت:

$$75000000 \times 20 = 1500000000$$

یعنی در هر روز مقدار یک میلیارد و پانصد میلیون لیتر آب در نتیجه مسواک زدن ۷۵ میلیون ایرانی وارد فاضلاب می‌شود و در سال

$$1500000000 \times 365 = 547500000000$$

یعنی پانصد و چهل و هفت میلیارد و پانصد میلیون لیتر آب برای مسواک زدن به هدر می‌رود.

با هر یک لیتر آب می‌توانیم ۴ لیوان به ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر و قطر ۶ سانتی‌متر را پر از آب کنیم. پس می‌توانیم

$$547500000000 \times 4 = 2190000000000$$

یعنی دو میلیارد و صد و نود میلیارد لیوان را پر از آب کنیم.

پزشکان نوشیدن ۸ لیوان آب را در شبانه‌روز توصیه می‌کنند. یعنی با بیست و یک میلیارد و نهصد میلیارد لیوان آب می‌توان

$$2190000000000 \div 8 = 273750000000$$

دویست و هفتاد و سه میلیارد و هفتصد و پنجاه میلیون نفر را به نحو احسن سیراب سیراب کرد!

می‌دانید که با یک لیوان آب هم می‌توان به خوبی مسواک زد. با این فرض حساب کنید که اگر به جای ۲ دقیقه باز بودن شیر آب در هنگام مسواک زدن، تنها یک لیوان آب برداریم و مسواک بزنیم، در نتیجه این عمل چه میزان آب در روز و سال صرفه‌جویی می‌شود؟





سؤال‌های مسابقه ریاضی

استرالیا (AMC)



۲۲. جمله زیر را در نظر بگیرید:

THIS IS ONE GREAT CHALLENGE IN MATHEMATICS

در هر دقیقه، اولین حرف هر کلمه (یعنی حرف سمت چپ آن) به انتهای راست آن کلمه می‌رود. پس از چند دقیقه، دوباره جمله اول ظاهر می‌شود؟

الف) ۴۲۲	ب) ۸۸۰	پ) ۱۲۶۴
ت) ۱۸۰۰	ث) ۱۹۸۰	

۲۳. تعداد مقسوم‌علیه‌های زوج عدد a با تعداد مقسوم‌علیه‌های فرد

این عدد، برابر است. تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد b ، فرد است. مجموع $a+b$ می‌تواند کدام عدد باشد؟

الف) ۱۴	ب) ۱۶	پ) ۱۷
ت) ۲۰	ث) ۲۱	

۲۴. آرش و بهرام دو کاشی‌کارند که سالن بزرگ یک ساختمان

جدید را با کاشی‌های مربع شکل یکسان، کاشی می‌کنند. آرش اولین کاشی را می‌گذارد و بهرام با گذاشتن یک کاشی دیگر و تشکیل یک مستطیل، سطح کاشی‌کاری شده را دو برابر می‌کند. سپس آرش دو کاشی دیگر می‌گذارد و یک سطح مربع شکل را می‌پوشاند. عمل دو برابر کردن سطح کاشی‌شده توسط آرش و بهرام به همین طریق ادامه می‌یابد و یک سطح مربعی پوشانده می‌شود (توسط آرش) یا یک سطح مستطیل شکل (توسط بهرام). هنگام نهار، آنها به کار خود نگاهی انداختند. کدام یک از جملات زیر می‌تواند درست باشد؟

الف) بهرام آخرین کاشی را چیده و در کل ۲۵۶ کاشی چیده شده است.

در این شماره، پرسش‌های ۲۱ تا ۳۰ مسابقه ریاضی استرالیا (۲۰۱۰) برای پایه‌های دوم و سوم راهنمایی را که به صورت چندگزینه‌ای و تشریحی بودند، می‌خوانید. تلاش کنید همه آن‌ها را پاسخ دهید. برای بررسی درستی پاسخ‌هایتان، جواب آن‌ها به همراه توضیح مختصری درباره هر یک، در همین شماره آمده است.

پرسش‌های ۲۱ تا ۲۵، هریک ۵ امتیاز دارد.

۲۱. در مثلث زیر، هریک از اضلاع، یک عدد اول و محیط مثلث نیز یک عدد اول است. کوچک‌ترین محیط ممکن برای چنین مثلثی چیست؟



الف) ۱۱	ب) ۱۷	پ) ۱۹
ت) ۲۳	ث) ۲۹	

۲۸. دو دنباله عددی زیر را در نظر بگیرید که با هم در حال

افزایش‌اند.

..... ، ۲۴ ، ۱۹ ، ۱۴ ، ۹ ، ۴

..... ، ۵۴ ، ۴۳ ، ۳۲ ، ۲۱ ، ۱۰

..... ، ۸۴ ، ۶۷ ، ۵۰ ، ۳۳ ، ۱۶

اولین عددی که هم‌زمان در سه دنباله ظاهر می‌شود، چیست؟

۲۹. یک عدد سه‌رقمی را از یک عدد چهار رقمی کم کرده‌ایم، حاصل

یک عدد سه‌رقمی شده است:

$$\square\square\square\square - \square\square\square = \square\square\square$$

هر ۱۰ رقم با هم متفاوت‌اند. کمترین حاصل تفریق ممکن، کدام

است؟

۳۰. یک فهرست از دوازده عدد داریم که اولین آنها، ۱، آخرین آنها،

۱۲ و هریک از اعداد دیگر، یکی بیشتر از میانگین دو عددِ دو طرفِ آن

است. بزرگ‌ترین عدد، در این فهرست، کدام است؟

پاسخ‌های مسائل در صفحه ۴۳



ب) آرش آخرین کاشی را چیده و در کل ۲۰۴۸ کاشی چیده شده

است.

پ) بهرام آخرین کاشی را چیده و شکل کاشی‌کاری‌شده، یک مربع

است.

ت) بهرام اولین کاشی بعد از نهار را می‌چیند و در کل ۸۱۹۲ کاشی

چیده شده بود.

ث) آرش اولین کاشی بعد از نهار را می‌چیند و در کل ۵۱۲ کاشی

چیده شده بود.

۲۵. نسترن و نرگس، هریک روزانه دو یا سه شعر می‌نویسند. پس

از مدتی، نسترن ۴۳ شعر نوشته درحالی‌که نرگس ۶۱ شعر نوشته است.

این مدت چند روز بوده است؟

پ) ۱۹

ب) ۱۸

الف) ۲۲

ث) ۲۱

ت) ۲۰

پرسش‌های ۲۶ تا ۳۰ تشریحی است. پرسش

۲۶، ۶ امتیاز؛ پرسش ۲۷، ۷ امتیاز؛ پرسش ۲۸، ۸

امتیاز؛ پرسش ۲۹، ۹ امتیاز و پرسش ۳۰، ۱۰ امتیاز

دارد.

۲۶. یک عدد طبیعی را «صعودی» نامیم، هرگاه هر رقم آن از رقم

قبلی‌اش بزرگ‌تر باشد؛ آن را «نزولی» می‌نامیم، هرگاه هر رقم آن از رقم

قبلی‌اش کوچک‌تر باشد. یک عدد سه رقمی نزولی پیدا کنید که مجذور

یک عدد صعودی باشد.

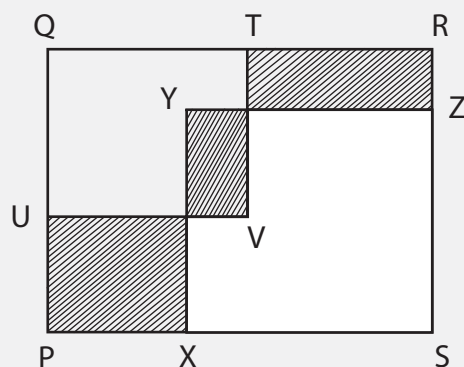
۲۷. دو مربع QTVU و SXYZ مطابق شکل، درون مستطیل

PQRS چنان رسم شده‌اند که محیط هر سه مستطیل هاشورخورده در

شکل، با هم برابر است. اگر اضلاع مستطیل PQRS، ۲۰ و ۲۲ سانتی‌متر

باشد، مجموع محیط‌های QTVU و SXYZ بر حسب سانتی‌متر چقدر

است؟



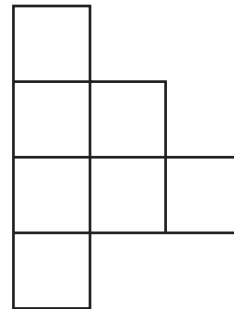


معما و سرگرمی

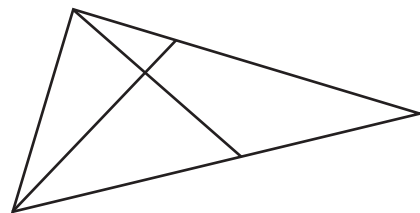
۱. در یک نقشه ساختمان، هر ۱۰ متر را با ۵ میلی‌متر نشان داده‌اند. در این نقشه طول یک راهرو را که ۷۰ متر است با چند سانتی‌متر نشان می‌دهند؟



۲. در شکل مقابل، اعداد ۱ تا ۷ را طوری در خانه‌های هفتگانه بگنجانید که هیچ عددی تکراری نباشد و هیچ دو عدد متوالی در خانه‌های پشت سر هم چه عمودی، چه افقی و چه ضربدر قرار نگیرد؟



۳. از سه رأس مثلثی سه خط رسم می‌کنیم تا هریک ضلع مقابل را قطع کند و به این ترتیب مثلث موردنظر به چند مثلث تبدیل می‌شود.



به نظر شما در این شکل در مجموع چند مثلث می‌توان شمرد؟

۴. هفت نفر وارد باغی شدند. باغبان تعدادی سیب چید و به ترتیب به آنها داد، به طوری که برای خودش تنها یک سیب باقی ماند و هریک از آنها نصف دیگری سیب دریافت کرد. یعنی نفر اول پس از گرفتن سیب‌ها، نیمی از آنها را برداشت و نیم دیگر را به دومی داد. دومی نیز از سیب‌هایی که گرفته بود، نیمی را برداشت و نیمی را به سومی داد و سومی نیز نیمی از آنچه گرفته بود برداشت و نیمی را به چهارمی داد. به این ترتیب عمل شد تا به نفر هفتم رسید. نفر هفتم نیز وقتی نیمی از سیب‌هایش را به باغبان داد، باغبان تنها یک سیب داشت. کل سیب‌ها چند عدد بوده است؟

۵. $\frac{1}{4}$ کدام عدد، پنج برابر نصف ۱۸ است؟

۶. عدد ۵۰ را بر $\frac{1}{4}$ تقسیم کنید و عدد ۳ را بر آن بیفزایید و فوراً بگویید نتیجه چه می‌شود؟



پاسخ پرسش‌های مسابقه استرالیا

۲۱. اعداد اول عبارتند از: ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ...
برای اینکه عددهای اول x, y, z به صورت $y < z < x$ تشکیل یک مثلث مختلف‌الاضلاع بدهند، باید $x + y > z$ از طرفی محیط این مثلث باید عددی اول باشد و اگر $x=2$ ، چون z و y حتماً فرد خواهند شد، محیط $x+y+z=2$ عددی زوج می‌شود که دیگر اول نیست. پس x نمی‌تواند ۲ باشد و لااقل ۳ است. حالت‌های مختلف اضلاع چنین مثلثی و محیط آن، در صورتی که محیط آن از ۲۵ کمتر باشد، در جدول زیر آمده است:

شماره حالت	x	y	z	محیط	وضعیت اول بودن
(۱)	۳	۵	۷	۱۵	نیست
(۲)	۳	۵	۱۱	۱۹	✓
(۳)	۳	۵	۱۳	۲۱	نیست
(۴)	۳	۷	۱۱	۲۱	نیست
(۵)	۵	۷	۱۱	۲۳	✓

در حالت (۲) که ضلع‌ها و محیط عدد اول درآمده‌اند، $3+5+11=21$ ، پس اصلاً چنین مثلثی وجود ندارد. لذا حالت (۵) کمترین محیط ممکن برای چنین مثلثی است (باز هم توجه کنید که در این صورت $11 > 5+7$ و چنین مثلثی حتماً وجود دارد).

۲۲. هر کلمه، بعد از تعداد دقایقی که با تعداد حروفش برابر باشد، تکرار می‌شود. پس باید کوچک‌ترین مضرب مشترک تعداد حروف هفت کلمه تشکیل‌دهنده این جمله، یعنی ک.م.م ۴، ۲، ۳، ۵، ۹، ۲ و ۱۱ را پیدا کنیم که برابر با $1980 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11$ است.

۲۳. نخست توجه کنید که یک عدد تنها زمانی نصف تعداد مقسوم‌علیه‌هایش فرد است که خودش دو برابر یک عدد فرد باشد، مثل ۲، ۶، ۱۰، ۱۴، ۱۸، و پس a یکی از این اعداد است. از طرفی تعداد مقسوم‌علیه‌های یک عدد، زمانی فرد است که آن عدد، یک مجذور کامل باشد. پس b نیز یکی از اعداد ۱، ۴، ۹، ۱۶ و است. حاصل جمع‌های

۲۴. کار کاشی‌کاری با یک کاشی آغاز و هر بار تعداد آن دو برابر شده است، لذا در هر مرحله، 2^n کاشی داریم. هرگاه آرش کار خود را تمام کند، n (توان ۲) عددی زوج است و هرگاه بهرام کاشی‌های خود را بچیند، n عددی فرد است. این را می‌توانید در جدول زیر بهتر مشاهده کنید:

نوبت	تعداد کاشی	n	زوجیت n
آرش	$2^0=1$	۰	زوج
بهرام	$2^1=2$	۱	فرد
آرش	$2^2=4$	۲	زوج
بهرام	$2^3=8$	۳	فرد
.	.	.	.
.	.	.	.

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: $2^8=256$ و ۸ عددی زوج است، پس بهرام آخرین کاشی را نچیده است، لذا گزینه الف نادرست است.

$2^{11}=2048$ و ۱۱ عددی فرد است، پس آخرین کاشی را آرش نچیده و گزینه ب نیز نادرست است.

از آنجا که بهرام همیشه یک شکل مستطیلی درست می‌کند، گزینه پ نیز نمی‌تواند درست باشد. چون $2^{13}=8192$ و ۱۳ عددی فرد است، پس آخرین کاشی را آرش نچیده است که کاشی بعدی را بهرام بچیند. لذا گزینه ت نیز نادرست است.

و بالاخره گزینه ث باید درست باشد و علت آن این است که $2^9=512$ ، یعنی آخرین کاشی را بهرام چیده بود و لذا کاشی بعدی را آرش خواهد چید.

۲۵. راه‌حل اول: چون نرگس، ۱۸ شعر بیشتر از نسترن نوشته، پس لااقل ۱۸ روز از این روزها، نسترن دو شعر می‌نوشته و نرگس سه

شعر؛ پس:

$$x+y+z=20$$

و

پس:

$$a+x+b+y+c+z=42=20+22$$

یعنی:

$$b+y+b+y+b+y=3(b+y)=42$$

پس:

$$b+y=\frac{42}{3}=14$$

حال مجموع محیط مربع‌های QTVU و SXYZ را حساب می‌کنیم:

$$2(z+y+a+b+c+b+y+z)=$$

$$2(a+b+c+x+y+z+b+y)$$

$$=2(22+20+14)=112\text{cm}$$

راه‌حل‌های دیگری نیز برای این مسئله وجود دارد که ممکن است شما از آن راه‌ها، مسئله را حل کرده باشید.

۲۸. اگر هریک از دنباله‌ها را از یک عدد جلوتر شروع کنیم، خواهیم داشت:

$$-1, 4, 9, 14, 19, 24, \dots$$

$$-1, 10, 21, 32, 43, 54, \dots$$

$$-1, 16, 33, 50, 67, 84, \dots$$

و دنباله‌ها به ترتیب ۵ تا، ۵ تا، ۱۱ تا ۱۱ و ۱۷ تا ۱۷ تا افزایش می‌یابند و $935 = 17 \times 11 \times 5 = 17 \square 11 \square 5$ ؛ پس کوچک‌ترین (اولین) عددی که در هر سه دنباله همزمان ظاهر می‌شود، $935 = 1 + 935$ است.

۲۹. تفریق موردنظر را به صورت زیر می‌نویسیم که در آن هر حرف، نشان‌دهنده یک رقم است و HIJ باید کمترین مقدار ممکن باشد:

$$\begin{array}{r} A \quad B \quad C \quad D \\ - \quad E \quad F \quad G \\ \hline H \quad I \quad J \end{array}$$

A باید ۱ باشد، زیرا اگر $A \geq 2$ ، آن‌گاه اختلاف یک عدد سه رقمی از عددی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰، نمی‌تواند سه رقمی بشود. همچنین $HIJ \geq 203$ ، زیرا کوچک‌ترین رقم‌ها به جز ۰، ۱ و ۲ هستند و کوچک‌ترین عدد سه رقمی ممکن با این ارقام، ۲۰۳ است. پس مسئله به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{array}{r} 1 \quad B \quad C \quad D \\ - \quad E \quad F \quad G \\ \hline 2 \quad I \quad J \end{array}$$

$$43 = (18 \times 2) + \frac{2+2+3}{7}$$

$$61 = (18 \times 3) + \frac{2+2+3}{7}$$

(زیرا تنها حالتی که می‌توان عدد ۷ را به صورت جمع ۲ها و ۳ها نوشت، $2+2+3$ است)؛ پس سه روز دیگر به جز آن ۱۸ روز، شعر نوشته‌اند، یعنی ۲۱ روز.

راه‌حل دوم: تعداد روزها نمی‌تواند کمتر از ۲۱ روز باشد، زیرا در ۲۰ روز، حداکثر $20 \times 3 = 60$ شعر می‌توان گفت (نه ۶۱ شعر). همچنین تعداد روزها از ۲۱ روز بیشتر نیست، زیرا در ۲۲ روز حداقل $22 \times 2 = 44$ شعر می‌توان گفت (نه ۴۳ شعر). پس ۲۱ روز، پاسخ مسئله است.

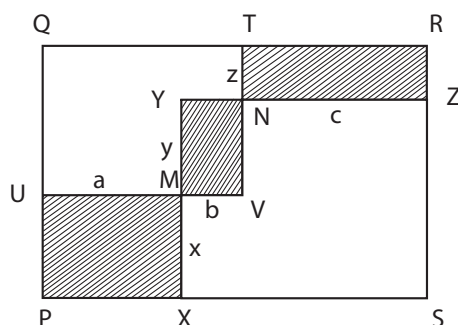
۲۶. اعداد سه‌رقمی نزولی، حداقل ۲۱۰ و حداکثر ۹۸۷ هستند. پس اگر این عدد سه‌رقمی بخواهد مجذور یک عدد صعودی دو رقمی مثل n باشد، لااقل ۱۵ و حداکثر ۳۱ است. از طرفی رقم یکان n^2 ، ۹ نمی‌تواند باشد، پس یکان n، ۳ یا ۷ نمی‌تواند باشد. پس مقادیر ممکن برای n را در جدول زیر می‌بینیم:

n	۱۵	۱۶	۱۸	۱۹	۲۴	۲۵	۲۶	۲۸	۲۹
n^2	۲۲۵	۲۵۶	۳۲۴	۳۶۱	۵۷۶	۶۲۵	۶۷۶	۷۸۴	۸۴۱

و $841 = 29^2$ ، تنها عدد سه رقمی نزولی است که مجذور یک عدد دو رقمی صعودی است.

۲۷. فرض کنید طبق شکل:

$$UM=a \text{ و } MV=b \text{ و } NZ=c \text{ و } XM=x \text{ و } MY=y \text{ و } NT=z$$



پس طبق صورت سؤال

$$a+x=b+y=c+z$$

$$a+b+c=22$$

9



دفتر انتشارات کمک آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد آموزش ابتدایی • رشد آموزش راهنمایی تحصیلی • رشد تکنولوژی

آموزشی • رشد مدرسه فردا • رشد مدیریت مدرسه • رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)
- رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه)
- رشد آموزش قرآن • رشد آموزش معارف اسلامی • رشد آموزش زبان و ادب فارسی • رشد آموزش هنر • رشد مشاور مدرسه • رشد آموزش تربیت بدنی • رشد آموزش علوم اجتماعی • رشد آموزش تاریخ • رشد آموزش جغرافیا • رشد آموزش زبان • رشد آموزش ریاضی • رشد آموزش فیزیک • رشد آموزش شیمی • رشد آموزش زیست‌شناسی • رشد آموزش زمین‌شناسی • رشد آموزش فنی و حرفه‌ای • رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۰۲۱

با توجه به اینکه نتیجه تفریق، سه رقمی شده، باید $E > B$ و از آخرین ۱، یک انتقال گرفته شود. پس $B = 0$ یا ۱ یا ۲ بوده. اما ۱ و ۲ را قبلاً استفاده کردیم، پس $B = 0$ و $E = 7$ یا $E = 8$ و $H \geq 2$.
قرار می‌دهیم $I = 3$ و حالت‌های ممکن را امتحان می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad C \quad D \\ - \quad 7 \quad F \quad G \\ \hline 2 \quad 3 \quad J \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad C \quad D \\ - \quad 8 \quad F \quad G \\ \hline 2 \quad 3 \quad J \end{array}$$

در اولین حالت، برای F و C مقادیر درستی در نمی‌آید (به انتقال‌ها در تفریق توجه کنید) و در حالت دوم، برای F و C ، جفت اعداد ۴ و ۷ یا ۵ و ۹ یا ۶ و ۹ به دست می‌آید که هیچ‌یک از آنها مقادیر مناسبی برای H, G, D به دست نمی‌دهد. پس $I = 4$ قرار می‌دهیم (توجه کنید که $H \geq 4$ را به تدریج بزرگ می‌کنیم):

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad C \quad D \\ - \quad 7 \quad F \quad G \\ \hline 2 \quad 4 \quad J \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad C \quad D \\ - \quad 8 \quad F \quad G \\ \hline 2 \quad 4 \quad J \end{array}$$

در حالت دوم، جفت اعداد ۳ و ۷ یا ۵ و ۹ برای F و C به دست می‌آید که ارقام مناسب برای H, G, D را به دست نمی‌دهد. در حالت اول، بین تمام حالت‌های ممکن برای F و C (یعنی ۳ و ۹، یا ۳ و ۸) تنها ۳ و ۸ به جواب‌های زیر می‌انجامد که کمترین مقادیر برای $H \geq 4$ است، یعنی ۲۴ مورد قبول است:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 3 \quad 5 \\ - \quad 7 \quad 8 \quad 9 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 6 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 3 \quad 5 \\ - \quad 7 \quad 8 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 9 \end{array}$$

۳۰. اولین جمله این فهرست ۱ است.

بینیم اگر جمله دوم ۲ باشد، چه می‌شود: در این صورت طبق شرط مسئله، باید جمله سوم نیز ۱ باشد: ۱ و ۲ و ۱
اگر جمله دوم ۳ باشد، آن وقت داریم: ۱، ۳، ۱؛
و اگر جمله دوم ۴ باشد، خواهیم داشت: ۱، ۴، ۵، ۴، ۱؛
حال ۵ را امتحان می‌کنیم: ۱، ۵، ۷، ۷، ۱؛
پس اگر جمله دوم ۳ باشد، جمله سوم نیز ۳ خواهد شد، اگر جمله دوم ۴ باشد، جمله چهارم نیز ۴ خواهد شد، و به همین ترتیب اگر بخواید جمله دوازدهم ۱۲ شود، باید جمله دوم ۱۲ باشد:
۱، ۱۲، ۲۱، ۲۸، ۳۳، ۳۶، ۳۷، ۳۶، ۳۳، ۲۸، ۲۱، ۱۲
و بزرگ‌ترین جمله این فهرست، ۳۷ است.



جهاد اقتصادی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دوروش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد: نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

.....
.....
.....

♦ نام و نام خانوادگی:

.....

♦ تاریخ تولد:

♦ میزان تحصیلات:

♦ تلفن:

♦ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان: خیابان:

شماره فیش: مبلغ پرداختی:

پلاک: شماره پستی:

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

.....

امضا:

♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

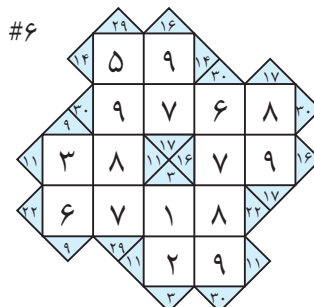
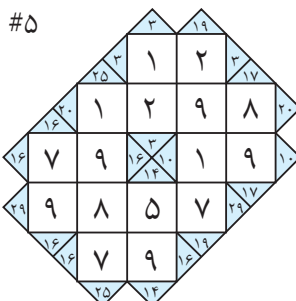
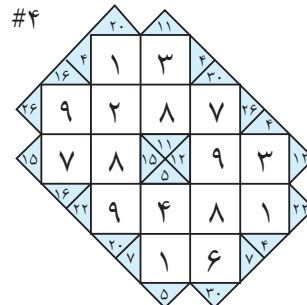
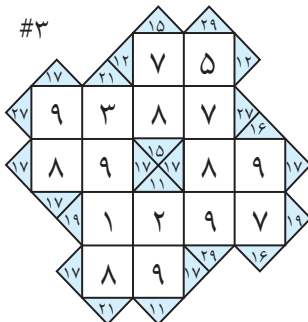
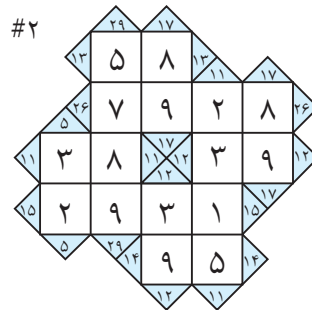
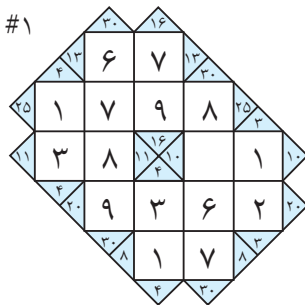
♦ اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال

پاسخ

پازل از نوعی دیگر





از میان نامه‌ها

نامه‌های رسیده

خوانندگان عزیز؛

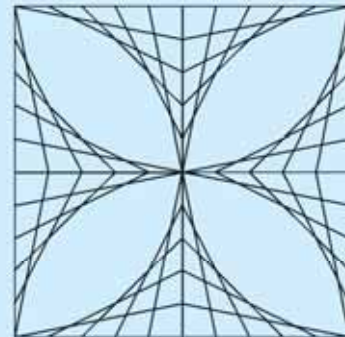
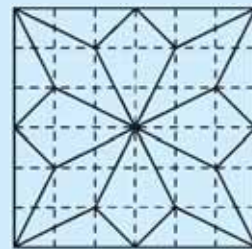
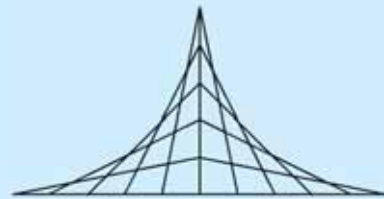
دوستان زیر توسط پیام‌نگار (پست الکترونیکی) برایمان نامه یا مطلب ارسال کرده‌اند:

• علیرضا حافظی نسب، دبیر ریاضی بیرجند؛
• مرادحسین سالمی پور، دبیر ریاضی شهرستان آبدانان؛

• علیرضا فتاحی؛

• شکوفه صیاد؛

• ایمان رحیمی، دبیر ریاضی منطقه شهاب قشم. که ترسیم‌های رایانه‌ای خود را به کمک نرم‌افزار Word رسم کرده و برای ما ارسال کرده است که چند نمونه از آنها را در زیر می‌بینید:



با تشکر از این دوستان، منتظر نامه‌های شما به ویژه پاسخ سؤالات مسابقه‌ای یا ترسیم‌های رایانه‌ای‌تان به کمک نرم‌افزار هستیم.

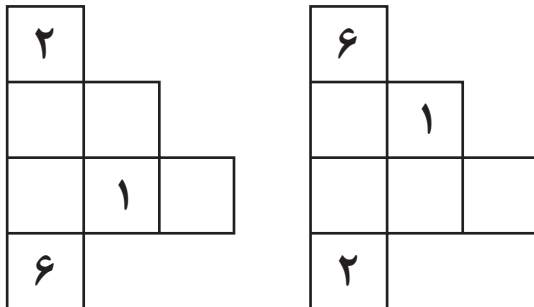
پاسخ‌های معما و سرگرمی

۱۲ ÷ ۳ = ؟



۱. پاسخ: ۳/۵ سانتی‌متر

۲. پاسخ: به یکی از دو صورت زیر ممکن است:



۳. پاسخ: ۱۷ مثلث

۴. پاسخ: ۱۲۸ عدد زیرا:

$$\begin{array}{llll} 1 \times 2 = 2 & 2 \times 2 = 4 & 4 \times 2 = 8 & 8 \times 2 = 16 \\ 8 \times 2 = 16 & 16 \times 2 = 32 & 32 \times 2 = 64 & \\ 64 \times 2 = 128 & & & \end{array}$$

۵. پاسخ: عدد ۱۸۰

۶. پاسخ: ۱۰۳ زیرا

$$50 \div \frac{1}{2} = 50 \times \frac{2}{1} = 100$$

$$100 + 3 = 103$$

جدول موضوعی مطالب مجله رشد برهان راهنمایی، شماره ۶۰

جدول زیر در هر شماره مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شماره مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفاده بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
نشانی گنج، مختصات دکارتی	آشنایی با مختصات دکارتی و لزوم وجود دو مختصه برای شناسایی هر نقطه در صفحه		۱۰-۸-۶
قاعده‌ی قرینگی	نگاهی به فرایند ذهن در انجام محاسبات	√	۴
نمایش عدد در مبنای اعداد توان‌دار هم‌پایه	تبدیل مستقیم مبنایی که به صورت اعداد توان‌دار هم‌پایه هستند		۱۰-۱
هر مثلثی متساوی‌الساقین است	اثبات هندسی، استدلال ریاضی و یافتن اشکالات منطقی در این استدلال		۱۰-۸
توضیحی درباره مقاله «این را که از قبل می‌دانستیم!»	اثبات هندسی و باطل بودن دور در اثبات		۱۰-۸-۷
مجموعه‌ها و نمودار ون	نمایش چهار مجموعه در حالت کلی		۸-۶-۱
نگاهی به ماهی‌ها به شیوه ریاضی‌دانان	تخمین تعداد ماهی‌ها و استفاده از مفاهیم احتمال	√	۱۰-۸-۷-۵
برنامه لوگو و رسم شکل‌های تکرار شونده	معرفی چند دستور در محیط برنامه‌نویسی Logo و استفاده از آن در ترسیم شکل‌های تکرار شونده		۱۰-۹-۵
آمادگی برای به‌کارگیری Excel	معرفی محیط Excel و استفاده از آن برای انجام یک پروژه کوچک ریاضی		۹-۵
ماشین حساب با باقی‌مانده تقسیم چه می‌کند؟!	استفاده از جبر برای به‌کارگیری ماشین حساب در محاسبه‌ای که ماشین حساب به تنهایی قادر به حل آن نیست		۱۰-۹-۸-۴
سودوکو	معرفی سودوکو و استدلال‌هایی که در حل آن به کار می‌آید و پیشنهاد طرح سودوکو		۱۰-۸
بازی چهار ضلعی‌ها	معرفی یک بازی درباره خاصیت چهار ضلعی‌ها		۸
پازل از نوعی دیگر، کاکورو	معرفی یک نوع پازل عددی		۸-۴
معرفی کتاب	معرفی کتاب‌های مناسب برای دانش‌آموزان مخاطب مجله		۱۰-۸
زاویه و پرورش طیور	بررسی زاویه و تعدد چرخاندن تخم مرغ‌ها در فرایند تشکیل جوجه	√	۶
$180^\circ = 1$!	محاسبه مقدار مصرف آب هنگام مسواک زدن و اسراف ناشی از آن	√	۸-۴-۳
سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا (AMC)	طرح سؤال‌ها و پاسخ‌نامه AMC-۲۰۱۰		۱۰
معما و سرگرمی	طرح مسئله‌های چالش برانگیز		۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش
 ۲. اندازه‌گیری
 ۳. تخمین و تقریب عددی
 ۴. محاسبات عددی و عملیات ذهنی
 ۵. الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی
 ۶. استفاده از نمودارها و شهود هندسی
 ۷. فرضیه‌سازی، نظریه پردازی
 ۸. کشف و استدلال
 ۹. استفاده از ابزار و فناوری
 ۱۰. حل مسئله.
- (منبع: کتاب راهنمای تدریس ریاضی دوره راهنمایی - دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی)