

مدیر مسئول: محمد ناصری

سر دبیر: زهرا گویا

مدیر داخلی: مانی رضائی

هیئت تحریریه: اسماعیل بابلیان، میرزا جلیلی، مهدی رجبعلی پور،

مانی رضائی، شیوا زمانی، بیژن ظهیری زنگنه، سیدحسن علم الهدایی،

سهیلا غلام آزاد و محمدرضا فدائی

طراح گرافیک: مهدی کریم خانی

عکس روی جلد: غلامرضا بهرامی

دوره بیست و نهم، شماره ۱، پاییز ۱۳۹۰

فصلنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

سخن سر دبیر: هزینه های کمی کردن کیفیت تدریس معلمان ...	۲	سر دبیر
نخستین گام علم شناختی ریاضیات	۴	مانی رضائی
ارزیابی ریاضی	۱۴	سهیلا غلام آزاد
آموزش انتقادی ریاضیات در عمل	۲۰	زهرا حاجی آخوندی
عمل ریاضی، بخش مهمی از فرهنگ است	۲۶	مهدی ربیعی، محمدرضا شهبازی
ریاضیات، زیباتر و جذاب تر خواهد بود، اگر...	۳۴	یوسف احمدی
تجربه های شصت سال خدمت آموزشی	۳۸	میرزا جلیلی
چکیده پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی	۵۰	
برنامه «هیچ کودکی، عقب نماند»	۵۲	نرگس مرتاضی مهربانی
چگونه ریاضی بخوانیم؟	۵۶	قربانعلی نصیری، رضا منصوری
مینیمم مقاله	۶۱	علی اکبر جاویدمهر
کنفرانس بین المللی به افتخار میشل آرتیگ	۶۳	

مجله رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه مطالب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه آرایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده مقاله داده خواهد شد.
- در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- بی نوشت ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحه مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از اثر و مقاله ارسال شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده ذکر شود.
- هم چنین:
- مجله در پذیرش، رد و ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبنی نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ گویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

● نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
● تلفن: ۹-۸۸۲۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۴)
● نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
● وبگاه: www.roshdmag.ir
● رایانامه: riazi@roshdmag.ir
● تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
● کد مدیرمسئول: ۱۰۲
● کد دفتر مجله: ۱۱۳
● کد امور مشترکین: ۱۱۴
● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
● تلفن امور مشترکین: ۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۳۳۶۶۵۵
● چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
● شمارگان: ۱۲۰۰۰

هزینه‌های کمی کردن کیفیت تدریس معلمان اجباری بگیریم!

متحدہ، قانونی به نام «هیچ کودکی عقب نماند»^۲ به تصویب رسید که ادعای اصلی آن، ارتقای عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان مدرسه‌ای از طریق افزایش فشار بر معلمان بود. این قانون که توسط دولت فدرال به تصویب رسیده، از همان سال تا به حال، باعث افزایش فشارهای زیادی بر معلمان شد و بدین سبب، مورد نقدهای عمیق و تندی قرار گرفته است. در سال ۲۰۰۷ نیز بحث دیگری به نام «افزایش ارزش»^۳ مطرح شد که ماهیت آن هم، مانند قبلی است. این قانون‌ها که ماهیت تشویقی - تنبیهی دارند، عامل اصلی اثرگذار بر عملکرد دانش‌آموزان را معلمان می‌دانند و با تنگ‌تر کردن دامنهٔ اختیارات معلمان و تشدید کنترل آن‌ها، به جامعه نوید اقدامات اساسی در جهت ارتقای آموزش فرزندان‌شان را می‌دهند. اما حقیقت دردناک و شاید تکان‌دهنده این است که در همین مورد (ایالات متحده)، هم‌چنان نتایج ارزیابی‌های بین‌المللی مانند تکرارهای تیمز، نامطلوب است در حالی که سیاست‌گذاران آموزشی، هنوز این مسئله را جدی نگرفته‌اند که معلم در چنین فضای نامطمئنی، تدریس مؤثرتری ارایه نخواهد داد. این قوانین بیش از همه، بر معلمان ریاضی فشار می‌آورد یا به عبارتی دیگر، معلمان در رابطه با تدریس ریاضی است که از این قوانین، آسیب می‌بینند، زیرا حیثیت حرفه‌ای و تداوم شغلی آن‌ها در گرو موفقیت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزانشان است

از زمان تأسیس و توسعه آموزش‌های عمومی، و با الزامی یا اجباری کردن آموزش برای تمام شهروندان، به تدریج جوامع نسبت به عملکرد آموزشی حساس شدند، به‌خصوص، با ارتقای سطح سواد عمومی، خانواده‌ها داوطلب مشارکت بیشتری در تعیین سرنوشت آموزشی فرزندان خود شدند و در مقابل، انتظار پاسخگویی از نظام‌های آموزشی در آن‌ها ایجاد شد. این در حالی بود که مراجع رسمی نیز به میزان بودجه‌هایی که به آموزش اختصاص دادند و به نسبت ضرورت‌هایی که در جامعه بشری برای توسعه سواد عمومی پیدا شد، خود را موظف به پاسخگویی دیدند. همین نیاز به پاسخگویی، از جمله دلایل اصلی طراحی و اجرای مطالعات بین‌المللی در حوزه‌های پر سروصدای ریاضی، علوم و زبان‌آموزی شد. در واقع، نظام‌های آموزشی^۱ انتظار داشته و دارند که به پشتوانهٔ عملکرد دانش‌آموزان در این مطالعات، بتوانند هم به مخاطبان خود کارنامه آموزشی ارایه دهند و هم فرصت مناسبی برای ارزیابی خود به وجود آورند. این ارزیابی شامل برنامه‌های درسی، مواد آموزشی، روش‌های ارزیابی و روش‌های تدریس است. در نتیجه، معلمان و برنامه‌ها دایم در معرض بررسی‌های موشکافانه والدین و جامعه در سطح کلان هستند و مسئولان آموزشی نیز وعده‌های اقدامات عاجل، - سخت‌گیرانه و تنبیهی - تشویقی می‌دهند. به عنوان نمونه، در سال ۲۰۰۲ در ایالات

موفقیتی که متأثر از ده‌ها عامل از جمله عوامل فرهنگی، اجتماعی، زبانی، محیطی، سیاسی و اقتصادی است. این در حالی است که متأسفانه، جوامع به‌گونه‌ای احساس شده‌اند که بالاترین انتظار را از معلمان دارند و بیشتر از هر چیز، کمیت است که آن‌ها را قانع می‌کند! بدین جهت، قوانین نامبرده در ایالات متحده و ده‌ها و ده‌ها قانون و مصوبه و دستورالعمل دیگر در نظام‌های آموزشی سایر کشورها، تأکید فزاینده‌ای بر کمی کردن کیفیت تدریس معلمان دارند تا پاسخگوی انتظاراتی جوامع از آموزش باشند و افسوس و صد افسوس که در تمام دنیا، تحقیقات گوناگون به نتایج دیگری رسیده‌اند!

شاید یادآوری فضای مشابه دهه ۷۰ میلادی که در آن، بی‌تدبیر، فشار بر معلمان به حد اعلای خود رسید و معلمان با تهدید جایگزینی کردنشان با ماشین‌های تدریس^۴، آشفته‌تر و آشفته‌تر شدند و کارایی خود را بیشتر و بیشتر از دست دادند، آموزنده باشد. در دهه ۷۰ میلادی، هزینه‌های کمی کردن کیفیت تدریس معلمان و اعلام آن کمیت‌ها به جامعه آن‌قدر زیاد شد که در دهه ۸۰ میلادی، ورق برگشت و جهت تحقیقات و به دنبال آن سیاست‌گذاری‌ها، به سمت توجه به آموزش معلمان و فراخ نمودن دامنه اختیارات آن‌ها رفت. دهه هشتاد، شاهد بحث‌های عمیق و یافته‌های پژوهشی قابل تأملی در رابطه با بخش‌های مختلف آموزشی بود. تحقیق عمل یا اقدام پژوهی بر محوریت معلم و لزوم انجام تحقیقات توسط یا با مشارکت وی مطرح شد. به دنبال آن، برنامه‌های درسی مدرسه‌محور^۵ و نقش معلم در تولید و اجرای آن برنامه‌ها مورد نظر واقع شد. در همین راستا، ارزشیابی‌های توصیفی که به معلم اختیار قضاوت کردن می‌دهد توصیه شدند. بالاخره از همه مهم‌تر، فضای پژوهشی و عمومی نسبت به آموزش معلمان تغییر اساسی پیدا کرد و پژوهش‌های گسترده‌ای در رابطه با شناخت ماهیت دانش مورد نیاز برای تدریس انجام شدند. نتایج این پژوهش‌ها بالقوه، عرصه‌های جدی و جدیدی را به روی تصمیم‌گیران و تصمیم‌سازان آموزشی باز نمود که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، باورهای معلمان بود. یافته‌های پژوهشی

حاکمی از آن بودند که آموزش معلمان حوزه‌ای پیچیده و پر رمز و راز است؛ حوزه‌ای که به عوامل متعدد بیرونی و درونی بستگی دارد و هرچه ابزارهای کنترلی معلمان بیرونی‌تر شود، معلمان نسبت به حرفه خود نامطمئن‌تر می‌شوند و اعتماد به نفس و علاقه‌مندی خود را بیشتر از دست می‌دهند. این تحقیقات نشان دادند که آموزش معلمان فعالیتی مداوم، نیازمند جرح و تعدیل و منعطف است که لازم است توسط متخصصان این حوزه انجام شود. نتایج پژوهش‌ها به روشنی نشان دادند که هر کس که بر دانش موضوعی مسلط است یا علوم تربیتی عمومی می‌داند، الزاماً قادر به آموزش معلمان آن حوزه موضوعی نیست و به قول خواجه شیراز، یافته‌های تحقیقاتی عیان نمودند که در این حوزه؛

نه هر که چهره برافروخت، دلبری داند

نه هر که آینه سازد سکندری داند

هزار نکته باریک‌تر ز مو اینجاست

نه هر که سر بتراشد قلندری داند،

ارتقای تدریس با افزایش کمیت - نمره عملکرد دانش‌آموزان - رخ نمی‌دهد و این را می‌توان از ده‌ها تحقیق ملی و جهانی استنباط نمود و این امر موید این است که به قول گذشتگان، «آزموده را آزمودن خطاست!» راه رفته و به نتیجه نرسیده را نباید دوباره پیمود. بلکه می‌توان گذشته را چراغ راه آینده قرار داد و در رابطه با آموزش معلمان، عقل سلیم، یافته‌های پژوهشی و حرفه معلمی نشان داده است که قضاوت کردن در مورد کیفیت تدریس و تلاش برای ارتقای آن، کمیت بردار نیست!

پی‌نوشت

۱. در کشورهایی که دارای آموزش غیرمتمرکزند، چندین نظام آموزشی می‌تواند وجود داشته باشد.
۲. در همین شماره، برای آشنایی بیشتر با این برنامه، به مقاله‌ای به همین نام مراجعه کنید.

3. Value-Added
4. Teaching Machines
5. School-based Curriculum Development (SBCD)

تخسین گام علم‌شناسی ریاضیات

مروری بر کتاب ریاضیات از کجا سرچشمه می‌گیرد؟

مانی رضائی

اشاره

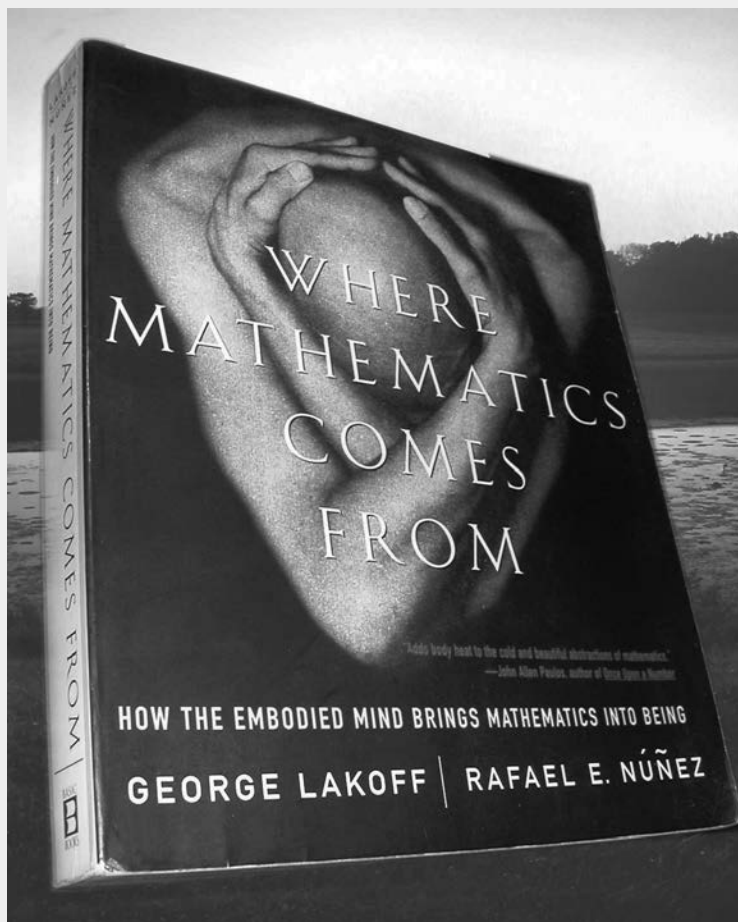
بیش از ده سال از انتشار کتاب «ریاضیات از کجا سرچشمه می‌گیرد؟» می‌گذرد. انتشار کتاب در سال ۲۰۰۰ با صف‌آرایی مخالفان و موافقان دیدگاه فلسفی کتاب به نگارش نقدهای تند و جنجالی انجامید. اکنون و پس از فراز و فرودهای طرح این موضوع، بررسی این اثر و تبعات آموزشی آن در این مقاله کوتاه مرور شده است.

کلیدواژه‌ها: علم‌شناسی، سرچشمه ریاضیات، فلسفه، استعاره، نقد کتاب، ریاضیات تجسم‌یافته

نگاهی خارج از حوزه ریاضیات به آن

جورج لگف (زبان‌شناس) و رافائل نونز (روان‌شناس شناختی) در کتاب «ریاضیات از کجا سرچشمه می‌گیرد؟»^۱، به بررسی

منشأ وجود مفاهیم ریاضی می‌پردازند. آنان معتقدند از طریق بحث‌هایی در حوزه علوم شناختی، منشأ ریاضیات را می‌توان با نگاهی بیرون از ریاضیات، مورد مطالعه قرار داد، و تأکید دارند: «نتایج تحقیق ما، عمدتاً نتایج ریاضی نیست، بلکه نتایج مربوط به علم شناختی ریاضیات است. نتایجی است درباره نظام مفهومی انسان که طرح اندیشه ریاضی را ممکن می‌سازد و ریاضیات در آن معنا پیدا می‌کند. اما این نتایج، نتیجه تفکر خودآگاه ریاضی‌دانان نیست، بلکه نشان‌دهنده نظام مفهومی ناخودآگاه کسانی است که ریاضیات را انجام می‌دهند. نتایج ما به هیچ‌وجه تغییری در ریاضیات پدید نمی‌آورد، اما شاید در روش ادراک ریاضی و بیان معنای نتایج ریاضی، تحولی اساسی ایجاد کند.» (ص. ۸) و در جایی دیگر، می‌نویسند: «این یک حرکت آموزشی است. ما معتقدیم ریاضیات کلاسیک با دیدگاه شناختی به بهترین وجه می‌تواند آموزش داده شود. معتقدیم



که آموزش مفاهیم ریاضی و توضیح این که چرا حقایق ریاضی از این مفاهیم پیروی می کنند، اهمیت دارد. ... این کتاب را اولین گام در طرح علم شناختی ریاضیات می دانیم.» (ص ۱۱) آشکار شدن ساختار شناختی ریاضیات، دسترسی و درک آن را بیش تر ممکن می سازد.

نویسندگان کتاب، با بهره گیری از پیشرفت های سال های اخیر در علوم شناختی، این درک جدید از ریاضیات را معرفی می کنند. آنان ادعا می کنند که در دوران قدیم (دهه های ۶۰ و ۷۰)، علوم شناختی حتی تصور چنین نگرشی ممکن نبوده است. عمیق ترین یافته های این سال ها، در سه بخش معرفی شده اند:

(۱) **شکل گیری ذهن.** ویژگی های جسمی بدن ما، مغز ما، و فعالیت های روزمره ما در دنیا، مفاهیم انسان و استنتاج های نوع انسان را می سازند. این موارد شامل مفاهیم ریاضی و استنتاج های ریاضی نیز می شود.

(۲) **ناخود آگاه شناختی.** بیش تر تفکر ما ناخود آگاه است - نه به آن معنی که فروید معرفی می کند بلکه از این جنبه که به طور مستقیم به درون نگری آگاهانه دسترسی نداریم.

ما نمی توانیم به طور مستقیم به نظام های مفهومی و فرایندهای سطح زیرین تفکرمان بنگریم. این موارد شامل بخش عمده ای از تفکر ریاضی نیز می شود.

(۳) **تفکر استعاره ای.** در بسیاری از موارد، انسان مفاهیم انتزاعی را براساس واقعیت مفهوم سازی می کند، این کار با استفاده از مفاهیم و وجود استدلال های مبتنی بر نظام حسی - حرکتی انجام می شود. روشی که با آن، مفاهیم انتزاعی برحسب واقعیت ها درک می شوند، استعاره مفهومی نامیده می شود. از استعاره ها می توان به عنوان جلوه ای از بیان نام برد. از استعاره های مفهومی در تفکر ریاضی نیز استفاده می شود.

ساز و کار مغز و تفکر ناخود آگاه

در بررسی ذهن و ساز و کار مغز با سؤالی علمی روبه رو هستیم: دقیقاً کدام ساز و کار مغز انسان به او امکان فرمول بندی اندیشه های ریاضی و استدلال ریاضیاتی را می دهد؟ هدف این سؤال آن است که دریابیم اندیشه های ریاضی از کجا می آیند و از لحاظ شناختی، چگونه باید تحلیل شوند، به عقیده لگف و نونز، پاسخ این پرسش را علوم شناختی، علم میان رشته ای ذهن، باید بدهد. این یک سؤال صرفاً تجربی نیست که در محدوده ریاضیات بررسی شود. اما به عنوان سؤالی مربوط به علوم تجربی، نمی توان آن را با فلسفه های پیش از این یا با خود ریاضیات جواب داد. پاسخ به این سؤال نیاز به

درک فرایندهای شناختی انسان و مغز انسان دارد. برای پاسخ به این سؤال در جست‌وجوی آن هستیم که کدام ساز و کارهای شناختی طبیعی انسان در خلق و درک اندیشه‌های ریاضی به کار می‌روند. بعد از بررسی ساز و کار مغز انسان، در سراسر کتاب ضمن بیان استعاره‌های مفهومی، با این سؤال روبه‌رو می‌شویم. بدین ترتیب، این کار به طرح روش‌هایی برای تحلیل اندیشه‌های ریاضی منجر می‌شود.

استعاره‌ها

ریاضیات یکی از عمیق‌ترین و زیباترین کندوکاوهای تخیل است که انسان تاکنون درگیرش شده است. اما بسیاری از زیبایی‌های آن برای کسانی که دست‌اندرکار ریاضیات نیستند، غیرقابل دسترسی است، زیرا بخش عمده ساختار شناختی ریاضی توصیف نشده است. نویسندگان کتاب معتقدند که علوم شناختی در بسیاری از موارد می‌توانند پرده‌های رمز و راز را کنار بزنند تا شکوه این مفاهیم به روشنی نمایان شوند. برای این کار باید آشکار شود که ریاضیات چگونه در تجربه‌های جسمانی ریشه دارند و چگونه استعاره‌های مفهومی، اندیشه‌های ریاضی را بنا می‌کنند. با این دیدگاه، ریاضیات به عنوان مجموعه‌ای از استعاره‌ها است که بر روی استعاره‌های دیگر (که قبلاً تعریف شده‌اند) معرفی می‌شود. بدین ترتیب، یک مفهوم ریاضی با یک دو جین استعاره همراه است، و کار دانشمند علوم شناختی آن است که این لایه‌ها را از هم باز کند به‌طوری که ساختار شناختی آن‌ها آشکار شود. این کار اهمیت علمی دارد، اما از آن مهم‌تر می‌تواند نقش اساسی در آموزش ریاضی داشته باشد.

به اعتقاد لگت و نونز، بسیاری از سردرگمی‌ها، معماها، و پارادکس‌های ریاضیات بدان علت پیدا می‌شود که استعاره‌های مفهومی، که بخشی از ریاضیات است، نه استعاره بلکه واقعی در نظر گرفته شده‌اند. زمانی که خصلت استعاره‌ای مفاهیم ریاضی آشکار شود، این قبیل سردرگمی‌ها و پارادکس‌ها نیز از میان می‌روند.

استعاره‌های پایه

بنیادی‌ترین استعاره‌ها، استعاره‌های پایه^۲ هستند. این استعاره‌ها به ما توانایی آن را می‌دهند که تجربه‌های روزمره را بر مفاهیم مجرد تصویر کنیم. استعاره‌های پایه شامل، مجموعه‌سازی، رده‌بندی، شمارش، و... هستند و این امکان پدید می‌آید که انسان بیش از چیزی که با آن به دنیا آمده است و شمارش می‌کند^۳، حساب را توسعه دهد. برای مثال: کپه کردن اشیاء (تجربه‌ای روزمره) و روی هم قرار دادن کپه‌ها (تجربه‌ای دیگر)، تصوّر (مفهوم مجرد) عمل جمع را ممکن می‌سازد.

استعاره‌های ارتباطی

در مفاهیم مجردتر به استعاره‌های ارتباطی^۴ نیاز داریم. این دسته از استعاره‌ها، حساب را به سایر شاخه‌های ریاضی مانند هندسه مرتبط می‌کند. استعاره گروه دوران؛ استعاره بول؛ استعاره منطق گزاره‌ای؛ استعاره منطق صوری؛ استعاره کانتور و... نمونه‌هایی از چنین استعاره‌هایی هستند. شاید استعاره بنیادی بینهایت، مهم‌ترین استعاره این کتاب باشد. در این کتاب سعی شده با استفاده از این استعاره امکان کار کردن با مجموعه‌های نامتناهی، و کوچک‌ترین کران بالا، بینهایت کوچک، نقطه در بینهایت، و... فراهم شود.

معنای استعاره مفهومی

استعاره مفهومی ساز و کار شناختی‌ایی است که به ما امکان آن را می‌دهد که درباره نوعی از اشیاء، طوری استدلال کنیم که انگار از نوع دیگری‌اند. این بدان معنی است که استعاره صرفاً پدیده‌ای زبانی ساده نیست، بلکه ساز و کاری شناختی است که به قلمروی تفکر تعلق دارد. استعاره‌های مفهومی معنای تخصصی دارند: استعاره مفهومی، نگاشت میان حوزه‌ای استنتاج نگه‌دار^۵ ساز و کار عصبی است که به ما امکان می‌دهد ساختار

نویسندگان کتاب، در نقد افسانه‌های ریاضیات آن‌ها را داستان‌هایی زیبا در مورد ریاضیات می‌دانند و از این داستان‌ها به عنوان بخشی از باورهای مردم در فرهنگ بومی آنان نام می‌برند، و اضافه می‌کنند که تأثیر این داستان‌ها چندان مثبت نیست

استنتاجی یک حوزه مفهومی (مثلاً هندسه) را برای استدلال درباره یک حوزه دیگر (مثلاً حساب) به کار بندیم. چنین استعاره مفهومی به ما امکان می دهد از آن چه درباره شاخه ای از ریاضیات می دانیم، برای استدلال درباره شاخه ای دیگر استفاده کنیم. آشکار شدن ساختار شناختی ریاضیات، دسترسی به ریاضیات و درک آن را بیش تر میسر می کند، زیرا استعاره ها براساس تجربه های معمولی شکل می گیرند. بیش تر مفاهیم ریاضی مبتنی بر آن ها به زبان عادی قابل درک می شوند.

چگونه می توان این واقعیت را توجیه کرد که دانشمندان توانسته اند صورت هایی از ریاضیات پیدا کنند (یا بسازند) که بسیاری از نمودهای دنیای فیزیکی را به دقت مشخص کند یا حتی به دقت پیش گویی کند؟

اثبات کنند، در محدوده نظام مفهومی ریاضیاتی انسانی است، که توسط مغز انسان و نظام مفهوم سازی انسان و نیز ارتباط های انسانی و فرهنگ شکل می گیرد. تمام دانش ریاضیاتی که ما داریم، یا می توانیم داشته باشیم، دانشی در محدوده ریاضیات انسانی است. پس هیچ راهی نداریم که بفهمیم قضیه هایی که انسان های ریاضی دان اثبات می کنند، در عالم ورای نوع بشر (یا سایر انواع) حقیقت عینی دارند یا نه.

نظریه و فلسفه ریاضیات تجسم یافته

در بخش پنجم کتاب، و در دو فصل پربار آن، لگف و نونز به بیان دیدگاه های نظری و فلسفه چیزی می پردازند که آن را **ریاضیات تجسم یافته** نامیده اند. آنان می گویند ریاضیاتی که ما می شناسیم با مغز انسان و ظرفیت های ذهنی انسان ساخته شده و محدود به آن است. تنها ریاضیاتی که ما می شناسیم یا می توانیم بشناسیم، ریاضیات مبتنی بر مغز و ذهن است. با یافته های علوم شناختی و عصب شناسی درباره مغز و ذهن انسان، معلوم شده که مغز انسان ابزاری همه کاره نیست، مغز و بدن طوری با هم تکامل یافته اند که مغز مناسب ترین کارکرد را برای بدن ایجاد کند. بخش اعظم کار مغز صرف بینایی، حرکت، درک فضایی، تعامل بین انسان ها، هماهنگی، عواطف، زبان و تعقل روزمره می شود. دریافت های انسان و زبان انسان اتفاقی یا اختیاری نیست، بلکه به دلیل محدودیت های ساختار مغز، اندام ها و جهان اطراف، کاملاً محدود و سازمان یافته است. سؤال دیگر، سؤالی فلسفی است آیا ریاضیات مبتنی بر مغز و ذهن، تمام آن چیزی است که ریاضیات نامیده می شود؟ یا ریاضیاتی متعالی (چنان چه افلاطونیان گفته اند) وجود دارد که ورای تمام کالبد ها و ذهن ها و ساختار عالم (این عالم و هر عالم ممکن) است؟ پاسخ لگف و نونز به این سؤال سر راست است: قضیه هایی که انسان ها می توانند

ریاضیات تجسم یافته در مقابل ریاضیات متعالی

مسیر اصلی استدلال چنین است:

(۱) بحث علمی در مورد وجود ریاضیات افلاطونی ممکن نیست. خیلی خوش بین باشیم، این موضوع مسئله ای اعتقادی مانند ایمان به روح است. یعنی ریاضیات افلاطونی، مانند روح، از طریق جسم و ذهن انسان قابل مشاهده و درک نیست.

(۲) مانند تصویری که از روح داریم، آن چه از انسان برمی آید، درک ریاضیات بر حسب استطاعت و مغز و ذهن انسان است. تنها مفهوم سازی ریاضی که از ما برمی آید، مفهوم سازی انسانی است. بنابراین ریاضیاتی که ما می دانیم و می آموزیم، تنها می تواند ریاضیات ساخته و پرداخته انسان باشد.

(۳) این که ریاضیات انسانی چیست، سؤالی مربوط به علوم تجربی است، نه سؤالی ریاضی یا از فلسفه پیشینی.

(۴) بنابراین فقط از طریق علوم شناختی می توانیم جواب چنین سؤالی را پیدا کنیم: ماهیت تنها ریاضیاتی که انسان می داند یا می تواند بداند چیست؟

(۵) پس اگر ماهیت ریاضیات را به عنوان یک سؤال علمی مطرح کنیم، آن گاه این ریاضیات عبارت است از ریاضیاتی که برای انسان با استفاده از ساز و کارهای شناختی مغز متصور است.

۶) ممکن است برخی، ماهیت ریاضیات را نه یک سؤال علمی، بلکه بحثی فلسفی یا اعتقادی در نظر بگیرند. در این صورت زحمت ارایه دلیل علمی به عهده کسانی است که مدعی اند ریاضیات افلاطونی متعالی وجود دارد و آن قضیه‌هایی که در ریاضیات انسانی اثبات می‌شوند، خارج از وجود هر موجود یا نظام مفهومی، بشری یا غیربشری، دارای حقیقتی عینی‌اند. البته، در حال حاضر، راهی برای اثبات علمی چنین مطالبی سراغ نداریم.

به اعتقاد لُگف و نونز، بسیاری از سردرگمی‌ها، معماها، و پارادکس‌های ریاضیات بدان علت پیدا می‌شود که استعاره‌های مفهومی، که بخشی از ریاضیات است، نه استعاره بلکه واقعی در نظر گرفته شده‌اند. زمانی که خصلت استعاره‌ای مفاهیم ریاضی آشکار شود، این قبیل سردرگمی‌ها و پارادکس‌ها نیز از میان می‌روند

متعالی افلاطونی، به واکنش برانگیخته شوند. هم‌چنین، نویسندگان کتاب، در نقد افسانه‌های ریاضیات^۶ آن‌ها را داستان‌هایی زیبا در مورد ریاضیات می‌دانند و از این داستان‌ها به عنوان بخشی از باورهای مردم در فرهنگ بومی آنان نام می‌برند، و اضافه می‌کنند که تأثیر این داستان‌ها چندان مثبت نیست. آن‌ها، مردم را مرعوب می‌کنند. اگر کسی این داستان‌ها را عمیقاً باور کند، ممکن است در بخشی از جهان‌بینی وی، به غلط، این داستان‌ها جای درک علمی را بگیرد.

ریاضیات تجسم‌یافته در مقابل ریاضیات افسانه‌ای

لُگف و نونز با چنین نگرشی از بین ریاضیات مبتنی بر ساز و کارهای شناختی مغز از یک سو، و ریاضیات افسانه‌ای افلاطونی از سوی دیگر، مرز پررنگی ترسیم می‌کنند. البته این مرزبندی با فلسفه‌های ریاضی دیگر نیز مطرح شده است. این استدلال ناشی از فلسفه‌ای پوزیتیویستی نیست. در حقیقت ریاضیات تجسم‌یافته را می‌توان فلسفه‌ای جدید برای ریاضیات قلمداد کرد که چالش‌های جدیدی برای آموزش ریاضی ایجاد کرده است. با آن‌که تا پیش از بخش پنجم (فصل ۱۵)، نقد جدی نسبت به دیدگاه‌های فلسفی دیگر انجام نشده است، اما در بحث‌ها و بررسی‌های انجام شده، سؤال‌های متعددی در نقد دیدگاه‌های مختلف مطرح شده است. ویژگی برجسته بخش پنجم کتاب، بیان شفاف و موضع‌گیری آشکار نسبت به دیدگاه‌های فلسفی دیگر و بیان نقطه‌نظرهای نویسندگان در مورد آنان است. با وجود آن‌که روند عمومی ریاضی و گفتمان مسلط بر ریاضیات، افلاطونی است، اما در حال حاضر تعداد مدافعان دیدگاه افراطی افلاطونی اندک هستند. نویسندگان کتاب، نگاه افلاطونی (به شکل افراطی آن) را مطرود می‌دانند. لُگف و نونز، نظریه خود را در تقابل با ریاضیات متعالی (فرا تجربی افلاطونی) قرار می‌دهند و مدعی هستند نمی‌توان به ریاضیات موجودیتی مستقل از انسان داد. این نقد موجب شده، بخش عمده‌ای از مدافعان آشکار و پنهان ریاضیات

افسانه‌های ریاضیات

عمده‌ترین این افسانه‌ها چنین‌اند:

- ریاضیات از اجزای مهم جهان است، اشیای ریاضی واقعی‌اند، ریاضیات حقیقت مسلم و دقیق جهان است.
- باور انسان در مورد ریاضیات، اثری بر واقعیت آن ندارد. ریاضیات مستقل از انسان یا هر موجودی است.
- ریاضیات غایت علوم است و نه تنها در این جهان فیزیکی، بلکه در هر جهان دیگری حقیقت مطلق است.
- چون منطقی می‌تواند با منطق ریاضی صورت‌بندی شود، به‌طور طبیعی هر توصیف ریاضیات معقول است.
- تعریف‌های معقول مختص انسان است و ریاضیات عالی‌ترین قالب عقلانیت انسان است.
- بنابراین ریاضیات شایسته آن است که در «برج عاج» و در رأس ظرفیت‌های فکری انسان قرار گیرد.
- ریاضی فیزیک، در دل پدیده‌های فیزیک جای دارد. «کتاب طبیعت را با ریاضیات نوشته‌اند».
- و بالاخره، ریاضیات ملکه علوم است.

میزان پذیرش این افسانه‌ها نزد مردم متفاوت است. این افسانه‌ها در نوشته‌ها و حرف‌های روزمره دربارهٔ ریاضیات بیان می‌شود، و بیش‌تر آن‌ها در لابه‌لای کتاب‌ها و درس‌های ریاضی نوشته می‌شود و به همان نسبت هر روز در بحث‌های

مربوط به ریاضی گفته می‌شود. لُگف و نونز می‌نویسند: شاید شما هم به این نکته پی برده باشید که برخی از ریاضی‌دانان هیچ‌یک از این افسانه‌ها را باور ندارند و این موضوع را آشکارا بیان می‌کنند. با این همه، هنوز این افسانه جزیی از اعتقاد مردم ما است و تصریح می‌کنند که ریاضیات بخشی از فرهنگ ما است.

ریاضیات و پست‌مدرنیسم

گرچه لُگف و نونز خاطرنشان می‌کنند که بخش مهمی از ریاضیات، محصول حافظهٔ تاریخی، ویژگی‌های تاریخ، فرهنگ و اقتصاد است، اما تأکید دارند که این وجه ساده شدهٔ آن است. شناختی که ما از این حقیقت داریم، با فلسفه‌ای که پست‌مدرنیست‌ها در این باره می‌گویند، تفاوت دارد. پست‌مدرنیسم ریاضیات را صرفاً مصنوع فرهنگ می‌داند. نظریهٔ ریاضیات تجسم یافته، شکل‌های مختلف ریاضیات را به یک اندازه به رسمیت می‌شناسد، ولی هر یک را در حوزهٔ خود تصدیق می‌کند. در واقع، ریاضیات تجسم‌یافته برای ویژگی‌های حقیقی ریاضیات، دلایلی ارائه می‌کند که نسبیست‌گرایی فرهنگی افراطی آن‌ها را یا رد می‌کند یا آن را نادیده می‌گیرد؛ ویژگی‌های پایداری عقلی؛ پایداری استدلال؛ دقت؛ سازگاری؛ قابلیت تعمیم؛ قابلیت کشف کردن، قابلیت محاسبه؛ و کاربری واقعی در توصیف جهان.

بخش اعظم کار مغز صرف بینایی، حرکت، درک فضایی، تعامل بین انسان‌ها، هماهنگی، عواطف، زبان و تعقل روزمره می‌شود. دریافت‌های انسان و زبان انسان اتفاقی یا اختیاری نیست، بلکه به دلیل محدودیت‌های ساختار مغز، اندام‌ها و جهان اطراف، کاملاً محدود و سازمان‌یافته است. سؤال دیگر، سؤالی فلسفی است آیا ریاضیات مبتنی بر مغز و ذهن، تمام آن چیزی است که ریاضیات نامیده می‌شود؟

ریاضیات تجسم‌یافته رهیافتی متفاوت

کتاب سعی دارد تا روشن کند ریاضیات انسانی، که از طریق مغز و ذهن انسان مفهوم‌سازی می‌شود، چیست. با توجه به وضع فعلی و قابل پیش‌بینی دانش علمی ما، ریاضیات همان ریاضیات انسانی است. مفاهیم ریاضی، همان مفاهیم ریاضیات

انسانی است.

لُگف و نونز می‌نویسند: امیدواریم که این موضوع برای شما، با هر عقیده و فلسفه‌ای که برای وجود ریاضیات متعالی دارید، جالب باشد. چگونه می‌توان این واقعیت را توجیه کرد که دانشمندان توانسته‌اند صورت‌هایی از ریاضیات پیدا کنند (یا بسازند) که بسیاری از نمونه‌های دنیای فیزیکی را به دقت مشخص کند یا حتی به دقت پیش‌گویی کند؟

پاسخ به بیان ساده چنین است: آن‌چه بین ریاضیات و جهان واقعی «جور درآمده»، در ذهن دانشمندانی می‌گذرد که جهان را به دقت مشاهده کرده‌اند، ریاضیات مناسب با آن را خوب فراگرفته‌اند (یا ساخته‌اند) و بعد عقل‌هایشان را روی هم گذاشته‌اند و این‌ها را (اغلب با موفقیت) با هم جور کرده‌اند. ریاضیات تجسم‌یافته، با هیچ‌یک از فلسفه‌های پیشینی ریاضی، افلاطون‌گرایی، شهودگرایی یا صورت‌گرایی، یا با تعبیرهای جدید پست‌مدرنیستی از ریاضیات سازگار نیست.

نتایج این کتاب، رهیافتی کاملاً متفاوت به فلسفه ارائه می‌کنند. نویسندگان کتاب معتقدند فلسفهٔ ریاضی باید با یافته‌های علمی دربارهٔ تنها ریاضیاتی سازگار باشد که انسان می‌داند و می‌تواند بداند. در بخش عمده‌ای از کتاب، به کمک استعاره‌های مطرح شده، موضوع‌های مختلف ریاضی مفهوم‌سازی شده است. هر استعارهٔ ریاضی به نوبهٔ خود، بر پایهٔ طرحوارهٔ «منشأ-مسیر-هدف» معرفی شده است.

ریاضیات جاری در کتاب

کتاب شامل فهرست بلندبالایی از استعاره‌های مفهومی است که هر یک به کمک این طرح‌واره و آمیزه‌های مفهومی، معرفی شده‌اند. بدین ترتیب نقشه مفهومی وسیعی در سراسر کتاب دیده می‌شود که پایه‌ای برای تعریف استعاره‌های بعدی را فراهم می‌کند. در این میان، ممکن است به برخی مباحث کتاب، از دید یک ریاضی‌دان متخصص در یکی از شاخه‌های

ریاضی، ایرادهایی وارد باشد، اما ریاضیات جاری در کتاب در سطح قابل قبول و حتی بیش از انتظار است، و البته خالی از اشتباه نیست (که در سایت کتاب^۶ به برخی از این اشتباه‌ها نیز اشاره شده است). با این همه، این موضوع از ارزش تحلیل همه‌جانبه کتاب در حوزه‌های گوناگون ریاضیات نمی‌کاهد. موضوعی که در بیش‌تر نقدهای کتاب نیز مورد توجه قرار گرفته است.

نقدهایی بر کتاب

در نقدهایی که بر این کتاب نوشته شده، بسیاری از نقدکنندگان به کنکاش جزئیات ریاضی آن پرداخته‌اند. اما در عین حال، در بیش‌تر نقدهای نوشته شده، بر نقش و اهمیت این نگرش بر آموزش ریاضی و حتی فلسفه تأکید شده است. پذیرش دیدگاهی که لُگف و نونز آن را ریاضیات تجسم‌یافته می‌نامند، می‌تواند مبنای برنامه‌ریزی مجدد آموزش ریاضی قرار گیرد. در عین حال، طرح موضوع‌های متنوع در این نگرش، امکان تحقیق و مطالعه در

ریاضیات یکی از عمیق‌ترین و زیباترین کندوکاوهای تخیل است که انسان تاکنون درگیرش شده است. اما بسیاری از زیبایی‌های آن برای کسانی که دست‌اندرکار ریاضیات نیستند، غیر قابل دسترسی است، زیرا بخش عمده ساختار شناختی ریاضی توصیف نشده است

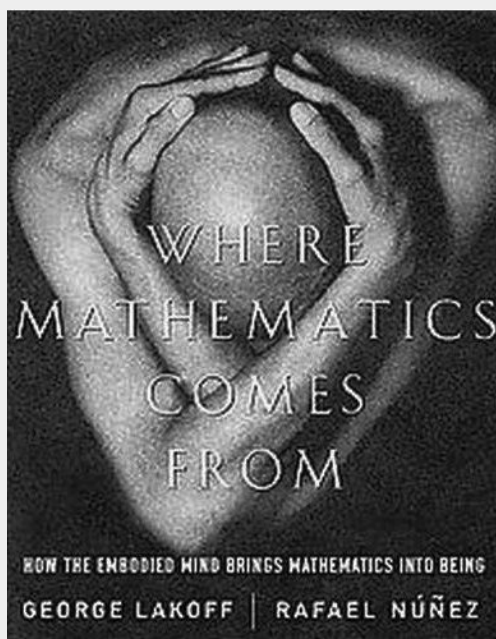
مورد ریاضیات را فراهم می‌کند. تحقیق در مورد پایه‌های شناختی مفاهیم ریاضی و معرفی استعاره‌های بیش‌تر (و بازنگری دقیق‌تر) ممکن است برخی از کاستی‌هایی که در مورد بخش‌های ریاضی این کتاب به چشم می‌خورد، فرو کاسته شود.

نقد اول: معتقد به ریاضیات متعالی

و مشکوک به نظریه

به اعتقاد جوزف اوسلندر، دانشگاه مریلند، نظریه مطروحه در این کتاب با موضعی که روبن هرش در کتاب «واقعاً ریاضیات چیست»^۸ دارد، سازگار است. ولی در ادامه، حتی فراتر از آن است. اوسلندر معتقد است: احکام ریاضی نامفهوم و مشکوک بسیار و حتی اشتباهات مشخص در کتاب دیده می‌شود. منتقد کتاب ادامه می‌دهد: اشتباه جدی دیگر در آخرین بخش کتاب در مورد تساوی $e^{i\pi} + 1 = 0$ رخ

می‌دهد. وی می‌افزاید «همان‌طور که مؤلفان خاطرنشان می‌کنند، لازم است توضیح داده شود که مقصود از این که عددی حقیقی به توان مختلط می‌رسد، چیست. مؤلفان پس از یک سیر سریع در هندسه تحلیلی و مثلثات و نیز بحث درباره عدد e واحد موهومی i و حساب دیفرانسیل، به رابطه مهم $e^{iy} = \cos y + i \sin y$ می‌رسند. این تساوی را به این صورت «ثابت می‌کنند» که نشان می‌دهند مشتقات دو طرف از همه مرتبه‌ها در صفر یکی است (بنابر سری تیلور آن‌ها یکی است). اما این استدلال یک دور باطل است



زیرا e^{iy} تعریف نشده است. راه صحیح این است که e^{iy} را از طریق سری تیلور تابع‌نمایی تعریف کنند (که در این صورت، رابطه فوری از مقایسه ضرایب سری‌های تیلور نتیجه می‌شود). البته، اوسلاندر معتقد است کتاب در پایه‌گذاری یک رشته علوم شناختی برای ریاضیات موفق است. وی می‌نویسد: احتمال دارد که استعاره در صورت‌بندی مفاهیم پیشرفته‌تر نقش اساسی نداشته باشد، یا اگر هم داشته باشد، ماهیتی متفاوت با آنچه در ریاضیات مقدماتی‌تر دارد، داشته باشد. وی ادامه می‌دهد: مفاهیم ریاضی، وقتی شکل می‌گیرند، نوعی حیات مستقل کسب می‌کنند و آن‌گاه می‌توان به آن‌ها به‌طور مستقیم برخورد کرد. برای من دشوار است که استعاره‌ای برای به توان مختلط رساندن یک عدد حقیقی تصور کنم؛ اگر چنین استعاره‌ای وجود دارد، قطعاً مشتاق شنیدن آن هستیم.

نقد دوم: معرفی و بررسی کتاب...

نقد دیگری از این کتاب در مجله معتبر تحقیقات آموزش ریاضی (Journal for Research in Mathematics Education) به قلم نورما پریمسگ، دانشگاه ایالتی الینویز آمریکا، آمده است. پریمسگ بعد از مروری کوتاه بر مشخصات کتاب، نویسندگان آن را معرفی و سپس چارچوب کتاب را بررسی کرده است. منتقد مجله در جمع‌بندی می‌نویسد: آنان (لگف و نونز) با اشتیاق و شور به شناسایی استعاره‌های پایه و استعاره‌های ارتباطی و آمیزه‌های مفهومی می‌پردازند که ایده‌های ریاضی را تشکیل می‌دهند. اما لگف و نونز چیزی را که استعاره‌های فرعی می‌نامند، کم‌ارزش می‌دانند (ص ۵۳). این‌ها گاهی استعاره‌هایی فردی هستند که ریاضی‌دان‌ها یا دانشجویان ممکن است در جریان تجربیات آموزشی خود جداگانه بسازند و برای به‌دست آوردن حسی از تجربیات آنان سودمند است. در واقع، لگف و نونز خود نیز از استعاره‌های فرعی استفاده کرده‌اند. استفاده از مفهوم دوران در

در بررسی ذهن و ساز و کار مغز با سؤالی علمی روبه‌رو هستیم: دقیقاً کدام ساز و کار مغز انسان به او امکان فرمول‌بندی اندیشه‌های ریاضی و استدلال ریاضیاتی را می‌دهد؟

توصیف تقارن دوطرفه (ص ۲۴۲) یکی از این مثال‌ها است. خواه این استعاره‌ها فردی باشد یا نه، نتیجه آموزش و یادگیری هستند و در این حوزه نمی‌توان نقش آن‌ها را نادیده گرفت.

نقد سوم: سخت‌گیرانه ولی منصفانه

جان الن پالوس، دانشگاه تمپل آمریکا، با ظرفیت عنوان ریاضیات در 37° (دمای بدن)، را برای نقد خود بر این کتاب انتخاب است. وی معتقد است: کتاب‌های فلسفه ریاضی و آموزش ریاضی معمولاً تا حدی ملال‌آورند، زیرا عموماً به بازگویی مواضع متعارف می‌پردازند و اگر خواننده شانس‌بیاورد یکی دو نکته ظریف در آن‌ها می‌بیند و اضافه می‌کند: کتاب ریاضیات از کجا سرچشمه می‌گیرد در این میان استثناست. هم از نظر رهیافت روشن‌گرانه، و هم از نظر نتیجه‌گیری‌های جذاب و بعضاً سنت‌شکنانه آن. لگف زبان‌شناس و نونز روان‌شناس مفاهیم مجرد را تا سرچشمه مادی و انسانی آن‌ها دنبال کرده و ادعا می‌کنند که ریاضیات از فرایندهای شناختی عادی نشأت می‌گیرد. به این ترتیب ضربه‌ای کاری به بدنه دیدگاه افلاطونی درباره ریاضیات وارد کرده‌اند و به‌طور غیرمستقیم راه‌های وسیع نوینی را در تحقیقات آموزشی گشوده‌اند. وی می‌نویسد: بررسی دقیق استعاره‌های مفهومی که به مفاهیم ریاضی معنی می‌بخشند، قاعدتاً باید از نظر آموزشی بسیار مفید واقع شوند، و در این حوزه است، نه در فلسفه ریاضی، که این کتاب بیش‌ترین تأثیر را خواهد داشت. آگاهی بهتر نسبت به سرچشمه‌های معمولاً پیش‌پافتاده و گاهی ناخودآگاه ایده‌های پیچیده، ضرورتاً به یاددهی و یادگیری ما کمک خواهد کرد. در مجموع، این کتاب گرمایی جسمانی به انتزاع سرد و زیبایی ریاضیات می‌افزاید.

چهره ریاضیات

جمع‌بندی پایانی را با بازنویسی مطلبی زیر عنوان «چهره ریاضیات» در آخر فصل ۱۶، به پایان می‌بریم. در این بخش

از کتاب، نظریه ریاضیات تجسم یافته از نگاه نویسندگان کتاب، مرور شده است:

● ریاضیات بخش طبیعی هستی انسان است که از جسم ما، مغز ما و تجربیات روزمره ما در جهان برخاسته است. فرهنگ هر نقطه ای، چیزی از ریاضیات دارد.

● هیچ چیز اسرارآمیز، عرفانی، سحرآمیز، یا متعالی در مورد ریاضیات وجود ندارد. این موضوعی مهم در مطالعه علوم است. ریاضیات پیامد تکامل تاریخ، اعصاب زیستی، ظرفیت شناختی و فرهنگ انسان است.

● ریاضیات یکی از بزرگترین محصولات ناشی از قدرت تخیل مشترک انسان است. این محصول مشترک توسط میلیون ها تن از مردم متعهد طی بیش از هزاران سال تولید شده است و توسط صدها هزار مربی و معلم و مردمی نگه داری می شود که هر روز از آن استفاده می کنند.

● ریاضیات، نظام مفهومی انسانی است که با استفاده از ابزارهای معمولی شناختی به تولید چیزهایی فوق العاده پرداخته است. این چیزها دارای قابلیت پایداری، دقت، تعمیم، نمادگذاری، محاسبه پذیری، سازگار با هر موضوع، و با قابلیت دسترسی در همه جا است که در مفهوم سازی دقیق بخش بزرگی از سیمای جهان و تجربه ما از جهان مؤثر است.

● اثربخشی ریاضیات در جهان، به قدردانی از تکامل و فرهنگ است. تکامل شکل بدن و مغز ما به گونه ای است که وارث ظرفیت های عصبی برای پایه های عددی و برای روابط فضایی اولیه است. احتمالاً از میلیون ها مشاهده هوشمندانه طبیعت، هم چنین هزاران هزار سعی و خطا، توسعه و گذر بیش تر و بیش تر ابزارهای ریاضیات پیشرفته فرهنگ ساخته شده است- این ابزارها به شکلی است که مشاهدات ما را توصیف می کنند. هیچ اسراری در مورد اثربخشی ریاضیات در

نویسندگان کتاب، با بهره گیری از پیشرفت های سال های اخیر در علوم شناختی، این درک جدید از ریاضیات را معرفی می کنند. آنان ادعا می کنند که در دوران قدیم علوم شناختی (دهه های ۶۰ و ۷۰)، حتی تصور چنین نگرشی ممکن نبوده است

توصیف جهانی که ما تجربه کرده ایم وجود ندارد: این اثربخشی از ترکیب دانش ریاضیات و اتصال با جهان نتیجه شده است. اتصال بین ایده های ریاضیات و تجربه ای که انسان از جهان در ذهن خود دارد. این انسان کسی است که مارپیچ های لگاریتمی و فرکتال ها را خلق می کند، کسی که مارپیچ لگاریتمی حلزون ها و فرکتال ها را در برگ خرما دیده است.

● در ذهن میلیون ها نفر از کسانی که ریاضیات نگه داشته و توسعه داده اند، مفاهیم ریاضیات ابداع شده و در تطابق با جهان، درک و مفهوم سازی شده است. این امری محتمل است، زیرا ایده های مفاهیمی مانند تغییر، تناسب، اندازه، دوران، احتمال، روابط بازگشتی، روابط تکرار شونده، و صدها نمونه دیگر، هر روز ریاضی وار بیان می شوند. ریاضی وار شدن ایده های معمولی انسان، اقدام جسورانه معمول انسان است.

● به دلیل گذشت بیش از هزار سال از توسعه نظام های نگارشی، فرهنگ امکان داشتن نظام های ملی ریاضیات را دارد. و به علت آن که نظام فکری انسان، مستعد دقت فکری و نمادگذاری است، ریاضیات توانای توسعه نظام های دقیق محاسبه و اثبات را دارد. استفاده از استعاره های خلاقانه، باعث شده که ایده های ریاضیات بیش تر و بیش تر مستعد دقت فکری و محاسباتی است. این توانایی انسان برای استعاره فکری است که امکان دقت ریاضی وار و بعضی مواقع حتی محاسبه مفاهیم روزمره را می دهد، مفاهیمی مانند مجموعه ها، بُعد، تقارن، روابط علی مستقل و وابسته؛ و بسیاری دیگر.

● هر چیزی در ریاضیات سازگار است- لاقلاً در اصول. چون سازگاری با استفاده از توانایی های عمومی فکری انسان ساخته می شود، این ساختار فکری می تواند تحلیل گر و یادگیرنده روابط معنی دار باشد.

● با بررسی ذهن دریافتیم که هوش انسان چندگانه است و این که برای بسیاری از صورت‌های هوش، فرهنگ انسانی اهمیت دارد. هوش ریاضی یکی از آن‌ها است - نه بیش‌تر و نه کم‌تر از هوش موسیقایی، هوش هنری، هوش ادبی، هوش اجتماعی و هیجانی و مانند آن.

● ریاضیات خلاق و باز- پایان است. با مزیتی که استفاده از استعاره‌های مفهومی و آمیزه‌های مفهومی در ریاضیات حاضر دارد، می‌توان با وارد کردن ساختار یک شاخه ریاضی به شاخه‌ای دیگر و پیوند دادن ایده‌های ریاضیات در شاخه‌های مختلف، شکل‌های جدیدی را توسعه داد و آن‌ها را خلق کرد.

● نظام مفهومی انسان، سخت و انعطاف‌ناپذیر نیستند. ما روایت‌های مختلف مفاهیم را مجاز می‌دانیم و دورنمای استعاره‌ای متعدد بیش‌تر آن‌ها (نه به معنی همه آن‌ها!) جنبه‌های مهم زندگی ما را تشکیل می‌دهند. هر جزء نظام مفهومی از بخش دیگر آن به لحاظ مفهومی ریاضیات غنی‌تری دارد. به علاوه برای بینش‌ها و روایت‌های مفهومی مختلف، ریاضیات مجاز است. تنها یک نماد بینهایت وجود ندارد بلکه نمادهای متعدد دارد، یک منطق صوری نیست بلکه ده‌ها هزار است، یک مفهوم برای عدد نیست بلکه انواع و اقسام آن است، یک نظریه مجموعه یا هندسه یا آمار نیست بلکه طیف وسیعی از آن است - و تمام ریاضیات چنین است.

● ریاضیات مثالی باشکوه از زیبایی، غنا، پیچیدگی، تنوع، و اهمیت ایده‌های انسان است. این گواه شگفت‌آوری از ذهن معمول تجسم‌یافته انسان طی هزاران سال و حاصل تلاش‌های خلاق میلیون‌ها نفر است.

● جوهر هستی انسان بانی خلق ریاضیات است و ما مسئول نگه‌داری و توسعه آن هستیم.

این چهره ریاضیات، چهره‌ای انسانی است.

چه نتایج آموزشی "می‌تواند" متصور شود...

ترسیم چنین چهره‌ای برای ریاضیات، می‌تواند نتایج آموزشی دیگری نیز به همراه داشته باشد.

● بخشی از فرهنگ (هرجایی) را ریاضیات تشکیل می‌دهد، از سوی دیگر فرهنگ، بر صورت‌های مختلف هوش (منجمله هوش ریاضی) مؤثر است. ارتباط بین ریاضیات و فرهنگ دوطرفه است.

● ریاضیات انسانی است و حاصل تجربه جمعی بشر در طول تاریخ است. بنابراین آموزش ریاضیات نیز **می‌تواند** بر مبنای بازتولید ریاضی، و در برخی موارد، حتی تکامل آن استوار شود.

● برنامه آموزش ریاضی، **می‌تواند** با تلاش برای الگوبایی پدیده‌ها و ساختن استعاره‌های مفهومی (یا استعاره‌های فرعی) جدید و برقراری ارتباط بین شاخه‌های مختلف ریاضی همراه شود.

● تغییر نگرش از «پذیرش وجود مستقل اشیا ریاضی و تلاش برای کشف آن‌ها» به «باور امکان تولید و ابداع ریاضیات»، **می‌تواند** حرکت از «آموزش منفعل و ماندن در وضعیت دریافت‌کننده اطلاعات» به «آموزش فعال و مالک دانش تولیدشده» را نتیجه دهد.

● این چهره از ریاضیات **می‌تواند** آن را از قاب مقدسش خارج کند و به کار گیرد، و در جریان کاربردها ارتقا دهد. چنین نگرشی برای ریاضیات، با روح خلاق انسان سازگارتر به نظر می‌رسد.

● ریاضیات زمینی (در مقابل ریاضیات متعالی) **می‌تواند** امکان فراگیری و حتی توسعه ریاضیات برای همه را فراهم کند.

● این تغییر نگرش **می‌تواند** (و باید) بر روش‌های تدریس اثری ژرف داشته باشد و امکان نمایش جلوه‌هایی از زیبایی، غنا و تنوع ریاضیات را فراهم می‌کند.

پی‌نوشت

1. Where Mathematics Comes From?
2. Grounding Metaphors
3. Subitizing
4. Linking Metaphors
5. Inference-preserving cross-domain mapping
6. Romance of Mathematic
7. <http://www.unifr.ch/perso/nunezr/>
8. What is Mathematics, Really

ارزیابی ریاضی

سهیلا غلام آزاد

کارشناس پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش

زمانی که بلام طبقه‌بندی اهداف آموزشی را منتشر کرد. این طبقه‌بندی، آموزشگران را قادر می‌ساخت تا مواد آموزشی را براساس محتوا و فرایند طبقه‌بندی کرده و متغیرهای آموزش را از طریق امتحانات کتبی و بعد از مدتی امتحانات چهار جوابی، اندازه‌گیری کنند. این روند که متأثر از نظریه رفتارگرایان به عنوان نظریه مطرح در آموزش ریاضی آن زمان و رویکرد در حد تسلط^۱ شکل گرفته بود، تبدیل به یک سیستم سازگار و بسیار پایدار ارزیابی شد که تا به امروز نیز آثار آن در ارزیابی‌های رایج قابل مشاهده است (هونس، ۲۰۰۷). با مطرح شدن رویکرد شناختی، ادراک و توافق موجود در زمینه یادگیری و آموزش تغییر کرد. نظریه ساختن‌گرایی که به طور جدی متأثر از نظرات پیازه و دیگران مطرح شده بود، تأثیر زیادی بر مفهوم یادگیری و آموزش گذاشت. ضمن آنکه علائق رو به افزایش نسبت به نظریه ویگوتسکی در دهه ۸۰ میلادی منجر به توجه جدید به رشد و یادگیری به عنوان فرایندهای اجتماعی شد و شرکت در فعالیت‌های

کلیدواژه‌ها: ارزیابی ریاضی، استاندارد برنامه درسی، ارزیابی عملکرد، روش‌های ارزیابی

مقدمه

یکی از فعالیت‌های آموزشی که در دو دهه اخیر به‌طور جدی زیر سوال بوده است، ارزیابی‌های سنتی در مدارس و سایر موسسات آموزشی است. تمرکز انتقادات مطرح، بر عدم کفایت امتحانات سنتی و تأثیری است که بر روند آموزش جهت آمادگی شرکت در این امتحانات است. انتقادات بر این مبنا بنا شده است که شکل رایج ارزیابی‌ها نمی‌تواند ضامن یادگیری با کیفیت و عمیق، توسعه تفکر انتقادی، دانش ماندگار و یادگیری در طول عمر باشد. به عبارت دیگر، باور عمومی نسبت به ارزیابی‌های رایج در قالب امتحانات به عنوان حافظ کیفیت آموزش، زیر سوال رفته است. پیشینه امتحانات سنتی رایج به دهه ۱۹۵۰ میلادی برمی‌گردد،

پیشینه امتحانات سنتی رایج به دهه ۱۹۵۰ برمی گردد، که بلوم طبقه‌بندی اهداف آموزشی را منتشر کرد. این طبقه‌بندی، آموزشگران را قادر می‌ساخت تا مواد طبقه‌بندی کرده و متغیرهای آموزش را از طریق امتحانات کتبی و بعد از مدتی امتحانات چهار جوابی، اندازه‌گیری کنند

حل مسئله عامل اصلی پیشرفت فردی به حساب آمد. ولی با وجود این تغییر رویکردها نسبت به یادگیری و تدریس، ارزیابی سیر قدیمی خود را طی می‌کرد و در نتیجه، یک عدم تعادل ایجاد شده بود.

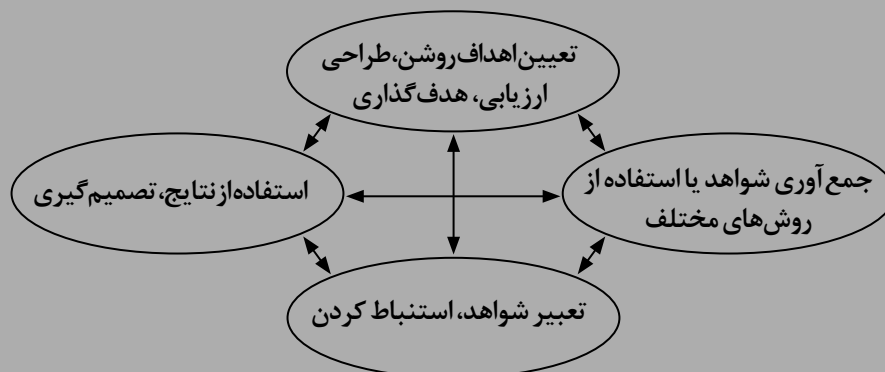
در سال‌های ۱۹۸۹ و ۱۹۹۱، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا اقدام به انتشار دو سند/استانداردهای برنامه درسی و ارزیابی ریاضی مدرسه‌ای و استانداردهای حرفه‌ای برای تدریس ریاضی مدرسه‌ای نمود. این دو سند به قصد ایجاد اصلاحات در برنامه درسی و تدریس و یادگیری ریاضی براساس نظریه‌ها و رویکردهای جدید تهیه شده بودند. در پی انتشار این دو سند در سال ۱۹۹۵، این شورا سند سومی را با عنوان استانداردهای ارزیابی برای ریاضی مدرسه‌ای منتشر کرد. در این سند ارزیابی به عنوان «فرایند جمع‌آوری شواهد در مورد دانش‌آموزان، توانایی استفاده از آن دانش، و تمایل آن نسبت به ریاضی و استنباط از آن شواهد برای مقاصد مختلف» تعریف شده است (NCTM، ۱۹۹۵، ص.۳).

در تعریف ارزیابی، توجه به این نکته مهم است که منظور از جمع‌آوری شواهد، امتحان گرفتن نیست زیرا ارزیابی می‌تواند و باید به عنوان بخش جدا ناشدنی آموزش باشد. در نتیجه اگر ارزیابی فقط به امتحان گرفتن محدود شود، وجه مهم آن که می‌تواند تسهیل کردن رشد دانش‌آموزان باشد و به فرایند آموزش اطلاع‌رسانی کند، از دست می‌رود (فن‌دویل، ۲۰۰۴).

با توجه به تعریف ارائه شده، ارزیابی شامل چهار مرحله است که معمولاً در قالب یک جریان گردشی اجرا می‌شود (NCTM، ۱۹۹۵).

مقصود از ارزیابی چیست و در جریان آموزش ریاضی چه چیز باید مورد ارزیابی واقع شود

در سند استانداردها (NCTM، ۱۹۹۵) چهار هدف از ارزیابی به شرح زیر ارائه شد.



♦ نظارت بر پیشرفت دانش‌آموزان

در جهت نیل به اهداف آموزشی، ارزیابی باید برای دانش‌آموز و معلم بازخورد دائمی فراهم کند. ارزیابی باید ضمن تدریس، هر یک از دانش‌آموزان و معلم را از رشد توانایی مسئله حل کردن مطلع سازد نه این‌که فقط بر مهارت‌های روبه‌ای تاکید داشته باشد. به این ترتیب ارزیابی می‌تواند در جهت ارتقای رشد دانش‌آموزان موثر باشد.

♦ تصمیم‌گیری‌های آموزشی

تکالیف روزانه‌ای که معلم برای توسعه درک دانش‌آموزان طراحی می‌کند، باید دارای اطلاعات روزانه در مورد این‌که چه‌طور دانش‌آموزان فکر می‌کنند و این‌که چه ایده‌هایی را استفاده می‌کنند و توسعه می‌دهند باشند. در مقایسه با امتحان پایان فصل، حل مسئله

یک فعالیت ارزیابی مناسب، تکلیف یا مساله‌ای است که از طریق آن، دانش‌آموزان می‌توانند دانسته‌های خود را به نمایش بگذارند. این گونه فعالیت‌ها باید بخش جدایی‌ناپذیر فرایند یادگیری باشد

♦ مفاهیم و رویه‌ها

استراتژی مناسب ارزیابی، فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا نشان دهد چطور مفهوم مورد بحث را درک کرده‌اند. در حالی که آزمون سنتی معمولاً فقط یک راه دانستن ایده را مورد هدف قرار می‌دهد که توسط طراح آزمون تعیین شده است. اما اگر اطلاعات زمانی جمع‌آوری شوند که دانش‌آموزان مشغول انجام فعالیت‌اند یا آن را مورد بحث قرار داده و نتایج آن را توجیه می‌کنند - به‌طور خلاصه، زمانی که دانش‌آموزان مشغول انجام دادن ریاضی هستند - اطلاعات کسب شده، زمینه ایجاد بینشی عمیق را در ماهیت درک دانش‌آموزان از آن ایده فراهم خواهد ساخت.

در کنار درک مفهومی، دانش رویه‌ای شامل مهارت‌های حرفه‌ای نیز باید در نظر گرفته شود. البته باید توجه داشت که نباید برای دانش رویه‌ای، بیش از درک مفهومی اهمیت قایل بود. مثلاً اگر دانش‌آموزی بتواند محاسباتی مربوط به اعداد کسری را انجام دهد ولی هنوز نداند چرا برای جمع اعداد کسری مخرج مشترک می‌گیرد ولی برای ضرب کسرها نیازی به این عمل نیست، می‌توان نتیجه گرفت که وی، در درک ارتباط بین قواعد و رویه‌هایی که در آن‌ها خبره شده و معانی مربوط به آن‌ها ضعیف است. در اینجا باید توجه داشت که مهارت‌های معمولی یا روتین به سادگی توسط آزمون‌های سنتی قابل بررسی‌اند، در حالی که بررسی مطلوب اتصالات مفهومی نیازمند ارزیابی با ماهیت متفاوتی است.

♦ فرایندهای ریاضی

در زمینه آموزش ریاضی، فرایندهای ریاضی به اندازه مفاهیم ریاضی اهمیت دارند و نیازمند ارزیابی مناسب هستند. طبیعی است که انتظارات مطرح در ارتباط با این فرایندها، در پایه‌های مختلف تفاوت خواهد داشت. از این‌رو لازم است معلم فرایندهای مورد نظر آموزش را در قالب چند گزاره در مورد انجام دادن ریاضی برای دانش‌آموزان هم قابل فهم باشد تنظیم کرده و در اختیار آن‌ها قرار دهد. به عنوان نمونه، می‌توان به بعضی از این گزاره‌ها در ارتباط با فرایندهای حل مسئله، استدلال، و ارتباطات به شرح زیر، اشاره کرد.

♦ حل مسئله

✓ اقداماتی جهت درک مسئله قبل از شروع به کار

✓ استفاده از شکل‌ها، گراف‌ها، و مدل‌های فیزیکی برای کمک به

حل مسئله

✓ به کارگیری استراتژی مناسب برای حل مسئله

روزانه و بحث و گفت‌وگو، به مراتب داده‌های غنی‌تر و مفیدتری فراهم می‌کند. به این ترتیب ارزیابی می‌تواند در بهبود آموزش سهم به‌سزایی داشته باشد.

♦ ارزشیابی موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان

ارزشیابی^۲ فرایند تعیین ارزش، یا ارزیابی ارزش چیزی بر مبنای بررسی و قضاوت دقیق است (NCTM، ۱۹۹۵، ص. ۳). ارزشیابی شامل قضاوت معلم است. ارزشیابی می‌تواند شامل داده‌های آزمون باشد ولی باید در عین حال، منابع و انواع اطلاعات جمع‌آوری شده ضمن تدریس را نیز به حساب آورد. از همه مهم‌تر، ارزشیابی باید ملاک اجرا در مورد آنچه دانش‌آموزان می‌دانند و درک می‌کنند باشد و برای مقایسه دانش‌آموزان مورد استفاده قرار گیرد و ابزاری جهت تشخیص موفقیت دانش‌آموزان باشد.

♦ ارزشیابی برنامه‌ها

داده‌های ارزشیابی باید به عنوان یک مؤلفه در پاسخ به این سؤال که «چقدر این برنامه برای رسیدن به اهدافم خوب کار کرد» مورد استفاده قرار گیرد و نتیجه باعث تعدیل برنامه شود. در این زمینه، برنامه فقط محدود به کتاب درسی نیست بلکه هم شامل واحدهای آموزشی که معلم خود طراحی می‌کند و هم منابع درسی دیگر نیز می‌شود.

در سند اصول و استانداردها برای ریاضی مدرسه‌ای (۲۰۰۰) دو ایده اصلی زیر در مورد ارزیابی مورد تاکید بوده است:

۱. ارزیابی باید یادگیری دانش‌آموزان را ارتقا بخشد؛

۲. ارزیابی ابزاری ارزشمند برای تصمیم‌گیری‌های آموزشی است. با در نظر گرفتن موارد فوق به عنوان اهداف ارزیابی، می‌توان انتظار داشت که یک ارزیابی مناسب، بازتاب مفاهیم و رویه‌ها، فرایندهای ریاضی، و همچنین، تمایل دانش‌آموزان به انجام ریاضی باشد (فن‌دویل، ۲۰۰۴).

✓ ارزیابی اعتبار پاسخ‌ها

♦ استدلال کردن

✓ توجیه راه‌حل‌ها و نتایج

✓ حدسیه‌سازی بر اساس استدلال

✓ مشاهده و به کارگیری الگوها در ریاضی

♦ ارتباطات

✓ توضیح ایده‌ها به صورت نوشته

✓ تبادل نظر در مورد ایده‌ها به طور واضح در حین بحث‌های کلاسی.

استراتژی مناسب ارزیابی، فرصتی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا نشان دهد چطور مفهوم مورد بحث را درک کرده‌اند. در حالی که آزمون سنتی معمولاً فقط یک راه دانستن ایده را مورد هدف قرار می‌دهد که توسط طراح آزمون تعیین شده است

بحث‌های کلاسی و فعالیت‌های حل مسئله نخواهند داشت و به دنبال راه‌هایی خواهند بود که بتوانند جواب‌های درست را به دست آورند. همین‌طور، اگر تدریس به طور سنتی انجام گیرد ولی ارزیابی براساس مسایل باز- پاسخ یا فعالیت‌های حل مسئله باشد و از دانش‌آموزان خواسته شود تا مهارت‌های تفکر ریاضی خود، استدلال کردن و حل مسئله را به نمایش بگذارند بدون آنکه قبلاً این فرایندها را تجربه کرده یا آموخته باشند، باز هم نتیجه موفقیت‌آمیز نخواهد بود. در مجموع، می‌توان به اهمیت همخوانی فعالیت‌های ارزیابی با آموزش‌های پیش‌بینی شدهٔ شناختی تاکید کرد.

در این مقاله توصیه می‌شود برای ارزیابی فعالیت‌های شناختی ریاضی، از انواع روش‌های ارزیابی کیفی شامل ارزیابی عملکرد^۲، پوشه‌کار^۴، خود ارزیابی^۵، مصاحبه^۶ و مشاهده^۷ استفاده شود که در بخش‌های بعدی، هر یک به اختصار توضیح داده می‌شوند.

♦ ارزیابی عملکرد

«مشاهده عملکرد حقیقی دانش‌آموزان در مورد تکلیف‌های ریاضی، یک ابزار اساسی برای ارزیابی آموزشی در طول زمان است» (کراشتن‌مارک، ۱۹۹۱، ص. ۱۳). یک ارزیابی عملکرد در ریاضی، در برگیرنده ارائه تکلیف‌های ریاضی، پروژه یا یک تحقیق به دانش‌آموزان، و آنگاه مشاهده، مصاحبه و در نظر گرفتن محصول کاری است که انجام می‌دهند تا بدین ترتیب آن‌چه را که دانش‌آموزان به راستی قادر به فهم و انجام آن هستند مورد ارزیابی قرار گیرد. برای این منظور، به معلمان توصیه می‌شود که کار را با ارزیابی یک موضوع ساده ولی مهم شروع کنند. به عنوان مثال، در بخشی از زمان تدریس خود، برای چند روز توجه‌شان را به این نکته معطوف کنند که آیا دانش‌آموزان قادر به تفسیر مسئله‌هایی که به آن‌ها عرضه می‌شود

چنین گزاره‌هایی باید با دانش‌آموزان مورد بحث قرار گیرند تا برای آن‌ها روشن شود که این موارد برای معلم، ارزش دارند. در مجموع، لازم است که این فرایندها در نمره‌دهی و طرح ارزشیابی مورد استفاده قرار گیرند زیرا در غیر این صورت، دانش‌آموزان آن‌ها را جدی نخواهند گرفت.

♦ نگرش نسبت به ریاضی

یکی از اقدامات با اهمیتی که باید مورد پی‌گیری قرار گیرد، جمع‌آوری داده در مورد اعتماد به نفس دانش‌آموزان و باورشان نسبت به توانایی‌های خود در ریاضی، و هم‌چنین علاقه‌مندی و عدم علاقه آن‌ها نسبت به ریاضی است. این گونه اطلاعات، به سادگی از طریق چک‌لیست‌های خود-ارزیابی و ژورنال‌نویسی به دست می‌آیند. ضمن این‌که با تدریس ریاضی از طریق حل مسئله، همواره اطلاعاتی مانند پشتکار و تمایل دانش‌آموزان به شرکت در فعالیت‌های حل مسئله در دسترس خواهد بود.

♦ ارزیابی مناسب

یک فعالیت ارزیابی مناسب، تکلیف یا مساله‌ای است که از طریق آن، دانش‌آموزان می‌توانند دانسته‌های خود را به نمایش بگذارند (فن‌دویل، ۲۰۰۴). این گونه فعالیت‌ها باید بخش جدایی‌ناپذیر فرایند یادگیری باشد. اگر رویکرد آموزشی مسئله-محور باشد ولی ارزیابی بر موارد حفظ کردنی و مسائل بسته-پاسخ متمرکز باشد آن آموزش موفق نخواهد بود. ارزیابی از مهارت‌ها و مطالب حفظ شده، به‌طور ضمنی این پیام را برای دانش‌آموزان دارد که آنچه ارزش دارد جواب آخر است. در نتیجه دانش‌آموزان دیگر علاقه‌ای به شرکت در

ارزیابی واقعی عملکرد ریاضی دانش آموزان یکی از مسئولیت‌های دائمی معلمان است. در دو دهه اخیر، متأثر از رویکرد شناختی به آموزش ریاضی، بحث ارزیابی کیفی در کنار آزمون‌های رایج مورد تأکید بوده است

هستند یا خیر؟ سپس مشاهده کنند که آیا دانش آموزان می‌توانند برای حل آن‌ها نقشه طرح کنند.

از جمله سایر ایده‌های ارزیابی عملکرد می‌توان به موارد زیر اشاره کرد (کراشتن مارک، ۱۹۹۱):

- آیا دانش آموزان دلیل موجهی برای روش‌های انتخابی خود دارند؟

- آیا به شیوه‌های قابل قبول قادر به سازماندهی اطلاعات دریافتی هستند؟

- آیا می‌توانند حاصل تفکر و نتیجه‌های خود را به صورت شفاهی یا با استفاده از ابزارهای نمایشی برای دیگران بیان کنند؟

- آیا هر عضو گروه نقشی فعال دارد؟

- آیا پرسشی فراتر از مسئله‌ای که پیش رو دارند مطرح کرده‌اند؟

به این ترتیب از طریق مشاهده گزارش‌ها و نتایج تولید شده توسط دانش آموزان امکان بررسی روندهای مورد استفاده دانش آموزان فراهم می‌شود و همچنین با استفاده از چک‌لیست‌های مناسب و یادداشت‌های معلم، امکان مستندسازی عملکردهایی از دانش آموزان فراهم می‌شود که از طریق آزمون‌های عادی آشکار نمی‌شود.

از جمله مزایای تکلیف‌های عملکردی برای دانش آموزان نیز این است که همه قابلیت‌های آنها - و نه صرفاً دقت پاسخ‌های نهایی و سرعت به دست آوردن این پاسخ‌ها - در معرض نمایش قرار می‌گیرند. ضمن آنکه دانش آموزان عمق کاربرد و قدرت ریاضیات را درک می‌کنند.

◆ پوشه کار

پوشه کار جمع‌آوری مجموعه وسیعی از کارهای منتخب دانش آموزان است که می‌تواند به آن‌ها کمک کند که روی توانایی‌های ریاضی خود بازتاب و تأمل داشته باشند. از جمله اهداف عمده پوشه کار می‌تواند مشاهده طرز تفکر دانش آموزان، رشد و پیشرفت دانش آموزان در طول زمان، ارتباط و اتصال ریاضی‌وار، نگرش دانش آموزان نسبت به خود به عنوان یک ریاضیدان و فرایندهای حل مسئله باشد (فن‌دویل، ۲۰۰۴). مواد گردآوری شده در پوشه کار می‌تواند شامل تکالیف، پروژه‌ها، گزارشات، نوشته‌های دانش آموز، توضیحات معلم، مشاهدات حاصل از مصاحبه، و خود

ارزیابی از اقدامات گروهی و فردی باشد. به این ترتیب پوشه کار شکل فوق‌العاده‌ای از ارتباط بین دانش آموز و معلم، دانش آموز و والدین، و والدین و معلم است.

یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی این است که به دانش آموزان کمک کند تا برای ریاضی ارزش قایل شوند، هدفی که ارزیابی آن بسیار سخت است. با بررسی نمونه‌هایی جمع‌آوری شده در پوشه کار در طول سال تحصیلی و با واکنش‌های مستند نسبت به تکلیف‌های تعیین شده و مسئله‌ها می‌توانیم ببینیم که تا چه اندازه به این هدف نزدیک شده‌ایم. اگر دانش آموزان احساس کنند که شنیدن دیدگاه و آشنایی با احساس، ایده‌ها، و فکرهای آن‌ها برای معلمان مفید است، برای ریاضی ارزش قایل می‌شوند و به آن احساس تعلق می‌کنند. فرصت در میان گذاشتن ایده‌های ریاضی از طریق پوشه‌های کار می‌تواند یک نقطه عطف واقعی در طرز تلقی دانش آموزان نسبت به ریاضی باشد (کراشتن مارک، ۱۹۹۱).

◆ مصاحبه و مشاهده

انجام مصاحبه و مشاوره با دانش آموزان، اطلاعات مفیدی در اختیار معلمان قرار می‌دهد که با استفاده از آن‌ها می‌توانند به تفکر، درک و احساس دانش آموزان در مورد ریاضی پی ببرند. با انجام این کار، دانش آموزان تشویق می‌شوند و فرصت پیشرفت در ریاضی برای آن‌ها فراهم می‌شود. معلمان نیز مبنای محکمی برای جرح و تعدیل برنامه درسی یا گزارش ضروری از پیشرفت دانش آموزان به دست می‌آورند (کراشتن مارک، ۱۹۹۱).

مصاحبه می‌تواند شامل مجموعه‌ای متوالی از سؤال‌های برنامه‌ریزی شده باشد، درحالی که مشاوره، به بحث و تبادل نظر بین معلم و دانش آموز اشاره دارد. در مصاحبه، وقتی یک مسئله طرح می‌شود معلمان می‌توانند دانش آموزان را تشویق کنند تا از نمودارهای نمایشی، مدل‌ها و بیان شفاهی ایده‌ها استفاده کنند. با گوش کردن به نقطه نظرات دانش آموزان در مورد مسئله‌ها و مشاهده نحوه استفاده آنان از نمودارها و مدل‌ها می‌توانند در مورد برداشت دانش آموزان از فرایندها و مفاهیم ریاضی، همچنین سطح اعتماد به نفس آن‌ها به بصیرتی جدید دست یابید.

هر چند ممکن است انجام مصاحبه وقت‌گیر باشد، اما در تشخیص نیاز دانش آموزانی که دچار مشکل هستند تأثیر به‌سزایی خواهد داشت. سؤال‌هایی که دانش آموزان می‌پرسند نیز اطلاعات مهمی از نحوه درک آن‌ها به دست می‌دهد. اگر دانش آموزان مفاهیم اساسی حل مسئله را درک کرده باشند، می‌توان انتظار شنیدن سؤالاتی از قبیل موارد زیر را داشت (کراشتن مارک، ۱۹۹۱):

در رویکرد شناختی، یک فعالیت ارزیابی مناسب، تکلیف یا مسئله‌ای است که از طریق آن، دانش آموزان می‌توانند دانسته‌های خود را به نمایش بگذارند. این گونه فعالیت‌ها باید بخش جدایی‌ناپذیر فرایند یادگیری باشد

جمع‌بندی

ارزیابی واقعی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان یکی از مسئولیت‌های دائمی معلمان است. در دو دهه اخیر، متأثر از رویکرد شناختی به آموزش ریاضی، بحث ارزیابی کیفی در کنار آزمون‌های رایج مورد تأکید بوده است. در این رویکرد علاوه بر ارزشیابی موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان، بر عملکرد و پیشرفت دانش‌آموزان نظارت شده و براساس آن تصمیمات آموزشی و برنامه‌ای اخذ خواهد شد. به این ترتیب، ارزیابی به جای آنکه یک ابزار کنترلی باشد به ابزاری جهت رشد و ارتقای یادگیری تبدیل می‌شود. در رویکرد شناختی، یک فعالیت ارزیابی مناسب، تکلیف یا مسئله‌ای است که از طریق آن، دانش‌آموزان می‌توانند دانسته‌های خود را به نمایش بگذارند. این گونه فعالیت‌ها باید بخش جدایی‌ناپذیر فرایند یادگیری باشد.

پی‌نوشت

1. Mastery Learning
2. Evaluation
3. Performance assessment
4. Portfolios
5. Self-assessment
6. Interview
7. Observation
8. Rubric
9. Performance indicators
10. Kulm

منابع

۱. کراشن مارک، جین (۱۹۹۱). ارزیابی ریاضی: اسطوره‌ها، مدل‌ها، سوال‌های خوب، و پیشنهادها. عملی. ترجمه زهرا گویا و مانی رضایی (۱۳۸۷). تهران: انتشارات فاطمی.
2. Havnes, A., McDowell, L. (2007). Balancing dilemma in assessment and learning in contemporary education. Taylor & Francis Group, LLC. UK.
3. National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
4. National Council of Teachers of Mathematics. (1995). Assessment standards for school mathematics. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
4. national Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
5. Van de Walle, J.A. (2004) Elementary and Middle School mathematics: Teaching Developmentally. Pearson Education, USA.

- موضوع این مسئله واقعاً چیست؟

- چرا این موضوع درست (نادرست) است؟

- گام مناسب بعدی چیست؟

- چه چیزهای دیگری را هنوز لازم داریم که بدانیم؟

- آیا توضیح دیگری در مورد این مسئله وجود دارد؟ اگر این

قسمت از مسئله را تغییر دهیم، چه اتفاقی می‌افتد؟

برای ثبت وضبط مشاهدات و مصاحبه‌ها بعضی از معلمان ممکن

است به تهیه دفتر یادداشتی تمایل داشته باشند و مشاهدات خود

را در آن یادداشت کنند، در حالی که عده‌ای دیگر مایل به پر کردن

برگه‌های طراحی شده برای این منظور باشند.

روبریک‌ها^۱ و شاخص‌های عملکرد^۲

تکالیف ارزیابی کیفی نمی‌توانند با شمارش پاسخ‌های صحیح

ارزشیابی شوند. این تکالیف در قالب نوشته یا سخنان شفاهی حاوی

اطلاعات فراوانی در مورد دانش‌آموزان است. یکی از ابزارهای سودمند

برای مدیریت صحیح اطلاعات به دست آمده از تکالیف ارزیابی

دانش‌آموزان روبریک است. «روبریک چارچوبی است که توسط

معلم برای گروه خاصی از دانش‌آموزان با یک تکلیف خاص ریاضی

طراحی یا اقتباس می‌شود» (کولم^۱، ۱۹۹۴، نقل شده در فن‌دویل).

روبریک شامل یک مقیاس سه تا شش امتیازی است که به‌جای

تعیین تعداد پاسخ‌های درست یا نادرست، برای رتبه‌بندی کل عملکرد

مورد استفاده قرار می‌گیرد. توجه به این نکته مهم است که روبریک

مقیاسی برای قضاوت عملکرد روی یک تکلیف خاص است نه یک

سری تمرینات.

به عنوان نمونه روبریک زیر در چهار سطح طراحی شده است

۴. ممتاز: موفقیت کامل

۳. ماهر: دستاورد قابل توجه

۲. مرزی: دستاورد جزئی

۱. نامطلوب: دستاورد کم

این روبریک ساده به معلم امکان می‌دهد که عملکرد دانش‌آموزان

را در چهار سطح رتبه‌بندی کند.

ریاضیات در عمل

آموزش انتقادی

زهرا حاجی آخوندی

کارشناس ارشد برنامه‌ریزی درسی

چکیده

پژوهش حاضر درصدد بررسی نظریه انتقادی پائولو فریره، نظریه پرداز آموزش و پرورش انتقادی است و نحوه پیاده سازی آموزش انتقادی ریاضیات را در عمل با توجه به نظریه فریره و آموزش طرح مسئله او عنوان می کند. فریره از آموزش سنتی مدارس که آن را آموزش بانکی می خواند به شدت انتقاد کرده و آن را به انبار کردن اطلاعات در ذهن دانش آموزان تشبیه کرده است. روش پیشنهادی وی آموزش طرح مسئله است که به کمک گفت و شنود انتقادی عملی شده و معلم با طرح سؤالات تحریک کننده ذهن دانش آموزان را وامی دارد که فکر کنند و راجع به سؤال نظر خود را در کلاس ارایه دهند و با معلم و دیگر دانش آموزان به گفت و گو بپردازند. غالباً در آموزش طرح مسئله، مسئله هایی مطرح می شود که دانش آموزان به آن ها نیاز دارند و از میان موضوعات اجتماعی، اقتصادی، فرهنگی و سیاسی محل زندگی آن ها انتخاب شده تا بینش و نگرش آن ها را نیز تغییر دهد. در این تحقیق آموزش انتقادی ریاضیات و نحوه اجرای آن در کلاس مد نظر است و مثالی از آموزش کسر ها که در پایه اول راهنمایی تدریس می شود به روش انتقادی فریره ارایه شده است.

کلیدواژه ها: آموزش انتقادی ریاضیات، گفت و شنود انتقادی، روش تدریس، پائولو فریره.

مقدمه

در آموزش سنتی که در مدارس ما پیاده می شود، غالباً ریاضیات به دور از واقعیت های اجتماعی که هر شخصی در زندگی روزمره خود با آن سروکار دارد تدریس می شود. با این که این درس از جمله دروسی

● در آموزش سنتی که در مدارس ما پیاده می‌شود، غالباً ریاضیات به دور از واقعیت‌های اجتماعی که هر شخصی در زندگی روزمره خود با آن سروکار دارد تدریس می‌شود

دانش‌آموزان القا کند، چرا که هدف از آموزش و طرح مسئله تنها آموزش فرمول‌ها و قواعد صرف ریاضی نیست، بلکه شناخت نقش دانش‌آموزان در زندگی فردی، اجتماعی و فرهنگی مدنظر است که این نیز تنها با ترغیب و تشویق دانش‌آموزان به بحث و گفت‌وگو و خوب فکر کردن و نگاه منتقدانه نسبت به محیط پیرامونشان قابل دستیابی است.

نظریه انتقادی پائولو فریره

پائولو فریره^۱ از اندیشمندان و آموزگاران برجسته قرن بیستم است که نظریه انتقادی خود را در آموزش و پرورش مطرح و اجرا نموده است. او که در زمینه سوادآموزی بزرگسالان شهرت یافته، نظریاتی در زمینه آموزش انتقادی و چگونگی پیاده‌سازی آن در کلاس درس مطرح نموده است. آموزش سنتی و رایج در مدارس ما به گفته فریره «آموزش بانکی»^۲ است که در آن معلم خوب، معلمی است که انبارکننده خوبی باشد و بتواند اطلاعات بیشتری را در ذهن دانش‌آموزان انبار کند تا در زمان نیاز آن‌ها را باز پس گیرد. فریره به شدت با این نوع آموزش مخالف است و روش آموزش جدیدی به نام «آموزش طرح مسئله»^۳ را پیشنهاد می‌کند که در آن نقش معلم، طرح کردن مسئله است. معلم خوب کسی است که بتواند مسئله‌های بهتری را طرح کند به گونه‌ای که دانش‌آموز به فکر کردن تحریک شده و علاقه‌مند شود که به دنبال پاسخ آن برود، نه این‌که تنها به حل آن‌ها بپردازد (فریره، ۱۹۷۲). حتی اگر دانش‌آموزی به جواب مورد نظر معلم نرسیده باشد مهم نیست، زیرا روند درست فکر کردن و فعال شدن ذهن مهم‌تر از رسیدن به جواب نهایی مسئله است.

روشی که فریره در آموزش طرح مسئله خود به آن اشاره می‌کند، گفت‌ووشنود است که در کلاس‌های درس سنتی خصوصاً ریاضیات کمتر اجرا می‌شود. معلمان غالباً بر سخنرانی، توضیح مطالب و حل مسئله با پر کردن تخته‌ها از اعداد و ارقام و اشکال تکیه می‌کنند، در این روش دانش‌آموز تبدیل به موجود منفعلی می‌شود که وظیفه‌اش گوش دادن و نوشتن در کلاس و حفظ کردن مطالب و حل تمرین‌های مشابه در خانه است. کمتر به دانش‌آموز اجازه داده می‌شود که به آن چه در کلاس گفته می‌شود فکر کند،

است که می‌توان در آن مهم‌ترین و اصلی‌ترین مسئله‌های زندگی هر فرد را مطرح کرد و به آن‌ها پاسخ گفت، اما متأسفانه کمتر به این ویژگی توجه می‌شود و بسیار سطحی و گذرا از آن عبور می‌شود. استفاده از ریاضیات در آموزش فکر کردن به دانش‌آموزان که یکی از اهداف اساسی این درس است نیز غالباً کم‌رنگ جلوه داده می‌شود. در حالی که می‌توان در آموزش این درس، خصوصاً در مقاطع پایین‌تر که مفاهیم پایه‌ای و عینی‌تری آموزش داده می‌شود، مثال‌های ملموسی را گنجاند. در آموزش ریاضیات می‌توان از مثال‌هایی عینی بهره گرفت که در آن‌ها مفاهیم ریاضی با مسئله‌های اجتماعی، فرهنگی و سیاسی تلفیق شده است که برای دانش‌آموزان ملموس بوده و با دنیای آن‌ها در ارتباط است. در واقعیت نیز این مسئله‌ها جدا از هم نبوده و نباید به‌طور مجزا با آن‌ها برخورد کرد. در آموزش انتقادی ریاضیات باید سؤال‌هایی برگرفته از واقعیت مطرح شود و برای دانش‌آموزان فرصت کافی برای فکر کردن و همچنین بحث و گفت‌وگو درباره آن‌ها در کلاس فراهم گردد تا بدین ترتیب علاوه بر یادگیری مفاهیم ریاضی مورد نظر، و بدون تحمیل دیدگاه خاص معلم به آگاهی مطلوب از بعد اجتماعی، اقتصادی، فرهنگی و سیاسی نیز دست یابند. همچنین دانش‌آموزان را تشویق کرد تا درباره مسئله‌های ریاضی خوب فکر کنند حتی اگر پاسخ یا راه‌حل آن‌ها صحیح نباشد، برای تفکر و استفاده از خلاقیت باید آن‌ها را تشویق نمود.

در آموزش ریاضیات انتقادی باید به دانش‌آموز سؤالی به‌عنوان تکلیف داده شود که او را ترغیب کند اطلاعات مورد نیاز مسئله را جمع‌آوری کند و به آن‌ها بیندیشد و پس از این‌که سؤال را کاملاً درک کرد، به پاسخ دادن به آن ترغیب شود. ممکن است هریک از دانش‌آموزان به روش خاص خود مسئله را حل کند، بنابراین لازم است که این راه‌حل‌ها و پاسخ‌های متفاوت در کلاس بررسی شوند. بدین ترتیب که هرکس برداشت خود از سؤال و سپس نحوه پاسخ‌دهی به آن را بیان کند تا درنهایت به جمع‌بندی درباره پاسخ مسئله ریاضی و نیز پاسخ‌های ممکن به مسئله‌های اجتماعی، اقتصادی و فرهنگی مرتبط با آن سؤال منجر شود. البته ممکن است این نتیجه‌گیری و جمع‌بندی از جانب هر دانش‌آموز متفاوت باشد و معلم به هیچ‌وجه نباید نظر شخصی خویش را به

● در آموزش ریاضیات انتقادی باید به دانش آموز سؤالی به عنوان تکلیف داده شود که او را ترغیب کند اطلاعات مورد نیاز مسئله را جمع آوری کند و به آن‌ها بیندیشد

از لوازم اولیه برپایی کلاسی انتقادی است، وجود فضای باز در کلاس به دانش آموزان این فرصت را می‌دهد تا پاسخ‌های درست یا نادرست خود را بدون اضطراب طرح کنند، درباره پاسخ‌های مختلف مسئله فکر کنند و با بحث و گفت‌وگو پاسخ‌های نادرست را از درست تشخیص دهند.

۳. اضطراب ریاضی دانش آموزان با ارزش قائل شدن برای پاسخ‌های درست یا نادرست آن‌ها و تشویق خلاقیت آن‌ها از بین خواهد رفت. مهم این است که دانش آموزان به مسئله فکر کرده باشند و بی دلیل و مقلدانه مسئله‌ها را حل نکرده باشند.

۴. دادن نقش معلم به دانش آموزان نیز می‌تواند به فهم بهتر مطالب کمک کند. این کار موجب می‌شود آن‌ها دقیق‌تر به مسئله نگاه کنند چرا که اولین و اساسی‌ترین گام در حل مسئله، فهم دقیق آن‌هاست (فرنکنشتاین، ۱۹۸۷).

پیاده‌سازی آموزش انتقادی ریاضیات فریره

برای آشنایی بیشتر با نظر فریره در خصوص پیاده‌سازی روش آموزش ریاضیات انتقادی، مثالی طرح شده و نمونه‌ای از روش تدریسی که می‌توان طبق نظریه و روش پیشنهادی فریره پیاده نمود شرح داده شده است. در این جا آموزش محاسبات اعداد کسری که در پایه اول راهنمایی آموزش داده می‌شود، انتخاب شده و طرح درس پیشنهادی بنابر روش فریره ارائه می‌شود.

ابتدا می‌توان از دانش آموزان خواست اجاره ماهانه یک خانه یا آپارتمان در محل سکونتشان را از اینترنت یا با راهنمایی بزرگترها به دست آورند و سپس آن را با درآمد ماهانه خانواده خود مقایسه کنند. در ادامه هزینه‌های دیگر نظیر هزینه مصرف آب، برق، گاز، تلفن، خرید خوراک و پوشاک را هم در نظر بگیرند. مراحل فوق باید پیش از کلاس درس و به عنوان تکلیف دانش آموزان انجام شود در ضمن آن‌ها می‌توانند علاوه بر انجام تکلیف ریاضی که به ایشان محول شده، با اعضای خانواده خود درباره مسئله‌های اقتصادی و اجتماعی مرتبط با آن نیز بحث کنند. در کلاس معلم یک نمونه را در نظر گرفته و مفهوم کسر و محاسبات آن را به کمک خود دانش آموزان تدریس می‌کند. یک مثال عددی برای آن در زیر آورده شده تا روشن شود که چگونه می‌توان این

درباره آن نظر دهد یا راه حل جدیدی پیشنهاد کند. در کلاس‌های ریاضی بیشتر وقت کلاس به حل مسئله توسط معلم می‌گذرد، در حالی که باید فرصت بیشتری برای بحث درباره موضوعات اجتماعی، اقتصادی و فرهنگی در نظر گرفته شود تا ارتباط بین آن‌ها و ریاضیات برای دانش آموزان ملموس و قابل فهم شود.

در روش گفت‌وگوشنود برخلاف روش‌های سنتی، معلم نقش کمتری در ارائه مطالب دارد و در کلاس هماهنگ‌کننده و هدایت‌کننده بحث است و دانش آموزان به منزله اعضای یک گروه دور هم جمع شده و راجع به مسئله‌ای که معلم در قالب مسئله‌های اجتماعی و فرهنگی طرح کرده بحث می‌کنند و نظر خود را ارائه می‌دهند. آن‌ها با آمادگی در کلاس حاضر می‌شوند تا نظر خود را ابراز کرده، آن را تحلیل کنند و در حالی که برای نظریه‌پرداز احترام قائلند، به نظرات دیگر اعضای گروه نیز گوش داده و منتقدانه آن‌ها را نقد کنند. در این روش، وظیفه اصلی معلم طرح هنرمندانه و دقیق مسئله است تا کنجکاوی دانش آموزان را برای یافتن پاسخ برانگیزد و برخلاف آموزش بانکی که در آن به انتقال اطلاعات از معلم به دانش آموزان بسنده می‌شود، وظیفه معلم نخست طرح دقیق سؤال و سپس هدایت بحث و گفت‌وگو پیرامون موضوع تا دستیابی به پاسخ‌های محتمل برای آن است (شور، ۱۹۸۷). در این روش گاه معلم در حین گفت‌وگوشنود مطالبی از دانش آموزان یاد می‌گیرد. بنابر این دوگانگی میان معلم و شاگردان از بین می‌رود و الگوی سنتی معلم شاگردان و شاگردان معلم به الگوی متحد و یگانه معلم-شاگرد تبدیل می‌شود، بدین معنا که معلم و شاگردان هر دو مسئول فرایند یادگیری خواهند بود (فریره، ۱۹۷۲).

آموزش انتقادی ریاضیات فریره

برای آموزش انتقادی ریاضیات در هر کلاسی لازم است نکاتی مدنظر قرار گرفته و در اجرا پیاده شود:

۱. لازم است سؤال‌هایی مطابق با واقعیت با امکان اجرای عملی آن‌ها در کلاس مطرح شود و مسئله‌های نظری محض ریاضیات با عمل آمیخته شود تا کاربرد آن مشخص شود و بتوان به‌طور ملموس در زندگی آن را آموخت.
۲. فراهم کردن فضایی باز برای صحبت کردن و نقد کردن

● پائولو فریره از اندیشمندان و آموزگاران برجسته قرن بیستم است که نظریه انتقادی خود را در آموزش و پرورش مطرح و اجرا نموده است

مبحث را با روش طرح مسأله فریره آموزش داد.

فرض کنیم درآمد خانواده فرضی، ماهانه ۳۰۰ هزار تومان است و اجاره خانه آن‌ها ماهانه ۸۰ هزار تومان. هزینه‌های دیگر را هم در نظر خواهیم گرفت: هزینه مصرف ماهانه آب: ۱ هزار تومان، برق: ۲ هزار تومان، گاز: ۳ هزار تومان، تلفن: ۲ هزار تومان، خرید خوراک ماهانه: ۱۰۰ هزار تومان، پوشاک: ۳۵ هزار تومان، هزینه‌های درمانی: ۱۰ هزار تومان، هزینه‌های پیش‌بینی نشده: ۲۰ هزار تومان. بعد از این که دانش‌آموزان این اطلاعات را جمع‌آوری کردند از آن‌ها خواسته می‌شود محاسبه کنند چه کسری از درآمد خانوار به هریک از این هزینه‌ها اختصاص داده شده است. جمع‌آوری اطلاعات و محاسبات کسری را می‌توان به عنوان تکلیف منزل به دانش‌آموزان سپرد. آموزش محاسبات کسری و گفت‌وشنود درباره مسئله‌های مرتبط با آن در کلاس انجام می‌شود.

نسبت کسری هریک از هزینه‌ها چنین است:

اجاره خانه: $\frac{80}{300}$ ، هزینه آب: $\frac{1}{300}$ ، هزینه برق: $\frac{2}{300}$ ، هزینه گاز: $\frac{3}{300}$ ، هزینه تلفن: $\frac{2}{300}$ ، خرید خوراک: $\frac{100}{300}$ ، خرید پوشاک: $\frac{35}{300}$ ، هزینه‌های درمانی: $\frac{10}{300}$ ، هزینه‌های پیش‌بینی نشده: $\frac{20}{300}$. می‌توان از دانش‌آموزان خواست که ساده‌ترین حالت هر کسر را بنویسند تا با ساده کردن کسرها نیز آشنا شوند. مثلاً در مورد فوق نتایج زیر حاصل می‌شود:

اجاره خانه: $\frac{8}{30}$ ، هزینه آب: $\frac{1}{300}$ ، هزینه برق: $\frac{1}{150}$ ، هزینه گاز: $\frac{1}{100}$ ، هزینه تلفن: $\frac{1}{150}$ ، خرید خوراک: $\frac{1}{3}$ ، خرید پوشاک: $\frac{7}{60}$ ، هزینه‌های درمانی: $\frac{1}{30}$ ، هزینه‌های پیش‌بینی نشده: $\frac{1}{15}$.

آن‌ها می‌توانند هم حالت ساده شده را بنویسند و هم کسرهایی با مخرج ۳۰۰ را یادداشت کنند تا برای مقایسه راحت‌تر بتوانند از آن‌ها کمک بگیرند. همین‌طور باید وقت داشته باشند جواب‌های نهایی معلم را کنترل کنند و بی‌چون و چرا پاسخ‌های معلم را نپذیرند. مثلاً به اشتباهی که در محاسبات فوق وجود دارد اشاره کنند که کسر اجاره خانه ساده نشده است. در این‌جا دانش‌آموزان

مفهوم کسری از درآمد را آموخته‌اند و لازم است از آن‌ها بخواهیم مفهوم این کسرها را نیز تحلیل کنند. مثلاً بگویند $\frac{1}{3}$ از درآمد این خانواده که بیشترین مقدار از درآمد است صرف خوراک می‌شود. سؤال‌های زیادی می‌توان پرسید و تحلیل‌های زیادی می‌توان از جوانب مختلف در این مثال بیان کرد و دیدگاه‌های دانش‌آموزان را به بحث گذاشت و هر کس تفسیر خود را از این کسرها و بازبان خود بیان کند. ریزبینی‌ها، نکته‌سنجی‌ها، اظهارنظرها و دیدگاه‌های مختلف در پاسخ به یک سؤال را می‌توان از نتایج گفت‌وشنود و آموزش نگرش انتقادی در کلاس دانست که قطعاً دانش‌آموزان در دیگر مراحل زندگی خود از آن بسیار بهره خواهند برد.

حال می‌خواهیم محاسبات اعداد کسری را آموزش دهیم. از دانش‌آموزان می‌خواهیم کسر مجموع هزینه‌های مصرف آب، برق، گاز و تلفن را به دست آورند. برای انجام این کار مخرج مشترک گرفتن آموزش داده می‌شود. لازم است که دانش‌آموزان ابتدا مجموع دو به دوی این کسرها را محاسبه کنند و نهایتاً دو کسر حاصل را نیز با هم جمع کنند تا حاصل جمع کل آن‌ها به دست آید و بخشی از درآمد که به این هزینه‌ها اختصاص یافته مشخص شده و سپس تفسیر شود.

$$\frac{1}{100} + \frac{1}{150} = \frac{1}{300} \text{ مجموعه هزینه آب و برق}$$

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{150} = \frac{1}{100} \text{ مجموع هزینه گاز و تلفن}$$

حال باید این دو حاصل جمع را با هم جمع کنند:

$$\frac{1}{75} + \frac{1}{60} = \frac{2}{75} \text{ که نسبت مجموع هزینه‌های آب، برق، گاز}$$

و تلفن به درآمد ماهانه خانوار است.

موضوع مهمی که این روزها نیز مطرح شده، مسأله اصلاح الگوی مصرف و بهینه‌سازی مصرف انرژی است که آموزش آن از مهدهای کودک آغاز شده و در مدارس و در رسانه‌های جمعی نیز بر آن بسیار تأکید می‌شود، تا درست مصرف کردن انرژی را از مقاطع پایین به کودکان آموزش دهند. می‌توان از طریق گفت‌وشنود ضمن آموزش جمع کسرها به دانش‌آموزان آموزش‌هایی اساسی نیز در راستای بهینه‌سازی الگوی مصرف

● در روش گفت‌و شنود برخلاف روش‌های سنتی، معلم نقش کمتری در ارایه مطالب دارد و در کلاس هماهنگ کننده و هدایت کننده بحث است

گنجانند یا با گفت‌وگو کردن در این زمینه نظرات خود را ارایه دهند و خودشان به نتیجه برسند که برای درست مصرف کردن باید از چه راهکارهایی استفاده کنند. مثلاً با بحث دربارهٔ بالا بودن هزینه‌های آب، برق و گاز مصرفی که کسری از درآمد را به خود اختصاص داده است هریک از دانش‌آموزان می‌توانند پیشنهادهایی برای بهتر مصرف کردن و پایین آمدن هزینه‌ها در کلاس ارایه دهند و عملی شدن آن‌ها و همین‌طور معایب و مزایای هریک از روش‌ها با دیگر دانش‌آموزان نقد و بررسی شود. با طرح چنین مسئله‌هایی هم در نظر و هم در عمل می‌توان برنامه‌هایی را جهت بهینه‌سازی الگوی مصرف به گونه‌ای کاربردی پیاده ساخت. درخصوص هزینه‌های دیگر خانواده نیز می‌توان بحث‌های این‌چنینی را در کلاس به مباحثه گذاشت و هر دانش‌آموز نظر خود را برای پایین آوردن هزینه‌های زندگی طرح کرده و دیگران راجع به آن نیز نظر دهند. سؤال دیگر نسبت میان کسرها و مختلف درآمد است. مثلاً هزینه خرید پوشاک ۵ برابر هزینه‌ای است که صرف آب، برق، گاز و تلفن می‌شود. همین‌طور است وضعیت نسبت‌های دیگر و مقایسهٔ بین آن‌ها و تحلیل علت این اختلافات. هم‌چنین این‌که کمترین و بیشترین هزینه‌ها صرف چه می‌شود و این‌که چه نسبتی از درآمد خانوار است. سؤال‌های دیگری می‌توان در رابطه با محاسبات کسری پرسید اما هدف اصلی بحث‌ها و نتیجه‌گیری‌هایی است که قرار است دانش‌آموزان در کلاس داشته باشند. پاسخ‌های متفاوت متناسب با درآمدها و هزینه‌های متفاوت خانواده‌های دانش‌آموزان خود می‌تواند از مسئله‌های بحث‌انگیز در کلاس باشد. علت این اختلاف‌ها از نظر دانش‌آموزان قابل بحث و تحلیل است. مثلاً شرایط اقتصادی و شغلی در کشور موجب شده درآمدها و هزینه‌های خانواده در قشرهای مختلف جامعه متفاوت باشد؛ چه بخشی از هزینه‌های درمانی باید توسط دولت تأمین شود؛ تفاوت اجاره‌خانه‌ها در مناطق مختلف، بیشترین هزینه‌های هر خانواده که به چه بخشی اختصاص یافته و کم یا زیاد بودن هزینه‌ها به نسبت درآمد و... نیز از جمله مسئله‌هایی هستند که می‌توان در کلاسی طرح و پیرامون آن به بحث و گفت‌و شنود پرداخت. هم‌چنین لازم است که در کلاس درس نتایج به دست آمده، مورد بحث و بررسی قرار گیرد و مقایسه شود که چرا برخی در مقایسه درآمد و هزینه‌ها

به اعداد منفی رسیده‌اند. در کنار بحث دربارهٔ مسئله‌های فرهنگی، اجتماعی، اقتصادی و سیاسی است که آموزش‌های ریاضی معنا می‌یابند. به عبارت دیگر، اگر این آموزش‌ها هیچ نقشی در زندگی دانش‌آموزان نداشته باشند یا هنگام آموزش این نقش به آنان نشان داده نشود، در نگاه آنان ریاضی چیزی جز بازی با اعداد نخواهد بود که البته پس از مدتی کوتاه از یاد خواهد رفت. و این همان آسیبی است که آموزش سنتی ریاضیات در مدارس بدان دچار شده است و در نتیجه، غالب دانش‌آموزان از درس ریاضی احساس خوبی ندارند. همین سؤالات را می‌توان برای آموزش درصد گرفتن نیز طرح کرد. دانش‌آموزان می‌توانند درصدی از درآمد خانواده‌شان را که صرف پرداخت اجارهٔ خانه یا هزینه‌های دیگر می‌شود، به دست آورند. بدین ترتیب، علاوه بر آموزش و تمرین محاسبات کسری (یا درصدی) مسئله‌های اقتصادی و اجتماعی مربوط به خود و خانوادهٔ خود را درک می‌کنند و با مشکلات اقتصادی، هزینه‌های زندگی، قشرهای مختلف جامعه و نوع زندگی آن‌ها نیز آشنا می‌شوند. لازم است معلم و دانش‌آموزان منتقدانه به این موضوع نگاه کرده، نظر دهند و دلایل این اختلافات را بررسی کنند.

به عنوان تمرین بیشتر می‌توان با توجه به نوع زندگی دانش‌آموزان کلاس از آن‌ها خواست راجع به یک شغل (مثلاً کشاورزی، دامداری، معلمی، پزشکی، فروشنده و...) اطلاعاتی را جمع‌آوری کنند یا این اطلاعات به آن‌ها داده شود، و سپس معلم از آن‌ها بخواهد مالیاتی را که هریک نسبت به درآمدشان به دولت می‌پردازند، محاسبه کرده و با اعداد کسری نشان دهند. مقایسه‌هایی نیز می‌توان در این بین انجام داد و به نتایج ارزنده‌ای دست یافت.

مثالی که در بالا آورده شد یک نمونه از بشمار مثال‌هایی است که می‌توان در آموزش ریاضی به همراه بحث برای آموزش مسئله‌های اجتماعی، اقتصادی و فرهنگی طرح نمود. در موارد دیگری نیز می‌توان آموزش مفاهیم پایه را کاربردی و عینی پیاده کرد که نمونه‌های زیر از آن جمله‌اند: هزینه‌هایی را که باید برای سرپرستی یک خانواده بی‌بضاعت، بیمار، بی‌سرپرست و... در نظر گرفته شود با هزینه‌هایی نظیر سفرهای دولتی، مخارج همایش‌ها و مراسم رسمی، بودجهٔ جنگ، سلاح‌های اتمی و... مقایسه کرد.

● مهم‌ترین بخش چنین آموزشی بالا بردن آگاهی و شناخت انتقادی دانش‌آموزان است که باعث می‌شود آنان بیاموزند همیشه به آن چه می‌آموزند و نیز به آن چه در اطرافشان می‌گذرد با دیدی انتقادی و موشکافانه نگاه کنند

همواره می‌توان با در اختیار قرار دادن اندکی اطلاعات مفاهیم زیادی را آموزش داد و در نهایت بحث در کلاس را به سمتی هدایت کرد تا هر دانش‌آموز بتواند نظر خود دربارهٔ مسئله‌های مختلفی- که در لابه‌لای گفت‌ووشنود پیش می‌آید- طرح کند و دانش‌آموزان بتوانند علت و زمینه‌های اختلاف‌های موجود در پاسخ‌ها را تحلیل کنند (فرنکنشتاین، ۱۹۸۷).

مطرح کردن چنین سؤالاتی در کلاس درس ریاضی باعث می‌شود که اولاً نگاه دانش‌آموزان به ریاضی تغییر کرده و آن را درسی بی‌فایده و غیر کاربردی قلمداد نکنند. ثانیاً در خلال آموزش مفاهیم و فرمول‌های خشک ریاضی، مفاهیم کاربردی و قابل لمس را با هم تجربه کنند که در حال حاضر با آن مواجه‌اند یا در آینده با آن‌ها سروکار خواهند داشت. بدین ترتیب دانش‌آموزان تلفیق بین ریاضی و این مفاهیم کاربردی را بهتر درک خواهند کرد. استفاده از این مثال‌ها به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا در غالب مفاهیم مورد استفاده در مسئله‌های روزمرهٔ خود با ابزارهایی آشنا شوند که برای حل آن مسئله‌ها بدان‌ها نیاز دارند و این ابزارها همان مفاهیم، فرمول‌ها و دستورالعمل‌هایی هستند که در درس ریاضیات می‌آموزند. مهم‌ترین بخش چنین آموزشی بالا بردن آگاهی و شناخت انتقادی دانش‌آموزان است که باعث می‌شود آنان بیاموزند همیشه به آن چه می‌آموزند و نیز به آن چه در اطرافشان می‌گذرد با دیدی انتقادی و موشکافانه نگاه کنند و سؤال‌های خود را طرح کرده و بکوشند جوابی درخور برای آن‌ها بیابند، به جای این‌که هر چه به آن‌ها گفته می‌شود بی‌چون و چرا بپذیرند.

شرح حالی کوتاه از پائولو فریره

پائولو فریره نظریه‌پرداز و آموزگار برزیلی است که تحت‌تأثیر مسئله‌های اقتصادی و اجتماعی حاکم بر جامعهٔ برزیل برای مبارزه با فقر به فکر آموزش و پرورشی افتاد که در آن به فقرا و ستمدیدگان این شناخت و آگاهی داده شود که آن‌ها انسان‌هایی صاحب اراده‌اند و قادرند فرهنگ و جهان خود را بسازند. او معتقد بود ستمدیدگان از طریق آموزش‌های سنتی که فرهنگ طبقهٔ حاکم را ترویج می‌کند غرق در فرهنگ می‌شوند که به آن‌ها سکوت کردن در برابر ستم ستمگران و زودباوری تلقین می‌شود (گدوتی،

۱۹۹۴). از کتاب‌های معروف او که به فارسی نیز ترجمه شده «آموزش ستمدیدگان»^۴، «آموزش شناخت انتقادی»^۵ و «آموزش و پرورش در جریان پیشرفت: نامه‌هایی به گینه‌بیسائو»^۶ است که در آن‌ها آموزش و پرورش انتقادی^۷ اشاره کرده و هدف از آموزش را بالا بردن آگاهی انتقادی^۸ برای رهایی‌بخشی^۹ می‌داند. فریره معتقد است انسان‌ها با بالا بردن سطح دانش و آگاهی انتقادی خود قادر خواهند شد جهان اجتماعی، فرهنگی، اقتصادی و سیاسی خود را تغییر دهند و آن را آن گونه که می‌خواهند بسازند.

او استفاده از آموزش طرح مسئله و گفت‌ووشنود را راهی برای بالا بردن آگاهی انتقادی و مقابله با استعمار حکومت‌های مستبدی می‌داند که ستمدیدگان را از فرهنگ خود دور ساخته و به آن‌ها اجازه نمی‌دهد آن گونه که می‌خواهند فکر کنند و برای زندگی خود تصمیم بگیرند. به کمک روش‌های پیشنهادی او که غالباً در سوادآموزی بزرگسالان مطرح شده خواندن لغات و جهان^{۱۰} توأمان به سوادآموزان آموزش داده می‌شود تا با یادگیری خواندن لغات بتوانند آن چه در دنیای خود به آن نیاز دارند را نیز درک کرده و منتقدانه و آگاهانه در ساخت و تغییر جهان دخالت داشته باشند.

پی‌نوشت

1. Paulo Freire
2. banking education
3. problem-posing education
4. Pedagogy of the oppressed
5. Education for Critical Consciousness
6. Pedagogy in Process: The Letters to Guinea-Bissau
7. Critical pedagogy
8. Critical consciousness
9. Emancipation
10. Reading the word and the world

منابع

1. Frankenstein, Marilyn (1987), "Critical Mathematics education: an application of Paulo Freire's epistemology", in Ira Shor, *Freire for the classroom: a sourcebook for liberatory teaching*, Portsmouth, NH: Boynton/ Cook Publication.
2. Freire, Paulo (1972b), *Pedagogy of the oppressed*, tr. Myra Bergman Ramos, Harmondsworth: Penguin Books.
3. Gadotti, Moacir (1994), *Reading Paulo Freire: His Life and work*, translated by John Milton, Albany, State university of New York Press.
4. Shor, Ira (ed.) (1987), *Freire for the classroom: a sourcebook for liberatory teaching*, Portsmouth, NH: Boynton/ Cook Publication.

عمل ریاضی، بخش مهمی از فزونی است

اصول، اهداف و روش‌های یادگیری ریاضی در دوره متوسطه

مهدی ربیعی

کارشناس ارشد برنامه‌ریزی آموزشی و معلم منطقه آموزش و پرورش شهرضا

محمدرضا شهبازی

کارشناس ارشد برنامه‌ریزی آموزشی و معلم منطقه عشایر استان فارس

چکیده

مقاله حاضر به تبیین و بررسی نظریات مرتبط با اصول و اهداف فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی در دوره متوسطه پرداخته است. نکته مشترک بین پارادایم‌ها و نظریات مختلف در این زمینه دقت منطقی و بی‌اندازه این علم می‌باشد زیرا مفهوم‌ها و نتیجه‌های آن، با همه انتزاعی بودنشان، ناشی از واقعیت بوده و کاربرد فراوانی در سایر دانش‌ها دارد. در آموزش ریاضیات، رفتن از امور محسوس و عینی به مفاهیم انتزاعی و توجه به فعالیت خود شاگرد از جمله اصولی است که توسط صاحبان مکاتب مختلف علمی تایید شده است و توسط نظام‌های آموزشی باید به کار گرفته شود، چون هدف ریاضی فقط حفظ رویه‌ها نیست، بلکه آموزش استدلال منطقی به دانش‌آموزان است؛ و این شیوه باعث تقویت نظم فکری و دمیدن روح زیبایی‌شناسی در دانش‌آموزان می‌شود، در یادگیری استدلالی شیوه‌های تمثیل، استقرایی و حل مسئله می‌تواند مفاهیم این دانش را که به صورت سلسله مراتبی شکل گرفته است قابل هضم و جذب سازد.

کلیدواژه‌ها: آموزش ریاضی، روش یادگیری ریاضی، ریاضی دوره متوسطه.

مقدمه

ریاضیات زبانی است که در تعریف دقیق اصطلاحات و نمادها به کار می‌رود و ما را در برقراری ارتباط علمی و سایر ارتباطات در زندگی روزمره توانا تر می‌کند. ریاضیات امروزی، تنها زمینه‌ای برای محاسبه نیست، بلکه به صورت

سلاحی نیرومند برای تحقیق درآمده است و بارها از تجربه پیشی گرفته است (قربانی، ۱۳۸۷).

جوانان جست‌وجوگر امروزی در چنان سطحی از پیشرفت ریاضیات که در بهترین شرایط نسبت به صد سال پیش است، قرار دارند. همین جوانان فردا باید بتوانند دانش‌های طبیعی، صنعت و اقتصاد را تکامل بدهند و برای رسیدن به این آرمان‌ها باید ریشه ضعف و شکست را پیدا کرد. به این دلیل اصول آموزش و یادگیری ریاضی را نباید نادیده گرفت.

اگر به طور جدی در جهت تحقق اهداف علم ریاضی و کاهش افت تحصیلی در این زمینه اقدام شود، منابع جامعه، خصوصاً منابع انسانی، این گنجینه‌های ملی به هدر نخواهد رفت. زیرا علم ریاضی بخش مهمی از فرهنگ است. در حقیقت، ریاضیات و فعالیت‌های ریاضی، جزء واقعی میراث فرهنگی نسل آدمی است.

ماهیت ریاضی

مردم غالباً ریاضیات و علم حساب را معادل یکدیگر می‌دانند. علم حساب با اعداد سروکار دارد. آن‌ها تصور می‌کنند کسب مهارت‌هایی در زمینه محاسباتی، تمام آن چیزهایی است که کودکان باید یاد بگیرند، اما ریاضیات، چیزی بیش از محاسبات صرف است (سیامکی، ۱۳۸۵).

ریاضیات برای زندگی روزمره، برای علم، برای تجارت و برای صنعت مفید است. زیرا اولاً یک وسیله ارتباطی قدرتمند، معتبر و بدون ابهام است و ثانیاً ابزاری برای تعیین و پیش‌بینی است. قدرت آن در علائم و سمبول‌های آن، که گرامر و تجزیه و ترکیب‌های خاص خود را دارد، نهفته است. ریاضیات باعث

جوانان جست‌وجوگر امروزی در چنان سطحی از پیشرفت ریاضیات که در بهترین شرایط نسبت به صد سال پیش است، قرار دارند. همین جوانان فردا باید بتوانند دانش‌های طبیعی، صنعت و اقتصاد را تکامل بدهند و برای رسیدن به این آرمان‌ها باید ریشه ضعف و شکست را پیدا کرد. به این دلیل اصول آموزش و یادگیری ریاضی را نباید نادیده گرفت

توسعه تفکر منطقی می‌شود و از جاذبه زیبایی‌شناسانه نیز برخوردار است (لی‌بک^۱، ۱۳۸۱).

اصول ریاضیات

مدرسه‌ای

آموزش مدرسه‌ای، مهم‌ترین بخش آموزش در هر کشور محسوب می‌شود و به

دلیل بنیادی بودن این آموزش، جمعیت انبوه آموزش‌گیرندگان و شرایط سنی آنها، آموزش در این سطح، شرایط و امکانات خاص را طلب می‌کند، لذا چنین آموزشی، نیازمند عزم ملی در زمینه طراحی برنامه‌ای دقیق، منسجم و به روز می‌باشد. نخست باید متذکر شد که منظور از اصل در آموزش و پرورش، دستور یا قاعده‌ای است که آموزشکار یا پرورشکار را در عمل خود یاری می‌دهد و به نتیجه مطلوب می‌رساند. اصل درواقع حد واسط میان هدف و روش آموزش و پرورش و به تعبیر فلسفی‌تر، برخاسته از «باید»‌ها و «هست»‌ها یا بینش و دانش است. کشف اصول آموزش و پرورش و از جمله اصول آموزش علوم، پس از شناخت هدف‌ها، باید به چهار گونه واقعیت دیگر نیز آگاه بود به این شرح:

۱. واقعیت وجود یادگیرنده یعنی استعدادها و انگیزه‌هایی که او را به یادگیری سوق می‌دهد.

۲. واقعیت موضوع یا موضوعاتی که آموزشکار، قصد آموزش آن‌ها را دارد.

۳. روش‌ها و فنون آموزش

۴. وضع آموزشی و پرورشی یا اوضاع و احوالی که در آن فرآیند آموزش صورت می‌گیرد و درواقع محیط آن را تشکیل می‌دهد (کاردان، ۱۳۸۷).

انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا^۲، معتقد است: - با فراهم کردن فرصت‌های یادگیری، هر دانش‌آموز، توانایی یادگیری ریاضی را دارد و می‌تواند ریاضی را مانند زبان مادری خود یاد بگیرد.

- با ارائه بهترین راهکارهای آموزشی، هر دانش‌آموزی

می‌تواند به مراحل بالایی از یادگیری ریاضی برسد تا در آینده شهروندی خوب و نیروی کارآمدی برای جامعه خود باشد.

- هر دانش‌آموز باید توسط معلمین زبده و کارآمد آموزش ببیند.

- مدرسه باید دانش‌آموز را با مفاهیم عددی، جبری،

هندسی، آماری آشنا کند و معلمین مدرسه باید تدریس صحیح ریاضی را بدانند و در رسیدن به این اهداف کوشا باشند.

- مهارت‌های محاسباتی و مفاهیم عددی علاوه بر مهارت‌های برآورد و محاسبات ذهنی از مفاهیم اصلی آموزش ریاضی به‌شمار می‌آید. در دوره‌های میانی آموزش، دانش‌آموز باید با مفاهیم هندسی، جبری، اندازه‌گیری و آمار آشنایی پیدا کند.

- تفکر ریاضی و استدلال مسئله‌ها در یادگیری ریاضی نقش مهمی ایفا می‌کنند. در این مورد استدلال صوری و اثبات ریاضی در برنامه ریاضی اهمیت خاص دارد.

- یادگیری ریاضی زمانی اتفاق می‌افتد که موضوع موردنظر در جای مناسب خود و مربوط به آن آموزش داده شود.

- رشد فزاینده فناوری تاثیر بسزایی در هریک از جنبه‌های زندگی داشته است، بنابراین می‌بایست برنامه ریاضی مدارس را با این موضوع درگیر کنیم. دانش‌آموز باید قادر باشد تا ماشین حساب‌ها و رایانه‌ها را در بررسی مفاهیم ریاضی به کار گیرد (امینی و صالحی طالقانی، ۱۳۸۰).

دبیران ریاضی در دبیرستان، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا گفتمان ریاضی را برای یادگیری و در میان گذاشتن پنداشت‌های ریاضی به کار گیرند. با ایجاد فضایی که در آن، تمام دانش‌آموزان از خطرپذیری اظهارنظر و حدسیه‌سازی در امان هستند، معلمان می‌توانند به آن‌ها کمک کنند تا بیانات خود را روشنی بخشیده و بر توضیحات ریاضی تمرکز کنند. برپایی کلاس درس ریاضی با سطح مناسبی از بحث‌های ریاضی نیازمند این است که معلم‌ها دانش خوبی داشته باشند و اهداف ریاضی‌شان را با زبانی شفاف به دانش‌آموزان ارائه

آموزش مدرسه‌ای، مهم‌ترین بخش آموزش در هر کشور محسوب می‌شود و به دلیل بنیادی بودن این آموزش، جمعیت انبوه آموزش‌گیرندگان و شرایط سنی آنها، آموزش در این سطح، شرایط و امکانات خاص را طلب می‌کند، لذا چنین آموزشی، نیازمند عزم ملی در زمینه طراحی برنامه‌های دقیق، منسجم و به روز می‌باشد

کنند. معلمان باید کمک کنند تا دانش‌آموزان، در نوشتن ریاضی دقیق‌تر شوند و آن‌ها را به خواندن متن‌های تکنیکی جدید، ترغیب کنند (کریمی فردین‌پور و گویا، ۱۳۸۶).

یادگیری ریاضیات زمانی آسان می‌شود که یادگیرنده، مطلب را سودمند و قابل به

کار بستن، احساس کند. پیش‌نیاز لازم برای بروز رفتار خاص ذهنی را قبلاً کسب کرده باشد. در انجام کاری که مربوط به یادگیری وی است، فعالانه شرکت کند، نه اینکه با حالت تسلیم، اطلاعات درباره آن دریافت کند. هدف از مطالبی که باید یاد بگیرد برای وی معلوم باشد. هدف یادگیری با دیدگاه او نسبت به جهان و نسبت به خودش و نقش او در جهان سازگار باشد. فرصت بررسی روابط بین رفتار جدید و رفتارهای قدیم را داشته باشد (روزدار، ۱۳۸۶).

اهداف آموزش ریاضی

آموزش و پرورش سرمایه‌گذاری یک نسل برای نسل دیگر است. نهاد آموزش و پرورش پرهزینه است و باید این هزینه‌ها را به حساب سرمایه‌گذاری منظور داشت (کافمن و هرمن، ۱۳۸۷). هدف اصلی این سرمایه‌گذاری، توسعه انسانی است. به عبارت دیگر، هدف فعالیت‌های آموزشی، رشد آگاهی و توانایی‌های بالقوه انسان است (بازرگان، ۱۳۸۷).

هدف ریاضی فقط حفظ رویه‌ها نیست، بلکه دانش‌آموزان باید ریاضی را بفهمند، بتوانند توضیح دهند چرا رویه‌هایی که به کار می‌برند، مناسب‌اند و استدلال کنند که چرا مفاهیم ریاضی، خواصی دارند که به آن‌ها اجازه استفاده از آن رویه‌ها را می‌دهد (اسکمپ^۲، ۱۹۹۹).

در بیان اهداف مهم ریاضی می‌توان گفت که مطالعه ریاضی و آگاهی از مفاهیم آن، به توانایی‌ها و مهارت‌های زیر منجر می‌شود: - دانش الگوهای ریاضی و امکان‌پذیری دست‌کاری و درک محیط یادگیرنده هم از نظر عینی و هم از نظر ذهنی.

- زبانی که مفاهیم دقیق مربوط به الگوهای ذهنی را که هم در محیط عینی و هم در حوزه فکری یادگیرنده هستند، به گونه‌ای صریح و روشن می‌سازد.

- کشف روابط جدید با استنتاج از روابط تازه در یک الگوی ریاضی موجود و آزمایش درستی آن از راه استدلال منطقی.

- توسعه هوش و نقش آن در اختراع و اکتشاف روابطی که کاربرد آن‌ها به یادگیرنده اجازه می‌دهد روی محیط خویش اثر بگذارد و به آن نظم و ترتیب دهد.

- لذتی که می‌توان از طریق دنبال کردن فعالیت‌های ذهنی و عشق ورزیدن به دانش به دست آورد.

- ریاضیات و فعالیت ریاضی، به عنوان جزئی از میراث فرهنگی نسل آدمی که شایسته پشتیبانی و تشویق اجتماع است (روزدار، ۱۳۸۶).

انجمن ملی معلمان

ریاضی نیز، اهداف آموزشی عمده‌ای را برای کلاس‌های نهم تا دوازدهم پیشنهاد کرده است:

- دانش‌آموزان باید فعالانه در ساختن و به‌کارگیری مفاهیم ریاضی شرکت کنند.

- حل مسئله به همان اندازه که هدف آموزش است، باید وسیله آموزش نیز باشد.

- معلم‌ها باید برای ارتقای تعامل دانش‌آموزان از شیوه‌های پرسش‌های کارآمد استفاده کنند.

- دانش‌آموزان باید از ابزارهایی مثل ماشین حساب و رایانه برای یادگیری و نیز انجام دادن اعمال ریاضی استفاده کنند.

- معلم‌ها باید برای دانش‌آموزان، فرصت‌هایی فراهم کنند تا آن‌ها هم به طور کتبی و هم به طور شفاهی بتوانند بین مفاهیم ریاضیات ارتباط برقرار کنند (لرنر، ۱۳۸۴).

یادگیری ریاضیات، فرایندی تدریجی است، مسئله صرفاً این نیست که کسی آن را بلد است یا بلد نیست. یادگیری ریاضیات پیوستاری است که به تدریج تحکیم می‌یابد. دانش در مسیر یادگیری به تدریج از یادگیری عینی به یادگیری انتزاعی، از معلومات ناقص به معلومات کامل و از تفکر نظام‌نیافته به تفکر نظام‌مند تبدیل می‌شود

یادگیری ریاضیات

یادگیری ریاضیات، فرایندی تدریجی است، مسئله صرفاً این نیست که کسی آن را بلد است یا بلد نیست. یادگیری ریاضیات پیوستاری است که به تدریج تحکیم می‌یابد. دانش در مسیر یادگیری به تدریج از یادگیری عینی به یادگیری انتزاعی، از معلومات ناقص به معلومات کامل و از تفکر نظام‌نیافته به تفکر نظام‌مند تبدیل می‌شود (لرنر، ۱۳۸۴).

راهبردهای آموزش کارا در ریاضیات، برای دانش‌آموزان مقاطع متوسطه شامل موارد زیر است:

- ارائه مثال‌های زیاد: دانش‌آموزان نیاز به مثال‌های زیادی دارند تا مفاهیم تدریس شده را به‌طور کامل دریابند. اغلب معلم‌ها کم مثال می‌زنند.

- تمرین‌های ویژه برای تمیز دادن انواع مسائل: بعضی از دانش‌آموزان در مقطع متوسطه، در تشخیص و تمایز انواع مسائل، دچار اشکال می‌شوند. آن‌ها گاه توجهی به علامت مشخصه عملیات ریاضی ندارند و به جای تفریق مثلاً جمع می‌کنند. وقتی مهارتی آموخته می‌شود، باید آن مهارت، در کنار مسائل گوناگون، به گونه‌ای قرار داده شود که دانش‌آموز، تمایز بین مسائل مختلف و تعمیم‌دهی آن‌ها را فراگیرد.

- آموزش صریح: بعضی دانش‌آموزان نیاز به آموزش‌هایی مستقیم دارند تا بتوانند مطالب ارائه شده را مرحله به مرحله سازماندهی کنند (لرنر، ۱۳۸۴).

سه اصل یادگیری

۱- **یادگیری فعال:** اغلب کودکان و بزرگسالان، هنگامی بهتر یاد می‌گیرند که به‌طور فعال در فرایند یادگیری مشارکت کنند. بنابراین، نگاه دقیق به گستره فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان انجام می‌دهند و پیش‌بینی الگوی کلی فعالیت آنان مفید است.

در درون این الگوی گسترده و مراحل متفاوت درس‌ها، وجود تنوع در پرسش کردن نیز محرک ارزشمندی برای یادگیری فعال است. از این گذشته، ایجاد شرایطی برای دانش‌آموزان که بتوانند سؤال کنند و از این

طریق، آنان نیز به یک سؤال‌کننده فعال تبدیل شوند و فقط دریافت‌کننده افکار دیگران درمورد آنچه که باید بیاموزند نباشند، مفید خواهد بود (راگ و براون^۴، ۱۳۸۳).

۲- بهترین انگیزه: می‌گوییم یادگیری باید فعال و زنده باشد، ولی اگر دانش‌آموز دلیلی برای این موضوع نداشته باشد، نمی‌تواند فعالیت خود را ظاهر کند. باید فعالیت ذهنی او را با انگیزه‌ای و مثلاً امید به گرفتن جایزه، تحریک کنیم. ولی بهترین انگیزه برای آموختن، علاقه دانش‌آموز به موضوع مورد مطالعه و بهترین پاداش برای فعالیت جدی ذهنی او، لذتی است که از این فعالیت می‌برد. برای اینکه یادگیری دانش‌آموز، به اندازه کافی ثمربخش باشد، باید او را به موضوع مورد مطالعه‌اش علاقه‌مند کرد، تا از خود جریان یادگیری لذت برد. با وجود این، در کنار این بهترین انگیزه، انگیزه‌های دیگری هم، برای یادگیری وجود دارد که بعضی از آن‌ها را می‌توان مطلوب دانست و ما این را، اصل بهترین انگیزه نامیده‌ایم.

۳- تسلسل مرحله‌های یادگیری: هرگونه معرفت انسانی از تفکر و تأمل آغاز می‌شود، از آن‌جا به مفهوم‌ها می‌رسد و سرانجام به اندیشه‌ها ختم می‌شود. یعنی، یادگیری از عمل و درک آغاز می‌شود، از آن‌جا به کلام و مفهوم می‌رسد و باید به‌ویژگی تازه‌ای از ذخیره ذهنی منجر شود. برای ثمربخش بودن روند یادگیری، مرحله بررسی باید قبل از مرحله بیان شفاهی و آموزش مفهوم باشد، نتیجه کار باید این باشد که موضوع مورد یادگیری، به ذخیره کلی آگاهی‌های دانش‌آموز اضافه می‌شود و او را به سطح بالاتری از دانش برساند (پولیا، ۱۳۸۰).

روش‌های یادگیری ریاضی

روش آموزش، نقش کلیدی بر کیفیت آموزش دارند. در تعلیم و تربیت، روش‌های گوناگونی مطرح است. این روش‌ها،

ریشه در نظریه ما پیرامون یادگیری دارند. در زمینه یادگیری سه مکتب اساسی وجود دارد که عبارتند از: ۱- مکتب علوم رفتاری ۲- مکتب شناختی ۳- دیدگاه ساخت‌گرایی.

۱- مکتب علوم رفتاری:

مبتنی بر دیدگاه روان‌شناسانی چون پاولف^۵ و واتسون^۶ و به‌ویژه اسکینر^۷ است. آنان یادگیری را در رفتار عینی و ملموس جست‌وجو کرده و برای آن، سه رکن، قائل هستند که عبارتند از: تمرین و تکرار، تلقین و قابل پیش‌بینی بودن نتیجه.

۲- مکتب شناختی: ریشه در افکار دانشمندانی چون ورتایمر^۸، کهلر^۹ و به‌ویژه برونر^{۱۰} دارد. آنان یادگیری را در فرآیندهای پیچیده مغزی جست‌جو می‌کنند. یادگیری اکتشافی برونر و نظریه فراشناخت در یادگیری، از دیدگاه‌های این مکتب است. در این مکتب بر مفاهیم و معانی و نه محفوظات در یادگیری تأکید می‌شود. طرفداران این مکتب معتقدند که روش‌های شناختی مشوق خلاقیت است (اسحاقیان و عمادزاده، ۱۳۸۲).

۳- مکتب ساخت‌گرایی: ریشه در افکار دانشمندان مختلفی از جمله جان دیویی^{۱۱} و ژان پیاژه^{۱۲} و ویگوتسکی^{۱۳} دارد. ساخت‌گرایان بر تأثیر عنصر اجتماع و نیازهای آن در یادگیری و یادگیری موقعیتی تأکید می‌کنند. روش‌هایی چون همیاری در آموزش و روش حل مسئله از شیوه‌های مطرح شده در این مکتب است. آفرینش محیطی از تفکر و حل مسئله، تدوین قوانین انعطاف‌پذیر و واگرا برای تعاملات کلاسی، تأکید بر اکتشاف، استفاده از موقعیت‌های معماگونه و... از دیدگاه‌های این مکتب در زمینه آموزش است (اسحاقیان و عمادزاده، ۱۳۸۲).

استدلال

باید توجه داشت که اساس ریاضیات، استدلال است. درحالی‌که علم، توسط مشاهده تأیید می‌شود. ریاضیات توسط استدلال منطقی مورد تأیید قرار می‌گیرد. بنابراین جوهره ریاضیات در اثبات‌ها نهفته است. نتایج ریاضی، تنها زمانی معتبر هستند که دقیقاً اثبات شوند. از این رو، هدف معلم‌های

ریاضی باید این باشد که هر چیزی را در ریاضی توضیح دهند تا حدی که در سطح دانش ریاضی دانش‌آموزان، منطقی و مؤثر جلوه کند. مهم‌ترین چیز، صادق بودن است (رضائی، ۱۳۸۵).

یک وظیفه اساسی آموزش ریاضیات مدرسه‌ای، آن است که شهروندانی با توانایی استدلالی مناسب تربیت کند تا در دنیای نمادین ریاضیات، دلایل و اثبات‌های قابل قبول ارائه کنند و در انتخاب‌های خود نیز موفق‌تر و مطمئن‌تر قدم بردارند (زمانی ابیانه، ۱۳۸۶).

روش‌های استدلال

- روش شهودی: این روش، وابسته به درک شهودی و احساس است. استدلال در این روش متکی به حواس و غرایز افراد است و از این رو ممکن است اشخاص متفاوت، روش‌های متفاوتی داشته باشند. اما روش شهودی، روش مطمئنی برای اثبات نیست.

- روش تمثیل: تمثیل در حقیقت پیدا کردن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون است. تمثیل می‌تواند در ایجاد زمینه‌های شهودی برای درک مفاهیم ریاضی مؤثر واقع شود.

- روش استقرائی: یکی از خصوصیات برجسته علوم نوین در مقایسه با علوم گذشته، تکیه‌ای است که بر «آزمایش و تجربه» می‌کنند. دانش تجربی بر مشاهدات تکیه دارد و قوانین علم نیز چیزی نیست جز گزاره‌هایی که براساس مشاهدات و تجربیات، نظم و ترتیب موجود در جهان را با دقت بسیار بیان می‌کنند. روش برهان خلف: درواقع نوعی اثبات غیرمستقیم است. برهان خلف طی سه مرحله انجام می‌شود:

۱. فرض می‌کنیم نقیض آنچه می‌خواهیم اثبات کنیم، درست باشد (فرض خلف).

۲. نشان می‌دهیم که این فرض، نتیجه‌ای می‌دهد که حقایق دانسته شده را نقض می‌کند.

۳. وقتی به تناقض رسیدیم، نتیجه می‌گیریم، فرضی که در مرحله اول کرده بودیم، نادرست است.

مهارت در ریاضیات، یعنی توانایی حل مسئله، قدرت اثبات و استدلال و همچنین توانایی در تجزیه و تحلیل انتقادی جواب یا اثبات. مهارت در ریاضیات، به مراتب مهم‌تر است از یک دانش خالص و از آگاهی‌های خشک، عریان

۴. روش استنتاج منطقی:

استنتاج منطقی، استفاده از قوانین حاکم بر منطق ریاضی است. آنچه از طریق قوانین منطق ریاضی اثبات می‌شود، بدون شک از طرف همه پذیرفته می‌شود. استنتاج منطقی، از چند فرض درست

آغاز می‌شود و به نتیجه‌ای می‌رسد که به اندازه همان فرض‌های درست، حتمی و مسلم است. درواقع، استنتاج، به دست آوردن یک مطلب درست به نام نتیجه، از تعدادی مطلب درست دیگر با نام مفروضات است (کریمی فردین‌پور، ۱۳۸۵).

حل مسئله

روند حل مسئله عبارت است از جست‌وجوی راه خروج از دشواری‌ها یا مسیر عبور از مانع‌ها، این است روند دستیابی به هدف که در آغاز کار، چندان قابل دسترسی به نظر نمی‌رسد... حل مسئله، هنری عملی است همچون شنا کردن (پولیا، ۱۳۸۰).

گایه، آموزش را روند حل مسئله می‌نامد که هدف از آن تسهیل یادگیری فراگیر است. او معلم را مسئول آموزش می‌داند که با اتخاذ تدابیر آموزشی و مدیریتی نقش خود را ایفا می‌کند (گایه^۴، ۱۹۹۵، ص ۴۹). مهارت در ریاضیات، یعنی توانایی حل مسئله، قدرت اثبات و استدلال و همچنین توانایی در تجزیه و تحلیل انتقادی جواب یا اثبات. مهارت در ریاضیات، به مراتب مهم‌تر است از یک دانش خالص و از آگاهی‌های خشک، عریان (پولیا، ۱۳۸۰). یکی از مسئولیت‌های کلیه معلمان، انتخاب و ارائه مسئله‌های مناسب است. معلم با انتخاب مسئله‌های خوب، شرایط مناسب را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا آن‌ها درگیر فرایند معنادار حل مسئله شوند. این بدان معناست که مسئله باید، بازپاسخ باشد، یعنی شیوه‌های متنوع حل و پاسخ‌های چندگانه را ارائه کند. به مفاهیم مهم ریاضی اشاره کند، دانش‌آموزان را جذب کرده و به چالش بکشد و با یادگیری قبلی دانش‌آموز مرتبط باشد (ویلسون ولوید^۵، ۲۰۰۰).

تفکر

یکی از بارزترین رویکردها توجه به فرایند یاددهی - یادگیری است. تربیت انسان‌های صاحب اندیشه باید نخستین هدف تعلیم و تربیت باشد. به نظر پاول^{۱۶}، محصول نهائی تعلیم و تربیت باید «ذهن کاوشگر» باشد. بسیاری از صاحب‌نظران

تربیتی معتقدند فقر تفکر دانش‌آموزان، نتیجه حاکمیت روش‌های سنتی در مدارس است. اغلب معلمان با دادن فرصت اندک برای پاسخگویی به سؤال‌ها، دانش‌آموزان را از ارائه نظرهای متفکرانه دلسرد می‌کنند (شعبانی، ۱۳۷۸).

یکی از نظریه‌های همسو با رویکرد تدریس تفکر و حامی آن که براساس آن‌ها می‌توان به تحلیل فعالیت‌هایی که منجر به تفکر می‌شود پرداخت، نظریه فراشناخت است. فراشناخت، دانش درباره فعالیت‌های تفکر و یادگیری و کنترل آنهاست. با چنین تعبیری، دانش‌آموزان در فرایند حل مسئله، همیشه درگیر نوعی عمل فراشناختی‌اند. از دیدگاه فراشناخت، دانش‌آموزان باید بر فرایندهای ذهنی خود نظارتی فعال داشته باشند و فعالیت‌های ذهنی خود را تنظیم و بازسازی کنند (شعبانی، ۱۳۸۷).

ریشه‌یابی بدفهمی‌های دانش‌آموزان

شناسایی و کشف بدفهمی‌های دانش‌آموزان برای معلمان ریاضی اهمیت زیادی دارد، زیرا آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای بدفهمی‌های دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص بدفهمی‌ها، کمک خواهد کرد که معلمان بفهمند چه روشی، کی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. آگاهی از فرایندهای ذهنی آنان، معلمان ریاضی را کمک خواهد کرد تا درصدد ایجاد تغییرات مناسب در روش یادگیری و کشف روش‌های بهتر باشند و دانش‌آموزان را باهدف‌های عالی‌تر درس‌های ریاضی و ارتباط تنگاتنگ آن‌ها با دنیای واقعی آشنا سازند (آذرنگ، ۱۳۸۷).

بدفهمی‌ها، باید مانند یک بیماری، درمان شده و بازسازی

شوند. یعنی صرفاً پرداختن به

راه‌حل درست، بدفهمی‌ها را زایل نمی‌کند، بلکه ضروری است که دانش‌آموزان، مفاهیم تخصصی را به‌گونه‌ای درک نمایند که بتوانند آن‌ها را جایگزین بدفهمی‌های موجود خویش نمایند. همچنین عبارت بازسازی دلیلی بر این معناست که باید فهم نادرست

در تقابل با فهم درست متزلزل

شده و از طریق جایگزینی با آن، بازسازی شود (کیزر^{۱۷}، ۲۰۰۴). بنابراین می‌توان جهت رفع بدفهمی‌های دانش‌آموزان موارد زیر را در نظر گرفت.

بحث و نتیجه‌گیری

یکی از اصولی که صحت و کارایی آن در آموزش به‌طور کلی و در آموزش علوم و بویژه آموزش ریاضیات به ثبوت رسیده است، رفتن از امور محسوس و عینی به مفاهیم کلی و انتزاعی است. اصل دیگر که از جهتی، مهم‌ترین اصل در آموزش علوم و از جمله ریاضیات است و صحت و کارایی آن به ثبوت رسیده است، اصل فعالیت یعنی آموزش مبتنی بر فعالیت خود شاگرد است. روش‌های مهم ناشی از این اصل را غالباً روش‌های فعال می‌نامند. این اصل که لزوم رعایت آن در همه سطوح و اهداف آموزشی و مخصوصاً آموزش علوم از سوی دانشمندان روان‌شناسی و علوم تربیتی و صاحبان مکاتب مختلف فلسفه آموزش و پرورش، تأیید شده است، گویای این مطلب است که انسان به‌طور کلی و کودکان بویژه، مطالبی را بهتر درک می‌کنند و عمیقاً یاد می‌گیرند که شخصاً و با همه نیروهای جسمانی و روانی خود با آن‌ها درگیر شوند و در حل مسائل آن، کل وجود خود را به کار اندازند.

- تدریس هر مفهوم ریاضی بر مبنای شهود دانش‌آموزان باشد، یعنی سعی شود در هر بحث ریاضی، ابتدا شهود یاگیرنده نسبت به آن موضوع تحریک و تقویت شود. به‌طور مثال، بهتر است از مثال‌های ساده و روشن استفاده گردد.

منابع

۱. آذرنگ یوسف. (۱۳۸۷). ریشه‌یابی بدفهمی‌های دانش‌آموزان. مجله رشد آموزش ریاضی. ش ۹۳. ص ۱۶.
۲. اسحاقیان، عمادزاده م. (۱۳۸۲). کیفیت در نظام تعلیم و تربیت «شاخص‌های کیفیت در نظام تعلیم و تربیت (سطح خرد)». فصلنامه آموزشی، پژوهشی، تربیتی آموزه، ش ۲۰، ص ۷.
۳. امینی پرویز، صالحی طالقانی ا. (۱۳۸۰). معرفی استانداردهای آموزش ریاضی و ارزیابی انجمن معلمان ریاضی آمریکا و کانادا. تهران نشر مدرسه.
۴. بازرگان، عباس. (۱۳۸۷). ارزشیابی آموزشی. تهران: انتشارات سمت.
۵. پولیا، جورج. (۱۳۸۰). خلاقیت ریاضی. شهریار پ. تهران: نشر فاطمی.
۶. راگ ا وبراون ج. (۱۳۸۳). پرسش کردن در دبیرستان. کیامنش ع، گنجی. تهران: انتشارات رشد.
۷. رضائی مانی. (۱۳۸۵). گام برداشتن در مسیر حدس، کشف و اثبات، مجله رشد آموزش ریاضی، ش ۸۳، ص ۲۹.
۸. روزدار علی. (۱۳۸۵). آن چه لازم است درباره حل مسئله بدانیم. مجله رشد آموزش ریاضی. ش ۸۶، ص ۳۴.
۹. زمانی ابیانه آزاده. (۱۳۸۶). تفکر نقادانه استدلال و اثبات در آموزش ریاضی. مجله رشد آموزش ریاضی. ش ۸۸، ص ۳۳.
۱۰. سیامکی، محمد. (۱۳۸۵). عوامل موثر در یادگیری ریاضیات. مجله فهمیم.
۱۱. شعبانی، حسن. (۱۳۸۷). روش تدریس پیشرفته. تهران- انتشارات سمت.
۱۲. کردان، علی محمد. (۱۳۸۷). نگاهی نو به آموزش علوم، اهداف و اصول آن. مجله رشد آموزش ریاضی. ش ۹۱، ص ۴.
۱۳. کریمی فردین پور یونس. (۱۳۸۵). اثبات و استدلال در ریاضیات مدرسه‌ای. مجله رشد آموزش ریاضی. ش ۸۳، ص ۱۸.
۱۴. لرنر ژ. (۱۳۸۴). ناتوانی‌های یادگیری، نظریه‌ها، تشخیص و راهبردهای تدریس. تهران: انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.
۱۵. لی بک پ. (۱۳۸۱). چگونه به کودکان ریاضی بیاموزیم. مهدی پور ن ع. تهران: فرنشر.
16. Keazer, A.(2004).Students misconceptions in middle school mathematics.B.S.Undergraduate mathematics exchange. vol.2, No,1.spring 2004
17. Skemp, R.R.(1999).Mathematics in the primary school. London,Rutledge.
18. NCTM:National Council Of The achers Of Mathematics

پی‌نوشت

1. Lee bak
2. NCTM: National Council Of The achers Of Mathematics
3. Skemp
4. Wragg & Brown
5. Pavlov.I.P
6. Watson.J.B.E
7. Skinner.B.F
8. Wertheimer
9. Kohler
10. Bruner.J.F
11. Dewey John
12. Piaget Jean
13. Vygotski.L.S
14. Gagne
15. Wilson&Lloyd
16. paul
17. Keazer
18. NCTM:National Council Of The achers Of Mathematics

ریاضیات، زیباترین و جذاب‌ترین خواص دنیاست...

یوسف احمدی

دبیر ریاضی شهرستان بابل و عضو شورای اجرایی انجمن معلمان ریاضی استان مازندران

کلیدواژه‌ها: کتاب درسی، آنالیز، حساب دیفرانسیل، انتگرال، روش تدریس، سری همگرا، سری واگرا.

مقدمه

استادان و معلمان ریاضی غالباً با داوریهایی به صورت زیر، نسبت به ریاضیات، از طرف بسیاری، به‌ویژه دانش‌آموزان و حتی تعدادی از شهروندان، مواجه هستند.

«زیبا و جذاب نیست»، «خشک و بی‌روح است»، «محض و مجرد است»، «لذت‌بخش نیست»، «انتزاعی است»، «زیاد فهمیدنی است کاش کمی هم حفظ کردنی بود»، «کاربرد آن محسوس و ملموس نیست»، «سخت و دشوار است»، و... اگر چه ریشه بعضی از این داوریه‌ها، به شیوه تدریس، هنر معلمی، فنون آموزش و ابزارهای کمک‌آموزشی برمی‌گردد و تعدادی هم ریشه در عوامل بیرونی، نظیر ساختارهای آموزشی، اجتماعی،

فرهنگی، اقتصادی و جایگاه و اهمیت ریاضیات در جامعه دارند ولی باید بپذیریم که بعضی از آن‌ها به محتوا و متون کتاب‌های درسی برمی‌گردند. اگرچه نگارش و تألیف همه کتاب‌ها و مفاهیم درسی به شیوه‌ای که عموم فراگیران بتوانند به سادگی آن‌ها را درک کنند و لذت ببرند کار ساده‌ای نیست ولی می‌توان با لحاظ نمودن موضوعات متنوعی نظیر تاریخ ریاضیات، فلسفه پیدایش، حکایت‌های تاریخی، کاربردهای عینی و ملموس، معماها، ضرب‌المثل‌ها، مسئله‌های فکری، پارادوکس‌ها و... بر جذابیت آن افزود و آن را از حالت خشک و بی‌روح خارج نمود. گرچه لحاظ نمودن تمامی این موارد برای همه موضوعات ریاضی در سطوح بالاتر نه لازم است و نه مقدور، ولی می‌توان غالب موارد فوق را برای موضوعات و مباحث ریاضیات دبیرستانی و پیش‌دانشگاهی مدنظر قرار داد. در ادامه سعی شده است این

اگرچه نگارش و تألیف همه کتاب‌ها و مفاهیم درسی به شیوه‌ای که عموم فراگیران بتوانند به سادگی آنها را درک کنند و لذت ببرند کار ساده‌ای نیست ولی می‌توان با لحاظ نمودن موضوعات متنوعی نظیر تاریخ ریاضیات، فلسفه پیدایش، حکایت‌های تاریخی، کاربردهای عینی و مملوس، معماها، ضرب‌المثل‌ها، مسأله‌های فکری، پارادوکس‌ها و ... بر جذابیت آن افزود و آن را از حالت خشک و بی‌روح خارج نمود

که یک تناقض است. [۲]

۳- سری همساز و معمای عبور از کویر

مسافری با وسیله نقلیه سواری به جاده کویری رسیده که ابتدای آن شهری است با یک جایگاه سوخت‌گیری، ولی در مسیر این جاده که طول آن ده هزار کیلومتر است جایگاهی برای سوخت‌گیری وجود ندارد. جوانمردان شهر که تعداد آنها بسیار زیاد بود و هر کدام وسیله نقلیه سواری هم داشتند، تصمیم گرفتند که مسافر را به انتهای کویر برسانند و در عین حال به شهر خود بازگردند، آیا موفق شده‌اند؟! چگونه؟!

اگر مسافت طی شده با یک باک بنزین توسط یک سواری را یک واحد فرض کنیم در این صورت یکی از جوانمردان با وسیله نقلیه خود می‌تواند مسافر را به اندازه $1 + \frac{1}{3}$ واحد انتقال دهد و در عین حال به شهر خود بازگردد، اگر دو جوانمرد با وسیله نقلیه خود مسافر را همراهی کنند می‌توانند به اندازه $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ واحد مسافر را انتقال دهند و در عین حال به شهر خود برگردند. پس اگر n جوانمرد مسافر را با وسیله نقلیه خود همراهی کنند به اندازه $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1}$ واحد از مسیر طی می‌شود و در عین حال جوانمردان به شهر خود برمی‌گردند.

اما $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} > \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ و با توجه به اینکه

توصیه‌ها برای بحثی از مباحث ریاضی تحت عنوان «سری همساز» لحاظ شود.

۱- معرفی و علت نامگذاری

به سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$ سری هارمونیک^۱ با سری همساز یا سری توافقی گویند. علت نامگذاری «همساز» برای سری فوق آن است که طول موج‌های حاصل از ارتعاشات یک تار مرتعش با نسبت‌های ۱ و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و ... متناسبند. اگرچه جمع‌های سری فوق به کندی در حال افزایش است ولی مقدار آن به بی‌نهایت می‌رود و سری واگراست.

۲- واگرایی سری همساز

روش‌های متعددی برای اثبات واگرایی سری همساز وجود دارد که به نظر می‌رسد دو روش زیر نسبت به بقیه ساده‌تر باشند. (روش کتاب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال مبتنی بر روش ۱ است)

روش ۱: چنانچه $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ داریم:

$$S_{2^n} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n}\right) \\ > 1 + \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^n} + \dots + \frac{1}{2^n}\right),$$

که مقدار هر یک از پرانتزها $\frac{1}{2}$ می‌شود و تعدادی آنها n تا است پس

$$S_{2^n} > 1 + \frac{n}{2},$$

در نتیجه $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{2^n} = \infty$ یعنی سری واگراست. [۱]

روش ۲: (برهان خلف): فرض کنیم سری همگرا و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = S$

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n}\right) > \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n} + \frac{1}{2n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = S \\ \Rightarrow S > S$$

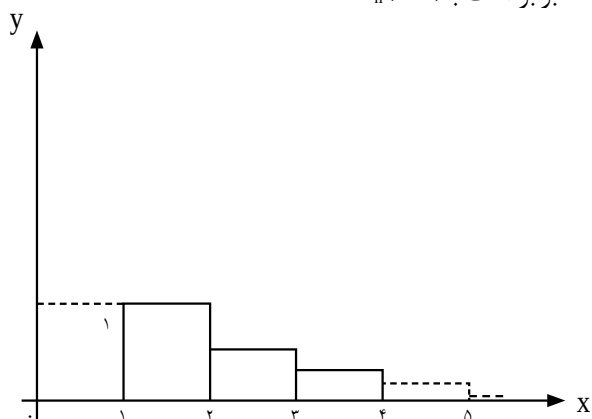
که در آن، صورت عددی فرد و مخرج عددی زوج است که هیچ وقت عددی طبیعی نمی‌شود. [۴]

۵- سری همساز و یک دنباله همگرا و یک مسئله باز^۲

شکل زیر نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ می‌باشد. مطابق شکل داریم

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$$

و مساحت واقعی از $x=1$ تا $x=n+1$ برابر است با $\int_1^{n+1} \frac{1}{x} dx$ که برابر است با $L_n(n+1)$



حال اگر $a_n = S_n - L_n(n+1)$

بدیهی است که $a_n > 0$

و ضمناً:

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= S_{n+1} - \int_1^{n+1} \frac{1}{x} dx - S_n + \int_1^n \frac{1}{x} dx \\ &= (S_{n+1} - S_n) - \left(\int_1^{n+1} \frac{1}{x} dx - \int_1^n \frac{1}{x} dx \right) \\ &= \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx < 0 \end{aligned}$$

پس دنباله $\{a_n\}$ از پایین کراندار و نزولی است، پس بنا به قضیه بولتسانو همگراست و حد آن عددی است که به ثابت اویلر مشهور است و آن را به γ نمایش می‌دهند ($\gamma \approx 0.5772$) هنوز ثابت نشده است که ثابت اویلر عددی گویا یا اصم است. [۵]

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = \infty$ پس $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ به ازای مقدار معین n از ده ه زار بیشتر می‌شود، یعنی مسیر طی شده توسط مسافر به اتمام رسیده و مسافر به مقصد می‌رسد. [۱]

۴- سری همساز و یک مسئله فکری

یک روز علی به ذهنش رسید که جملات دنباله مجموع جزیی سری همساز را تا آنجا که می‌تواند حساب کند و با استفاده از ماشین حساب دید که:

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 1 + \frac{1}{2} = 1.5$$

$$S_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \approx 1.8333$$

$$S_4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \approx 2.0833$$

.....

.....

$$S_{25} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{25} \approx 3.8069$$

البته علی رایانه هم می‌دانست و با استفاده از رایانه شروع کرد به ادامه محاسبه و رسید به $S_{25} \dots$ و ملاحظه نمود که $S_{25} \dots \approx 13.006433861$. [۳]

آنچه که بیشتر از بقیه ذهن علی را مشغول نمود عدد طبیعی نشدن S_n ها بود (به استثناء S_1 و بدین ترتیب مسئله‌ای به صورت زیر مطرح گردید:

مسئله: اگر $n \geq 2$ آنگاه S_n هیچوقت عدد طبیعی نمی‌شود. حل: می‌دانیم که هر عدد طبیعی نمایش منحصر به فردی به صورت $(2k+1) \times 2^i$ دارد که در آن k و i اعدادی حسابی‌اند، بین مخرج کسره‌های تشکیل‌دهنده S_n آن که از همه بزرگ‌تر و به n نزدیک‌تر و توان عامل ۲ در آن ماکسیمم باشد را m می‌نامیم پس $m = 2^l \times (2k+1)$ (ل ماکسیمم و ضمناً منحصر بفرد است).

بنابراین

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m} + \dots + \frac{1}{n} \\ = \frac{2k_1 + 2k_2 + \dots + 2k_{m-1} + (2k+1) + 2k_{m+1} + \dots + 2k_n}{2^l \times q} \end{aligned}$$

با توجه به گذشت بیش از ده سال از تألیف و تدوین بسیاری از کتاب‌های درسی، این کتاب‌ها غالباً از جذابیت کافی چه از نظر ظاهری و چه از نظر محتوا برخوردار نیستند، و اکثراً با شعار عمومی کردن ریاضیات، همخوانی ندارند

ظاهری و چه از نظر محتوا برخوردار نیستند، و اکثراً با شعارهای ریاضی بخصوص شعار عمومی کردن ریاضیات، همخوانی ندارند. باید متون و محتوای کتاب‌های درسی و ظاهر آن‌ها به گونه‌ای تنظیم شوند که بخشی از آن‌ها حتی‌الامکان توسط خود فراگیران قابل درک بوده و لذت‌بخش باشد. می‌توان با لحاظ کردن مطالبی مشابه آنچه که در مورد «سری همساز» دیدیم به جذابیت موضوعات ریاضی افزود و بدین طریق به قسمتی از اهداف متعالی دست یافت.

پی‌نوشت

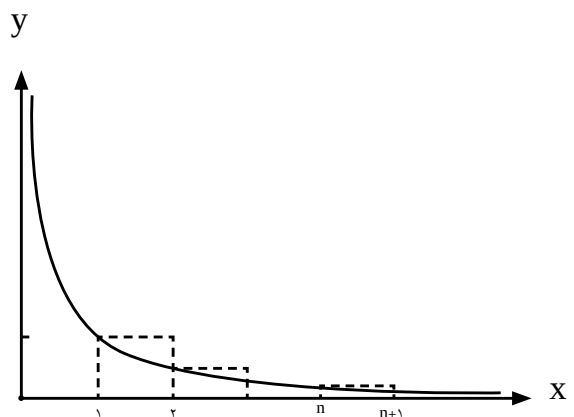
1. Harmonic
2. Open problem

منابع

۱. گزارش انجمن ریاضی ایران، شماره ۱۴، خرداد ۱۳۸۲، چاپ سیاوش صفحه ۴.
۲. رشد آموزش ریاضی شماره ۸۹، دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش.
3. www.danshnameh.roshd.ir
۴. رشد آموزش ریاضی شماره ۱۰، دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش صفحه ۵۷.
۵. آپوستل، تام، م. حساب دیفرانسیل و انتگرال. ترجمه علیرضا ذکایی، علی‌اکبر عالم‌زاده، مهدی رضایی و فرخ فیروزان، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۰ صفحات ۵۰۲-۵۰۳.
۶. رشد آموزش ریاضی شماره ۱۸، دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش صفحه ۴۵.

۶- سری همساز و یک پارادوکس (باطل‌نما)

طول یک ضلع از مستطیل‌های شکل (۲) برابر با ۱ و طول ضلع دیگر جملات دنباله $a_n = \frac{1}{n}$ می‌باشند پس مجموع مساحت‌ها برابر است با:



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

که یک سری همساز است و مقدار آن بینهایت می‌شود.

حال اگر مستطیل‌ها را حول محور x ها دوران دهیم استوانه‌های به دست می‌آیند که مجموع حجم‌های آن‌ها برابر است با: (در اینجا از این واقعیت که $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ استفاده شده است.)

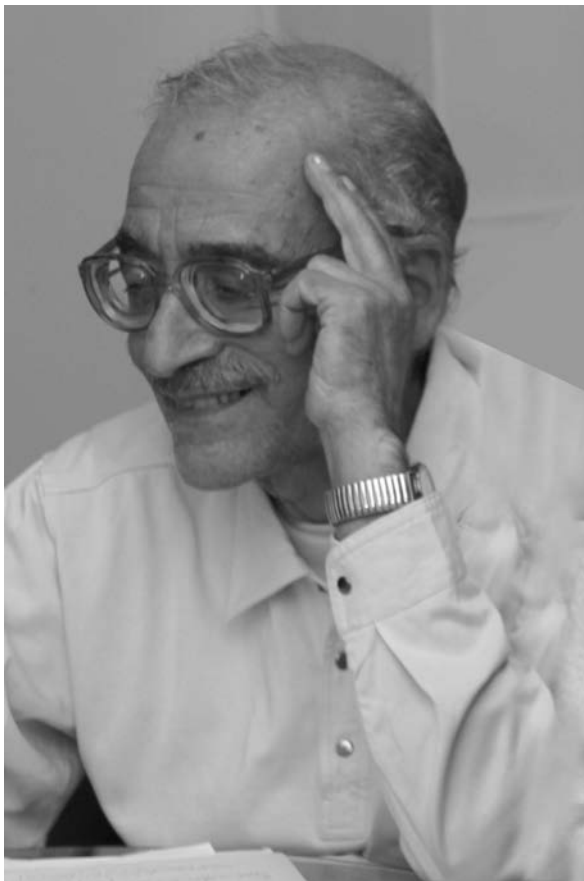
$$V = \pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{16} + \dots = \pi \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots \right) = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^3}{6},$$

یعنی از سطحی با مساحت بی‌کران پس از دوران شکلی با حجم کراندار به وجود آمده است!! [۶]

۷- نتیجه‌گیری

با توجه به گذشت بیش از ده سال از تألیف و تدوین بسیاری از کتاب‌های درسی، این کتاب‌ها غالباً از جذابیت کافی چه از نظر

تجربه‌های شصت و سه سال خدمت آموزشی



اینجانب در تاریخ ۱۳۳۰/۷/۴، طبق ابلاغ شماره $\frac{۲۵۶۳۳}{۳۰/۸/۳۵}$ ، اداره فرهنگ و اوقاف استان فارس، در شهرستان کازرون مشغول به خدمت شدم.

خدای سبحان را بسی سپاسگزارم که توفیق عنایت فرمود که تا به امروز این خدمت فرهنگی را تحت عنوان عضو هیئت تحریریه رشد آموزش ریاضی ادامه بدهم.

اکنون می‌خواهم با مراجعه به گذشته، گوشه‌هایی از فیلم این ۶۰ سال خدمت را برگردانده به نظر خوانندگان عزیز مجله برسانم؛ به عبارت دیگر، فراز و نشیب‌ها، پستی‌ها و بلندی‌ها و همواری‌ها و ناهمواری‌های این راه طی شده را به رهروهای شروع کننده نشان دهم؛ شاید، بعضی از این مطالب برای همکاران جوان مفید باشد.

**معلمی چشم و ابروی قشنگ نمی‌خواهد؛
قد و قامت رشید هم لازم ندارد، به زیبایی
و قشنگی نیز نیازی نیست؛ شیک‌پوشی و
پُر هم نمی‌خواهد؛ بلکه، احتیاج به صبر
و حوصله، تحمل و بردباری، طاقت و
شکیبایی، علاقه و فداکاری، سعی و
کوشش و ایثار و از خودگذشتگی دارد**

هم‌چنین، به مناسبتی اتفاق افتاد که در سال ۱۳۳۱ با مرحوم «عبدالکریم سعادت»، مؤسس و بنیانگذار دبیرستان سعادت بوشهر - تأسیس ۱۲۷۰ شمسی هم‌زمان با تأسیس دارالفنون - در شیراز در منزلشان و در سن ۹۰ سالگی ملاقاتی داشته باشم. ایشان که عمری دراز را در راه تعلیم و تربیت صرف کرده بود، وقتی متوجه شد که من معلم ریاضی هستم، فرمود:

«معلمی چشم و ابروی قشنگ نمی‌خواهد؛ قد و قامت رشید هم لازم ندارد، به زیبایی و قشنگی نیز نیازی نیست؛ شیک‌پوشی و پُر هم نمی‌خواهد؛ بلکه، احتیاج به صبر و حوصله، تحمل و بردباری، طاقت و شکیبایی، علاقه و فداکاری، سعی و کوشش و ایثار و از خودگذشتگی دارد»^۲ او اضافه کرد: معلم به منزله باغبانی است که باید دائم مراقب نهال‌های خود باشد تا سم نزنند یا دچار آفت نشود و به موقع رفع نیازشان کند تا بعداً خود و دیگران از ثمرات آنان بهره‌مند شوند.

با مرحوم احمد بیرشک نیز در اولین دوره بازآموزی ریاضی جدید در سال ۱۳۵۳، در شهر مقدس مشهد همراه و همکار بودم. در گردشی که دبیران را برای بازدید از مقبره فردوسی علیه‌الرحمه به طوس برده بودند؛ چون، هر دو نفر ما قبلاً محل را دیده بودیم؛ لذا، خیلی زود از آن‌جا خارج شده در بیرون مشغول قدم‌زدن و صحبت شدیم. ایشان تعریف می‌کرد که پس از دریافت لیسانس، اولین محل خدمت و تدریس وی مشهد بوده است و اضافه نمود که: «من

مجلس بزرگداشت. چند ماهی از تدریس در محل نمی‌گذشت که در مجلسی که به مناسبت بزرگداشت پنجاه سال تدریس شخص محترمی به نام آقای «قدسی»، برگزار شده بود شرکت کردم»^۱.

در آن روز، بعد از تعارفات و خوش‌آمدهای مسئولان، آن مرحوم که مردی دنیا دیده و کلاس‌ها پشت سرگذاشته بود، گفتاری بدین مضمون، ارایه داد:

«اینجانب در سال ۱۲۸۰ هجری شمسی و در زمان احمدشاه قاجار با ماهی ۹۰ ریال در وزارت معارف و صنایع مستظرفه کار تدریس را شروع کردم. از همان آغاز به شغل معلمی علاقه‌مند شدم شاید هم عشق به کلاس رفتن و تدریس در خون من وجود داشت؛ به همین علت، توانستم ۵۰ سال روی صحنه کار باقی بمانم و امروز به عنوان یک معلم موفق معرفی شوم.

شعار من در کلاس‌ها همیشه این بود: «بچه‌ها هر چه را نمی‌دانید بی‌پرسید». خودم نیز در زندگی همین روش را دنبال می‌کردم؛ یعنی، آنچه را نمی‌دانستم از کسانی که می‌دانستند سؤال می‌کردم.

بعد از سال‌ها تدریس، اکنون تجربه به من می‌گوید که عشق به معلمی و کلاس رفتن لازم است در شخص وجود داشته باشد یا بعداً تجلی و ظهور پیدا کند. به عبارت دیگر، معلم باید عاشق درس، کلاس و کارش باشد تا دانش‌آموزان بهتر بتوانند از وجودش استفاده کنند؛ کسانی که تنها برای رفع بیکاری یا تأمین معاش به این شغل روی می‌آورند، مسلماً معلمین موفق نخواهند بود.»

نکته قابل ذکر دیگر آن‌که خودم نیز ضمن کار و تدریس، همیشه به دنبال ارتقای اطلاعاتم بودم و اعتقاد داشتم که در مقام معلمی، یادگیری دایمی از ضروریات کار است و شخصی موفق است که همواره دنبال کسب اطلاعات نو و تازه در شغل و رشته خود باشد.

یادگیر از آن‌کس که خردمند باشد

یاد ده به آن‌کس که نیازمند باشد
و آنچه را یاد می‌گیری، در کلاس به کار بگیر و عمل کن
و گرنه به قول سعدی:

علم هرچه خوب دانی

چون عمل در تو نیست نادانی

آقای دبیر! اگر انتظار دارید که بچه‌ها دست روی زانو، همچون مرده‌ها بنشینند و نفسشان درنیاید؛ بهتر است که تغییر شغل بدهید و عهده‌دار مراسم کفن و دفن اموات شوید؛ چون در این‌جا، بچه‌ها حیات داشته پرتحرک‌اند و حفظ این نشاط و شادابی برای آن‌ها از درس شما واجب‌تر است

یکی از این مجلات، عنوان «آغاز تدریس ریاضیات مدرن» در مدارس آمریکا، نظرم را جلب کرد و چون معلم ریاضی بودم، به خواندن آن مقاله علاقه‌مند شدم. در ضمن، موضوع را با آن آقای آمریکایی در میان گذاشتم و از او خواستم چنانچه در این زمینه اطلاعاتی داشته باشد، در اختیار من قرار بدهد. وی که کاملاً در جریان امر بود، مطلب را تشریح و مرا روشن ساخت.

من بعضی از مطالب این ریاضی مدرن را در مجله دیدم و خواندم و از آن خوشم آمد و به موضوع علاقه‌مند شدم، طوری که عنوان «ریاضیات جدید»، در قسمت فعال حافظه‌ام قرار گرفت و همه‌جا صحبت از آن می‌کردم.

در آن زمان‌ها، همه‌ساله امتحاناتی از طرف روابط فرهنگی بریتانیا در تهران، جهت اعزام تعدادی دانشجوی به انگلستان برگزار می‌شد. در آن سال، اینجانب نیز در آن امتحان در تهران شرکت کردم و در قسمت کتبی پذیرفته شدم؛ در روز مصاحبه «هیئت ژوری»، از من سؤال کرد که شما به چه قصد و منظوری می‌خواهید به انگلستان بروید؟ من که جواب سؤال را در آستین داشتم، پاسخ دادم: می‌خواهم بروم در آن‌جا ریاضی جدید بخوانم و در برگشتن آن را در مدارس ایران تدریس کنم، دو ماه بعد نامه‌ای مبنی بر اختصاص یافتن بورس به شخص اینجانب دریافت داشتم.

در این دوره، نظریه مجموعه‌ها، منطق ریاضی، گروه، حلقه، میدان، نظریه احتمال، نظریه ماتریس و مطالب دیگری را در حد برنامه فوق‌لیسانس در یکی از کالج‌های دانشگاه لندن قرار گرفتم.

خاطرات دوره آموزشی در انگلستان - در این دوره، هفته‌ای یک روز درس تمرین دبیری داشتیم که باید در مدارس حضور یافته سرکلاس می‌نشستیم، سن دانش‌آموزان بین ۱۴ تا ۱۷ سال بود و تعداد آن‌ها در هر کلاس، حداکثر ۲۰ نفر بود به دلیل اهمیت این تجربه‌ها، خاطرات بعضی از این کلاس‌ها در زیر آمده است.

کار دبیر در کلاس - اگر کلاس تمرین داشت، ابتدا تمرینات به وسیله دانش‌آموزان در فاصله ۱۰ تا ۱۲ دقیقه حل می‌شد و هر جا که لازم بود، دبیر توضیح اضافی می‌داد. بعد از پایان حل تمرینات، معلم ضمن این‌که وسایل کارگاهی لازم را برای درس حاضر داشت، شروع به تدریس می‌کرد. درس او

به تدریس و کلاس درس علاقه داشتم و به کارم بسیار اهمیت می‌دادم. هر شب تا دیر موقع، درس‌های روز بعد را که قرار بود تدریس کنم به دقت مطالعه کرده یادداشت برمی‌داشتم؛ به قول امروزی‌ها برای خود طرح درس می‌ریختم. همچنین، برای آگاهی از پیشرفت دانش‌آموزان، هر پانزده روز یک بار امتحان می‌گرفتم و ورقه‌ها را تصحیح می‌کردم و نتایج آن را به کلاس اعلام می‌کردم و از روی میانگین نمره کلاس، در روش تدریس خود تغییری می‌دادم. در حقیقت، در آن روزها، زندگی من در مطالعه، تدریس و تصحیح اوراق خلاصه می‌شد.

علاوه بر این، مرحوم بیرشک از قول پدر دکتر مصاحب نقل می‌کرد که او می‌گفت: «حالا هم که میرزا غلامحسین خان فارغ‌التحصیل شده، هنوز مثل زمان دانشجویی، شب‌ها تا دیروقت پشت کتاب‌ها، سنگر می‌گیرد و مطالعه می‌کند تا روز بعد به کلاس برود و تدریس نماید.»^۲

جرقه ریاضی جدید - بعد از جنگ بین‌الملل دوم، از طرف دولت آمریکا، افرادی به نام «گروه‌های صلح»، به کشورهای در حال توسعه اعزام می‌شدند تا آن‌ها را در جریان پیشرفت‌های علمی جهان قرار دهند.

یک آقای معلم ریاضی آمریکایی با همسرش نیز به مدت یکسال در شهرستان محل خدمت اینجانب مأموریت داشتند. من به علت آشنایی با زبان انگلیسی، خیلی زود با آن‌ها دوست شدم و با هم رفت‌وآمد خانوادگی پیدا کردیم.

ایشان مرتب مجلاتی از آمریکا دریافت می‌کرد که پس از مطالعه، آن‌ها را به من می‌داد تا بخوانم. در یکی از شماره‌های

بعضی از دبیران، بیشتر به نیمکت‌ها، دفتر حضور و غیاب، تخته‌سیاه و گچ توجه داشتند و گاهی دانش‌آموزان را نیز چیزی شبیه به همان‌ها تصور می‌نمود و کمتر به رابطه انسانی، عاطفی یا به عبارت دیگر، به احساس و عواطف و موقعیت سنی و تحرک ذاتی آن‌ها فکر می‌کردند

را نیز در درس شرکت می‌داد، مدت این تدریس ۳۰ دقیقه به طول کشید، در دفتر دبیرستان، بازرسی یا راهنمای تعلیماتی که اتفاقاً در آن ساعت در کلاس این دبیر شرکت کرده بود به او اظهار داشت، درس شما مفید نبود، چون که دانش‌آموزان در نیمه‌های راه خسته شدند و من دیدم که به درس شما توجه ندارند، ما بارها در جلسات گفته‌ایم که تدریس برای بچه‌های ۱۶ ساله حداکثر باید ۱۵ دقیقه طول بکشد ولی شما برخلاف این دستور عمل کردید و کاغذی به او داد که در آن نوشته بود که وی، باید در کلاس‌های بازآموزی شرکت نماید.

انتقال به دفتر برنامه‌ریزی - در مهرماه ۱۳۵۰، بعد از ۲۰ سال تدریس دروس مختلف ریاضی در شهرستان‌ها، به دفتر تحقیقات و برنامه‌ریزی درسی وزارت آموزش و پرورش که به تازگی تأسیس شده بود منتقل شدم و به عضویت شورای برنامه‌ریزی درآمد که قرار بود زیرمواد را برای تألیف کتاب‌های دبیرستان در سال ۱۳۵۳ تهیه نماید. البته همیشه در یکی دو مدرسه نیز تدریس داشتم که با واقعیت مدرسه و کلاس درس، بیگانه نشوم.

در جلسات برنامه‌ریزی، من یک سری از کتاب‌های جدید غربی، مثل مجموعه کتاب‌های پروژه ریاضی مدرسه^۴ (S.M.P)، ریاضیات اسکاتلندی^۵ ریاضی اتحادیه بازرگانی اروپا، مارجروم، گروه مطالعاتی^۶ S.M.S.C، کتاب‌های ریاضیات یکپارچه^۷ و... را روی میز شورا قرار می‌دادم.^۸ تا برنامه‌ریزان با مطالعه آن‌ها، در جریان محتوای کتاب‌های ریاضی روز در جهان قرار بگیرند. بالاخره، ریز مواد ۴ ساله «ریاضیات جدید»، دبیرستان از تصویب شورا گذشت و بعداً اینجانب به عنوان یکی از مؤلفین کتاب‌های

معمولاً بین ۱۰ تا ۱۲ دقیقه به طول می‌کشید و حین درس شاگردان را نیز با سؤال و پرسش خود درگیر کار می‌کرد. پس از تدریس، اوراقی را بین دانش‌آموزان توزیع و بلافاصله از درس داده شده امتحان می‌گرفت. سپس اوراق را جمع‌آوری می‌نمود، سؤالات امتحانی نیز حداکثر در مدت ۱۰ دقیقه به وسیله دانش‌آموزان روی تخته‌سیاه حل می‌شد. چنانچه وقتی هم باقی می‌ماند، دوباره معلم به همان شیوه قبل درس می‌داد و دستمان می‌گرفت و تمرین‌های آن را حل می‌کرد.

شعار روی دیوار کلاس‌ها - روی دیوار کلاس‌ها، اغلب

شعارهایی از این قبیل به چشم می‌خورد:

۱. آقای دبیر! اگر انتظار دارید که بچه‌ها دست روی زانو، همچون مرده‌ها بنشینند و نفسشان درنیايد؛ بهتر است که تغییر شغل بدهید و عهده‌دار مراسم کفن و دفن اموات شوید؛ چون در این جا، بچه‌ها حیات داشته پرتحرک‌اند و حفظ این نشاط و شادابی برای آن‌ها از درس شما واجب‌تر است.
۲. آقای دبیر! به جای آن که بچه‌ها را طرف مقابل خود قرار دهید سعی کنید آن‌ها را دوست خود در نظر بگیرید.
۳. آقای دبیر! توجه کنید که در کلاس و روبه‌روی شما، نیوتن‌ها، داروین‌ها، چرچیل‌ها، راسل‌ها و... نشسته‌اند. آن‌ها را با همان چشم ببین و بنگر! این‌ها افراد برجسته و بنامند و تو یک معلم هستی!

در کلاس درس دیگر - دبیر تازه‌واردی، ضمن حضور و

غیاب، دانش‌آموزان را با نام کوچک صدا زد و به آن‌ها شکلات تعارف کرد. بعد از حضور غیاب، او چند دقیقه سکوت کرد سپس رو به کلاس اظهار داشت:

بچه‌ها، من در این جا برای خدمت به شما ایستاده‌ام و هدفم همچون والدین شما تأمین خوشبختی شماست. می‌خواهم شما را یاری دهم تا در فردای زندگی افرادی موفق و سعادتمند باشید. من با همه شما دوستم. هر مشکلی داشتید با من در میان بگذارید و مطمئن باشید تا آن جا که بتوانم، در حل آن به شما کمک خواهم کرد.

در کلاس دیگر - در کلاس دیگری، دبیر قضیه تالس

و قسمتی از تشابه را تدریس کرد. او شکل‌های دقیقی روی تخته‌سیاه می‌کشید و زیاد توضیح می‌داد. در ضمن، دانش‌آموزان

اگر پای در ددل دانش آموزان بنشینید، اغلب می‌شنوید که «ما در کلاس درس یاد نمی‌گیریم و بعداً در بیرون به هر بدبختی که شده پیش خودمان یاد می‌گیریم.»

ریاضیات جدید انتخاب شدم.

بورس فولبرات - اینجانب در سال ۱۳۵۲، با استفاده از بورس فولبرات، یک دوره شش‌ماهه برنامه‌ریزی علوم را در دانشگاه تگزاس گذراندم. این دوره نیز شامل نیمسال تحصیلی و همراه با حضور در کلاس‌ها و مدارس بود.

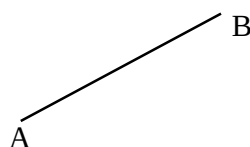
خاطرات حضور در کلاس‌های مدارس تگزاس - در یک دبیرستان، برای دانش‌آموزان ۱۴ و ۱۵ ساله، کتابی تحت عنوان «ریاضیات ۱» و برای ۱۵ و ۱۶ ساله‌ها که قصد ادامه تحصیل را داشتند، «ریاضیات ۲» تدریس می‌شد.

هر دو کتاب حجیم و پرتمرین بودند، وقتی من در دفتر مدرسه کتاب‌ها را برگ می‌زدم، حیران مانده بودم که دبیر، چه‌طور می‌رسد که این حجم کتاب را با این همه تمرین، در طول ۳۲ هفته سال تحصیلی تدریس نماید و زمانی که همراه معلم به کلاس رفتم، از حیرانی درآمدم! مشاهده کردم که سه طرف دیوار کلاس، سرتاسر تخته سیاه است و در آن ساعت که دانش‌آموزان حل تمرین داشتند؛ دبیر ۵ تا دانش‌آموز را با هم صدا زد؛ آن‌ها کنار تخته سیاه‌ها قرار گرفتند، هر کدام از آن‌ها ابتدا صفحه کتاب و شماره تمرین را در گوشه‌ای نوشته سپس شروع به حل آن نمودند، معلم نیز با چوب بلندی که (این چوب خاصیت اشاره‌کننده لیزی فعلی را داشت) در دست داشت، در کلاس می‌چرخید و اگر دانش‌آموزی در تمرین خاصی اشکال داشت توضیح می‌داد و در کمتر از ۱۵ دقیقه، بین ۳۰ تا ۴۰ تمرین حل شد. بعد از پایان تدریس نیز دبیر گفت: «بچه‌ها! برای جلسه دیگر ۱۰ صفحه از متن کتاب را از فلان بخش، صفحه فلان به عنوان تمرین مطالعه کنید اول وقت خودم پرسیدم.»

ایجاد انگیزه در دبیرستانی دیگر - سر یک کلاس در دبیرستان دیگری نشستم، هنوز بچه‌ها کاملاً آرام نگرفته بودند؛ معلم که کنار تخته سیاه ایستاده بود ناگهان در حال اشاره به

جیب بالای کت خود، با صدایی بلند فریاد زد: «بچه‌ها اگر گفتید جیب من چیست؟» کلاس ساکت شد و همه چشم‌ها متوجه جیب کت لباس دبیر گردید. او ادامه داد: «بچه‌ها مسلماً در آن تاکی نیست! صندلی هم نیست!» هر کدام از دانش‌آموزان حدسی می‌زد؛ یکی می‌گفت: «کبریت است»، دیگری می‌گفت: «سیگار است»، سومی اظهار می‌داشت: «شکلات است»، ... بالاخره بعد از چند دقیقه، او سرخی را از جیب خود بیرون کشید و گفت: «بچه‌ها یک نخ است!» و ضمن آن که نخ را آهسته آهسته از جیب خود خارج می‌کرد گفت: «حالا حدس بزنید طول این نخ چه اندازه است؟ ۱۰ متر؟ ۱۰ سانتی‌متر؟ ۱۰ میلی‌متر؟» بالاخره تمام نخ را بیرون کشید و آن را روی یک خط‌کش بزرگ مدرج، که همه می‌دیدند گذاشت و گفت: «بیشتر! طول این نخ ۱۰ سانتی‌متر است» آن‌گاه سؤال کرد: «بچه‌ها اگر ۱۰ متر بود در جیب من جا می‌گرفت؟ اگر ۱۰ میلی‌متر بود در جیب من گم نمی‌شد؟» سپس او با کمک نخ، طول انگشتان دست خود، طول یک بند انگشت میانی، طول یک وجب خود، طول خودکار و چند چیز دیگر را که در دسترس بودند اندازه گرفت و اندازه‌ها را به کلاس اعلام کرد. بعد با مهارت مفهوم میلی‌متر، سانتی‌متر و متر را مطرح کرد و تمرین زیر را داد:

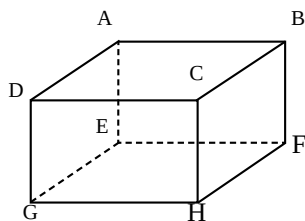
اول طول اشیاء زیر، انگشت میانی، وجب خود، یک بند انگشت خود، کفش تان، ... را با کمک خط‌کش اندازه بگیرید؛ بعد طول و عرض دفتر تمرین، کتاب ریاضی، میز روبه‌روی خود، شیشه‌ی روی میز من، یکی از شیشه‌های پنجره، ... را تعیین کنید. دو نفر نیز تعیین کنید که طول و عرض کلاس را اندازه بگیرند. در پایان، با مراجعه به خط‌کش نیم‌متری خود و با استفاده از محاسبات فوق، رابطه میلی‌متر، سانتی‌متر و متر را روی یک کاغذ بنویسید و به من بدهید. بعداً دبیر، نخ را روی تخته سیاه چسباند و با گج، کنار آن خط کشید.



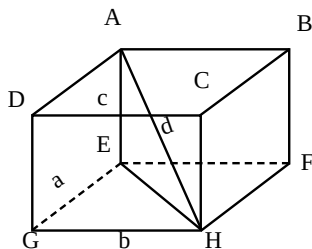
و گفت: «بچه‌ها این یک پاره‌خط به طول ۱۰ سانتی‌متر است» بعد از آن، با کمک خط‌کش پاره‌خط‌های ۵ سانتی‌متری، ۲۰ سانتی‌متری و ۳۰ سانتی‌متری رسم کرد و اظهار داشت: «بچه‌ها، حال طول و عرض میز من را حدس بزنید و طول و عرض پنجره کلاس را بنویسید» به همین ترتیب، آنچه در کلاس

شاید یکی از علل رونق کتاب‌های کمک آموزشی نیز، همین شیوه تدریس سنتی در مدارس باشد که در آن، دانش‌آموزان از کتاب خود، فقط برای حل تمریناتش استفاده می‌کند و عادت نکرده است که از متن کتاب نیز استفاده کند

مکعب، مکعب مستطیل، هرم، مخروط و استوانه که از طلق شفاف و روشن ساخته شده بود، از آزمایشگاه ریاضی مدرسه به کلاس آورده بود. درون این اجسام، قطرها، ارتفاعات و سایر خطوط مهم با نخ پلاستیکی و با رنگ‌های مختلف نشان داده شده بود. مثلاً، در درون این مکعب مستطیل (شکل زیر)،



به وضوح دیده می‌شد که اقطار متقارنند. هم‌چنین، در مکعب رابطه قطر با ابعاد با مشخص ساختن اضلاع دو مثلث قائم‌الزاویه AHE و GEH به صورت نخ‌های رنگی، کاملاً به وضوح نشان داده شده بود: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ (شکل زیر)

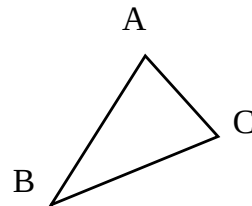


در حالت خاص، $a=b=c$ ، یعنی مکعب $d = a\sqrt{3}$

برخورد سنتی با دانش‌آموزان در ایران - تجربه‌های من در ایران حاکی از این بود که بعضی از دبیران، بیشتر به نیمکت‌ها، دفتر حضور و غیاب، تخته‌سیاه و گچ توجه داشتند و گاهی دانش‌آموزان را نیز چیزی شبیه به همان‌ها تصور می‌نمود و کمتر به رابطه انسانی، عاطفی یا به عبارت دیگر، به احساس

دیده می‌شد را مورد سؤال قرار داد.

این دبیر، در مرحله آخر تدریس خود، نخ را گره زد و با قراردادن انگشتان خود در آن، یک مثلث درست کرد و آن‌گاه آن را روی تخته سیاه چسباند و دور آن را خط کشید و گفت: «بچه‌ها این یک مثلث است» و بعد به تدریس خطوط مهم مثلث و اقسام مثلث پرداخت و شکل‌های مربوط را روی تخته‌سیاه رسم نمود.



در دبیرستان دیگر - در یک کلاس، دبیر دو تمرین زیر را که جزو سؤالات امتحان بین‌المللی بود که تازه برگزار شده بود، حل کرد:

تمرین ۱ - کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ مفروضند. کدام کسر باید از کسر بزرگ‌تر کم شود تا کسر کوچک‌تر حاصل شود؟
 $(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{5}{6}$

تمرین ۲ - احتمال آن که اقلای یکی از مختص‌های n تایی‌های مرتب $(a_1, a_2, \dots, a_i, a_j, a_n)$ صفر باشد را با P نشان می‌دهیم. $P=1$ کدام است؟

- ۱) یک عدد منفی بزرگ‌تر از یک است.
- ۲) یک عدد منفی کوچک‌تر از یک است.
- ۳) یک عدد مثبت کوچک‌تر از یک است.
۴. صفر است.

بعداً، او برایم توضیح داد که صورت بعضی از مسائل بین‌المللی برای دانش‌آموزان تازگی دارد و ما به همین دلیل، معمولاً آن‌ها را انتخاب می‌کنیم. تا دانش‌آموزان با آن‌ها آشنا شوند. اما صورت سؤال‌ها را به تناسب، تغییر می‌دهیم. مثلاً در کلاس به دانش‌آموزان می‌گوییم که «اختلاف دو کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ کدام است» یا «احتمال آن که اقلای یکی از مختص‌های n تایی مرتب $(a_1, a_2, \dots, a_i, a_j, a_n)$ برابر صفر باشد کدام است؟» ولی سؤالات این امتحان به گونه دیگر طرح شده است.

در دبیرستان دیگر - در کلاسی که هندسه فضایی داشتند، حضور پیدا کردم. دبیر تمام اجسام هندسی را مثل

برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌ها باید با شرایط اجرا در مدارس و کلاس‌ها و شیوه‌های جدید آموزش هم‌خوانی و هم‌آهنگی و سازگاری کامل داشته باشد

وقفه قریب ۹۰ تا ۱۰۰ دقیقه درس می‌دهد؛ زنگ تفریح زده می‌شود، دانش‌آموزان خسته که انتظار زنگ را می‌کشیدند، سریع حرکت کرده، از جا بلند می‌شوند و نظم کلاس به هم می‌خورد، دبیر با صدای بلند فریاد می‌زند، بچه‌ها تمرینات صفحه... کتاب را برای جلسه بعد حل کنید.

این دبیر دیگر به این‌که کلاس چقدر از درس او استفاده می‌کند یا چند نفر قادرند تا پایان درس وقت خود را حفظ کرده و مطلب را دنبال کنند کاری ندارد. او باید در دفتر کلاس بنویسد «تا صفحه... تدریس و تکلیف تعیین شد». هم‌چنین در نظر دارد که برای ثلث یا ترم اول، باید $\frac{1}{3}$ یا $\frac{1}{2}$ کتاب را تدریس نماید. اگر پای درددل دانش‌آموزان بنشینید، اغلب می‌شنوید که «ما در کلاس درس یاد نمی‌گیریم و بعداً در بیرون به هر بدبختی که شده پیش خودمان یاد می‌گیریم».

شاید یکی از علل رونق کتاب‌های کمک‌آموزشی نیز، همین شیوه تدریس سنتی در مدارس باشد که در آن، دانش‌آموزان از کتاب خود، فقط برای حل تمریناتش استفاده می‌کند و عادت نکرده است که از متن کتاب نیز استفاده کند. به‌طور مثال، دبیری می‌گفت در امتحان یکی از مثال‌های حل شده کتاب را دادم $\frac{1}{2}$ کلاس آن را حل نکرده بودند، چون آن‌ها در یادگیری درس به کتاب مراجعه نمی‌کنند.

در تدریس سنتی، مشکل تنها دبیر نیست، برنامه‌ریزی، کتاب، ارزش‌یابی (امتحانات) و مسائل دیگر نیز مطرح است که بعداً راجع به آن‌ها بحث خواهد شد.

بروید روی تخته‌سیاه بریزید - در دفتر دبیرستانی، یکی از دبیران سرشناس و آشنا به شیوه تدریس شهر، وقتی که زنگ کلاس زده می‌شد و معلمین هنوز نشسته یا مشغول صحبت یا منتظر بودند که ناظم بیاید و بگوید کلاس، آماده است؛ رو به آن‌ها به طنز می‌گفت «آقایان بلند شوید و زودتر به کلاس بروید و آنچه را در حافظه ضبط کرده‌اید تا فراموش نشده است تندتند روی تخته‌سیاه بریزید و تحویل بچه‌ها بدهید و بعد خود نفس راحتی بکشید».

او هیچ‌گاه نمی‌گفت: برخیزید و بروید به کلاس و درس را شروع کنید، چون او می‌دانست که مفهوم تدریس با مفهوم «تندتند مطلب را تحول دادن» یکی نیست.

و عواطف و موقعیت سنی و تحرک‌ذاتی آن‌ها فکر می‌کردند. مطلب زیر نشان می‌دهد که دبیر لازم است اطلاعاتی کلی از وضع دانش‌آموزان خود داشته باشد تا در مواقع ضروری، بتواند به آن‌ها کمک نماید.

یک دبیر ریاضی تعریف می‌کرد که نمره ریاضی دانش‌آموزی در ثلث اول ۱۸ و در ثلث دوم ۶-- شد. او در ادامه بیان کرد که «من تصور کردم این خود در ثلث اول سرمن کلاه گذاشته و تقلب کرده است و باید نمره ثلث اول او را نیز ۶-- بکنم تا ادب شود».

بدین سبب، آن دانش‌آموز را کنار میز خود خواندم و برگ ریاضی او را نشان دادم و خواستم که توضیح بدهد که چطور شده نمره وی در ثلث اول ۱۸ و در ثلث دوم ۶-- شده است. او سرش را زیرانداخت و ساکت ماند. تهدید کرد که «اگر راستش را نگوئی نمره ثلث اول شما را نیز تغییر خواهم داد». این تهدید مؤثر واقع شد و او به حرف آمد و گفت: «آقا من با پدر و مادرم و خواهرم و برادرانم در یک اتاق زندگی می‌کنیم. در ثلث اول هنوز هوا خوب بود و من در بیرون منزل زیر چراغ‌های خیابان درس می‌خواندم. اما در ثلث دوم هوا سرد شد و من نتوانستم بیرون بروم و از درس عقب ماندم».

دبیر دیگری همین ماجرا را برای یک دختر خانم تعریف می‌کرد که اختلاف نمره ثلث‌های اول و آخر او زیاد بود و هنگامی که دبیر علت را پرسیده بود، او در جواب گفته بود که «بعد از عید، پدر و مادرم از هم جدا شده بودند و من پیش یکی از نزدیکانم زندگی می‌کردم و در آن‌جا، شرایط لازم برای درس خواندن وجود نداشت و من عقب افتادم».

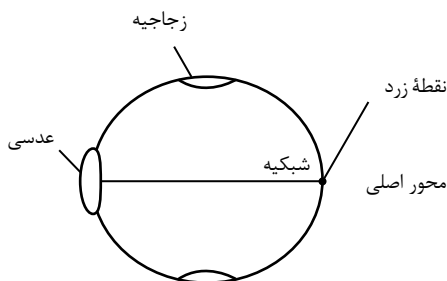
مشکل تدریس سنتی در ایران - این صحنه زیاد دیده می‌شود که دبیر وارد کلاس می‌شود، احتمالاً حضور و غیاب می‌کند و اگر دانش‌آموزان تمرین نداشته باشند و شروع به تدریس می‌کند، مرتب تخته‌سیاه را پر و پاک می‌کند و بدون

خاطرات دبیران از تدریس سنتی

۱. شهردار لندن - یک دبیر ریاضی تعریف می‌کرد که «در تهران در مدرسه‌ای به نام در بالای شهر، مشغول تدریس بودم که ناگهان دیدم تمام بچه‌ها سرهایشان را به عقب کلاس برگردانده و دارند دانش‌آموزی را که گردن خود را تندتند به طرف چپ و راست حرکت می‌دهد، تماشا می‌کنند»، آن دبیر ادامه داد که «من هم عصبانی شده گچ را به زمین پرتاب کردم و با تشدد، دانش‌آموز خاطی را به جلو کلاس فراخواندم. او آمد ساکت و ترسان روبه‌روی دانش‌آموزان ایستاد. گفتم «بچه مگر تو مریضی که این‌طور در کلاس ادا و اطوار درمی‌آوری و درس را به هم می‌ریزی؟» سرش را به زیر انداخت و حرفی نزد. او را تهدید کردم که اگر راستش را نگویی جریبان را به دفتر مدرسه گزارش می‌کنم تا تو را اخراج کنند! دانش‌آموز به گریه افتاد و سایر بچه‌ها وی را تشویق کردند که «بهتر است راستش را بگویی تا آقا تو را ببخشد» بالاخره او به حرف آمد و گفت: چندی پیش در یک مهمانی که همه فامیل دور هم جمع بودند، پدرم رو به حاضران اظهار داشت که «پسرم مهران بزرگ شده باید او را برای ادامه تحصیل به لندن بفرستم»، اعضاء فامیل نیز او را تأیید کردند. این مطلب در روحیه من که قبلاً راجع به خارج چیزهای زیادی شنیده بودم، اثر عمیقی به جای گذاشت؛ به‌طوری که از آن شب به بعد، مرتب به فکر لندن می‌افتادم و به دنبال آن افکار دیگری به مغزم راه می‌یافت؛ مثلاً این که بعد از فارغ‌التحصیل شدن در همانجا می‌مانم و شغل انتخاب می‌کنم و تشکیل زندگی می‌دهم و... وقتی شما درس را شروع کردید، من سراپا گوش بودم و یادداشت برمی‌داشتم، ولی بعداً در نیمه‌های راه خسته شده تمرکز حواس خود را از دست داده و به‌طور ناخودآگاه، دوباره به یاد سفر انگلیس افتادم. در عالم خیال به لندن فکر کردم، در کلاس‌های دانشگاه نشستم و فارغ‌التحصیل شدم. همان‌جا کار گرفتم و بعد از مدتی شهردار لندن شدم زمانی که سرم را به طرف چپ و راست می‌چرخاندم، یک هیئت بلند پایه ایرانی جهت مذاکرات سیاسی و تجاری به انگلیس آمده بودند و من به افتخار ورودشان ضیافتی در باغ شهرداری لندن ترتیب داده بودم. آن‌ها به هنگام ورود به باغ، یکی‌یکی به من که جلو در ورودی ایستاده بودم سلام می‌کردند و من تندتند جواب سلام‌شان را می‌دادم که فریاد شما مرا به حال خود آورد، حالا نمی‌دانم پدرم مقصر است یا من؟»

برنامه نوشتن و بلافاصله کتاب آن را تألیف کردن با اصول صحیح برنامه‌ریزی مطابقت ندارد و ممکن است نارسایی و ناهم‌آهنگی‌هایی را به دنبال داشته باشد

۲. قوری چای - یک دبیر ریاضی که فیزیک را هم درس می‌داد، برای همکاران تعریف می‌کرد که روزی در کلاس با بحث عدسی‌ها و انعکاس نور در آن‌ها را تدریس می‌کردم، مطالب را گفتم تا به کره چشم که به عنوان کاربرد عدسی‌ها مطرح شده بود رسیدم.



شکل بالا را روی تخته‌سیاه کشیدم و نقش عدسی را در بینایی (چون مرتب در سؤال‌های امتحانی می‌آمد) چندین بار آرام و شمرده توضیح دادم. پس از پایان درس، از دانش‌آموزی که در ردیف اول نشسته بود خواستم که توضیحات شکل رسم شده را بازگو کند. رنگ او قرمز شد و من من کنان گفتم «آقا نمی‌توانم!» عصبانی شده گفتم، «آخر چرا نمی‌توانی؟ من که چندین بار آهسته و روشن مطلب را توضیح دادم تو هم که در ردیف اول نشسته‌ای و به من نگاه می‌کردی، چطور متوجه نشدی؟» او چند لحظه با دانش‌آموز کنار دستش پیچ‌پیچ کرد، سپس دوستش گفت «آقا من بگم چرا او نتوانست توضیح دهد؟ زیرا آخرهای درس بود و او خسته شده و تمرکز حواس خود را از دست داده بود». بعد در ادامه گفتم که دوستم، «شکلی را که شما روی تخته‌سیاه کشیده بودید به صورت یک قوری تصور کرده و در عالم خیال به آن لوله و دسته هم اضافه نموده بود و بعد ناخودآگاه، به فکر این بود که امشب در جایی مهمان هستند و در آن‌جا کسانی

یک کتاب خوب، نتیجه: الف - برنامه‌ریزی صحیح و علمی؛ ب - انتخاب مؤلفان موجه؛ ج - در اختیار داشتن منابع خوب خارجی و د - داشتن وقت و فرصت کافی برای تألیف است

و کتابم را برداشتم و با حالت دو عازم مدرسه شدم. در راهرو مدرسه و در نزدیکی‌های کلاس بودم که شنیدم شما ضمن حضور و غیاب اسم مرا می‌خوانید و من برای آن‌که شما صدایم را از بیرون کلاس بشنوید بلند فریاد زدم «آقا حاضر». راستی یادم آمد که بگویم که مدتی در تهران معمول شده بود دبیران به دانش‌آموزی که به درس کم‌توجه بود می‌گفتند «در چرت چندم هستی؟!»

۴. توزیع برگ کاغذ در عقب کلاس - یک دبیر ریاضی به نام آقای سپاسی در تهران تعریف می‌کرد که مشغول تدریس بودم و مدتی از درس می‌گذشت که دیدم دانش‌آموزان در عقب کلاس دارند کاغذی بین هم رد و بدل می‌کنند؛ «او ادامه می‌داد که «من خودم را نسبت به موضوع بی‌توجه نشان داده، رو به طرف حیاط مدرسه سریع و ناگهان خود را به انتهای کلاس رساندم و کاغذ را از دست یکی از آن‌ها قاپیدم. دقت کردم دیم روی آن اشعار زیر نوشته شده است:

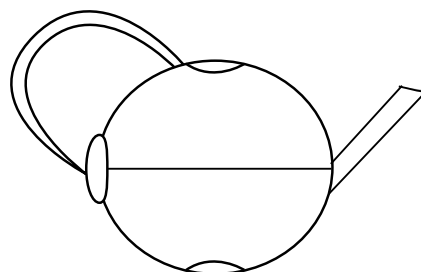
خدا خراب کند خانه سپاسی را

که در نظر نمی‌گیرد قوه کلاسی را
ساعتی بیش روی تخته نوشت و نگاشت
لکن هرچه او نوشت در ذهن ما اثر نگذاشت
به او بگو، آخر این درس چه فایده به حال ما
چون بچه‌ها همگی خواب بودند در کلاس شما

۵. پرواز گنجشک - دبیری تعریف می‌کرد که مشغول تدریس بودم که ناگهان گنجشکی در کلاس به پرواز درآمد. پرنده سروصدا راه انداخت و بچه‌ها برای گرفتنش به بالای میزهای خود رفتند. من که با دیدن این صحنه، از شدت خشم دندان‌هایم به هم می‌خورد، سؤال کردم «این گنجشک چگونه به کلاس آمد؟» دانش‌آموزان جواب دادند «آقای ناظم در را باز کرد و آن را به داخل کلاس رها کرد.»

بعد از مدتی سروصدا و جار و جنجال و خنده‌های بچه‌ها؛ بالاخره پنجره‌ها را باز گذاشتند و گنجشک بیرون رفت و دانش‌آموزان با داد و فریادهای من سرجای خود نشسته آرام گرفتند و من با ناراحتی دوباره به درس خود ادامه دادم.

در زنگ تفریح، از آقای ناظم که مردی میان‌سال و پخته و ظاهراً متوجه به نظر می‌رسید سؤال کردم که فلانی تو با عنوان و سمت برقرار کننده نظم در مدرسه یعنی ناظم، این چه کاری بود



را خواهند دید و با آن‌ها چای و شیرینی خواهند خورد» و بدین‌گونه، و درس و کلاس را به کلی از یاد برد.

۳. در چرت چندم هستی - دبیری تعریف می‌کرد که مشغول تدریس بودم و بچه‌ها کاملاً ساکت در حال گوش‌دادن بودند که ناگهان دانش‌آموزی از وسط‌های کلاس با صدای بلند فریاد زد: «آقا حاضر»، «آقا حاضر»، همه چشم‌ها متوجه وی شد فکر کردند که او زده به سرش و دیوانه شده است! آن دبیر ادامه می‌داد: «من سخت ناراحت شدم و از دانش‌آموز بازخواست کردم که چرا وسط درس داد زدی و کلاس را به هم ریختی؟ ساکت مانده از ترس تنش می‌لرزید. او را تهدید کردم که تا آخر سال، وی را از درس و کلاس خود محروم خواهم کرد. بالاخره پس از اصرار و تهدیدهای شدید او توضیح داد به هنگام تدریس، صدای شما یکنواخت و کلاس آرام بود و من که قدری خسته شده بودم، بی‌اختیار به خواب رفتم. در خواب دیدم که سوار بر قطار و همراه خانواده به مشهد می‌روم؛ در کنار پنجره نشسته بودم و از آن‌جا باد خنکی به داخل واگن می‌آمد، تحت تأثیر این هوای خوش در قطار، باز خوابم برد. این بار در خواب دیدم در حرم امام رضا(ع) هستم و در آن‌جا آقای با صدای سوزناکی دارد دعا می‌خواند. چون خسته بودم در حرم نیز خوابم برد. این مرتبه خواب دیدم، صبح شده است و من از خواب بیدار شده‌ام و ساعت اول هم ریاضی داریم که دبیرش معمولاً در همان اول وقت حضور و غیاب می‌کند و مرتب تهدید می‌نماید که «هر کس دیر بیاید از نمره او کسر می‌شود»؛ لذا، من خیلی سریع کیف

قبل از تحویل کتاب برای چاپ لازم است مؤلفان بارها و بارها مطالب را مرور و آن‌ها را تا حد امکان، ساده و روان سازند و بعداً نیز اقلای یکی دو نفر از افراد با تجربه کتاب را ببینند و بخوانند و اظهارنظر نمایند. تألیف تنها ردیف کردن یک سری مطالب علمی به دنبال هم نیست

معرض قضاوت عمومی قرار گیرد و خواسته شود که مدارس و دبیران در مورد آن اظهارنظر نمایند؛ بعد از دریافت نظرات و پیشنهادات و احیاناً اعمال بعضی از آن‌ها در برنامه، آن‌گاه مؤلفان از میان اعضای شورای برنامه‌ریزی انتخاب و کار تألیف کتاب اول دبیرستان شروع شود با این مطالب در مورد برنامه‌ریزی و تألیف کتب دوره‌های ابتدایی و راهنمایی ضرورت است. و تنها برای یک سال، مثلاً سال اول، برنامه نوشتن و بلافاصله کتاب آن را تألیف کردن با اصول صحیح برنامه‌ریزی مطابقت ندارد و ممکن است نارسایی و ناهم‌آهنگی‌هایی را به دنبال داشته باشد. مثلاً، در تألیف کتاب سوم، مؤلفان ناگهان متوجه شوند که برای مطلبی که می‌خواهند بنویسند لازم بوده است که مقدمات آن در کتاب‌های سال‌های قبل آورده شود که نیامده است و آن‌ها مجبور شدند به شکلی سروته قضیه را به‌هم بیاورند که این کار به کیفیت کتاب‌ها لطمه می‌زند.

– مؤلفان باید از بین کارشناسان، دبیران شاغل به تدریس و استادان دانشگاه انتخاب شوند و وجود کارشناسان در هیئت مؤلفان لازم است تا در تغییراتی که ممکن است بعداً و پس از دریافت نامه‌ها و پیشنهادات دبیران در کتاب داده می‌شود، در دفتر حضور فعال داشته و در متن و بطن کتاب نیز قرار داشته باشد. دبیران نیز پس از تألیف، کتاب را در چند دبیرستان تدریس کنند تا کیفیت کتاب به دست آن‌ها بیاید که آیا این کتاب با این محتوا و حجم و ساعات تدریس بستگی و سایر شرایط موجود در مدارس قابل تدریس است و تا آخر سال تمام می‌شود یا خیر؟

– لازم است مقدمات کار طوری فراهم شود که مؤلفان فرصت کافی برای تألیف داشته باشند و کار به عجله و کتاب کشیده نشود؛ به عبارت دیگر، می‌توان گفت که یک کتاب خوب، نتیجه:

که انجام دادی و درس و کلاس مرا به‌هم ریختی؟ او با خونسردی خندید و گفت: «من چندین بار از جلو کلاس‌ها عبور کردم، دیدم در همه کلاس‌ها سروصدا و بحث و گفت‌وگو بین معلم و دانش‌آموزان است و گاهی صدای خنده دسته‌جمعی بچه‌ها شنیده می‌شود. اما شما در تمام این مدت مثل برج زهرمار در جلو تخته‌سیاه ایستاده‌اید و تندتند می‌نویسید و پاک می‌کنید، دانش‌آموزان نیز نفسشان بند آمده است. پیش خود فکر کردم که چرا فلانی این قدر به خودش و بچه‌ها فشار می‌آورد و آن‌ها را در حال خفقان نگه می‌دارد؟ به دفتر آمدم، دیدم مستخدم دبیرستان گنجشک نیمه‌جانی را که در زیر درختان حیاط مدرسه پیدا کرده است دارد کنار بخاری گرم می‌کند؛ پرنده که تنش گرم شد جان گرفت و به جنبش درآمد، به فکر رسید که آن را بگیرم و بیاورم در کلاس شما رها کنم تا بچه‌ها قدری تفریح و نفسی تازه کنند!»

این دبیر اضافه می‌کرد که بعدها خودم نیز، ضمن تجربه، به این نتیجه رسیدم که رفتار ما معلمان در ریاضی در کلاس بی‌حساب و اندازه خشک و بی‌روح است؛ آیا واقعاً لازم است که این قدر به خودش و بچه‌ها فشار بیاورد یا این که قدری آزادی حساب شده و قابل کنترل نیز در کلاس لازم است؟ او خاتمه داد که بعدها من شیوه آموزش خود را تغییر دادم و از کارم بهتر نتیجه گرفتم.

برنامه‌ریزی و تألیف – این جانب در طول ۳۰ سال کار در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف و کارگردانی قریب به ۱۰ شورای برنامه‌ریزی از ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، دانش‌سرای مقدماتی و تربیت معلم و بعد نظارت بر کار تألیف کتب مربوط و شرکت در چندین کنفرانس بین‌المللی ریاضی در نقاط مختلف جهان و تماس دائم با دبیران سراسر کشور، به نتایج زیر رسیدم: – برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌ها باید با شرایط اجرا در مدارس و کلاس‌ها و شیوه‌های جدید آموزش هم‌خوانی و هم‌آهنگی و سازگاری کامل داشته باشد.

– طبق اصول برنامه‌ریزی رایج در غرب، لازم است ریزمواد ۴ ساله دبیرستان (در حال حاضر سه سال دبیرستان و یک سال پیش‌دانشگاهی) به‌طور پیوسته و تمام آن در یک شورا تهیه و تنظیم گردد و در آن شورا، هدف‌ها و شیوه‌های آموزش هر بخش و هر مطلب تعیین شود و در همچنین، ابتدا و انتهای ریز مواد برنامه کاملاً تبیین گردد. با سپس، این ریز مواد در

هدف از انتشار مجله رشد آموزش ریاضی و تلاش سایر دست‌اندرکاران آموزشی این است که توجه معلمان را به رویدادها و تحولات روز در آموزش جلب نمایند و آن‌ها را تشویق کنند که در تدریس‌های خود، تجدیدنظر نموده و از روش‌های به‌روز در کلاس استفاده کنند تا تدریس‌شان مفیدتر واقع شود

در محاسبات تسلط کافی ندارد و اشتباه می‌کند، آن‌ها پیشنهاد می‌کردند که بخش‌هایی مثل مثلثات، ترکیبیات، ماتریس و توابع را به سال سوم منتقل کنند و در این دو کتاب، بیشتر روی نامساوی‌ها، لگاریتم، قدرمطلق، جزء و صحیح و جبر مثلثی تأکید داشته باشند.

– قبل از تحویل کتاب برای چاپ لازم است مؤلفان بارها و بارها مطالب را مرور و آن‌ها را تا حد امکان، ساده و روان سازند و بعداً نیز اقلای یکی دو نفر از افراد با تجربه کتاب را ببینند و بخوانند و اظهارنظر نمایند. تألیف تنها ردیف کردن یک سری مطالب علمی به دنبال هم نیست.

– کتابی که با شرایط فوق تألیف می‌شود، لازم است که مثل بعضی کشورهای پیشرفته، متن آن حداقل ۳ سال ثابت و بدون تغییر بماند (غیر از تصحیح غلط‌های چاپی) تا ثبات آموزشی در کشور حفظ گردد.

– اما بعد از چاپ، هر نوع تغییر و تبدیل یا جابه‌جایی در کتاب منحصراً به وسیله خود مؤلفان صورت بگیرد و نه توسط کارشناسی که با متن کتاب آشنا نیست. در این کار، نباید هیچ نوع عجله و شتابی بشود؛ چه هر نوع شتابزدگی در این کار موجب می‌گردد که مثلاً بخشی از کتاب حذف گردد ولی تمرینات آن در کتاب باقی بماند یا برعکس و این عمل در گذشته اتفاق افتاده است.

– هیچ‌گاه بی‌حساب و بدون مطالعه کافی، مطلب جدید و یا تمرینات جدیدی به کتاب اضافه نشود؛ چه با این کار سازمان و اهداف کتاب که با دقت و نظم تنظیم یافته است به هم می‌ریزد؛ در گذشته معمولاً کارشناسی تا از یک تمرین خوشش می‌آمد، آن را در یک جای کتاب جا می‌داد و دبیر سرکلاس می‌دید که این تمرین با متن درس داده شده نمی‌خواند.

الف – برنامه‌ریزی صحیح و علمی؛ ب – انتخاب مؤلفان موجه؛ ج – در اختیار داشتن منابع خوب خارجی و د – داشتن وقت و فرصت کافی برای تألیف است.

– مثال‌ها و تمرینات هر بخش از کتاب باید فراوان، متنوع و با مطالب درس همخوانی داشته باشد و ضمن نوشتن متن، تنظیم یا تدوین گردد.

– هیچگاه از متون کتاب‌های دانشگاهی و یا تمرینات آن‌ها برای افراد خاصی و با هدف‌های معینی تنظیم شده است استفاده نشود تا کتاب از نظر روان‌شناسی مشکلی نداشته باشد و با سن یادگیری دانش‌آموزان تطبیق نماید.

– حجم کتاب تازه تألیف و ساعات تدریس موجود طوری نباشد که دفتر برنامه‌ریزی، پس از انتشار کتاب، تحت فشار سازمان‌های استان‌ها، مدارس و معلمان کشور، مجبور شود در وسط یا آخرهای سال اعلام کنند که فلان فصل کتاب حذف شود، زیرا با این کار، کتاب از اعتبار می‌افتد که نمونه این عمل در گذشته اتفاق افتاده است.

– در تجربه کاری با دبیران، در طول سالیان دراز برایم روشن شد که برای ۲ ساعت در هفته، حجم کتاب باید بین ۱۲۰ تا حداکثر ۱۵۰ صفحه و برای ۳ ساعت بین ۱۵۰ تا ۱۸۰ و برای ۴ ساعت بین ۱۸۰ تا ۲۱۰ صفحه باشد، ساعت‌های درس اگر زوج باشد نیز بهتر است.

– بعضی دبیران می‌گویند تکرار مطالب متشابه در دو کتاب سال‌های آخر دبیرستان بسیار زیاد است؛ طوری که دانش‌آموز در سال آخر، در کلاس به درس حساب دیفرانسیل و انتگرال چندان توجه نکرده فکر می‌کند که این مطالب را در سال قبل در حسابان خوانده است و دیگر نیاز به گوش دادن به آن‌ها را ندارد. همین اشکال را از بخش‌های ترکیبیات و احتمالات دو کتاب جبر و احتمال و ریاضیات گسسته نیز می‌گیرند.

– همچنین دبیران در گذشته شکایت از تعدد بخش‌های مختلف و کثرت عنوان‌ها در دو کتاب اول و دوم داشتند و می‌گفتند به همین علت ما قادر نیستیم که مطالب پایه و اساسی را که لازمه یادگیری حسابان یا حساب دیفرانسیل و انتگرال است خوب توجیه و تشریح کنیم و دانش‌آموز این مطالب اساسی را خوب پخته نمی‌کند و یاد نمی‌گیرد و این یکی از عوامل پایین بودن درصد نمره ریاضی دانش‌آموزان در کنکور است. مثلاً دانش‌آموز قانون تعیین حد یا پیوستگی و یا انتگرال‌گیری را یاد گرفته است ولی وقتی به محاسبه می‌رسد،

با تنظیم هر کتاب، برای معلمان نیز «کتاب راهنما» نوشته و در اختیار آن‌ها قرار گیرد و در آن کتاب، هدف‌ها، شیوه‌های آموزش و اشاراتی به حل تمرینات مشکل بشود و مسئولان ضمن خدمت در شهریورماه هر سال، از این کتاب‌ها از دبیران امتحان بگیرد و به اندازه نمره‌ای که می‌گیرند به آن‌ها امتیاز بدهد.

این کتاب (یا هر کتاب درسی) باید با مشارکت، همکاری، همفکری و رایزنی همه اعضای تألیف تنظیم گردد: در کلاس‌های بازآموزی سال ۱۳۵۳، در کلاس بررسی یک کتاب، یکی از دبیران سؤالی را مطرح نمود و استادی که مشغول بررسی کتاب بود جواب داد که این سؤال مربوط به آخر کتاب است و این قسمت فلانی نوشته خودش هفته بعد می‌آید جواب می‌دهد، این مطلب خاطرنشان می‌سازد که هر فصلی از کتاب وسیله یکی از مؤلفان نوشته شده و دیگران به بقیه مطالب کتاب کاری نداشته‌اند که این خود موجب ناهم‌آهنگی در مطالب کتاب است.

جمع‌بندی مطالب - داشتن یک روش تدریس ثابت و معتقد بودن به این که همین یک روش، تنهایی کارساز است، مشکل اساسی آموزش امروز ماست با این اعتقاد، هر نوع تغییر و نوآوری را مانع و موجب می‌شود که معلم همیشه در کار خود درجا بزند در حالی که دنیای فعلی سخت در حال تغییر و تحول است و این تغییر و دگرگونی روی تمام جنبه‌های زندگی ما اثرگذار است؛ از جمله، برنامه‌ها، کتاب‌ها، اداره کلاس‌ها، شیوه‌های تدریس، ارزیابی و امتحانات و مدیریت جامع. اگر شما امروز پیچ مهره‌ای از یک ابزار الکترونی را که در ۱۰ سال پیش ساخته شده است به بازار ببرید و در تمام مغازه‌ها بگردانید نظیر آن را پیدا نخواهید کرد؛ مغازه داران به شما خواهند گفت که این مدل کهنه و قدیمی شده کنار رفته است و به جای آن اکنون مدل‌های جدیدی به بازار آمده که کیفیت آن به مراتب بهتر، روشن‌تر و پیام‌ها راس‌تر است. مثلاً، یک روز پیکان در ایران حرف اول را می‌زد ولی اگر امروز شما بخواهید ماشین بخريد آیا به دنبال پیکان می‌روید؟

در آموزش نیز مطلب همین‌طوراند، شیوه‌های آموزشی و کلاس‌داری، مرتب در حال تغییر است با روش‌های تدریس سال به سال، ساده‌تر، روشن‌تر، گویاتر، ملموس‌تر و قابل فهم‌تر می‌گردد؛ هرچه معلم از روش‌های به‌روز و جدید استفاده کند، مسلماً وظیفه خود را بهتر انجام داده و در راه رسیدن به هدف اصلی که همانا یادگیری دانش‌آموزان است، موفق‌تر خواهد بود. محققان پس از سال‌ها تلاش، تحقیق، پی‌گیری و تجربه به این نتیجه رسیده‌اند که مثلاً دبیر در کلاس باید طرح و برنامه

برای تدریس خود داشته باشد؛ بدین معنا که وقت خود را تقسیم نماید، بخشی را به درس‌دادن اختصاص بدهد، قسمتی را به سؤال و پرسش و پاره‌ای را به حل فعالیت‌ها و کار در کلاس بپردازد. آن‌ها اصرار دارند که زمان درس دادن نباید بیش از حداکثر، ۲۰ دقیقه باشد، آن هم با استفاده از روش‌های فعال. وقتی این‌قدر روی این مطالب تأکید می‌شود، آیا زمان آن فرانسیده است که ما نیز به این نکات توجه کنیم و روش سنتی خود را در تدریس تغییر دهیم، امروز به تجربه ثابت شده است که هیچ دانش‌آموزی قدرت تعقیب کردن ۱۰۰ دقیقه درس متوالی را ندارد. در نتیجه، در نیمه‌های راه خسته شده می‌برد و تمرکز حواس خود را از دست می‌دهد و بعد چرت می‌زند یا دچار تخیلات می‌شود.

معلمان هم اغلب گله دارند که دانش‌آموزان بازیگوش‌اند و در کلاس، به درس توجه ندارند یا درس نمی‌خوانند یا ریاضی یاد نمی‌گیرند. اما شاید کمتر پای درد دل و گله دانش‌آموزان نشسته‌اند که اکثراً می‌گویند «ما هیچ وقت در کلاس درس یاد نمی‌گیریم».

هدف از انتشار مجله رشد آموزش ریاضی و تلاش سایر دست‌اندرکاران آموزشی این است که توجه معلمان را به رویدادها و تحولات روز در آموزش جلب نمایند و آن‌ها را تشویق کنند که در تدریس‌های خود، تجدیدنظر نموده و از روش‌های به‌روز در کلاس استفاده کنند تا تدریس‌شان مفیدتر واقع شود.

پی‌نوشت

۱. اکنون مدرسه‌ای به همین نام در کازرون وجود دارد.
۲. در سال ۱۳۶۳ سازمان پژوهش یک استاد برنامه‌ریز را از دانشگاه دهلی دعوت کرده بود. ایشان ضمن سخنرانی خود در سازمان گفت: «موقعیت برنامه‌های شما نیاز به وجود دبیران دلسوز و علاقه‌مند، با ایشار و گذشت و صبور و پرحوصله در اجرا دارد.»
۳. آقایان بیرشک، حسین مجذوب، دکتر هشترودی، دکتر غلامحسین مصاحب و دکتر مهران در سال‌های ۹-۱۳۰۶ در دارالمعلمین هم‌کلاس بوده‌اند.
4. School Mathematics Project (SMP)
5. Scottish Mathematics
6. School Mathematics Study Group (MSG)
7. Unified Mathematics
۸. کتاب‌ها را از انگلیس آورده بودم.

آموزش ریاضی

کارشناسی ارشد

حکیده پایان نامه

عنوان: تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر حل مسائل کلامی

پژوهشگر: عصمت ناهیدی

استاد راهنما: دکتر نوراله نژاد صادقی

استاد مشاور: دکتر غلامعلی پرهام

اساتید داور: دکتر محمدرضا فدایی و دکتر سید جمال هاشمی زاده

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۱۱/۹

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

هدف اصلی از انجام این پژوهش بررسی تأثیر گفتمان ریاضی بر حل مسائل کلامی است. نمونه مورد مطالعه، ۳۰ دانش آموز دختر ثبت نام شده در پایه اول دبیرستان در شهرستان اهواز می باشد، که به تصادف در دو گروه ۱۵ نفری در قالب گروه های شاهد و آزمایش قرار گرفتند. طرح تحقیق از نوع نیمه آزمایشی و ابزار مورد استفاده سؤالات پیش آزمون و پس آزمون بود که در ابتدا و انتهای دوره از دانش آموزان اخذ شد. نتایج حاصل از این تحقیق که به وسیله آمار توصیفی و استنباطی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت، حاکی از تأثیر مثبت گفتمان ریاضی بر حل مسائل کلامی بود. دانش آموزانی که در سایه گفتمان ریاضی مورد آزمایش قرار گرفتند، در چهار خرده مفهوم (کسر، ارتباط بین جملات، تمییز بین ضرب و اختلاف و ترجمه به زبان ریاضی) موفق تر بودند.

کلیدواژه ها: مسایل کلامی، گفتمان ریاضی، عملکرد دانش آموزان.

اشاره

مجله رشد آموزش ریاضی، از کلیه فارغ التحصیلان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در سراسر ایران، دعوت می کند چکیده های پایان نامه های خود را با مشخصات کامل شامل: عنوان، نام کامل پژوهشگر، نام استاد راهنما، نام استاد مشاور، تاریخ دفاع و نام دانشگاه، به همراه نامه تأیید از جانب استاد راهنمای خویش، برای چاپ در این مجله، ارسال نمایند.

عنوان: بررسی تأثیر آموزش استراتژی‌های حل مسئله بر عملکرد دانش‌آموزان در درس هندسه

پژوهشگر: ندا رضوان دزفولی

استاد راهنما: دکتر نوراله نژاد صادقی

استاد مشاور: دکتر غلامعلی پرهام

اساتید داور: دکتر محمدرضا فدایی و دکتر ماشاءالله

بصیرزاده

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۱۱/۹

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

پژوهش حاضر، بررسی تأثیر آموزش استراتژی‌های حل مسئله بر عملکرد دانش‌آموزان در درس هندسه است. طرح این پژوهش، طرح تحقیق شبه‌آزمایشی با پیش‌آزمون و پس‌آزمون بر دو گروه شاهد و آزمایش می‌باشد. تعداد ۳۰ دانش‌آموز دختر، در شهرستان اهواز، که دوران راهنمایی را با موفقیت به پایان رسانیده بودند، در دو گروه مجزا، به عنوان نمونه مورد استفاده قرار گرفتند. ابزار پژوهش، دو آزمون محقق ساخته، تحت عنوان پیش‌آزمون و پس‌آزمون، مبتنی بر استراتژی انتخاب زیر مسئله، می‌باشد. به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها، از روش‌های آمار توصیفی و آمار استنباطی استفاده شد. نتایج کسب‌شده تأثیر مثبت آموزش استراتژی‌های حل مسئله بر عملکرد دانش‌آموزان را نشان داد لذا آموزش استراتژی‌ها به عنوان موضوعاتی جذاب و ابزارهایی مفید به دانش‌آموزان جهت توسعه توانایی حل مسئله آنان پیشنهاد می‌گردد. بررسی نظرات دانش‌آموزان در مورد استراتژی‌های حل مسئله نیز بازخورد مثبت آنان را نسبت به این موضوع نشان می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: استراتژی حل مسئله هندسه، عملکرد دانش‌آموزان، یادگیری ریاضی.

عنوان: بررسی تأثیر تجسم بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان و نقش آموزش مبتنی بر تجسم در یادگیری ریاضی دانش‌آموزان

پژوهشگر: سناء سخیراوی

استاد راهنما: دکتر نوراله نژادصادقی

استاد مشاور: دکتر غلامعلی پرهام

اساتید داور: دکتر محمدرضا فدایی و دکتر حبیب حریزای

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/۱۱/۹

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

واژه تجسم و شبیه‌سازی ذهنی برای توصیف روند تولید و به‌کارگیری تصاویر ذهنی از مفاهیم و موضوعات ارائه شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش دو معرف مهارت‌های تجسمی و توانایی فضایی برای این مفهوم تعریف گردیدند. هدف بررسی تأثیر تجسم بر عملکرد حل مسئله ریاضی و نیز مطالعه نقش تجسم در یادگیری ریاضی می‌باشد. تعداد ۳۵ دانش‌آموز دختر شهرستان اهواز که پایه سوم راهنمایی را با موفقیت گذرانده بودند مورد مطالعه قرار گرفتند. برای جمع‌آوری داده‌ها از آزمون تجسم و نیز پیش‌آزمون و پس‌آزمون ریاضی استفاده گردید. تحلیل داده‌ها با استفاده از آمار توصیفی و استنباطی انجام شد و نتایج نشان داد که حدود ۴۸٪ از تفاوت‌های دانش‌آموزان در حل مسئله ریاضی، مربوط به تفاوت‌های آن‌ها در تجسم می‌باشد ضمن این که مهارت‌های تجسمی بیش از توانایی فضایی در عملکرد دانش‌آموزان مؤثر واقع گردید. هم‌چنین با توجه به این که آموزش مبتنی بر تجسم در یادگیری و عملکرد دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی تأثیر مثبت داشت، پیشنهاد این پژوهش توجه به این فرایند ذهنی و بهره‌گیری از آن در آموزش ریاضی است.

کلیدواژه‌ها: تجسم، شبیه‌سازی ذهنی، توانایی فضایی، یادگیری ریاضی.

برنامه «هیچ کودکی، عقب نماند»

نرگس مرتاضی مهربانی
دانشجوی دکتری آموزش ریاضی



اشاره

برنامه‌های اصلاحات آموزشی همواره منتقدانی را به همراه دارد که نقد آنان می‌تواند به پالایش اصلاحات مذکور کمک کند. از سویی، آشنایی خوانندگان مجله با برنامه اصلاحات آموزشی در سایر کشورها و مرور نقدهای وارد شده، مسایل و مشکلات آن کشورها را نمایان می‌کند. «هیچ کودکی عقب نماند» یکی از جنجالی‌ترین برنامه‌های اصلاحات آموزشی بود که از طرف دولت فدرال آمریکا در سال ۲۰۰۲ برای اجرا ابلاغ شد و هم‌چنان نقدهای قابل تأملی بر این قانون وارد است.

کلیدواژه‌ها: اصلاحات آموزشی، نقد برنامه درسی، مشکلات آموزشی، هیچ کودکی عقب نماند (NCLB)



تمام ایالت‌ها موظف شدند تا سال تحصیلی ۲۰۰۶-۲۰۰۵ در پایه‌های سه تا هشت در درس‌های ریاضی و خواندن، آزمون‌های سالانه برگزار نمایند

باشند و از تمام دانش‌آموزان تحت شرایط یکسان، آزمون‌های واحد گرفته شود. علاوه بر این، در هر ایالت باید نمونه‌ای از دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم در ارزشیابی ملی پیشرفت تحصیلی در درس‌های ریاضی و خواندن شرکت نماید تا بدین ترتیب دولت فدرال بتواند با مقایسه نتایج حاصل از آزمون‌های ایالتی و ارزشیابی ملی پیشرفت تحصیلی، بر عملکردهای آموزشی ایالت‌ها نظارت داشته باشد.

• پیشرفت تحصیلی

تا سال تحصیلی ۲۰۱۴-۲۰۱۳ ایالت‌ها باید تمام دانش‌آموزان را در آزمون‌های ایالتی به سطح «خبره» برسانند. امتیازهای دانش‌آموزان نشان می‌دهند که تا چه حد مدارس در تدریس موفق بوده‌اند. مدارس باید در نمرات آزمون هر سال، پیشرفت داشته باشند. به طور مثال، دانش‌آموزان پایه پنجم مدرسه باید هر سال در آزمون‌های استاندارد شده، بهتر از دانش‌آموزان پایه پنجم سال قبل عمل کنند. اگر مدرسه‌ای برای دو سال متوالی پیشرفت کافی نداشته باشد، به عنوان مدرسه‌ای که «نیازمند پیشرفت» است، اعلام عمومی می‌شود و لازم است تا یک برنامه دوساله برای پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان ارائه نماید. همچنین، با راهنمایی مدرسه، دانش‌آموزان به مدارس بهتر آن ناحیه آموزشی معرفی می‌شوند. اگر مدرسه برای سومین سال متوالی پیشرفت کافی نداشته باشد، مسئولان مدرسه موظفند تا معلم خصوصی رایگان و دیگر خدمات آموزشی تکمیلی را در اختیار دانش‌آموزان قرار دهند. در صورتی که چهار سال متوالی پیشرفت چندانی دیده نشود، مدرسه به عنوان مدرسه‌ای که «نیازمند عمل اصلاحی» است معرفی می‌گردد.

تحقیقات زیادی در مورد کارایی این برنامه صورت گرفته است. منتقدان برنامه معتقدند که برنامه NCLB باعث افت یادگیری دانش‌آموز و نیز حذف تدریس کارا شده است

مقدمه

برنامه «هیچ کودکی، عقب نماند» که حامی اصلاحات آموزشی استاندارد-محور است، در سال ۲۰۰۱ در ایالات متحده آمریکا تصویب و در سال ۲۰۰۲ برای اجرا ابلاغ شد. این اصلاحات، مبتنی بر این باورند که با تعیین استانداردهای سطح بالا و نیز تبیین اهداف قابل اندازه‌گیری، می‌توان نتایج فردی را در آموزش بهبود بخشید. از این رو، دولت فدرال آمریکا، از هر ایالت خواست تا استانداردهای آموزشی خود را تنظیم کند و بر اساس آن‌ها آزمون‌های سالانه برگزار نماید. کنگره برای حمایت از این برنامه، بودجه آموزشی دولت فدرال را افزایش داد. حامیان برنامه ادعا می‌کنند که یکی از نکات مثبت این برنامه، افزایش پاسخ‌گویی معلمان و مدارس در قبال یادگیری تمام دانش‌آموزان است. تمام مدارس دولتی که از بودجه دولت فدرال استفاده می‌کنند، تحت پوشش این برنامه قرار دارند. از مشخصه‌های اصلی این برنامه به موارد زیر می‌توان اشاره نمود:

• آزمون‌های سالانه

تمام ایالت‌ها موظف شدند تا سال تحصیلی ۲۰۰۶-۲۰۰۵ در پایه‌های سه تا هشت در درس‌های ریاضی و خواندن، آزمون‌های سالانه برگزار نمایند. همچنین، از زمان ابلاغ برنامه، ایالت‌ها باید تا سال ۲۰۰۸-۲۰۰۷ حداقل یک بار در درس علوم در دوره‌های ابتدایی، راهنمایی و متوسطه آزمون برگزار کنند. آزمون‌ها باید با استانداردهای ایالتی، همسو

**بسیاری از منتقدان معتقدند که این هدف که
« باید تمام دانش آموزان تا سال تحصیلی
۲۰۱۳-۲۰۱۴ به سطح «خبره» برسند» یک
هدف غیر واقعی است**

**در این برنامه، مدرسی که عملکرد
ضعیف‌تری دارند یعنی دانش آموزان
آن‌ها در آزمون‌های ایالتی، امتیاز
پایینی کسب کرده‌اند با حذف بودجه
و نیز قطع حقوق معلمان مواجه
خواهند شد**

نقدها

تحقیقات زیادی در مورد کارایی این برنامه صورت گرفته است. منتقدان برنامه معتقدند که برنامه NCLB باعث افت یادگیری دانش آموز و نیز حذف تدریس کارا شده است. در بسیاری از مواقع، ایالت‌ها، اهداف آموزشی سطح پایین را انتخاب می‌کنند و نیز معلمان فقط برای آزمون، تدریس می‌نمایند. علاوه بر آن، این برنامه، مدارس، نواحی آموزشی و ایالت‌ها را به طور ضمنی ترغیب می‌نماید که برای بالا بردن نمرات، دست به اقدامات غیر متعارفی بزنند مثل این که نتایج آزمون‌ها را دست‌کاری کنند یا با برگزاری آزمون‌های ایالتی ساده‌تر، امتیازها را بالا ببرند. از طرفی دیگر، آزمون‌های استاندارد شده، معلمان را ترغیب کنند تا به جای تمرکز بر کسب درک و فهم عمیق تمام برنامه درسی، تنها بر مهارت‌های محدود مورد نیاز در آزمون‌ها تأکید نمایند. به طور مثال، اگر معلمان بدانند که در آزمون‌های استاندارد شده ریاضی، بر سؤالاتی مانند $3+2=?$ تأکید می‌شود، طبیعی است که زمانی را برای تدریس کاربرد عملی جمع و مسایل کلامی صرف نکنند. در این برنامه، مدرسی که عملکرد ضعیف‌تری دارند یعنی دانش آموزان آن‌ها در آزمون‌های ایالتی، امتیاز پایینی کسب کرده‌اند با حذف بودجه و نیز قطع حقوق معلمان مواجه خواهند شد. منتقدان ابراز می‌دارند که این اقدام، نه تنها باعث بهبود وضعیت نخواهد شد بلکه مدرسه‌ها را ناتوان‌تر نیز خواهد کرد.

برنامه NCLB پیش‌بینی‌های ویژه‌ای برای دانش آموزان با استعدادهای درخشان ندارد. این برنامه بر مدارس فشار می‌آورد تا تمام دانش آموزان در خواندن، نوشتن و ریاضی به حداقل مهارت‌های تعریف شده دست پیدا کنند و چیزی بالاتر

چنین مدرسی می‌توانند با تعویض کادر آموزشی، ارایه برنامه درسی جدید و افزایش ساعات آموزشی، عمل خود را اصلاح نمایند. در صورت عدم پیشرفت کافی در پنجمین سال متوالی، به منظور تغییر ساختار کلی مدرسه برنامه ریزی جدید می‌شود و در سال ششم، این برنامه اجرا می‌گردد. مواردی مانند بستن مدرسه، اجاره دادن مدرسه، اجاره دادن مدرسه به یک شرکت خصوصی به منظور اداره مدرسه و اداره مستقیم مدرسه توسط اداره آموزش و پرورش ایالتی، گزینه‌های متداول در چنین مواقعی است.

• کارنامه

از سال تحصیلی ۲۰۰۳-۲۰۰۲، ایالت‌ها باید کارنامه‌های سالانه را تهیه نمایند که حاوی اطلاعاتی در زمینه موفقیت تحصیلی دانش آموزان و عملکرد نواحی آموزشی است. هر ناحیه آموزشی نیز موظف است تا کارنامه‌های مشابهی شامل داده‌های هر مدرسه تهیه نماید.

• صلاحیت‌های معلمان

طبق برنامه NCLB هر ایالت باید معلمانی با «صلاحیت‌های سطح بالا» برای تمام دانش آموزان فراهم نماید و برای «صلاحیت‌های سطح بالا» استانداردهای خود را تعریف نماید. در پایان سال تحصیلی ۲۰۰۵-۲۰۰۶ هر معلم شاغل در مدارس دولتی باید در هر رشته‌ای که مشغول به تدریس است خبره باشد. ایالت‌ها مدارس را مسئول ارتقای حرفه‌ای معلمان می‌دانند.

تحقیقات نشان می‌دهد که عوامل بسیاری مانند وضعیت اقتصادی خانواده، ساعت‌های مطالعه در منزل و میزان تحصیلات والدین بر عملکرد دانش‌آموزان تأثیر گذار است

تحصیلات والدین بر عملکرد دانش‌آموزان تأثیر گذار است. بنابراین، نتایج ضعیف آزمون‌های استاندارد را نمی‌توان تنها به عملکرد مدرسه و معلمان نسبت داد. در حالی که برنامه NCLB با کاهش بودجه و حقوق معلمان، مدرسه و معلمان را تحت فشار قرار می‌دهد و از آن‌ها انتظار دارد تا تحت این فشار، عملکرد خود را بهبود بخشند.

در حال حاضر، این برنامه با پاره‌ای تغییرات در حال اجراست. بازدید از مدارس به منظور مشاهده کیفیت تدریس، بررسی نوشته‌های دانش‌آموزان، ارزیابی رفتار دانش‌آموزان و محیط مدارس، مولفه‌هایی هستند که به برنامه اضافه شده است.

منابع

1. Cech, Scott.(2008). NCLB Testing Said to Give 'Illusions of Progress'. From Education Week [American Education's Newspaper of Record], Monday, September 22, 2008, Volume 28, Issue 6, http://www.edweek.org/ew/articles/2008/09/22/06testing_h28.html?print=1
2. en.wikipedia.org/wiki/No_Child_Left_Behind_Ac
3. Ravitch, Diane.(2009). Time to Kill 'No Child Left Behind'. From Education Week [American Education's Newspaper of Record], Wednesday, June 10, 2009, Volume 28, Issue 33, pp. 30,36. See http://www.edweek.org/ew/articles/2009/06/04/33ravitch_ep.h28.html?tkn
4. Rothstein, Richard.(2009). Replacing No Child Left Behind. From Education Week [American Education's Newspaper of Record], Wednesday, August 12, 2009, Volume 28, Issue 37, pp. 28-29. See <http://www.edweek.org/ew/articles/2009/08/12/37rothstein.h28.html?>
5. Will, George.(2007). Getting past 'No Child'. From the Washington Post, Sunday, December 9, 2007, p. B 7. See <http://www.washingtonpost.com/wpdyn/content/article/2007/12/07/AR2007120701980.htm>
6. Winerip, Michael.(2007). In Gaps at School, Weighing Family life. From the New York Times, Sunday, December 9, 2007. See <http://www.nytimes.com/2007/12/09/nyregion/nyregionspecial2/09Rparen ting.html>
7. www.edweek.org/ew/issues/no-child-behind -left

از این حداقل‌ها را لازم ندانند. این در حالی است که قانون فدرال بر لزوم سرمایه‌گذاری بر برنامه‌های استعداد درخشان تأکید می‌کند.

از آن‌جا که تمام دانش‌آموزان باید تحت شرایط یکسان آزمون دهند، دانش‌آموزان با نیازهای خاص و نیز دانش‌آموزانی که زبان اصلی آن‌ها انگلیسی نیست، امتیازهای پایینی در این آزمون‌ها کسب می‌کنند. به طور مثال، خواندن سوالات برای دانش‌آموزان نابینا ممنوع است. بنابراین، ممکن است دانش‌آموزان نابینا در این آزمون‌ها نمره صفر کسب کنند.

تمرکز اصلی برنامه بر مهارت‌های خواندن، نوشتن و ریاضی است. در سال ۲۰۰۷، تقریباً ۷۱ درصد مدارس، ساعت‌های آموزشی درس‌هایی مانند تاریخ، هنر و موسیقی را به درس‌هایی مانند زبان و ریاضیات اختصاص دادند. در بعضی مدارس، ساعت‌های آموزشی مختص به درس‌های ورزش و هنر باقی مانده است اما دانش‌آموزانی که در آزمون‌های ایالتی عملکرد ضعیفی داشته‌اند، از این کلاس‌ها محروم می‌شوند و در کلاس‌های جبرانی ریاضیات و خواندن شرکت می‌کنند تا به مهارت‌های اولیه در این حوزه‌ها دست پیدا کنند.

بسیاری از منتقدان معتقدند که این هدف که «باید تمام دانش‌آموزان تا سال تحصیلی ۲۰۱۴-۲۰۱۳ به سطح «خبره» برسند» یک هدف غیر واقعی است. هر آموزشگری می‌داند که چنین امری غیر ممکن است. وقتی دولت فدرال بر این هدف پافشاری می‌کند، هر سال مدارس بیش‌تری با شکست مواجه می‌شوند. در سال ۲۰۰۸، تقریباً ۳۰۰۰ مدرسه دولتی به عنوان مدارس ناموفق برچسب خوردند و تعداد بیش‌تری از دانش‌آموزان ترک تحصیل نمودند.

تحقیقات نشان می‌دهد که عوامل بسیاری مانند وضعیت اقتصادی خانواده، ساعت‌های مطالعه در منزل و میزان

چگونه ریاضی بخوانیم؟

جلسه پرسش و پاسخ با حضور سه تن از اساتید ریاضی و دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه

قربانعلی نصیری و رضا منصوری
کارشناسان خانه ریاضیات بروجن

اشاره

روز یکشنبه ۲۶ آذر ۱۳۸۹ جلسه پرسش و پاسخی تحت عنوان «چگونه ریاضی بخوانیم» با حضور چند تن از اساتید ریاضی کشورمان و دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه در شهرستان بروجن برگزار شد. ابتدا اسماعیل رسولی، یکی از دبیران ریاضی بروجن و مجری جلسه، از دکتر زهرا گویا، خانم هانی، خرد پژوه و دکتر نقی پور دعوت کردند تا در جایگاه مخصوص قرار گرفته و خودشان را برای دانش‌آموزان معرفی نمایند، سپس دانش‌آموزان به نوبت سؤالات خود را مطرح کردند.

کلیدواژه‌ها: پرسش و پاسخ، چگونه ریاضی بخوانیم

♦ خانم زهرا فولادی دانش‌آموز سال اول متوسطه: چرا زمانی که ریاضی می‌خوانیم زود خسته می‌شویم؟

♦ آقای خردپژوه: مسلم است که زود خسته می‌شوید ولی اگر دسته‌جمعی ریاضی مطالعه کنید زود خسته نمی‌شوید. پیشنهاد من به شما این است که با دانش‌آموزان دیگر گروه تشکیل بدهید و با هم مسئله حل کنید از فکر هم استفاده کنید تا نقاط ضعف و قوت همدیگر را پوشانید مسلماً خستگی‌تان کمتر می‌شود.

♦ **خانم هانی:** ببخشید من فقط می‌خواستم این را بگویم شاید شما مطلب مناسبی از ریاضی را مطالعه نمی‌کنید شما دلیل ندارد که بتوانید هر مسئله‌ای را حل کنید. مثلاً من خیلی مسئله تجزیه حل کردم ولی اگر یک نفر امروز چهار تا سه جمله‌ای یا چهار جمله‌ای درهم ضرب کند و ساده‌اش کند و فردا همان شکل ساده شده‌اش را بگذارد جلوی من، نمی‌توانم تجزیه کنم. دلیل هم ندارد که بتوانم تجزیه کنم. من نمی‌دانم چرا شما فکر می‌کنید هر مسئله را گذاشتند جلوی‌تان باید حل کنید؟ مسئله باید در حد خودتان باشد و همین‌طور که آقای خردپژوه گفتند اگر شما چند نفر با هم یک مسئله را حل کنید ممکن است خیلی زودتر حل بکنید و خسته هم نشوید.

♦ **دکتر نقی پور:** مسئله را با کوهنوردی مقایسه می‌کنم، ممکن است شما بگویید از این کوه سنگ سُلَف ببرید بالا، خوب می‌برید، هیچ لذتی هم به شما دست نمی‌دهد، این می‌شود یک مسئله آسان که حل کردنش تکراری می‌شود و هیچ فایده‌ای هم ندارد یک مقداری سخت‌تر می‌شود مانند کوه سیاسرد^۱. خوب کسانی که می‌توانند بروند قله، بالاخره احساس خوشحالی و شور و شغف می‌کنند. بعضی‌ها ممکن است از کوه سیاسرد هم لذت نبرند آن‌ها از قله دماوند، هیمالیا و... بالا می‌روند خیلی از کوهنوردها هستند که این‌ها هم برایشان چیزی نیست. خودش هست که باید تشخیص بدهد که این مسئله برایش آسان هست یا نه و برود سراغ مسئله‌ای که برای او مناسب هست و بالاخره باید کمی سختی هم داشته باشد. تحمل این سختی به نظر من ارزش آن را دارد، زیرا وقتی به قله رسید لذتش را می‌برد.

♦ **خانم راضیه کریمی:** می‌خواستم بگویم اگر که نمره ملاک درس ریاضی نیست، یعنی ملاک فقط این است که یک دانش‌آموز خوب است یا بد. پس چه طوری می‌توانیم بفهمیم که این شخص چه قدر ریاضی متوجه شده است؟ ♦ **دکتر گویا:** ببینید یک سؤال خیلی جدی مطرح کردید که من فکر می‌کنم یک چالش بزرگ برای همه کسانی که به عنوان معلم در مدرسه و دانشگاه کار می‌کنند، هست (فرق نمی‌کند) که بالاخره ارزش‌یابی ما چه باشد و راجع به یادگیری دانش‌آموزان چگونه قضاوت می‌کنیم، ما نمی‌توانیم از نمره به عنوان رده‌بندی کردن بچه‌ها استفاده کنیم و بعضی جاها بگویم که نمره ملاک نیست بالاخره نمره ملاک است یا نمره ملاک نیست؟ یعنی این

پیامی که باید دریافت کنیم پیام صحیحی باید باشد اگر نمره ملاک است ملاک نمره چه چیزی است؟ یعنی این که چگونه نمره کسب می‌شود؟ این ممکن است محل مناقشه‌ای باشد. مثلاً این که چقدر فعالیت‌های مستمر شما در طول سال تحصیلی (امتحان‌های مکرر را نمی‌گوییم، منظور فعالیت‌های مستمر است) به حساب می‌آید یعنی من معلم از شما دانش‌آموز چقدر شواهد و مستندات دارم که روی توانایی شما قضاوت کنم و اگر کسی پرسید چرا آن نمره! بگویم معرف آن توانایی فرد است یا به علت این شواهد است. مثلاً نوع مشارکت، نوع تولید، نوع تعاملی که با بقیه دارید، نوع تلاشی که نسبت به خودتان داشته‌اید و نوع حرکتی که از نظر خودتان شروع کرده‌اید و به نقطه بعدی رسیده‌اید، نه این که در مقایسه با همه. نظر شخصی‌ام این است که باید آن‌ها را با دانش‌آموزانم روشن کنیم که بالاخره ملاک کسب نمره چیست، ملاک‌ها باید

اگر دسته‌جمعی ریاضی مطالعه کنید زود خسته نمی‌شوید. پیشنهاد من به شما این است که با دانش‌آموزان دیگر گروه تشکیل بدهید و با هم مسئله حل کنید از فکر هم استفاده کنید

واضح و شفاف برای دانش‌آموزان شرح داده شوند. باز هم تکرار می‌کنم سؤال شما یک چالش جدی برای همه ما است که بهش فکر کنیم و آخر ببینیم که نمره‌ای که به شما داده می‌شود معادل با چه چیزی است و شما هم بدانید معادل چه چیزی است، البته من سؤال شما را جواب ندادم فقط چالشی که برای ما وجود دارد را مطرح کردم.

♦ **آقای خردپژوه:** منظور خانم دکتر این است که در واقع نمره‌ای که یک فرد دریافت می‌کند انتهای یک پروسه است که یک بخش آن به من معلم برمی‌گردد و به مثال کوهنورد دکتر نقی پور برمی‌گردد و مثال ورزشی دیگری می‌زنم. فرض کنید در مدال‌های طلایی که توسط مسابقات مختلف داده می‌شود، شما مدال طلای المپیک را با مدال طلای بازی‌های آسیایی نمی‌توانید مقایسه کنید چون که نوع فعالیتی که انجام شده متفاوت‌اند. چون در یک رقابتی و در یک شرایطی دیگر انجام شده، در اینجا نمره‌ای که شما می‌گیرید بستگی به این دارد که در چه زمینه‌ای دارید امتحان می‌دهید؟ برای این امتحان چه قدر وقت صرف شده است؟

سؤال مناسب برای اندازه‌گیری و سنجش چیزی که شما باید یاد بگیرید طراحی شده است؟ این‌ها ملاک‌هایی است که متأسفانه گاهی خوب رعایت نمی‌شوند و در نتیجه نمره در امتحان نمی‌تواند ملاک واقعی توانایی فرد باشد.

♦ یکی از دانش‌آموزان: فرمول برای حل مسئله‌های ریاضی و هندسه لازم است یا این‌که هر دانش‌آموزی باید بتواند فرمول را اثبات کند یعنی آیا همه فرمول‌ها باید سرکلاس اثبات بشوند یا نه؟

♦ دکتر گویا: ببینید این هم باز چالشی است که به ما برمی‌گردد نه به شمای دانش‌آموز، ممنون از سؤال خوبی که پرسیدید واقعاً

ما نمی‌توانیم از نمره به عنوان رده‌بندی کردن بچه‌ها استفاده کنیم و بعضی جاها بگوییم که نمره ملاک نیست بالاخره نمره ملاک است یا نمره ملاک نیست؟

مقصود ما از یادگیری یک مطلب ریاضی چیست؟ ما باید این را روشن و صریح بگوییم. حدود صریح یادگیری یعنی آن موضوعی که می‌خواهد یاد گرفته شود از نظر ما چه تعبیری دارد ما حفظ کردن فرمول را یادگیری می‌گیریم، اثبات فرمول را یادگیری می‌گیریم، یا این‌که استفاده از فرمول را یادگیری می‌گیریم، به چی می‌گوییم یادگیری! من فکر می‌کنم که ارزش‌یابی باید از راز و رمز بیرون بیاید، صراحت و شفافیتش بیشتر بشود و تقاضایی را که از دانش‌آموز و دانشجو دارد صریح‌تر بیان کند. به هر حال ببینید شما وقتی که یک فرمول را مثلاً حفظ می‌کنید اتفاقی افتاده است ولی این اتفاق چه قدر مهم است یک بحث است، از یک طرف می‌گوییم ریاضی حفظ‌کردنی نیست ولی از طرف دیگر ۸۰٪ ارزش‌یابی متکی به محفوظات است، بالاخره یک تناسبی باید بین این دو پیام وجود داشته باشد اگر می‌خواهیم حافظه را اندازه‌گیری کنیم باید قواعد تقویت حافظه و چگونگی سنجش حافظه را رعایت کنیم. ولی اگر غیر از این است، ما می‌گوییم به تمهیدات تقویت حافظه و چگونگی سنجش حافظه توجه شود. ولی اگر غیر از این باشد، باید تمهیدات دیگری ببندیم. واقعیت این است که از نظر من، ارزش‌یابی مخلوطی از همه این‌هاست که فی‌البداهه بتوان معلوم کند دانش‌آموز چه قدر می‌تواند از امکانات

به‌دست آمده استفاده کند، چه قدر بلد است خودش چیز جدیدی تولید کند و چه قدر چیزهایی را که یاد گرفته، به کار ببرد.

♦ دکتر نقی‌پور: یک دانش‌آموز در طول مدتی، چیزایی یاد می‌گیرد و معلم باید در طول ترم دانش‌آموز را ارزش‌یابی کند، نه این‌که یک برگه با سه چهار تا سؤال بدهد و یک نمره بدهد. این آسان‌ترین راهی است که جلوی پای من معلم یا استاد گذاشته شده و ما آسان‌ترین راه را انتخاب می‌کنیم که واقعاً هم درست نیست. اما درخصوص اثبات فرمول‌ها، ما اگر نتوانیم آن فرمول را اثبات کنیم مطمئناً چیز جدیدی هم نمی‌توانیم به وجود بیاوریم این اثبات فرمول‌ها ما را برای پیدا کردن چیزهای جدید که نمی‌دانیم آماده می‌کند و گرنه اگر این فرمول‌ها را حفظ کنیم و نتوانیم اثبات کنیم. ما یک قدم جلوتر نمی‌توانیم برویم قدم اصلی و مهم این است که این فرمول‌هایی را که تو کتاب هست اثبات کنیم و ابداعات و خلاقیت‌ها از همین جا شروع می‌شود.

♦ دانش‌آموز مینا تقی‌زاده: به نظر من کسی که می‌خواهد ریاضی بخواند و یاد بگیرد باید از همان صفر شروع کند از همان مسئله‌های بسیار ساده شروع کند و حل کند تا به مسئله‌های سخت برسد. وقتی از مسئله‌های ساده شروع کند راحت حل می‌کند و پیش می‌رود تا به مسئله‌های سخت می‌رسد، و اگر به جایی رسید که توانست مسئله‌های سخت را حل کند اما نتوانست سؤال‌های ساده را که مربوط به همان ابتدای حرکتش بود حل کند، مشکل چیست؟

♦ دکتر گویا: ببینید با یک پیش‌فرض خوب، یک سؤال خوب مطرح شد، شما کلاس چندم هستید؟

♦ (جواب) سوم دبیرستان.

♦ دکتر گویا: پیش‌فرض این که ۱) بهتر است، دانش‌آموز از صفر شروع کند ۲) بهتر است، از ساده به مشکل برود و بعد نتیجه‌گیری کند، زیرا کسی که از ساده به مشکل برود، بهتر یاد می‌گیرد. اما مشکل بچه‌هایی که از صفر شروع کردند (طبق فرض اول) و از ساده به مشکل (طبق فرض دوم) به یادگیری خوب رسیدند (طبق نتیجه)، حالا وقتی برمی‌گردند به مسئله‌های ساده، نمی‌توانند به راحتی این مسئله‌ها را حل کنند، علتش چیست؟ باید بحث کنید که علت چیست، آیا برای شما این اتفاق افتاده یا نه و اگر افتاده چرا؟

♦ یکی از دانش‌آموزان جواب می‌دهد: مسئله به خودمان برمی‌گردد، یا از گام اول ضعف داشتیم یا رسیدن به گام آخر را ما با اتکا به معلومات قبلی به‌دست نیاورده‌ایم.

♦ سهند نوآیین کلاس اول دبیرستان: من این مسئله را به بازی فوتبال تشبیه می‌کنم یک بازیکن فوتبال وقتی پیشرفت می‌کند می‌تواند به خوبی گل بزند ولی ممکن است گاهی توی تک‌به‌تک شدن که بهترین موقعیت برای گل‌زنی هست و یک آماتور هم می‌تواند گل بزند، موفق نشود. بهتر است که ما وقتی به یک سؤال سخت می‌رسیم سؤال‌های قبلی را فراموش نکنیم اگر این درس را بلدیم ببینیم درس‌های قبلی یادمان مانده است؟ این سؤال سخت را که حل می‌کنیم به سؤال آسان هم حل کنیم.

♦ راضیه علیخانی: شاید این سؤال‌ها را زیاد اهمیت نمی‌دهیم، پس فراموش می‌کنیم. در این وضعیت می‌رویم سراغ سؤال‌های دیگر و فکر می‌کنیم آن‌ها را بلد هستیم. ♦ دکتر گویا: ببینید، فرض اول این بود که بهتر است از صفر شروع کنیم، شما برای نوزاد ۵ ماهه هم نمی‌توانید از صفر شروع کنید چه برسد اول ابتدایی، شما وقتی که وارد مدرسه می‌شوید یک دنیا ذهن پیچیده درگیر دارید یعنی ذهن شما یک لوح سفید نیست که رویش خوب بنویسید، خوب نقش ببندد، و بد بنویسید، بد نقش ببندد. شما قبل از این که بروید دبستان، خیلی خوب محاسبات را تا پنجم ابتدایی از طریق پول بلد هستید. اگر کمی حساب شما، مخدوش بشود، حواستان جمع است و بقیه طرف را می‌گیرید و می‌دانید که حساب معنایش چیست و ده هزار تومان چه معنایی دارد، می‌دانید که اگر دو هزار تومان از ده هزار تومان بردارید یا دوپست تومان از ده هزار تومان بردارید چه تفاوتی وجود دارد، رقم را می‌شناسید، عدد را می‌شناسید محاسبه با این‌ها را می‌شناسید، ده هزار تومان دارید ۵ هزار تومان دارید، دو هزار تومان دارید به شما اجازه دادند در یک محدوده‌ای با آن‌ها خرید کنید. به خوبی تخمین می‌زنید که با این ۲ هزار تومان چی بخرید که به صلاحتان باشد این‌ها همه دانسته‌های عمیق ریاضی و توانایی‌های حل مسئله است. اصلاً از صفر هیچ کسی در مدرسه شروع نمی‌کند منتها وارد مدرسه که می‌شویم نظام مدرسه ما را صفر می‌بندد. یعنی انگار این ذهن، لوح سفید است و حالا تازه می‌خواهیم رویش بنویسیم. این از صفر شروع کردن، یعنی فرض اول، به چالش کشیده شده است. فرض دوم به شما می‌گوید از ساده به مشکل بهتر درک می‌شود، شما وقتی که بازی کامپیوتری می‌کنید سراغ بازی ساده می‌روید یا مشکل؟ صادقانه بگویید، چه نوع بازی‌هایی را انتخاب می‌کنید؟ ببینید، بازی را

انتخاب می‌کنید که برای شما چالش داشته باشد، هیجان داشته باشد، شما لذت پیروزی‌اش را ببرید، و بگوید هورا موفق شدم! حالا زمان بگیرید دفعه دیگر که این مسابقه را در زمان کوتاه‌تری می‌برید، این از ساده به مشکل، گاهی وقت‌ها یک نگاه آموزشی است که خیلی هم در دنیا غلبه دارد، اما اگر از طرف دیگری به آن نگاه کنید شاید نوعی کسالت‌آور باشد، خیلی وقت‌ها می‌خواهیم از روی سؤال‌های ساده، تند و تند بپریم و برسیم به چیزی که برای ما چالش دارد. در این پریدن‌ها، ممکن است خطر مرحله‌ای که از آن‌ها پریدیم زیاد باشد. من فکر می‌کنم به جای این که

ارزش‌یابی باید از راز و رمزش بیرون بیاید، صراحت و شفافیتش بیشتر بشود و تقاضایی را که از دانش‌آموز و دانشجو دارد صریح‌تر بیان کند

از ساده به مشکل برویم یک مرحله وسیعی که شامل ساده‌ها و مشکل‌ها هست را با هم ببینیم و برای رسیدن به پله آخر ببینیم چگونه باید تلاش کنیم تا بعد خودمان جاهای خالی را پر کنیم، این روش ساده‌تری است، و زمان کمتری می‌طلبد، حرکتمان را سریع‌تر می‌کند و جذاب‌تر می‌شود. به نظر من اگر خودمان این سادگی و پیچیدگی را تشخیص بدهیم یا به‌صورت یک مجموعه به آن نگاه کنیم و هدفمان رسیدن به یک انتهای پر از پیچیدگی و دست‌انداز و شرایط سخت باشد، وقتی به آن برگردیم آن‌ها بخشی از تجربیات زندگی ما می‌شوند و نمی‌توانند فراموش شوند. مثل رانندگی که وقتی شما رانندگی می‌کنید خوب یاد می‌گیرید و خوش دست می‌شوید و دیگر نمی‌توانید بگویید رانندگی راه راست را نمی‌توانم بروم ولی اگر پرونده هر مرحله را جمع کنیم و وارد مرحله بعدی بشویم، یادت می‌رود مرحله قبلی چه بوده است. این قاعده کلی است، فوتبالیست‌ها هم که یک کاری را انجام می‌دهند تمام نمی‌کنند. همواره آن مرحله و مرحله‌های قبلی را با هم انجام می‌دهند تا فوتبالیست باقی بمانند.

♦ حبیب پناهی سوم متوسطه: چرا در امتحان ریاضی، مثلاً گفته طول ضلع این مثلث ۸ است، ما صورت مسئله را کامل می‌خوانیم، بعد در پاسخ‌نامه با ۱۰ حل می‌کنیم یا مثلاً گفته این مثلث متساوی‌الساقین است، ما توی ذهن

خودمان مثلث متساوی الاضلاع در نظر می‌گیریم. سؤال من این است که علت این اشتباه چیست و برای رفع آن باید چه کار کرد؟

♦ آقای خردپژوه: دلیلش این است که ما در واقع همیشه دنبال آن هستیم که هر مسئله‌ای را که با آن روبه‌رو می‌شویم، بگردیم ببینیم آیا مشابه‌اش را قبلاً حل کردیم یا نه. یعنی آیا مسئله مشابهی بوده که ظرف چند وقت گذشته با آن مواجه شده و حل کرده باشیم یا نه؟ گاهی اوقات ما در این مشابه‌سازی اشتباه می‌کنیم و آن اشتباهی است که شما اشاره کردید. یعنی من توی ذهنم دنبال این می‌گردم که مسئله مشابه پیدا کنم. فکر می‌کنم چیزی که ما باید به دانش‌آموزان آموزش بدهیم، و در مدارس جایش خالی هست، این است که کلاس‌های مدرسه ما تبدیل شده به جایی که معلم چیزی بگوید و دانش‌آموز آن را بشنود و

شما وقتی که وارد مدرسه می‌شوید یک دنیا ذهن پیچیده درگیر دارید یعنی ذهن شما یک لوح سفید نیست که رویش خوب بنویسید، خوب نقشی ببندد، و بد بنویسید، بد نقشی ببندد

یادداشت کند. کمتر به این سمت رفتیم که دانش‌آموز چیزی را بخواند، یاد بگیرد، سؤال کند. یعنی اگر صورت همان مسئله را معلم برای شما بخواند، احتمالاً اشتباه نمی‌کردید! چرا؟ چون حس شنوایی شما یعنی شنیدن و بعد تبدیل آن به یک مسئله برایتان تمرین شده، اما حس خواندن، دیدن و حل کردن، نه.

♦ دکتر گویا: شما خودتان فکر می‌کنید علتش چیست؟ یعنی تا حالا به ریشه‌یابی این مشکل خودتان فکر کرده‌اید؟ شما درباره این مشکل چه حدسیه‌ای دارید:

♦ جواب قانع‌کننده‌ای پیدا نکردم.

♦ دانش‌آموز دیگر (به شوخی): یک کوچولو ذهنمان باید درز هوا هم داشته باشد، چرا که درها، بسته بسته هم نیستند!

♦ حبیب پناهی: منظور من از طرح این سؤال فقط بحث بی‌دقتی‌اش نبود، بلکه ناامیدی بعد از آن است. چرا که جواب مسئله باید به عددی نزدیک باشد، اما جوابی به دست می‌آوریم که واقعاً به آن نزدیک نیست و هرچی هم دوباره عملیات را تکرار می‌کنیم، می‌بینیم که اشتباهی

نداشتیم (از نظر خودمان) و برای حل دوباره، ناخودآگاه همان راه‌حل‌های تو ذهنمان مرور می‌شود و همان کارها را دوباره انجام می‌دهیم. حالا این بی‌دقتی مسئله به کنار، بحث ناامیدی است که بعد از آن به وجود می‌آید.

♦ دکتر گویا: سؤال عمیقی است. به بخشی از آن آقای خردپژوه پرداختند و به نظر من خیلی جالب بود. ولی نگاه کنید حرف‌های عمیقی می‌زنید و خود این حرف‌ها را اگر دوباره بشنوید نکاتی را پیدا می‌کنیم. می‌گویید ما دوباره تکرار می‌کنیم، یعنی همان راه رفته و جواب را ناخودآگاه تکرار می‌کنید، چرا؟ چون برای آن راه به جواب نرسیده، بارها و بارها تمرین کردید، شما یک مسیر را آن قدر رفته‌اید که نسبت به آن شرطی شده‌اید، یعنی اگر در ابتدای مسیر قرار گیرید تا انتها می‌روید، اگر ۸ را ۱۰ دیدید و برای حل دوباره، باز هم آن را ۱۰ می‌بینید به این دلیل است که بین آن مسئله و مسئله جدید، مشابهت برقرار کرده‌اید که بخشی از این مشکل را آقای خردپژوه اشاره کردند و بخش دیگر مشکل به نظر من این است که شما وقتی دوباره‌نگری می‌کنید زاویه دیدتان را تغییر نمی‌دهید. دوباره همان مسیر رفته را طی می‌کنید، پس فایده‌ای ندارد. شما ۴ بار ۵ بار ۶ بار مسیر رفته را طی می‌کنید و این را از آموزش‌تان یاد گرفته‌اید. یک مطلب یا نکته ساده را که یک جور است ۳۰ بار تمرین می‌کنید، یعنی اگر هم اشتباه تمرین کنید، اشتباه موروثی می‌شود، اشتباه می‌نشیند در ذهن شما. این اشتباه‌ها را تقویت می‌کنید. بعد ناخودآگاه آن عددی که در ذهن‌تان وجود دارد، تداعی می‌شود و این نکته شما کاملاً درست است که اگر ۲ یا ۳ بار این اتفاق بیافتد ممکن است ناامیدی به همراه داشته باشد. من فکر می‌کنم کاری که لازم است انجام شود آن است که با یک نگاه دقیق و تغییر زاویه دید به آن مسئله نگاه کنید، آن‌گاه از اول شروع کنید. اگر این کار را نکنید، شاید برای کاهش اشتباه‌های سهوی تأثیر داشته باشد. اگر کاهش پیدا نکرد، اشتباه‌تان از نوعی است که به آن می‌گویند بدفهمی. یعنی چیزی را فهمیده‌اید اما مقلوب فهمیده‌اید که باید برای آن کار دیگری انجام داد.

پی‌نوشت

۱. نام تپه‌ای در شهر بروجن
۲. نام کوهی در اطراف شهر بروجن که یکی از قطب‌های گردشگری بزرگ استان می‌باشد.

علی اکبر جاویدمهر
دبیر بازنشسته، قم

صفحه ۳۱ مجله رشد آموزش ریاضی ۱۰۴، روایت معلمان
یک مسئله و چند راه حل، علی زمانی، کارشناس ارشد ریاضی،
دامغان

مسئله (تمرین ۱۲ صفحه ۲۴ کتاب حسابان)
کمترین مقدار تابع $f(x) = x + \frac{2}{x}$ را به ازای مقادیر مثبت x
پیدا کنید؟

چهارده روش ارائه شده بسیار جالباند، از آقای علی زمانی که در
تهیه این مقاله زحمت کشیده‌اند، سپاسگزارم. البته من هنوز کتاب
حسابان جدیدالتألیف را ندیده‌ام و نمی‌دانم که آیا دانش‌آموزان با
مفاهیمی که در این روش‌ها ارائه شده از قبل آشنایی دارند؟

برای مثال آیا آزمون مشتق اول یا دوم، معکوس پذیری، تعیین
برد تابع، رسم نمودار تابع $y = x + \frac{2}{x}$ به کمک رسم نمودار توابع
 $y_1 = x$ و $y_2 = \frac{2}{x}$ ، فراگرفته‌اند؟ بنابراین قضاوت در مورد معایب و
مزایای این روش‌ها برایم دشوار است. ولی آنچه که در وهله اول در
برخورد با این مسئله، زنگ حافظه مرا به صدا درمی‌آورد و برایم مهم
است برخورد دانش‌آموزان (شاید همکاران) با مسائل مشابهی نظیر

$$y = x + \frac{3}{x}, y = 2x + \frac{3}{x}, y = 3x + \frac{1}{x}, y = x^2 + \frac{2}{x^2}, y = x + \frac{2}{x^2}, \dots$$

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از
اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در
نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش
بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های
معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه
نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای
محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد
تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس
درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به
عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و
این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را
برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار
عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان
عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی
به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، تابع، حسابان، کمترین مقدار تابع.

سرانجام چکش مجله رشد آموزش ریاضی ۱۰۴ زنگ حافظه

مرا به صدا درآورد.

که در همه آن‌ها X مثبت است، می‌باشد.

به عبارتی پیش خود فکر می‌کنم اگر دانش‌آموزی در همان جلسه درس محاسبه مینیموم چنین تابع‌هایی را از من بپرسد، باید آمادگی پاسخگویی به آن را داشته باشم. لذا به خودم پیشنهاد می‌کنم بهتر است قبل از تدریس هر بخش حتماً آن بخش را به دقت مطالعه کن. در رابطه با مقاله آقای علی زمانی، دو روش دیگر، روش پانزدهم، روش شانزدهم، و حالت کلی مسئله، توسط اینجانب تهیه و تنظیم گردیده که به ضمیمه حضورتان تقدیم می‌گردد. امید است که مورد توجه و عنایت و هیئت تحریریه مجله رشد ریاضی قرار گرفته و قابلیت درج در مجله رشد را داشته باشد.

روش پانزدهم: روش آزمون مشتق دوم، در روش چهاردهم

از آزمون مشتق اول استفاده شده و این کافی خواهد بود.

از آزمون مشتق دوم نیز می‌توان کمترین مقدار تابع $f(x) = x + \frac{2}{x}$ را به دست آورد.

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \quad f \text{ نقطه بحرانی}$$

$$f''(x) = \frac{4}{x^3} > 0 \Rightarrow f''(\sqrt{2}) = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} > 0$$

لذا طبق آزمون مشتق دوم، f در نقطه $x = \sqrt{2}$ دارای مینیموم نسبی و مطلق $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ می‌باشد.

روش شانزدهم: روش تعیین برد f (دامنه f^{-1})

مشتق تابع $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$ در نقطه $x = \sqrt{2}$ از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد لذا تابع f در فاصله $(0, \sqrt{2})$ اکیداً نزولی و در فاصله $[\sqrt{2}, +\infty)$ اکیداً صعودی است، بنابراین تابع f در هر یک از این فواصل معکوس پذیر است.

$$y = x + \frac{2}{x} \Rightarrow x = f^{-1}(y) = \frac{1}{2}(y \pm \sqrt{y^2 - 8})$$

$$y^2 - 8 \geq 0 \Rightarrow y \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow R_f = [2\sqrt{2}, +\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

مجموعه برد f کمترین مقدار تابع را در بازه $(0, +\infty)$ مشخص می‌کند. بدیهی است که

$$f : (0, \sqrt{2}] \rightarrow [2\sqrt{2}, +\infty), f(x) = x + \frac{2}{x}$$

$$f^{-1} : [2\sqrt{2}, +\infty) \rightarrow (0, \sqrt{2}], f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - \sqrt{x^2 - 8})$$

$$f : [\sqrt{2}, +\infty) \rightarrow [2\sqrt{2}, +\infty), f(x) = x + \frac{2}{x}$$

$$f^{-1} : [2\sqrt{2}, +\infty) \rightarrow [\sqrt{2}, +\infty), f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + \sqrt{x^2 - 8})$$

اگر به دقت به روش‌های اول، سوم، چهارم، آقای علی زمانی، توجه کنیم، مشاهده می‌کنیم که روش شانزدهم حاوی هر سه روش فوق می‌باشد که از رابطه $x = f^{-1}(y) = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 8}}{2}$ ناشی می‌شود. و می‌توان هر سه روش را تحت عنوان یک روش بیان کرد. البته معلوم نیست که روش‌های پانزدهم و شانزدهم اینجانب هم چندان جالب باشد.

مسئله کلی: مسئله آقای علی زمانی حالت خاصی از مسئله

زیر است.

مسئله: اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و m و n دو عدد

طبیعی باشد، مینیموم تابع $f(x) = ax^m + \frac{b}{x^n}$ را به ازای مقادیر مثبت x پیدا کنید؟

پاسخ: وقتی x مثبت است، بنابر نامساوی واسطه حسابی و هندسی، می‌توان نوشت

$$f(x) = ax^m + \frac{b}{x^n} = n \frac{ax^m}{n} + m \frac{b}{mx^n} \geq$$

$$(m+n)^{m+n} \sqrt[n^n m^m]{\frac{a^n b^m}{n^n m^m}} \times \frac{x^{mn}}{a^{mn}} = (m+n)^{m+n} \sqrt[n^n m^m]{\frac{a^n b^m}{n^n m^m}}$$

تساوی وقتی برقرار است که $\frac{ax^m}{n} = \frac{b}{mx^n}$ ، و از آنجا $x = \sqrt[m+n]{\frac{nb}{ma}}$ لذا تابع f به ازای همین مقدار x مینیموم خواهد بود. با قراردادن $a=1$ ، $b=2$ ، $m=n=1$ به مسئله آقای علی زمانی

می‌رسیم، از آقای زمانی تقاضا دارم پاسخ مسئله کلی را با همان روش‌ها برای خوانندگان مجله رشد آموزش ریاضی ارسال دارند.

بدیهی است با قراردادن مقادیر مثبت و دلخواه برای a و b و اعداد طبیعی m و n در مسئله فوق، مسائل جالب و متنوعی را می‌توان طرح کرد.



کنفرانس بین‌المللی به افتخار میشل آرتیگ

(اولین فراخوان)

۳۱ مه و ۱، ۲ ژوئن ۲۰۱۲ (۱۰ تا ۱۲ خرداد ۱۳۹۱)

میشل آرتیگ، آموزشگر ریاضی مدعو هشتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران (شهرکرد، ۱۳۸۵) در دانشگاه پاریس ۷ فعالیت می‌کند. این کنفرانس به افتخار وی در سال آینده برگزار خواهد شد. محورهای اصلی این کنفرانس حول کارهای میشل آرتیگ به شرح زیر اعلام شده است:

- ♦ ریاضیات، تدریس آن، و پژوهش روی تدریس آن؛
- ♦ پژوهش حول تاریخ و معرفت‌شناسی ریاضیات و پژوهش تدریس؛
- ♦ یاددهی ریاضیات و شاخه‌های پژوهشی «آموزش ریاضی»؛
- ♦ تدریس ریاضیات و تدریس علوم تجربی؛
- ♦ یاددهی ریاضیات و فناوری دیجیتال برای تدریس؛
- ♦ یاددهی تحلیلی و ریاضیات عمومی بیشتر برای دبیرستان و تحصیلات تکمیلی، شامل رویکرد برنامه درسی.

هم‌چنین، این کنفرانس حول حوزه‌های کاری میشل آرتیگ خواهد بود که هم مرتبط با فرانسه و هم در عرصه‌های بین‌المللی است و برای پاسخ به نیاز «پژوهشگران در مجمعی فراگیرتر» برگزار خواهد شد.

هدف کنفرانس تمرکز بر محورهای بالا و فراهم کردن زمینه توسعه آن‌ها در آینده است. مجموعه مقالات کنفرانس، همزمان با آن منتشر خواهد شد. دومین فراخوان کنفرانس، حاوی مطالبی در مورد ارائه مقاله به کنفرانس و چگونگی شرکت در آن، اکتبر ۲۰۱۱ منتشر خواهد شد. برای اطلاعات بیشتر (به زبان‌های انگلیسی، فرانسه و اسپانیایی) به نشانی اینترنتی زیر مراجعه کنید:

<http://www.lar.univ-paris-diderot.fr/colloque/artigue>



دفتر انتشارات کمک آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ **رشد کودک** (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

♦ **رشد نوآموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

♦ **رشد دانش‌آموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره دبستان)

♦ **رشد نوجوان** (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

♦ **رشد جوان** (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ **رشد آموزش ابتدایی** ♦ **رشد آموزش راهنمایی تحصیلی** ♦ **رشد تکنولوژی**

♦ **آموزشی** ♦ **رشد مدرسه فردا** ♦ **رشد مدیریت مدرسه** ♦ **رشد معلم**

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ **رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)**
- ♦ **رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه)** ♦ **رشد آموزش قرآن** ♦ **رشد آموزش معارف اسلامی** ♦ **رشد آموزش زبان و ادب فارسی** ♦ **رشد آموزش هنر** ♦ **رشد مشاور مدرسه** ♦ **رشد آموزش تربیت بدنی** ♦ **رشد آموزش علوم اجتماعی** ♦ **رشد آموزش تاریخ** ♦ **رشد آموزش جغرافیا** ♦ **رشد آموزش زبان** ♦ **رشد آموزش ریاضی** ♦ **رشد آموزش فیزیک** ♦ **رشد آموزش شیمی** ♦ **رشد آموزش زیست‌شناسی** ♦ **رشد آموزش زمین‌شناسی** ♦ **رشد آموزش فنی و حرفه‌ای** ♦ **رشد آموزش پیش‌دبستانی**

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

♦ **نشانی:** تهران، خیابان ایران‌شهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

♦ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

