



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری

سر دبیر: زهرا گویا

مدیر داخلی: سپیده چمن آرا

هیئت تحریریه: اسماعیل بابلیان، میرزا جلیلی، سپیده

چمن آرا، مهدی رجبعلی پور، مانی رضائی،

شیوا زمانی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام آزاد و

محمد رضا فدائی

طراح گرافیک: مهدی کریم خانی

آموزش ریاضه

دوره ی بیست و هفتم، شماره ی ۲، زمستان ۱۳۸۸

فصلنامه ی آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

- | | | |
|---|----|-------------------------------------|
| یادداشت سردبیر | ۲ | زهرا گویا |
| a چه ساکت است! | ۴ | امیرحسین اصغری |
| ریاضی دان ها به عنوان آموزشگران ریاضی | ۱۲ | هیمن بس، ترجمه: نرگس مرتاضی مهربانی |
| یادگیری حسابان در دام مفهوم حد و نمادها (بخش دوم) | ۱۷ | یوسف آذرنگ |
| «تصور مفهوم» و «تعریف مفهوم» برای مفهوم «تابع» | ۲۳ | مهدی جوادی |
| اثبات نامساوی ها به کمک توابع محدب (بخش اول) | ۲۸ | علی غلامیان |
| روایت معلمان: تدریس شهودی و اثر آن بر یادگیری دانش آموزان | ۳۴ | فاطمه تکاملی ماسوله |
| آشنایی با مسابقه ی ریاضی کانگورو | ۳۶ | مریم سعیدی و سپیده چمن آرا |
| دیدگاه (۱): استقبال از تغییر و یا مقاومت در برابر آن | ۴۴ | یوسف آذرنگ |
| دیدگاه (۲): گزارشی از دوره ی تحلیل و روش تدریس... | ۴۶ | علی روزدار |
| وای؛ نه ایگرگ! | ۴۸ | ندا مهدوی غروی |
| عدد جادویی | ۴۹ | فاطمه تکاملی ماسوله |
| گزارش و خبر: سی وسومین کنفرانس روان شناسی آموزش ریاضی | ۵۰ | مانی رضائی |
| گزارش و خبر: کارگاه آموزش ریاضی چهلمین کنفرانس ریاضی کشور | ۶۰ | بهزاد اسلامی مسلم |
| چکیده های پایان نامه های کارشناسی ارشد آموزش ریاضی | ۶۱ | |
| گزارشی از دوره ی تأمین مدرس طرح غنی سازی تجارب یاددهی - یادگیری ریاضی | ۶۲ | زهرا پندی |
| نامه های رسیده | ۶۳ | |

مجله ی رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه ی مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ی ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- بی نوشت ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، سال انتشار و شماره ی صفحه ی مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از اثر و مقاله ی ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود.
- هم چنین:
- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبنی نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ گویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی شود.

- نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶.
- صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
- تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶-۹ (داخلی ۲۷۴)
- شماره: ۸۸۳۰۱۴۷۸
- پایگاه اینترنتی: www.roshdmag.ir
- E-mail: riazi@roshdmag.ir
- تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
- کد مدیرمسئول: ۱۰۲ ● کد دفتر مجله: ۱۱۳ ●
- کد امور مشترکین: ۱۱۴
- نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶-۷۷۳۳۶۶۵۵
- چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
- شمارگان: ۱۲۰۰۰

جیب‌های پراز بسواد!

با تعطیل کردن ذهن خلاق و روح جست و جوگر و ژرف اندیش خویش، با اعتماد تمام منتظر می ماند که توصیه های جدید مؤسسه یا مدرسه در مورد ذهن و حافظه و یادگیری و برنامه ریزی و چه و چه جواب دهند و او را به آرمان هایش برسانند، و این در حالی است که عملاً به تعداد داوطلبان ورود به آموزش عالی، صندلی خالی در مؤسسات وابسته وجود دارد! این ساده انگاری ها انسان را به یاد قصه های شاه پریانی می اندازد که دختر لطیف نازک دل، منتظر می ماند تا شاهزاده ای با اسب سفید بیاید و او را تا آسمان رؤیاهایش ببرد! حال این شاهزاده با اسب سفید، برای بسیاری از دختران و پسران این مرز و بوم، هویت علمی هم پیدا کرده و کم کم، بعضی از آن ها باور کرده اند که اگر وردهای درست را یاد بگیرند، شاهزاده ای رؤیاهایشان سوار بر اسب سفید، آن ها را بر صندلی های مناسب دانشگاه مورد انتظارشان می نشاند!

از طرف دیگر، بسیاری از مدارس ویژه به معنای وسیع آن - کم نمی آورند و برای جلب مشتری، از سیاست ترکه و شیرینی به خوبی استفاده می کنند؛ تحت سخت ترین شرایط امتحان، دانش آموزان را سرگرد می کنند و در طول آموزش، مرتب به آن ها نهیب می زنند که قدر آن زحمات را باید بدانند و به ذره ای کمتر از عالی ترین، بسنده نکنند! این ملغمه ی جدید، موضوعی تحقیق پذیر و بسیار حساس است که پرداختن به آن، نیازمند انجام پژوهش های جدی است. اما خوب است که به نفرات اول تا دهم کنکور سراسری ۸۹-۸۸ دوباره بنگریم و ببینیم که چند درصد آن ها، به طور طبیعی به این مقام رسیدند و چند درصد آن ها، با صرف میلیون ها تومان در ظرف چند سال و به قیمت خسته نمودن و مضطرب کردن و رنجور شدنشان به دانشگاه رسیدند. دانش آموزانی که بعد از خروج از نظام مدرسه ای و آموزشگاهی، مسایل و مشکلاتشان بروز می کند و کسی نیست که مسئولیت نابسامانی آن ها را به عهده بگیرد!

داستان کنکور در ایران، آن قدر پر حاشیه و پرهیجان و پر آب و تاب است که جمع کشیری را در هر سال، به خود جذب می کند. هرکس به اندازه ی قوه ی تخیل و تصور خود، شاخ و برگ تازه ای به آن اضافه می نماید و هر نوشته ای که در مورد آرایه ی راهکارهای بکر! و ابتکاری! برای موفق شدن در این عرصه ی پر رمز و راز تولید می شود، دارای شمارگان بالایی است و اغلب، چندین بار تجدید چاپ می شود. تا جایی که داستان های سرگرم کننده برای خوانندگان مشتاق نوشته شود، مشکلی نیست. اما درد بی درمان از جایی آغاز می گردد که بسیاری از مردم جامعه - حتی آدم های تحصیل کرده و فرهنگی - این داستان ها را واقعی تصور می کنند! شناخت و چرایی این درد و ریشه یابی آن، خارج از حوزه ی کنکور است و بحث این یادداشت، اشاره به گوشه هایی از این معضل ویرانگر اجتماعی است.

اگر تغییرات ایجاد شده در تبلیغات مؤسسات متولی آموزش برای کنکور و تأثیر آن ها را بر رقابت بین مدارس ویژه برای جلب دانش آموزان به اصطلاح «نخبه» مورد مطالعه ی عمیق تر و دقیق تری قرار دهیم، شاید نسبت به تخیلی شدن بیشتر و بیشتر داستان کنکور، پی ببریم. در تبلیغات جدید، حد و مرزها شکسته شده اند، حیطه های علمی و علوم انسانی و شناختی یکی پس از دیگری درنوردیده می شوند و متأسفانه کسی نیست بگوید که «لباس این امپراطور کجاست؟!» چگونه می شود که هر مؤسسه ای به تناسب امکانات و شهرتش، جسورانه تر از سایر حوزه ها وام می گیرد و با هزینه کردن تکنیک ها و مفاهیم آن حوزه ها و لوژ کردن آنان، مشتری بی صبر و مشتاق و پر پول و غیر واقع بین را جذب خود می کند و در این مرحله است که تیر به هدف خورده و دانش آموز معصوم و شکننده و تحت فشار از همه طرف، شیفته ی این همه چیزهای جدید می شود! او خودش را یک باره به این نوع آموزش می سپارد و

در تابستان ۸۸، به طور تصادفی تلویزیون را باز کردم و مطلبی را در یکی از شبکه‌های آن شنیدم که به جهات مختلف، برایم قابل تأمل بود. بدین سبب تمام صحبت‌ها را یادداشت کردم و تلاش نمودم تا با گوینده‌ی محترم، از طریق شماره تماسی که پایین صفحه بود، صحبت کنم اما موفق نشدم. در هر صورت، آقایی جوان به برنامه دعوت شده بود تا راجع به برنامه‌ریزی برای کنکور به دانش‌آموزان رهنمود دهد (یادداشت‌ها و مستندات این برنامه، در دفتر مجله موجود است). ایشان با اصرار می‌گفتند که «دانش‌آموزان تا می‌توانند جیباشونو پر از سواد کنند!» سپس ادامه دادند که «این یک قانون است! درس‌ها باید تا اسفند تمام شوند.» اگر به همین دو توصیه بسنده کنیم، باید ترس و لرزش و عرق سرد را بر تیره‌ی پشت خود احساس کنیم. خدایا! سواد چه هست که جیب پرکن شده! یاد «مدرسه‌ی موش‌ها» افتادم که «کپل»، همیشه «جیب‌هاشو پر از فندق و پسته می‌کرد» تا برای مغزش خوراک تهیه کند! ولی آیا حب سواد را می‌توان خورد یا اکسیرش را نوشید و ذهن را چاق و چله نمود؟! به استناد چه یافته‌های علمی، این چنین بی‌پروا به «علم‌زدایی» می‌پردازند و از گل نازک‌تر نمی‌شنوند؟ الله اعلم!

توصیه‌ی بعدی تکیه بر قانون تمام شدن درس‌های پیش‌دانشگاهی تا پایان اسفند ماه بود. تناقض به دنبال تناقض بیداد می‌کند. از طرفی راجع به ضرورت تأثیر معدل بر قبولی کنکور صحبت می‌شود تا حیات طبیعی به مدرسه بازگردد و از طرف دیگر، در رسانه‌ی ملی به دانش‌آموزان و خانواده‌های آن‌ها توصیه می‌شود که از قانون تمام شدن دروس در اسفند ماه تبعیت کنند! و این به نوعی، فاتحه‌ی مدرسه را خواندن و تبدیل کردن آن به یک مؤسسه‌ی تجاری - آموزشی است.

قصد ندارم با بیان مجدد برنامه‌ای که به سهولت قابل دسترسی است، خواننده را خسته کنم. فقط یکی دو نکته از تنها یک جلسه از برنامه را ذکر کردم تا با نوع شست و شوهای مغزی که گریبان جامعه‌ی دانش‌آموزی و خانواده‌های آن‌ها را گرفته آشنا شویم. این کارشناس محترم، عرصه‌ی کنکور را بیشتر جنگی و بی‌انعطاف و عاری از خطا توصیف نمود. مثلاً، وی تذکر داد که «داوطلبی دوام می‌آورد که نظم داشته باشد. داوطلبی دوام بیشتری می‌آورد که نظم کار کند- نظم همه چی، نظم جایی که درس می‌خواند، نظم کتاب، ...، داوطلب باید طوری کار کند که اگر بعد از چند ساعت خود را در آینه ببیند به خودش بگوید خسته نباشید.» و در اواخر برنامه تأکید نمود که «ما قاطعانه کار می‌کنیم اما نه قاتلانه!»

افسوس که این ادبیات؛ با ادبیات مشفقانه، واقع‌بینانه، انسان‌دوستانه و انسان‌پرور آموزشی/ تعلیم و تربیت تفاوت ماهوی دارد و درحقیقت، پارادایم آن‌ها با هم متفاوت اند. نمی‌دانم هنوز

وقتی برای نجات ذهن‌های بکر و خلاق و توانا و باهوش از دام چنین وسوسه‌هایی باقی‌مانده یا خیر. اما این برنامه‌ها و تفکرات و واقعیت‌گریزی‌ها، تأثیرات سوء خود را بر جامعه و حتی تصمیم‌گیرندگان و تصمیم‌سازان گذاشته است. بسیاری از خانواده‌ها سر از پا نشناخته، کنکور را یکی از محورهای اصلی زندگی خانوادگی خود قرار داده‌اند و برای رسیدن به خواسته‌های خودشان- و نه الزاماً فرزندان‌شان- حاضر به هر نوع سرمایه‌گذاری مادی و فیزیکی هستند، اما فرصت فکر کردن به نیازهای روحی و روانی عزیزان خود را کمتر می‌یابند. گروه دوم نیز گاهی تحت تأثیر این همه توصیه‌های آموزشی! روان‌شناسی! روان‌شناختی! و نظایر آن، برای هر نوع موفقیتی کلیشه‌ای را در نظر می‌گیرند که در آن، افراد توانمند اما غیرمتعارف، اجازهی ورود بدون شک و شبهه را ندارند. نمونه‌ی بارز این امر، قبولی یک داوطلب از یکی از شهرهای کوچک ایران بود که تصمیم‌گیرندگان را به شبهه انداخت. زیرا طبق اخبار شنیده شده، این داوطلب چند سال پیش- با وجود محدودترین امکانات آموزشی و بدون رعایت برنامه‌ریزی‌های اشاره شده!- رتبه‌ی زیر ۱۰۰ کنکور ریاضی- فیزیک را آورد اما به هر دلیلی، انصراف داد و به خدمت سربازی رفت. پس از چند سال وقفه و پایان خدمت سربازی، مجدداً در گروه علوم تجربی و زبان کنکور داد و در هر دو، رتبه‌ی اول را کسب کرد. متأسفانه به دلیل وجود کلیشه‌هایی که به یکی از آن‌ها اشاره شد، تصمیم‌گیرندگان ناباورانه به این نتیجه نگریستند و از داوطلب خواستند که مجدداً به طور انفرادی کنکور بدهد و این بار هم نتیجه همان بود! کسب رتبه‌ی اول در هر دو! کار این دانش‌آموز یک شاهکار است و می‌تواند سرفصل جدیدی در تحقیقات مربوط به حوزه‌ی یادگیری و ارزیابی این همه هیاهو برای کنکور باشد. امیدوارم شاهکار این عزیز ملت، خون تازه‌ای در رگ‌های فسرده‌ی تحقیقات در حوزه‌ی علوم تربیتی، آموزش‌های موضوعی، روان‌شناسی‌شناختی و سایر حوزه‌های مربوط جاری کند تا از برکات آن‌ها، بتوانیم به برگشت به یک تعادل منطقی به بدنه‌ی آموزشی کشور و ایجاد محیط‌هایی پر از تلاش و نشاط و چالش و شوق به یادگیری در مدارس خود امیدوار باشیم- مدرسی که آموزش در آن‌ها رایگان، بی‌تنش، پرمحتوا، سرشار از روح زندگی و شادابی آموختن باشد. مدرسی که بنا به گزارش دلور یادگیری را «گنج درون» بداند و زمینه‌ی به فعلیت درآوردن این گنج را فراهم نماید تا بتوانیم انتظار داشته باشیم که یادگیری برای انجام دادن و با هم زیستن و عمل کردن، بالاخره به «آموختن برای زیستن»، آن هم زیستنی درخور و شایسته و سزاوار آینده‌سازان ایران عزیز بینجامد.



چه ساکت است!

امیرحسین اصغری، استادیار آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی

اشاره

در شماره‌های ۹۲ و ۹۵ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، مقاله‌هایی با عنوان «a چه خوشمزه است» و «گذر از تفکر حسابی به تفکر جبری» از دکتر امیرحسین اصغری به چاپ رسید که در مقاله‌ی نخست، مشکلات آموزش جبر با بررسی روش معرفی نمادها و بدفهمی‌های حاصل از آن، بررسی شد. مقاله‌ی حاضر، در ادامه‌ی آن مقاله‌ها و از زاویه‌ای دیگر به بررسی این مشکلات، می‌پردازد. در این مقاله، مشکلات جبر، که به عنوان «زبان ریاضی» است، زمانی که به عنوان «زبانی برای ریاضی» در نظر گرفته می‌شود و در آموزش نمادین آن، بسیاری از ظرافت‌ها، فراموش شده یا بدیهی فرض می‌شوند، مطرح شده است. امید داریم با این مقالات، دبیران گرامی، خود با هوشیاری بیش‌تری به رفع مشکلات آموزش جبر نائل آیند. رشد آموزش ریاضی

داستان جبری که «زبان ریاضی» است نه «زبانی برای بیان ریاضی»؛ جبری که به ترجمه‌ای خالی از معنی تقلیل یافته است، جبری که با نمادها، تنها با جملاتی این چنینی پیوند می‌خورد:

برای آسان‌تر صحبت کردن در ریاضی، از نمادها استفاده می‌شود...

ریاضیات ۱، سال اول دبیرستان، ص ۲۰

اما افسوس که نمادها خود سخن نمی‌گویند (اسفارد، لینچنسکی؛ ۱۹۹۴، ص ۸۷) اگرچه بهترین ابزار برای بیان تعمیم‌اند. ولی وقتی نه موقعیتی در کار است نه مسئله‌ای که نیازمند به کارگیری این ابزار است، آن‌چه که می‌ماند «تمرین در کلاسی» است برای ترجمه‌ی لفظ به لفظ:

تمرین در کلاس:

۱. جمله‌های زیر را با استفاده از حروف انگلیسی که به عنوان نمادهای حرفی و نمادهای ریاضی به کار برده می‌شوند، بنویسید.
(الف) سه برابر هر عددی برابر است با سه بار جمع آن عدد با

اولی: دوست من می‌تونه به شش زبان زنده‌ی دنیا صحبت کند!
دومی: عجب! حالا اون با این شش زبان چه می‌گه؟!

گفت وگویی واقعی بالا یادآور داستانی واقعی‌تر است:

خودش .

(ب)

۲. جمله‌های زیر را به زبان فارسی بنویسید .

الف) $a \times a = 0$ یا $a \times a > 0$

(ب)

ریاضیات ۱، سال اول دبیرستان، ص ۲۲

باد کشتی را به گردابی فکند

گفت کشتی بان به آن نحوی بلند

هیچ دانی آشنا کردن بگو

گفت نی ای خوش جواب خوب رو

گفت کل عمرت ای نحوی فناست

زانک کشتی غرق این گرداب هاست

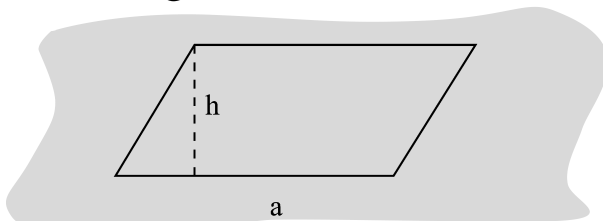
دفتر اول مثنوی

حکایت نحوی و کشتی بان

مترجم خوب، نحوی خوب

در بسیاری اوقات، می‌خواهیم مطلبی را در مورد دو عدد دلخواه بیان کنیم. در این موارد لازم است از دو نماد مختلف استفاده کنیم که هر کدام نشان دهنده‌ی عدد دلخواهی باشند. (کتاب ریاضیات ۱، سال اول دبیرستان، ص ۲۲)

مثال. (این مثال برگرفته از کتاب ریاضیات ۱ نیست، ولی کاملاً به سبک و سیاق مثال‌های آن کتاب تنظیم شده است؛ مثال کتاب در مورد مساحت مثلث است.) برای بیان این که «مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل ضرب طول یک قاعده در ارتفاع نظیر آن قاعده»، می‌گوییم: یک متوازی‌الاضلاع دلخواه را در نظر بگیرید و طول یک قاعده‌ی آن را a و ارتفاع نظیر آن قاعده را h بنامید، در این صورت:

$$ah = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع}$$


اکنون دانتزیگ حق دارد پرسد (به بخش قبل نگاه کنید): آیا حقیقتاً نوشتن مساحت متوازی‌الاضلاع به شکل ah ، بیش از شکل کلامی این مساحت، چیزی به شخص می‌آموزد؟ و شما ممکن است پاسخ دهید:

خُب، این سؤال در این مورد بی‌ربط است. دانش‌آموزانی که در سال اول دبیرستان درس می‌خوانند مساحت متوازی‌الاضلاع را در سال چهارم دبستان یاد گرفته‌اند، پس می‌توان از آن برای دست‌یابی به اهداف این فصل (فصل یک، کتاب ریاضیات ۱) استفاده کرد؛ بنابراین راهنمای تدریس، یکی از اهداف این فصل

اشکال در کجاست؟ «مگر علامت گذاری حرفی چیزی جز ... یک تندنویسی مناسب است؟» (دانتزیگ، ص ۱۱۵). اگر شما در پاسخ به سؤال دانتزیگ عجله کنید، احتمالاً پاسخ خواهید داد: البته که نه؛

و اضافه خواهید کرد:

علاوه بر این، می‌توان برای آسان‌تر صحبت کردن در ریاضی، از نمادها استفاده کرد!!

چنین پاسخی شاید شمای ریاضی‌خوانده (مؤلف، محقق، معلم) را قانع کند، اما شمای آموزشگر (مؤلف، محقق، معلم) را با چالشی جدی‌تر روبه‌رو می‌کند، چالش پاسخ به سؤال بعدی دانتزیگ (همان‌جا، ص ۱۱۵):

بی‌شک در طرز نوشتن $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ صرفه‌جویی وجود دارد، اما آیا حقیقتاً این شکل نوشتن بیش از شکل بیانی این رابطه، یعنی «مجذور حاصل جمع دو عدد برابر است با مجموع مجذورات هر یک از آن‌ها به علاوه‌ی دو برابر حاصل ضرب یکی در دیگری» چیزی به شخص می‌آموزد؟

پافشاری بر پاسخ داده شده به سؤال اول، به معنی پاک کردن صورت سؤال دوم و تلاش برای به دست آوردن ابزار به قیمت محروم کردن دانش‌آموزان از لزوم و هدف جبر است:

«نیاز به تعمیم، بیان و توجیه آن» (می‌سون، ۲۰۰۵)

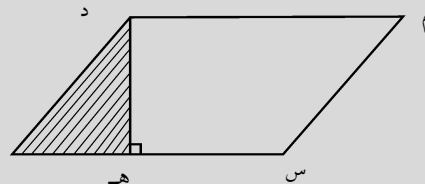
اما بسیاری از دانش‌آموزان حتی در بیان تعمیم در زبان طبیعی با مشکل مواجه هستند و این مشکل وقتی آن‌ها ناچار به استفاده از زبان جبری هستند حادتر است (کوچمن، هویلس؛ ۲۰۰۵). پس پافشاری بر پاسخ داده شده به سؤال اول و تأکید بر جنبه‌ی «زبانی» جبر، به تعبیری «ساده»‌ترین کار ممکن است؛ چرا که دانش‌آموزان از قسمت سخت کار (و البته معنی دار آن) معاف و عهده‌دار ترجمه‌ی جمله‌های فارسی یا جبری ما خواهند شد؛ و اگر ما موفق شویم که مترجم خوبی تربیت کنیم، در نهایت فردی خواهیم داشت که می‌تواند به هفت زبان «زنده‌ی» دنیا صحبت کند ولی چیزی برای گفتن نمی‌یابد، نحوی خوبی که شنا کردن نمی‌داند!

«ترجمه‌ی بین جملات فارسی و ریاضی» است.

این جواب می‌تواند قانع‌کننده باشد، در صورتی که بپذیریم که دانش‌آموز ما «معنی ریاضی» نهفته در جمله‌ی فارسی موردنظر برای ترجمه را به درستی درک می‌کند؛ اما، به نظر می‌رسد چنین درکی با درک مورد نظر مؤلفین کتاب ریاضیات ۱ متفاوت است. فرض مؤلفین کتاب این است که:

● دانش‌آموزان جملات فارسی را به خوبی می‌فهمند و درک می‌کنند. بنابراین یک عمل ترجمه از زبان فارسی به زبان نمادین و برعکس به خوبی می‌تواند معنای جملات نمادین را مشخص سازد (راهنمای تدریس فصل اول کتاب ریاضی ۱، ص ۳۳). برای روشن کردن تفاوت بین «درک جمله‌ی فارسی» و «درک ریاضیات نهفته در جمله‌ی فارسی» اجازه دهید با ورت هایمر (۱۹۴۵) به یک کلاس درس ریاضی برویم. معلم کلاسی که ورت هایمر آن را مشاهده می‌کند، مساحت متوازی‌الاضلاع را بسیار شبیه آن روشی که در کتاب چهارم دبستان ما آمده است آموزش می‌دهد؛ بنابراین من این قسمت داستان را از کتاب چهارم دبستان (ص ۱۷۵) نقل می‌کنم:

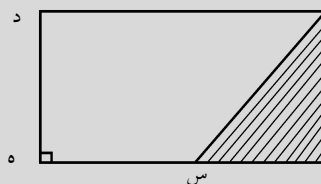
در متوازی‌الاضلاع زیر، ارتفاع (ده) رسم شده است.



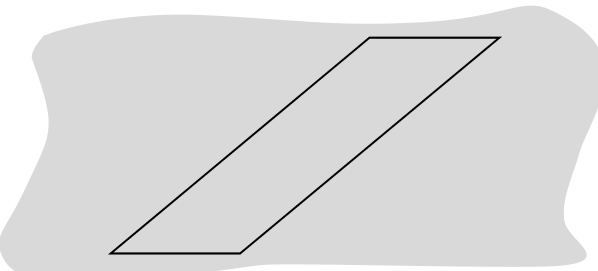
ضلع (س ر) قاعده‌ی نظیر این ارتفاع است. این ارتفاع و قاعده‌ی نظیر آن را اندازه بگیرید و جمله‌های زیر را کامل کنید. ارتفاع (ده) ... سانتی متر و قاعده‌ی نظیر آن ... سانتی متر است. اگر در متوازی‌الاضلاع بالا، مثلث (در ه) را جدا کنیم و آن را در طرف دیگر متوازی‌الاضلاع بچسبانیم، مستطیلی به شکل زیر به دست می‌آید. مساحت متوازی‌الاضلاع بالا با مساحت این مستطیل برابر است ...

پس

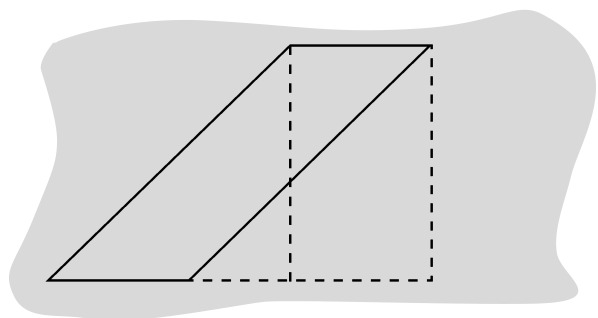
مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع آن



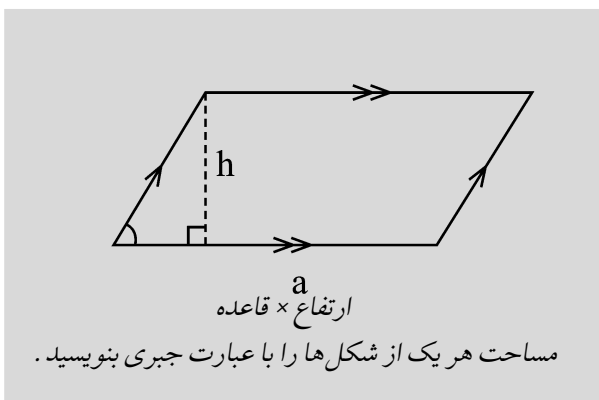
پس از انجام «فعالیت» بالا و با به کارگیری چند متوازی‌الاضلاع دیگر، معلم مطمئن می‌شود که «همه‌ی بچه‌های کلاس» می‌دانند که مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع آن. اکنون، به طور یقین، همه‌ی دانش‌آموزان معنی جمله‌ی فارسی مورد نظر را به خوبی درک می‌کنند، و حتی کمی بیش‌تر، به نظر می‌رسد که معنی ریاضی نهفته در آن را نیز می‌فهمند؛ چرا که روز بعد همه‌ی دانش‌آموزان می‌توانند فرمول مساحت متوازی‌الاضلاع را به درستی تکرار کنند و حتی یکی از دانش‌آموزان «متوسط» کلاس به درخواست معلم نحوه‌ی به دست آوردن مساحت را شرح می‌دهد. اما ماجرا هنوز تمام نشده است. ورت هایمر (پس از اجازه گرفتن از معلم کلاس) شکل زیر را روی تخته رسم می‌کند.



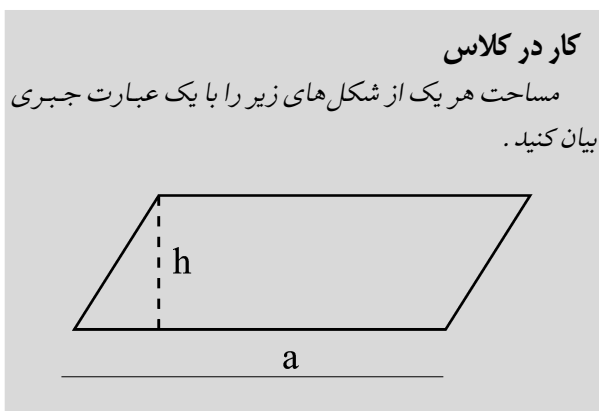
بعضی از بچه‌ها اعتراض می‌کنند که ما این را نخوانده‌ایم، و بعضی دیگر همان کاری را می‌کنند که معلم به آن‌ها «آموزش» داده است: قاعده‌ی پایینی را کمی گسترش می‌دهند و از دو رأس بالایی دو عمود بر آن رسم می‌کنند (شکل زیر):



و سپس به فارسی سلیس (البته در مورد کلاس مورد بحث، به انگلیسی سلیس!) اعلام می‌کنند که «مساحت برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع»! ولی وقتی از آن‌ها خواسته می‌شود که با استفاده از شکلی که رسم کرده‌اند، «معنی» جمله‌ی سلیس خود را روشن کنند، گیج و بهت‌زده به ورت هایمر و البته به معلم خود نگاه می‌کنند!!



و دوباره در سوم راهنمایی (کتاب ریاضی سال سوم راهنمایی، ص ۵۳):

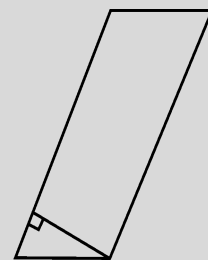
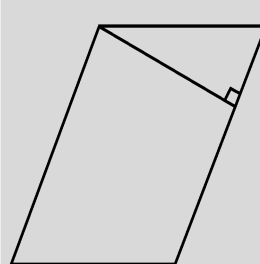
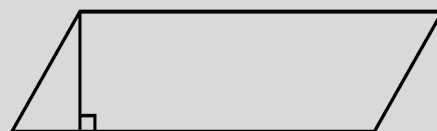


اکنون دانش آموز «خوب» ما در کلاس اول دبیرستان است و ما برای این که دوباره (!) به او نشان دهیم که در اوقاتی که «می‌خواهیم مطلبی را در مورد دو عدد دلخواه بیان کنیم لازم است از دو نماد مختلف استفاده کنیم که هر کدام نشان دهنده‌ی عدد دلخواهی باشند.» (ریاضی ۱، ص ۲۲) مساحت متوازی الاضلاع را به زبان نمادین ترجمه می‌کنیم. اما اعداد مربوط به طول قاعده و طول ارتفاع نظیر آن، تا چه اندازه برای دانش آموزی با تجربه‌ی دانش آموز ما اعدادی دلخواه محسوب می‌شوند؟ آیا عجیب است که او (حتی اگر با کمال خوش بینی فرض کنیم که به چیزی فرای یک ترجمه به این مثال نگاه کند)، عدد منسوب به طول قاعده را بزرگ‌تر از عدد منسوب به طول ارتفاع فرض کند! شاید همین قدر درک هم مورد نظر نباشد، چرا که ما مترجم خوب می‌خواهیم، چرا که «اهداف کلی رفتاری و عملکرد مورد انتظار از دانش آموز» این است که «با نمادها جملات ریاضی را بیان کند و جملات ریاضی را به زبان فارسی

اکنون، دوباره می‌توان پرسید: آیا بیان نمادین مساحت متوازی الاضلاع به شکل ah ، چیزی بیش تر به این دانش آموزان می‌آموزد؟ اگر شما چالشی را که ورت هایمر برای دانش آموزان ایجاد کرد «غیرمنصفانه» می‌دانید، اجازه دهید که یک دانش آموز چهارم دبستان را (که از این شانس که ورت هایمر از کلاس او دیدن کند برخوردار نبوده است!) تا اول دبیرستان دنبال کنیم. دانش آموز ما پس از انجام موفقیت آمیز کار در کلاس، تمرین های زیر را نیز به درستی حل می‌کند (کتاب ریاضی چهارم دبستان، ص ۱۷۵):

تمرین

در هر متوازی الاضلاع قاعده و ارتفاع داده شده را برحسب سانتی متر اندازه بگیرید و مساحت آن را حساب کنید.

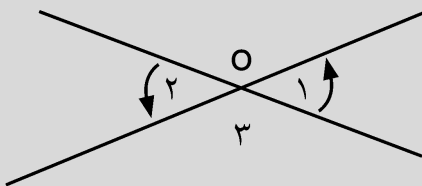


توجه کنید در همه‌ی این تمرین ها طول ارتفاع رسم شده برای دانش آموز، کمتر از طول قاعده‌ی نظیر آن است. سپس تا دوم راهنمایی از متوازی الاضلاع در کتاب های درسی ریاضی خبری نیست تا این که از دانش آموز ما خواسته می‌شود که تمرین زیر را حل کند (کتاب ریاضی سال دوم راهنمایی، ص ۱۷۳):

نشان اصلی

نشان اصلی جبر به بزرگی و وسعت همه‌ی آموزش عمومی ماست. ولی ما با جدا کردن آن از حساب در دبستان (استیسی، اصغری، ۱۳۸۸)، با تقلیل آن به یک زبان در راهنمایی و اول دبیرستان، با تأکید بیش از اندازه به زبان جبری به جای تفکر جبری (استیسی و اصغری؛ همان‌جا)، و به طور کلی، با جدا کردن نمادها از زمینه‌هایی که به آن‌ها معنی می‌بخشند و یا با اتصال نابه‌جای نمادها به آن زمینه‌ها، همه‌ی فرصت‌های زدن نشانی به این بزرگی را از دست داده‌ایم. «فعالیت» زیر شاهد دیگری است از آن‌چه بر دانش‌آموز اول نظری ما گذشته (و می‌گذرد و به نظر می‌رسد که خواهد گذشت!)

فعالیت (کتاب ریاضی اول راهنمایی، ص ۹۱)
در شکل مقابل، دو نوار مقوایی را می‌بینید که در نقطه‌ی O



لولا شده‌اند. زاویه‌های ۱ و ۲ را دو زاویه‌ی متقابل به رأس می‌نامیم.

آیا این دو زاویه با هم مساوی‌اند؟
با کامل کردن رابطه‌ها نشان دهید که چرا دو زاویه‌ی متقابل به رأس با هم مساوی‌اند؟

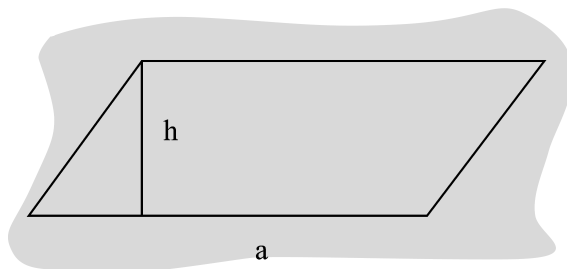
$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_3 = 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \dots = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \dots = \dots$$

فرض کنید که دانش‌آموز شما لزوم «اثبات» این‌که چرا دو زاویه‌ی متقابل به رأس با هم مساوی‌اند را درک می‌کند (و این خود تقریباً فرضی محال است!)؛ آیا حتی با این فرض، «اثبات» داده شده به او کمک می‌کند که درک کند چه چیزهایی در این

بیان کند و توضیح دهد» (راهنمای تدریس فصل اول کتاب ریاضی ۱، ص ۲). اگر چنین است، اگر قرار است که نمادها تنها «برچسب»‌هایی باشند برای کلمات فارسی، چرا از مثال زیر استفاده نکنیم که حداقل برای دانش‌آموز ما تازگی دارد (ایده‌ی این مثال از ورت‌هایمر است):

مثال: برای بیان این‌که: «مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل تفریق طول ارتفاع از طول قاعده‌ی نظیر آن تقسیم بر حاصل تفریق معکوس طول قاعده از معکوس طول ارتفاع نظیر آن»، می‌گوییم: یک متوازی‌الاضلاع دلخواه را در نظر بگیرید و طول یک قاعده‌ی آن را a و ارتفاع نظیر آن قاعده را h بنامید، در این صورت:

$$\text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = \frac{a-h}{\frac{1}{h} - \frac{1}{a}}$$



دانش‌آموزی که از پس حل این مثال برآید، به طور یقین مترجم خوبی است و اگر علاوه بر ترجمه، بتواند نشان دهد که عبارت

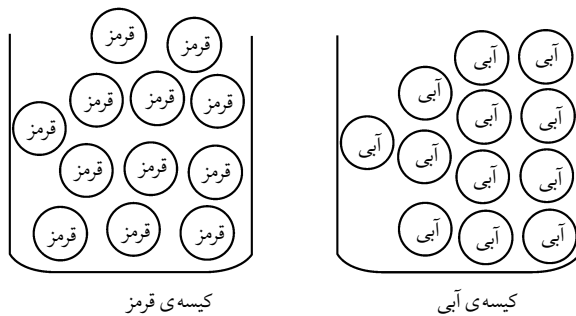
$$\frac{a-h}{\frac{1}{h} - \frac{1}{a}} \text{ با } ah \text{ برابر است، به طور یقین نحوی خوبی نیز خواهد}$$

بود چرا که توانسته است «بدون توجه به معنی نمادها و بر طبق قوانینی معین» (دمبی، ۱۹۹۷، ص ۶۶)، عبارت

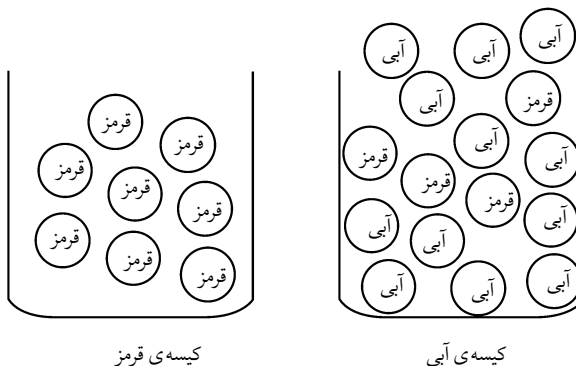
$$\text{گویای } \frac{a-h}{\frac{1}{h} - \frac{1}{a}} \text{ را ساده کند. با این حساب، ما با یک تیر دو}$$

نشان زده‌ایم، هم مترجم خوبی تربیت کرده‌ایم، هم نحوی خوبی؛ اما افسوس که نشان اصلی را نزده‌ایم!

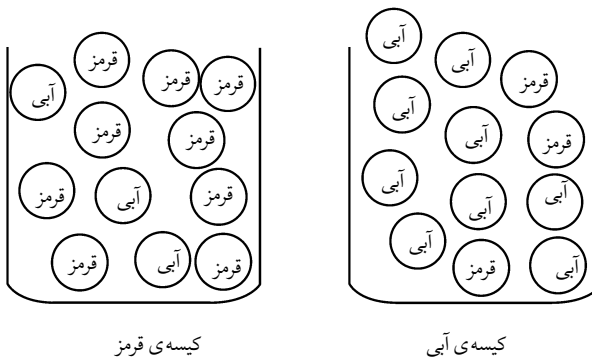
بیش تر است یا تعداد مهره‌های قرمز در کیسه‌ی آبی؟
لطفاً قبل از خواندن «فعالیت» زیر، به مسئله‌ی مهره‌ها فکر
و سعی کنید آن را حل کنید، چرا که «فعالیت» مذکور هم مسئله
را خراب و هم آن را حل می‌کند!!



موقعیت مسئله در شروع

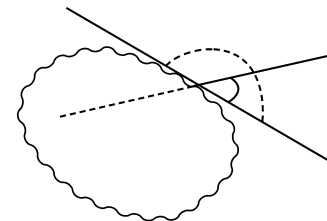


موقعیت مسئله پس از انتقال مهره‌های قرمز از کیسه‌ی قرمز به کیسه‌ی آبی

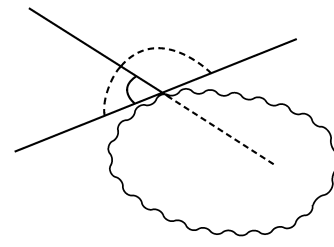


موقعیت مسئله در انتها

«ساختار» هندسی ثابت اند و چه چیزهایی متغیر؟ یا این که چرا از O_4 استفاده نشده در حالی که زاویه‌های دیگر نام گذاری شده‌اند؟ یا این که چرا این روابط خاص نوشته شده‌اند و نه بسیاری از روابط ممکن دیگر؟ و آیا این «اثبات» چیزی بیش تر از استدلال کلامی و نمایشی که با پوشاندن بخشی از شکل با دست حاصل می‌شود به دانش آموز می‌آموزد (شکل زیر):



این قسمت را با دست بپوشانید



این قسمت را با دست بپوشانید

از آن جایی که این مثال بسیار آشنا است (هم چنان که مثال متوازی الاضلاع بود) و از آن جا که این آشنایی ممکن است که اهمیت سؤال‌های بالا را پنهان کند، اجازه دهید شما را به حل مسئله‌ی دیگری دعوت کنم.

فرض کنید دو کیسه دارید. در یکی از کیسه‌ها (کیسه‌ی قرمز)، ۱۸۰ مهره‌ی قرمز یک شکل و یک اندازه و در کیسه‌ی دیگر (کیسه‌ی آبی)، ۱۸۰ مهره‌ی آبی به همان شکل و اندازه است. شخصی تعدادی مهره‌ی قرمز را از کیسه‌ی قرمز برمی‌دارد و در کیسه‌ی آبی قرار می‌دهد، سپس کیسه‌ی آبی را خوب به هم می‌زند به طوری که مهره‌های قرمز در لایه‌ی مهره‌های آبی پخش شود. همان شخص، با چشمانی بسته، به تعداد مهره‌های قرمزی که به کیسه‌ی آبی انتقال داده است، از کیسه‌ی آبی مهره برمی‌دارد (توجه کنید که این تعداد می‌تواند هم شامل مهره‌های آبی باشد و هم مهره‌های قرمز) و در کیسه‌ی قرمز قرار می‌دهد. اکنون در انتهای این جابه‌جایی، تعداد مهره‌های آبی در کیسه‌ی قرمز

● بسیاری از دانش‌آموزان حتی در بیان
تعمیم در زبان طبیعی با مشکل مواجه
هستند و این مشکل وقتی آن‌ها ناچار به
استفاده از زبان جبری هستند حادثر است

همه‌ی آن سؤال‌هایی که در وحله‌ی اول، به دلیل عادت کردن به موضوع (زاویه‌های متقابل به رأس) بی‌ربط به نظر می‌رسید، موضوعیت پیدا کنند: چرا از O_4 (تعداد مهره‌های قرمز در کیسه‌ی قرمز) استفاده نشده است؟ چرا این روابط خاص نوشته شده‌اند و نه بسیاری از روابط ممکن دیگر؟ آیا «استدلال» نمادین بالا، اصولاً چیزی به شخص می‌آموزد؟ آیا او درک خواهد کرد که در این مسئله، چه چیزهایی ثابت‌اند و چه چیزهایی متغیر؟ آیا «استدلال» مذکور، تجربه‌ی جبری بیش‌تری از استدلال کلامی - عددی زیر به همراه خواهد آورد؟

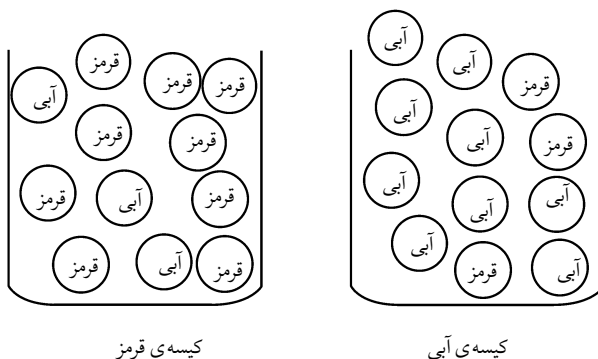
مهره‌ی قرمز	مهره‌ی آبی	
	۱۶۳	کیسه‌ی آبی
		کیسه‌ی قرمز

فرض کنید در انتها ۱۶۳ مهره‌ی آبی در کیسه‌ی آبی باقی مانده باشد. با توجه به این تعداد مهره‌ها در دو کیسه، برابر با ۱۸۰ تا است، از این جا به بعد اعداد خود را به شما تحمیل می‌کنند.

اکنون اجازه دهید به راه حل «جبری» که در فعالیت گوی‌ها به شما تحمیل شد نگاهی بیاندازیم:

$$\left. \begin{array}{l} O_1 + O_3 = 180^\circ \\ O_2 + O_3 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow O_1 = O_2$$

این عبارت‌ها، دقیقاً همان عبارت‌هایی است که ما به دانش‌آموز خود (در مسئله‌ی زاویه‌های متقابل به رأس) تحمیل کرده‌ایم و این دلیل دوم من برای طرح آن چنانی فعالیت گوی‌ها است. توجه کنید که O_1 ، O_2 و O_3 «وجودی دارند مستقل از اشیای مشخصی که به نمایندگی آن‌ها مورد قبول قرار گرفته‌اند»



O_4 ، تعداد مهره‌های قرمز در کیسه‌ی آبی؛ O_1 ، تعداد مهره‌های آبی در کیسه‌ی قرمز، O_3 ، تعداد مهره‌های آبی در کیسه‌ی آبی

فعالیت^۲

فرض کنید دو کیسه دارید که در هر کدام ۱۸۰ مهره‌ی ... [مسئله‌ی بالا را دوباره بخوانید، فقط سؤال آخر مسئله را با سؤال‌های زیر جایگزین کنید.]

آیا تعداد مهره‌های آبی در کیسه‌ی قرمز با تعداد مهره‌های قرمز در کیسه‌ی آبی برابر است؟ با کامل کردن رابطه‌ها نشان دهید که چرا تعداد مهره‌های آبی در کیسه‌ی قرمز با تعداد مهره‌های قرمز در کیسه‌ی آبی برابر است؟

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_3 = 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \dots = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \dots = \dots$$

شکل بیان مسئله‌ی مهره‌ها، اگرچه ممکن است برای شما چندان نامناسب نباشد، برای اکثر دانش‌آموزان شما بسیار نامناسب و گیج‌کننده خواهد بود [برای دیدن شکل هیجان‌انگیزتر و قابل استفاده‌تری از این مسأله به مقاله‌ی «بهترین شروع کدام است؟» (اصغری، ۱۳۷۹) نگاه کنید.] از طرفی، به طور یقین، «فعالیت» طرح شده براساس مسئله‌ی گوی‌ها، حتی برای شما نیز گیج‌کننده خواهد بود، و این نه به خاطر پیچیدگی آن، بلکه به دلیل بی‌محتوا شدن آن است. در واقع من برای طرح فعالیت مذکور دو دلیل دارم. اول این که در شما همان حسی را ایجاد کنم که دانش‌آموز اول راهنمایی شما آن را در مواجهه با «اثبات» تساوی زاویه‌های متقابل به رأس تجربه می‌کند؛ اکنون شاید

4. Sfard, A. and Linchevski, L: (1994), The Gains and the Pitfalls of Reification- The case of Algebra, *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.

5. Wertheimer, M: 1945, *Productive Thinking*.

۶. استیسی، کی و اصغری، امیرحسین (۱۳۸۸): گذر از تفکر حسابی به تفکر جبری، *مجله‌ی رشد آموزش ریاضی*، شماره‌ی ۹۵، صص ۱۱-۴، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۷. اصغری، امیرحسین (۱۳۷۹): بهترین شروع کدام است؟، *مجله‌ی رشد آموزش ریاضی*، شماره‌ی ۵۹-۶۰، صص ۵۳-۵۲، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۸. اصغری، امیرحسین و عبدالله پور، مریم (۱۳۸۷): a چه خوشمزه است!، *مجله‌ی رشد آموزش ریاضی*، شماره‌ی ۹۲، صص ۴۹-۴۷، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۹. دانتزیگ، توییاسر (۱۳۶۱): *عدد، زبان علم*. ترجمه‌ی مهندس عباس گرمان، شرکت سهامی کتاب‌های جیبی.

۱۰. کتاب *ریاضی چهارم دبستان* (۱۳۸۶): دکتر عبدالله شیدفر، دکتر مسعود فرزاد، پرویز فرهودی مقدم و دکتر رحیم کریمپور، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۱. کتاب *ریاضی سال اول راهنمایی* (۱۳۸۵): دکتر مسعود فرزاد، صفر با همت شیروانه‌ده، محمد تقی دیبایی و پرویز فرهودی مقدم، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۲. کتاب *ریاضی سال دوم راهنمایی* (۱۳۸۳): دکتر مسعود فرزاد، صفر با همت شیروانه‌ده، محمد تقی دیبایی و پرویز فرهودی مقدم، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۳. کتاب *ریاضی سال سوم راهنمایی* (۱۳۸۵): دکتر مسعود فرزاد، صفر با همت شیروانه‌ده، محمد تقی دیبایی و پرویز فرهودی مقدم، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۴. *ریاضیات (۱) سال اول دبیرستان* (۱۳۸۷): شهرناز بخشعلی‌زاده، دکتر ناصر بروجردیان، زین العابدین دهقانی ابیانه، دکتر فرزاد دیده‌ور، محمد تقی طاهری تنجانی، دکتر وحید عالمیان و دکتر حمید مسگرانی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۵. راهنمای تدریس فصل اول کتاب ریاضی ۱،

<http://math-dept.talif.sch.ir>

با جدا کردن نمادها از زمینه‌هایی که به آن‌ها معنی می‌بخشند و یا با اتصال نابه‌جای نمادها به آن زمینه‌ها، همه‌ی فرصت‌های زدن نشانی به این بزرگی را از دست داده‌ایم

(دانتزیگ، ص ۱۱۷). از طرفی «قابلیت نمادها برای انجام اعمال ریاضی» (دانتزیگ، همان‌جا) امکان می‌دهد که تساوی O_1 با O_2 مستقل از معنی‌ای که ما برای O_1 ، O_2 (و در این‌جا O_3) قائلیم از دو تساوی $O_1 + O_3 = 180^\circ$ و $O_2 + O_3 = 180^\circ$ به دست آید.

این سکوت نمادها نسبت به زمینه‌ای که به آن‌ها معنی می‌بخشد همه‌ی قدرت جبر نمادین است. اما همین سکوت، «چشم اسفندیار» آموزش جبر است؛ جبری که یا پیوند خود را از زمینه بریده یا پیوند معنی‌داری با زمینه برقرار نکرده است؛ آموزشی که با گرفتن موضوع صحبت از دانش آموز، تأکید بر آسان صحبت کردن می‌کند! این چنین است که برای دانش آموز، سکوت نمادها نه نشانه‌ی قدرت، بلکه فریادی بی‌محتوا است.

پی‌نوشت

۱. پیشنهاد استفاده از این مثال را جدی نگیرید! توجه کنید که عبارت $\frac{a-h}{\frac{1}{h}-\frac{1}{a}}$ در مورد ساختار هندسی متوازی‌الاضلاع هیچ چیزی نمی‌گوید و کاملاً به آن بی‌ربط است.
۲. این «فعالیت» با آگاهی از این تنظیم شده است که استفاده از عنوان «فعالیت» چیزی را تبدیل به فعالیت نمی‌کند!

منابع

1. Demby, A: (1997), Algebraic Procedures Used By 13-15-Years-Olds, *Educational Studies in Mathematics*, 33, 45-70.
2. Küchemann, D. and Hoyles, C: (2005), Pupils' Awareness of Structure on Two Number/Algebra Questions, *Proceedings of the Fourth Conference of the European*, 438-448.
3. Mason, J: (2005), Frameworks for Learning, Teaching and Research: Theory and Practice, in Lloyd, G. M., Wilson, M., Wilkins, J. L. M., & Behm, S. L. (Eds.). *Proceedings of the 27th Annual Meeting of the North American Chapter of the*

ریاضی‌دان‌ها به‌عنوان آموزش‌گران ریاضی

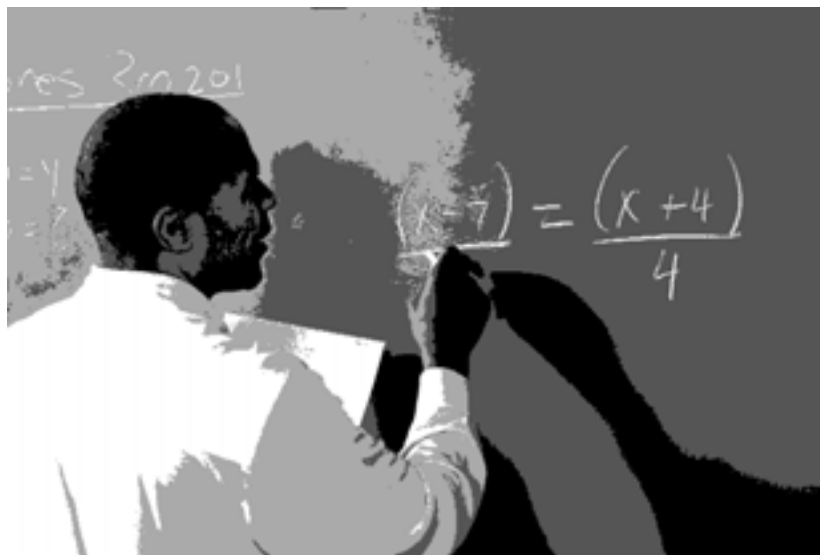
هیمن بس

ترجمه: نرگس مرتاضی مهربانی

کارشناس ارشد آموزش ریاضی و معلم ریاضی راهنمایی تهران

در حال حاضر، فرهنگ درونی ریاضیات به‌وسیله‌ی قدرت اکتشافی و پردازشی که تکنولوژی به آن اعطا کرده است، به بررسی‌های عمیقش در مورد ساختارهای بنیادی عدد، فضا، حرکت اجسام^۱ و غیره ادامه می‌دهد. این بررسی‌ها تا حدودی با تصور ذهنی به‌طور محض و تا اندازه‌ی زیادی به‌وسیله‌ی علوم طبیعی، به سوی ریاضیاتی رهنمون می‌شوند که برای توصیف، تجزیه و تحلیل، مدل‌سازی، شبیه‌سازی و غیره، زبان و مفاهیم را مجهز می‌کند. به علاوه، ریاضیات، ابزارهای طراحی پروژه و شبیه‌سازی را برای علوم مهندسی، تکنولوژی و فرایندهای سازمان‌دهی و تصمیم‌گیری در صنایع فراهم می‌سازد. این ابزارها و کارکردهای متنوع تفکر ریاضی در خیلی از حرفه‌ها و در میان نیروی کار فنی به‌طور فزاینده‌ای بازنمود پیدا کرده‌اند.

مرحله‌ی گذاری که در بالا به آن اشاره شد با تغییر تمرکزهای جزئی بسیاری درگیر است. تغییر تمرکز از درون^۲ ریاضیات به سمت کاربردها و کار بین‌رشته‌ای با علوم طبیعی و اجتماعی، از موقعیت‌های دانشگاهی به سوی موقعیت‌های صنعتی و آزمایشگاهی، از کار خود-تنظیم‌شده‌ی فردی به سمت تلاش‌های مشارکتی و چندرشته‌ای، از ارتباطات فنی با کسانی که همگی در یک زمینه‌ی مشترک متخصص هستند به سوی ارتباط



تخصص‌های علوم ریاضی در مرحله‌ی گذاری هستند که ممکن است ظاهراً، جزئی‌تر و/یا با تقسیم‌بندی‌های جدید و متفاوت از قبل و گسترده‌تر جلوه کنند. ما گونه‌هایی در معرض خطر نیستیم. اما سلامتی‌مان به این بستگی دارد که بتوانیم از تمایلات تاریخی‌مان به سوی انزوا، فاصله بگیریم و برای تمام جوامع هم‌تا و متقاضی در دسترس باشیم. امروزه، این پیام به‌طور گسترده و به شکل‌های متفاوت شنیده می‌شود.

بینابینی میان مرزهای فرهنگی و رشته‌ای و غیره.

آموزش ریاضی به این منظور طراحی شد تا برای جمعیت‌های مختلف دانش‌آموزی، دانش، درک و فهم و مهارت‌های ریاضی را فراهم آورد. در سطح بعد از دوره‌ی متوسطه^۳ چنین آموزشی به دو جامعه‌ی بزرگ واگذار شد. یکی از آن‌ها در نظام دانشکده‌های دوساله و محلی^۴ مستقر است. جامعه‌ی دیگر که عهده‌دار این آموزش است، شامل اساتید ریاضی دانشگاهی است که اکثر آن‌ها عمدتاً برای انجام تحقیقات ریاضی تربیت شده‌اند. این افراد، تحقیقات ریاضی را برای کسانی انجام می‌دهند که مبانی اقتصادی‌شان، به‌طور برجسته، رسالت آموزش [ریاضی] را مشخص می‌کند.

هم‌چنین، گروهی کوچک اما سرشناس از دانش‌پژوهانی وجود دارد که با سنت پولیا درباره‌ی ریاضیات بعد از دوره‌ی متوسطه تحقیق می‌کنند و به توسعه‌ی برنامه‌ی درسی آن می‌پردازند. برای مثال، می‌توان به اد دوینسکی^۵، جوآن فرینی-ماندی^۶، استو مانک^۷ و آلن شونفیلد^۸ اشاره کرد.

انتقال‌های توضیح داده شده در بالا، در حال حاضر، در تغییرات سازگار عمیق به وجود آمده در نقش آموزش ریاضی منعکس می‌شوند. در سال‌های بعد از جنگ جهانی دوم، یک مدل آموزشی قدرتمند طراحی کرده بودیم تا یک جامعه از صنوف اجتماعی^۹ نخبه از دانش‌جویان بسیار

آموزش دیده و با انگیزه را برای حرفه‌های فنی و علمی پیشرفته تولید کنیم. بعضی از ریاضی‌دان‌های توانا و متعهد، انرژی حرفه‌ای خود را با این وظیفه‌ی آموزشی، هم‌سو کردند. اما اکثر ریاضی‌دان‌ها، پداگوژی را رسمی، تعلیمی^{۱۰}، اغلب ماهرانه و طاقت‌فرسا می‌دیدند. این پداگوژی باعث بیزاری خیلی از دانش‌جویان شد و بسیاری به تدریج، مطالعه‌ی ریاضی پیشرفته را کنار گذاشتند. در این زمان، فرض شد که این دسته از دانش‌جویان نتوانستند به استانداردهای سطح بالای حرفه‌ی ما دست یابند. این دانش‌جویان به عنوان افرادی فاقد «جوهره‌ی واقعی»^{۱۱} تلقی می‌شدند. از آن‌جا که کشور به تعداد زیادی از متخصصان به‌طور ریاضی آموزش دیده، نیاز نداشت و به اندازه‌ی کافی استعداد و انگیزه‌ی ریاضی برای حفظ هر نوع پداگوژی یافت می‌شد، به همین دلیل، این نظام پالایش،

بی‌خطر دانسته شد و حتی خیلی‌ها آن را مطلوب یافتند.

ظهور یک اقتصاد جهانی به شدت رقابتی و تکنولوژیکی، توقعات از آموزش ریاضی را به‌طور اساسی بالا برد. ما حالا، سطوحی از صلاحیت‌ها و سواد علمی و فنی را از نیروی کار طلب می‌کنیم که با آن‌چه که قبلاً برای تنها یک جمعیت انتخاب شده و خاص دانش‌جویی، مناسب دانسته می‌شد، برابری می‌کند. این تغییرات مشابه، موجب می‌شدند تا به‌منظور مشارکت مسئول و آگاهانه در جامعه‌ی مدرن دموکراسی‌مان از سواد فنی، انتظارات بیش‌تری داشته باشیم. این فشارها، یک وجه عملی به بحث سنتی در مورد غنی‌سازی فرهنگی و قدرتمندسازی ذهنی که ایده‌ها و تفکر ریاضی قادر به ایجاد آن هستند، اضافه می‌کند. شکست تعداد زیادی از دانش‌جویان در ریاضیات و/یا کنار گذاشتن مطالعه‌ی ریاضی-که دروازه‌ی چنین صلاحیت و سواد است-حالا نه به عنوان شکست دانش‌جویان بلکه به مثابه شکست نظام آموزشی دیده می‌شود. به علاوه، دانش‌جویان زیان‌دیده، به‌طور نامتناسبی از جمعیت‌های اقلیت و زنان هستند که بیش‌ترین تأثیر را بر نیروی کار دارند.

زمان آن رسیده است که اساتید ریاضی نقش خود را به عنوان آموزشگران [ریاضی] بازبینی کنند

زمان آن رسیده است که اساتید ریاضی نقش خود را به عنوان آموزشگران [ریاضی] بازبینی کنند. ما حرفه‌ای را تشکیل می‌دهیم که به تخصصی بودنش و نیز بر ویژگی عملکردش با

کیفیت بالا و پاسخ‌گویی قاطعش، افتخار می‌کند. هنوز اساتید ریاضی دانشگاهی-که به‌طور خاص، دست‌کم نیمی از عمر حرفه‌ای خود را صرف تدریس کرده‌اند-به عنوان آموزشگران [ریاضی]، به جز مدل‌های ایفای نقش مربی‌های‌شان، هیچ آماده‌سازی یا توسعه‌ی حرفه‌ای ندیده‌اند. یاد گرفتن آواز تک‌نفره را با شرکت در اپرا، یادگیری آشپزی را از طریق خوردن، یادگیری نوشتن را از راه خواندن، تصور کنید. بیش‌تر هنر تدریس-تفکر، مشاهدات و قضاوت‌های پویای یک معلم آموزش دیده-برای مشاهده‌گر بیرونی، غیر قابل رؤیت است. در هر صورت، بیش‌تر اساتید ریاضی دانشگاهی به‌ندرت موقعیتی در اختیار دارند که یک تدریس واقعاً خوب مربوط به دوره‌ی لیسانس را مشاهده کنند.

همان‌طور که آشپزی را نمی‌توان از طریق خوردن یاد گرفت،

با خواندن کتاب‌های آشپزی یا گوش کردن به سخنرانی‌ها نیز نمی‌توان آن را فراگرفت. آشپزی از طریق آشپزی کردن، معلمی کردن یک آشپز آموزش دیده و با استفاده از یک مدل کارآموزی فراگرفته می‌شود. درحقیقت، آموزش معلمان نیز با ترکیبی از آموزش کارآموزی و تعلیمی طراحی شده است. شاید توسعه‌ی حرفه‌ای اساتید ریاضی دانشگاهی به عنوان معلمان نیز باید به همین روش، بر یادگیری در زمینه‌ی عملی، مدل‌سازی شود به طوری که فقط تعداد معدودی از سبک‌های یادگیری صورت‌بندی شده که برای اکثر ما آشنا هستند را دربرگیرد. در حال حاضر، برای چنین منظوری، طرح‌های خوب یا یک روش نظام‌مند، متداول نیست. متخصصان آموزشی می‌توانند در ایجاد و تجربه‌ی چنین طرح‌هایی به ما کمک کنند.

یک تدریس کارا نیازمند این است که معلم، دانش آموزانش را بشناسد، نه تنها قادر به توضیح مطلبی به آن‌ها باشد بلکه به آن‌ها به دقت گوش دهد و آنان را درک کند. هم‌چنین، بداند که دانستن مطلبی برای خود یا برای بحث و گفت‌وگو با یک همکار متخصص، با دانستن آن مطلب به منظور توضیح به یک دانش‌آموز، یکسان نیست. به علاوه، تجربه‌ی یک دانشمند ریاضی به عنوان یک یادگیرنده، بهترین مدل برای یادگیری دانش جویانش نیست. مواردی که ذکر شد، انواع مهارت‌ها و آگاهی‌هایی هستند که توسعه‌ی حرفه‌ای می‌تواند ترویج کند.

به طور حتم، همیشه در رتبه‌های حرفه‌ای مان، بعضی معلمان خیلی کارا و حتی الهام‌بخش وجود داشته‌اند. آن‌ها از طریق ترکیبی از استعداد، تعهد شخصی، پرکاری، تمرین کردن و بدون مراجعه به آموزشگران حرفه‌ای، کارا و الهام‌بخش شده‌اند. اما آیا این افراد منزوی، مدلی برای مسئولیت‌های آموزشی حرفه‌ای ما بنا می‌نهند؟ آیا ما-و مردمی که به آن‌ها خدمت می‌کنیم- باید به شرایطی که در آن، تعداد اندکی از بین خود ما انتخاب شده‌اند تا ابتکارهای فردی را برای توسعه‌ی مهارت‌های تدریس ارایه دهند، قانع باشیم؟ برعکس، تصور کنید که آموزش نظام‌مند در ریاضیات برای [آموزش] محققان آینده را به یک نظام

خودآموز فردی با آزادی مطلق واگذار کنیم، در این صورت، چگونه این نظام می‌تواند بر کیفیت جامعه‌ی تحقیقاتی ما تأثیرگذار باشد؟

گرایش بسیاری از ریاضی‌دانان به سوی مسایل آموزشی، به خوبی، فرهنگ حرفه‌ای آنان را بازتاب می‌دهد. این فرهنگ، به طور ضمنی، اهمیت و ذات پداگوژی را کوچک می‌شمارد. اساتید ریاضی، به طور خاص به بحث‌های آموزشی، فقط برحسب محتوای موضوعات درسی و مهارت‌های فنی می‌پردازند و «راه حل» [این مسایل] را به عنوان شکل جدیدی از مواد برنامه‌ی درسی ارایه می‌دهند. برنامه‌ی درسی درحقیقت، جنبه‌ی تعیین‌کننده‌ی مسئله است که برای

آموزش ریاضی با تمام عدم اطمینان و عدم قطعیت‌هایی که دارد، هدف آن فقط پرداختن به عقلانیت نیست بلکه کمک به دیگر وجوه انسانی است. آموزش ریاضی یک علم اجتماعی است که برای شواهد، روش استدلال و نظریه پردازی، بحث‌های حرفه‌ای و غیره، استانداردهای خاص خودش را دارد

متخصصانی که به طور ریاضی آموزش دیده‌اند از اهمیت به سزایی برخوردار است. اما اغلب، این [توجه به برنامه‌ی درسی] می‌تواند بحث‌های مربوط به شناخت و یادگیری، استراتژی‌های چندگانه برای درگیر شدن فعال دانش‌آموزان با ریاضیات و نیز ارزیابی یادگیری و درک و فهم آن‌ها را نادیده بگیرد. جالب آن که آماده‌سازی ریاضی معلمان مدرسه، اغلب به همین اساتید ریاضی واگذار می‌شود که به روش‌هایی غیرحساس نسبت به جنبه‌های پداگوژیک تدریس ریاضی به دانش‌آموزان جوان، آموزش دیده‌اند. پداگوژی چیزی نیست که بعداً به محتوا اضافه شود. پداگوژی و محتوا در تدریس کارا، به طور

تفکیک‌ناپذیری درهم تنیده شده‌اند. پداگوژی مانند خود زبان، می‌تواند ایده‌ها را آزاد یا محبوس کند، می‌تواند تفکر سازنده را القا یا خاموش کند.

درحقیقت، تغییرات در این حوزه، آغاز شده است و بیش تر آن‌ها از جنبش اصلاحات حسابان الهام گرفته‌اند. (برای یک گزارش جامع در این مورد به «ارزیابی تلاش‌های اصلاحات حسابان» نوشته‌ی آلن تاکر، MAA، ۱۹۹۵، نگاه کنید.) ریاضی‌دانان شکاک و بیرون از این فعالیت، پدیده را به عنوان تولیدکننده‌ی مواد جدید برنامه‌ی درسی دیده‌اند که برای تدریس حسابان، استفاده‌های نظام‌وارتری از تکنولوژی را معرفی می‌کند.

این مواد جدید، موضوع جدل‌های پرتحرک و سالم شده بوده‌اند، اگرچه بعضی از مخالفان، راجع به دو قطبی شدن بحث و جلوگیری از گفت‌وگوی منطقی، سرسختانه و کورکورانه بسیار خرده‌گیر شده بودند. از سوی دیگر، افرادی که واقعاً در تدریس اصلاحات حسابان درگیر بودند، به طور خاص، درک متفاوتی از اهمیت آن کسب کردند. آن‌ها به همان تردید ارایه شده توسط اساتید ریاضی در مورد برنامه‌ی درسی اشاره می‌کنند و در مورد روش و وسعت استفاده از این مواد، قضاوت حرفه‌ای مناسب را به کار می‌گیرند. دگرگونی شخصی و تغییر در عمل حرفه‌ای آنان به عنوان معلمان، مهم‌ترین چیزی بود که آن‌ها در اصلاحات

یافتند. آن‌ها، عضو بودن در یک اجتماع را درک کردند، اجتماعی که عمل تدریس در آن برخلاف خود عمل حرفه‌ای ریاضی، قسمتی از آگاهی حرفه‌ای و ارتباط کاری است. ایجاد چنین اجتماع معتبری از آموزشگران-ریاضی دانان حرفه‌ای است که به نظر من، مهم‌ترین دستاورد جنبش اصلاحات حسابان محسوب می‌شود. این دستاوردی سزاوار حمایت و ارتقا است و جامعه می‌تواند انصافاً به آن افتخار کند. به علاوه، بنا به گزارش ACRE که در بالا به آن استناد شده، مطالعه‌ی JPBM در مورد «امتیازها و شناخت در علوم ریاضی» در این جهت، حرکت مهمی است که به وسیله‌ی همکاران‌شان در دیگر نظام‌ها نیز به طور گسترده، تصدیق و استناد شده است.

ممکن است افرادی تمایل داشته باشند تا از جنبش اصلاحات حسابان به عنوان موردی از بهبود تدریس، بدون کمک آموزشگران حرفه‌ای یاد کنند. برعکس، نمونه‌هایی وجود دارد که حاکی از مشاوره‌های مهم با متخصصان آموزشی است. به علاوه، ریاضی‌دان‌هایی که از اولین مراحل این جنبش، کاملاً درگیر بودند و آن‌هایی که مجبور بودند تا برای این دوره‌های جدید، برنامه‌هایی را برای آماده‌سازی گروه‌های تدریس طراحی کنند، به طور مؤثری به متخصصان آموزشی با تخصص‌های حرفه‌ای خاص بدل شدند. آن‌ها، قسمت اعظم و قوت‌شان را صرف این توسعه کردند. (این احتمال را که ممکن است یک متخصص آموزشی،

لزوماً ریاضی‌دان نباشد را رد نمی‌کنم.) از این گذشته، فلسفه‌ی پداگوژیکی که هدایت‌کننده‌ی اصلاحات حسابان بود، منعکس‌کننده‌ی فلسفه‌ای است که در تلاش اصلاحی پیش‌دستانی تا پایه‌ی دوازدهم (K-12) آمده و از تفکر اجتماع آموزش حرفه‌ای سرچشمه گرفته است.

وقتی معلمان، اساتید و/یا گروه‌های آموزشی (اغلب تحت فشار بیرونی) به ضرورت بهبود توسعه‌ی حرفه‌ای پی‌برند، چگونه می‌توانند به آن جامه‌ی عمل بپوشانند؟ آیا اساتید ریاضی، بدون آن‌که دوره‌های توسعه‌ی حرفه‌ای را دیده باشند، قادرند دوره‌ها و یا برنامه‌هایی را برای دانشکده‌های

فعلی و آتی طراحی نمایند؟ قسمتی از جواب این است که ما به تنهایی نمی‌توانیم. تنهایی، هم به معنای اساتید ریاضی دورافتاده از آموزشگران حرفه‌ای باتجربه (که ممکن است خودشان به طور ریاضی آموزش دیده باشند) و هم به معنای اساتید ریاضی به صورت انفرادی، بدون حمایت‌های جمعی از جانب گروه‌های آموزشی و محیط‌های آموزشگاهی محدود است. بسیاری از اساتید ریاضی تمایل دارند تا به متخصصان آموزشی به دیده‌ی شک بنگرند و با تحقیر به آن‌ها کنایه می‌زنند؛ این موقعیت ساده‌ای نیست که ما اکنون، ناچاریم از آن‌ها بیش‌تر یاد بگیریم و به کمک حرفه‌ای آن‌ها نیازمندیم. چیزی که باقی می‌ماند فراهم کردن زمینه‌هایی برای ارتباط‌های محترمانه و مشارکت حرفه‌ای

بین اساتید ریاضی و متخصصان آموزشی-از معلمان ریاضی تا محققان آموزشی است. این مسیر، اساساً، یک خیابان دوطرفه است که اساتید ریاضی می‌توانند به قدرتمند شدن رشته‌ای برنامه‌ی مدرسه‌ای و عمل تدریس کمک کنند و در عین حال، اجتماعات معلمی و تحقیقات آموزشی می‌توانند آگاهی پداگوژیکی و صلاحیت‌های اساتید ریاضی دانشگاهی را ارتقا دهند. آموزش ریاضی، برخلاف ریاضی، یک علم دقیق نیست، بلکه بیش‌تر، تجربی و به طور ذاتی، چندرشته‌ای است. با تمام عدم اطمینان و عدم قطعیت‌هایی که دارد، هدف

لازم است معلم بداند که دانستن مطلبی برای خود یا برای بحث و گفت‌وگو با یک همکار متخصص، با دانستن آن مطلب به منظور توضیح به یک دانش‌آموز، یکسان نیست. به علاوه، تجربه‌ی یک دانشمند ریاضی به عنوان یک یادگیرنده، بهترین مدل برای یادگیری دانش جویانش نیست

آن فقط پرداختن به عقلانیت نیست بلکه کمک به دیگر وجوه انسانی است. آموزش ریاضی یک علم اجتماعی است که برای شواهد، روش استدلال و نظریه پردازی، بحث های حرفه ای و غیره، استانداردهای خاص خودش را دارد. آموزش ریاضی هم چنین، دارای یک پایه ی تثبیت شده ی تحقیقاتی است که بسیاری از آن ها از دهه های گذشته فراگرفته شده اند. این پایه، تأثیراتی حیاتی بر کارکردهای آموزشی دارد که ریاضی دانان در قبال این کارکردها مسئول هستند.

چه نوع کارهایی باید صورت گیرند؟ حداقل، دانش جویان دوره ی فوق لیسانس که به عنوان TA یا آموزگار، مشغول به کار هستند، باید از آمادگی برای تدریس برخوردار شوند. این آماده سازی نه تنها برای خدمت شان [به عنوان معلم] حین تحصیل در دوره ی فوق لیسانس بلکه برای نقش های شان به عنوان معلمان آینده در دانشگاه یا دانشکده یا حتی مدرسه باید ارایه شود. حتی اگر مسیرهای شغلی شان، آن ها را به دنیای دانشگاهی رهنمون نسازد، بیش تر آن چه را که در مهارت های تدریس نیاز دارند تا یاد بگیرند، درست همان هایی هستند که برای برقراری ارتباط مؤثر در موقعیت های متفاوت، ضروری است. این امر باعث می شود تا آن ها در کار و جامعه، سخن گویان بهتر و مؤثرتری باشند.

توسعه ی حرفه ای تدریس و مهارت های ارتباطی، به عنوان قسمتی از هدف عمومی آموزش همه جانبه ی دانش جویان دوره ی فوق لیسانی، یک مؤلفه ی حیاتی است. درحقیقت، چنین توسعه ی حرفه ای برای دانشکده های ریاضی و نیز برای دانش جویان دوره ی فوق لیسانس مناسب است. هم چنین، آموزش ریاضی، گزینه ی مهمی در طراحی برنامه های حرفه ای جدید در دوره ی فوق لیسانس در گروه های آموزشی علوم ریاضی فراهم می آورد. برای توسعه ی حرفه ای آموزشی دانشکده های فعلی، باید منابع حامی چنین برنامه هایی فراهم شود.

چالش مهم بعدی، طراحی دوره های ریاضی با مشارکت اساتید ریاضی و متخصصان آموزشی است که در گروه های آموزشی ریاضی برگزار شوند و به آماده سازی ریاضی معلمان آینده اختصاص داشته باشند. مطمئناً، در این مرحله باید نیاز معلمان دوره ی ابتدایی را از معلمان دوره ی متوسطه جدا کرد. دوره ی ابتدایی، عرصه ای است که به شدت به توسعه و تجربه ی فکورانه ای نیاز دارد که به طور شایسته توسط اساتید ریاضی به آن

پرداخته نشده است. این دوره، از مشارکت های جدید و خلاق ممکن-جایی که روش های قراردادی فکر کردن، مکرراً در تولید نتایج مطلوب شکست خورده است-استقبال می کند.

تلاش هایی از نوع بالا را می توان از طریق شبکه سازی با همکاران درگیر با تلاش های مشابه در دیگر دانشگاه ها، تسهیل نمود. فعالیت های مختلفی به وسیله ی شبکه ی اصلاحات آموزش ریاضی (MER)، سازمان دهی شده اند. در نشست هایی در فصل زمستان، ملاقات های AMS/MAA که حامی چنین شبکه سازی هایی هستند، برگزار می شود.

وقتی ریاضی و آموزش ریاضی در سطوح مدرسه، دانشکده و دوره ی فوق لیسانس، به طور تاریخی در ایالات متحده آمریکا شکاف های فرهنگی و حرفه ای دارند-شکاف های قابل مشاهده در برنامه های کاری و فرهنگ های متمایز AMS و MAA و AMATYC و NCTM-برای تمام کسانی که به لزوم بهبود آموزش ریاضی در آمریکا می اندیشند، مبرهن می شود که این مسئله نمی تواند به مؤلفه هایی برای چهار جامعه ی ذکر شده، تقسیم شود و انتظار داشت که هر کدام از این جوامع، مسئولیت های جداگانه و نامتوازن را برعهده بگیرند. به عنوان اساتید ریاضی، محققان آموزش ریاضی، معلمان در دانشگاه ها، دانشکده ها، دانشکده های منطقه ای و مدارس، باید دغدغه های مان را در دوره ی فوق لیسانس، لیسانس و پیش دبستانی تا پایه ی دوازدهم ببینیم و به آن ها به عنوان قسمت هایی از یک اقدام تلفیق شده ی آموزشی بنگریم که در آن مجبوریم درست همان طور که در تحقیقات علوم ریاضی نیز درخواست شده است، ارتباط برقرار کردن و مشارکت را در کنار مرزهای فرهنگی، رشته ای و آموزشگاهی یاد بگیریم.

پی نوشت

1. Dynamic
2. Core
3. Postsecondary
4. Community
5. Ed Dubinsky
6. Joan Ferrini-Mundy
7. Steve Monk
8. Alan Schoenfeld
9. Cadre
10. Didactic
11. The Right Stuff

منبعی که ترجمه شده است

Bass, Hyman. (1997), Mathematicians as Educators, Notices of AMS, Vol 44, No. 1, January 1997, pp. 18-21.

حسابان

در دام مفهوم حد و نمادها

یوسف آذرنگ

کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی آذربایجان غربی

اشاره

بخش اول این مقاله را در شماره ی گذشته ی مجله خوانده اید. در آن بخش، به ریشه های تاریخی حسابان و مشکلات یادگیری آن پرداخته شد. اینک ادامه ی بحث:

نمادها و نقش آن ها در ساختار مفهومی

پیم^۱ (۲۰۰۲)، معتقد است که با هر بحث کلی در ریاضی، یک نیاز اساسی برای نمادگذاری نیز وجود دارد و لازم است که رابطه ی بین نمادها و چیزهای نمادگذاری شده ایجاد شود. این همان چیزی است که قبلاً اسکمپ^۲ (۱۹۸۹) ابراز کرده است «قدرت ریاضیات در ایده های آن می باشد اما دسترسی به این ایده ها و توانایی برای انتقال آن ها، وابسته به نمادگذاری ریاضی است» (ص ۱۰۵). و برای این کار یک نظام نمادین را که شامل موارد زیر بود معرفی کرد:

یک مجموعه از نمادها $\xleftarrow{\text{که متناظر است با}}$ یک مجموعه از مفاهیم

همراه با

یک مجموعه از روابط بین نمادها $\xleftarrow{\text{که متناظر است با}}$ یک مجموعه از روابط بین مفاهیم

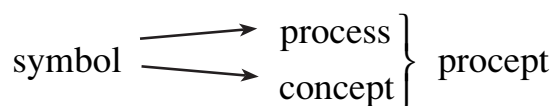
در ادامه اسکمپ (۱۹۸۹) درک نمادین را جذب متقابل یک نظام نمادین و یک ساختار مفهومی می داند که تحت تأثیر ساختار مفهومی است.

روند تجرید و خلاصه سازی مفاهیم ریاضی اهمیت زیادی دارد و محققان بسیاری از جمله دریفوس^۳ (۱۹۹۱)، دویینسکی^۴ (۱۹۹۱) و اسفارد (۱۹۹۱) و تال و گری (۱۹۹۴) به آن پرداخته اند. در ارتباط با اهمیت آن وایت و میشل مور^۵ (۲۰۰۲) بیان می کنند: «با این فرض که مفاهیم مجرد در تمام مراحل رشد و توسعه ی ریاضی - از ابتدایی ترین رویارویی با اعداد تا موضوعات پیشرفته ای از قبیل حسابان - وجود دارند، ضروری است که برای درک بهتر یادگیری و تدریس ریاضی، فرآیند تجرید را مطالعه کنیم» (ص ۲۳۵). در این جا به نظریه ی تبیین شده توسط تال و گری که به نقش نمادها و ارتباط آن با مفاهیم ریاضی، بستگی بیش تری دارد اشاره می کنم. تال (۱۹۹۶)، در معرفی آن، اظهار می دارد «با الهام گرفتن از متفکرانی چون دویینسکی و اسفارد، که در

تال (۱۹۹۶) معتقد است که رویه‌ها، به اشخاص امکان انجام دادن ریاضی را می‌دهند. اما یادگیری تعداد زیادی از رویه‌ها و انتخاب مناسب‌ترین آن‌ها برای هدف خواسته شده، به طور فزاینده‌ای مشکل‌آفرین و خسته‌کننده می‌شود. در حالی که فرهوم، نه تنها به شخص امکان انجام گام به گام عملیات (رویه) را می‌دهد، بلکه به او اجازه می‌دهد که نمادها را به عنوان اشیای ذهنی ببیند

زمینه‌ی رشد شناختی فرایندها و مفهوم‌های ریاضی مطالعه کرده‌اند، من این توفیق را یافتیم که با تشریک مساعی با ادی گری دیدگاهی را توسعه دهیم که نه تنها برای تحلیل چگونگی استفاده‌ی افراد از نمادگذاری، بلکه برای تحلیل چگونگی تعامل با دست‌ورزی نمادین کامپیوتر نیز مفید است» (ص ۱۸).

تال و گری معتقدند نمادها، نقش دوگانه‌ای بین فرآیند و مفهوم بازی می‌کنند و ترکیب این دو، نیروی عظیم یادگیری مفاهیم ریاضی را موجب می‌شود (شکل زیر).



مطابق شکل بالا، فرهوم^۶ از ترکیب دو کلمه‌ای فرآیند و مفهوم حاصل شده است. به عقیده‌ی تال و گری یادگیری افراد و انجام دادن ریاضی می‌تواند تحت تأثیر هر یک از موارد بالا انجام شود که این هم یادگیری‌های متفاوتی را به دنبال خواهد داشت؛ مانند یادگیری در سطح رویه‌ای، فرآیندی و فرهومی.

رویه، فرایند و مفهوم

گری (۲۰۰۲)، دریافته است که «نمادها برای مردمان متفاوت، چیزهای متفاوتی معنی می‌دهند. هم چنین نمادها برای یک شخص در زمان‌های مختلف توسعه‌ی شناختی‌اش نیز، معانی مختلفی می‌دهند. بعضی‌ها نمادها را جهت فراخواندن رویه‌های غیرمنعطف برای حل مسائل خاص می‌بینند و بعضی

دیگر نیروی عظیم‌تر و انعطاف‌پذیرتری را در استفاده از نمادها - هم به عنوان فرآیند انجام دادن ریاضی و هم به عنوان مفهومی برای فکر کردن در مورد آن - در خود ایجاد می‌کنند» (ص ۲۰۵ و ۲۰۶). در جملات بالا گری به خوبی تفاوت تفکر رویه‌ای و فرهومی را در به کارگیری نمادها عنوان کرده است. تال و همکاران (۲۰۰۱) هم در توصیف رویه و فرآیند بیان می‌کنند که کلمه‌ی رویه به معنی دنباله‌ی خاصی از گام‌های مورد استفاده است که در هر زمان، تنها یک گام را اجرا می‌کند. اما اصطلاح فرآیند در مفهوم کلی‌تر مورد استفاده قرار می‌گیرد و شامل هر تعداد رویه‌هایی است که اساساً «نتیجه‌ی یکسانی دارند». برای مثال، فرآیند دیفرانسیل‌گیری تابع $\frac{1+x^2}{x^2}$ می‌تواند به وسیله‌ی رویه‌های

گوناگون از جمله قاعده‌ی خارج قسمت، قاعده‌ی ضرب (برای $\frac{1}{x^2}$ و $1+x^2$) یا استراتژی‌های دیگری از قبیل ساده کردن به

صورت $1+x^{-2}$ قبل از دیفرانسیل‌گیری انجام شود. به همین دلیل تال (۱۹۹۶) معتقد است که رویه‌ها، به اشخاص امکان انجام دادن ریاضی را می‌دهند. اما یادگیری تعداد زیادی از رویه‌ها و انتخاب مناسب‌ترین آن‌ها برای هدف خواسته شده، به طور فزاینده‌ای مشکل‌آفرین و خسته‌کننده می‌شود. در حالی که فرهوم، نه تنها به شخص امکان انجام گام به گام عملیات (رویه) را می‌دهد، بلکه به او اجازه می‌دهد که نمادها را به عنوان اشیای ذهنی ببیند. بدین ترتیب او نه تنها می‌تواند ریاضی را انجام دهد بلکه می‌تواند در مورد مفهوم‌ها نیز فکر کند. دمارویس^۷ (۲۰۰۶) هم در ارتباط با تفاوت تفکر فرهومی با تفکر رویه‌ای اظهار می‌دارد «تفکر فرهومی، فکر کردن در مورد یک مفهوم مانند تابع هم به عنوان فرآیند و هم به عنوان شیء است و در مقابل آن، تفکر رویه‌ای است که وابسته به انتخاب و انجام رویه‌های مناسب است» (ص ۲).

رویه، فرایند و مفهوم در حساب، جبر و حسابان

تال (۱۹۹۶) در توصیفی ساده با ذکر مثال‌هایی از حساب،

گری (۲۰۰۲)، دریافته است که «نمادها برای مردمان متفاوت، چیزهای متفاوتی معنی می دهند. هم چنین نمادها برای یک شخص در زمان های مختلفی توسعه ی شناختی اش نیز، معانی مختلفی می دهند

جدول ۱. نتایج حاصل از تحقیق دمارویس (۱۹۹۸)

آیا توابع مساویند؟ چرا؟	تابع لی	تابع کرین	دانش آموزان
بله، اگر ۳ را در تابع لی، پخش کنیم همان تابع کرین به دست می آید.	$3(x+2)$	$3x+6$	قوی
بله، اما فرایندها مختلف است.	$(x+2)^3$	x^3+6	متوسط
خیر، زیرا اگرچه پاسخ ها یکسانند، اما فرایندها متفاوتند.	$x+2(3)$	$3x+6$	ضعیف

تال و همکاران (۲۰۰۱)، از این پاسخ ها نتیجه گرفته اند که دانش آموز قوی روش دست ورزی جبری را دانسته و به همین دلیل، این دانش آموز در سطح فرهومی عمل کرده است. در حالی که دانش آموز متوسط نمادگذاری جبری غیر استاندارد- اما به وضوح با معنی- را به کار برده است اما فرایندها را مختلف فرض کرده است و عملکرد وی در سطح فرآیندی است و بالاخره عملکرد دانش آموز ضعیف در سطح رویه ای ارزیابی شده است.

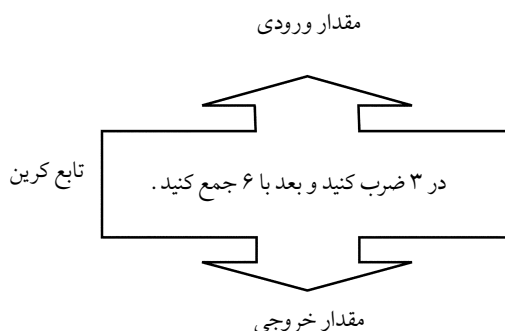
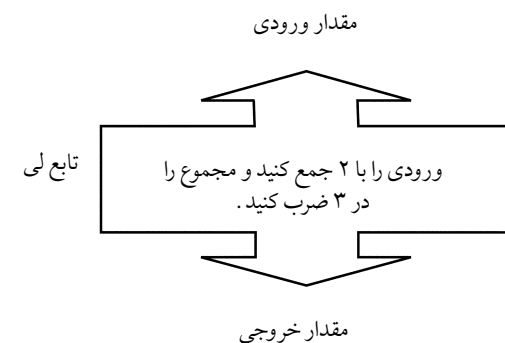
اما در مورد حسابان، وضعیت پیچیده تر از جبر و حساب است. زیرا دانش آموزان درگیر فرآیندهایی هستند که بالقوه نامتناهی اند. به طور مثال گری (۲۰۰۲) بیان می کند «دانش آموزان

اعداد اعشاری نامتناهی را (مثلاً $\frac{\pi^2}{6}$) به عنوان فرآیندهایی می بینند که پیوسته ادامه دارد و هرگز پایان نمی یابد و آن ها را به عنوان کمیت های نامناسب که محاسبه ی آن ها هرگز پایان نمی یابد، تلقی می کنند» (ص ۲۱۲). علاوه بر این، نمادهایی مانند $\frac{dy}{dx}$ ، از یک طرف بیانگر فرآیند دیفرانسیل گیری و از طرف دیگر نمایان گر مفهوم مشتق است که حرکت منعطف بین این دو حالت (ایجاد تفکر فرهومی) برای بسیاری از دانش آموزان مشکل است. یا نماد

جبر و حسابان، فرآیند و مفهوم را در ارتباط با نمادها چنین بیان می کند «همه ی نمادها با نمایش یک فرآیند ریاضی که باید انجام شود و نیز نتیجه ی آن فرآیند، نقش دوگانه ای را ایفا می کنند. به عنوان مثال، $4+5$ فرایند جمع را برای پدید آوردن مفهوم مجموع $4+5$ که ۹ است تداعی می کند، $3a+2b$ هم یک فرآیند ارزشیابی

و مفهوم یک عبارت جبری است. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ فرآیند ارزشیابی یک مجموع نامتناهی برای یافتن مقدار حدی است (که عبارت است از $\frac{\pi^2}{6}$)» (ص ۱۸).

تال و همکاران (۲۰۰۱) با ذکر مثالی از کار تحقیقی دمارویس (۱۹۹۸)، به تفاوت های رویه، فرآیند و فهم در جبر می پردازند. آن ها نقل می کنند که دمارویس (۱۹۹۸) از سه دانش آموز با توانایی های مختلف خواست تا با در نظر گرفتن تابع کرین و لی، فرم جبری آن ها را بنویسند و پاسخ دهند آیا دو تابع مساویند یا خیر و علت آن ها را توضیح دهند.



در جبر و حسابان و انواع فرهوم‌ها در این حوزه‌ها و با دانستن این که در گذر از حساب به جبر و جبر به حسابان، فرهوم‌های جدید رخ می‌دهد، توجه به گسستگی‌های شناختی دانش‌آموزان که ممکن است در مسیر این حرکت رخ دهد، اهمیت زیادی دارد

$\int f(x)dx$ هم معرفی کننده‌ی فرآیند انتگرال‌گیری است و هم نشان دهنده‌ی مفهوم انتگرال است که دسترسی به مفهوم آن دشوارتر است. در واقع، به گفته‌ی تال و همکاران (۲۰۰۱)، به کارگیری هر دوی فرآیند و مفهوم در مقابل رویه‌ها، فرد را قادر می‌سازد که روی ویژگی‌های اساسی نمادگذاری تأکید کند و برای یادگیری تکالیف جدید، فشار زیادی متحمل نشود.

با توجه به تفاوت‌های ذکر شده در جبر و حسابان و انواع فرهوم‌ها در این حوزه‌ها و با دانستن این که در گذر از حساب به جبر و جبر به حسابان، فرهوم‌های جدید رخ می‌دهد، توجه به گسستگی‌های شناختی دانش‌آموزان که ممکن است در مسیر این حرکت رخ دهد، اهمیت زیادی دارد که به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود. تال و همکاران (۲۰۰۱) در توصیف گذر از حساب به جبر بیان می‌کنند «برای بسیاری از دانش‌آموزان، علامت تساوی‌ها در یک معادله مانند $3+2=5$ به عنوان فرآیندی از چپ به راست دیده می‌شود که سمت چپ، سمت راست را نتیجه می‌دهد. دانش‌آموزان با چنین تعبیری شاید قادر به حل معادله‌ای نظیر $16=3x+1$ باشند و استدلال کنند که $3x+1$ می‌شود ۱۶. پس $3x$ برابر با ۱۵ است و x می‌شود ۵. اما معادله‌ی $4-3x+1=4x$ با معادله‌ی قبلی متفاوت است» (ص ۱۴). گری (۲۰۰۲)، در توصیف چنین معادلاتی ابراز می‌دارد: «دانش‌آموزانی که عمدتاً نمادگذاری را یک حرکت فرآیندی می‌بینند شاید آن را به عنوان دو فرآیند مختلف بخوانند و تصور کنند که آن‌ها باید مساوی باشند، اما این دو، فرآیندهایی نیستند که مساوی باشند، بلکه مفاهیمی هستند که توسط دو ارزشیابی ایجاد می‌شوند» (ص ۲۱۰).

تال و همکاران (۲۰۰۱)، در ادامه‌ی این مطلب توضیح می‌دهند «در رویه‌رو شدن با چنین مسائلی، بسیاری از

دانش‌آموزان بر رویه‌های یادگرفته شده برای رسیدن به پاسخ، از قبیل «تغییر دو طرف و تغییر علامت»، «حرکت دادن اعداد به سمت راست» «حرکت دادن x ها به سمت چپ» و «تقسیم دو طرف بر ضریب x » تمرکز می‌کنند. در واقع دانش‌آموزان ممکن است به لحاظ رویه‌ای، قادر به انجام دادن ریاضی باشند. در حالی که به طور رابطه‌ای، آن را درک نمی‌کنند» (ص ۱۴ و ۱۵).

به همین دلیل است که گذر از جبر به حسابان، باعث بروز مشکلات جدیدی برای آن‌ها می‌شود. مثلاً نمادهای $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

و $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{x^2-4}{x-2})$ ، همه فرآیندهای بالقوه نامتناهی دارد و به

نظر می‌آید که «پیوسته ادامه دارند» و شاید هرگز به مقدار حد نرسند. به عقیده‌ی بندر (۱۹۹۶)، برای یک عبارت جبری مشابه $a+b$ این ماهیت دوگانه (یعنی هم متقاضی فعالیت بودن و هم نتیجه‌ی آن فعالیت) شناخته شده و مفید است. اما زمانی که این فعالیت شامل فرآیندهای نامتناهی می‌شود، به شکست می‌انجامد. در نتیجه دانش‌آموزان از نظر خودشان درست

می‌گویند که از پذیرش درستی تساوی $\frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{9}}$ و $\frac{1}{3} = \frac{1}{\sqrt{9}}$

امتناع می‌کنند. آن‌ها بخش پویای ماهیت دوگانه‌ی حد را جدی می‌گیرند و به درستی، ورود به یک فرآیند نامتناهی را که در عباراتی مانند $\frac{1}{9}$ وجود دارد و به مقدار حد منجر می‌شود، رد می‌کنند

(ص ۷۲). تال (۱۹۹۶)، در توضیح بیش تر ماهیت‌های دوگانه، به نکته‌ی ظریفی اشاره می‌کند که توجه به آن حائز اهمیت است. به گفته‌ی وی مثلاً «برای کودکی که به مجموع $3+4=7$ تنها به عنوان یک رویه‌ی شمارش نگاه می‌کند که در آن ۴ به اضافه‌ی ۳ عدد ۷ را می‌سازد، ممکن است دشوار باشد از عهده‌ی نمادی مانند $4+3x$ برآید که هیچ چیزی را نمی‌سازد، مگر این که شاید قسمت $4+3$ را انجام دهد که برایش معنایی دارد و $7x$ را به دست آورد. این موضوع باعث سردرگمی شدید بسیاری از دانش‌آموزانی می‌شود که شروع به یادگیری جبر می‌کنند. همین طور، برای دانش‌آموزی که به «انجام دادن»

ریاضی با تعداد متناهی دستورالعمل عادت دارد، ممکن است دشوار باشد که با بی نهایت بالقوه در فرآیند حد کنار بیاید و ممکن است فکر کند که در پناه الگوریتم های نمادین در حسابان و انجام آن ها، دست کم می تواند به یک «پاسخ» برسد» (ص ۲۰).

بنابراین نمادها نه تنها با چهره های متفاوتی از طرف دانش آموزان بازخوانی می شود بلکه برای آن ها معانی متفاوتی هم خواهد داشت. لذا، درک نمادین و انجام فعالیت های مناسب با نمادها برای بسیاری از دانش آموزان، کار ساده ای نیست. علاوه بر این، با توسعه ی ریاضی و وارد شدن مفاهیم و مطالب جدید، به حوزه ی یادگیری دانش آموزان نمادهای جدیدی اضافه می شود که برقراری ارتباط بین این نمادها و مفاهیم جدید ضرورت بیش تری پیدا می کند و عمل یادگیری را مشکل تر می سازد. همان گونه که می بینیم، دانش آموزان اعمال حسابی را بهتر از اعمال جبری انجام می دهند و در مسیر حرکت به سمت حسابان با دشواری های بیش تری مواجه می شوند.

جمع بندی

همان گونه که اشاره شد، بیش تر مفاهیم ریاضی از جمله ریاضیات مدرسه ای (حساب، جبر، حسابان و هندسه)، در بسترهای واقعی شکل گرفته اند و به مرور زمان، چون به کارگیری مفاهیم در قالب کلمات و الفاظ و حتی نمودارها، مشکل و وقت گیر بوده است، افراد مختلف در طول تاریخ نمادها را به خدمت گرفته اند و برای بیان مفاهیم ریاضی از نمادها استفاده کرده اند. امروزه قدرت ریاضی وابسته به نمادگذاری است و برای انجام دادن ریاضی مجبوریم زبان نمادها را به کار ببریم. از طرف دیگر، با به کارگیری نمادها، دسترسی به مفاهیم مربوط به آن ها هم مشکل می شود و به راحتی نمی توان، به همین سادگی که نمادها را به کار می بریم، مفاهیم را درک کنیم. لذا تحقیقات بسیاری از محققان حوزه ی آموزش ریاضی در این راستا بوده است که چگونه می توان پیوند معنادار و محکمی بین نمادها و مفاهیم آن ایجاد کرد. بنابر یافته های ذکر شده در این مقاله و پژوهش های دیگر، مفاهیم ریاضی و از جمله جبر و حسابان، تنها با بازنمایی

نمادین و یا حتی زبان رسمی به کار رفته در آن ها قابل دسترسی نخواهد بود و دانش آموزان به سختی می توانند با صورت های نمادی مفاهیم ریاضی کنار آیند، مگر این که برای این نمادها قالب های ساده تر و ملموس تری توصیف کنند.

هم چنان که قبلاً ذکر شد، روند تجرید مفاهیم ریاضی از دیدگاه محققان مختلف، مراحل مختلفی را طی می کند که در اینجا به ایده ی فرهنگ از تال و گری اشاره شد. به موازات این ها، محققان دیگر هم نظریه های مشابهی را تبیین کرده اند که هر یک، دسترسی به مفاهیم ریاضی از جمله حسابان را از زوایای متفاوتی توصیف کرده اند و در نوع خود، مفید و با اهمیت هستند. به عنوان مثال، کانفری و اسمیت (۱۹۹۴)، دیدگاه «معرفت شناسی و بازنمایی های چندگانه^{۳۰}» را در ارتباط با تجرید پیشنهاد کرده اند. براساس این دیدگاه، رشد و توسعه ی ریاضی در تناظر و هماهنگی با بازنمایی چندگانه قرار دارد. بدین معنی که دانستن بخشی از ریاضی، انجام دادن عمل ریاضی به شکل بازنمایی های متفاوت است و سپس هم سنگ کردن و مقایسه ی این شکل ها به منظور برطرف کردن موقعیت های پیچیده می باشد. آن ها این وضعیت را مشابه حرکت های پاندولی می دانند که نوسان های زیادی دارد و دریافت های تکمیلی و معتبرتری را می تواند عرضه کند.

در حسابان به خوبی می توان چنین بستری را فراهم آورد و مفاهیم آن را می توان به شکل های مختلفی در بازنمایی های عددی، جبری و نموداری بیان کرد و با حرکت منعطف بین این بازنمایی ها و انواع دیگر آن، گامی مهم در یادگیری هرچه بهتر مفاهیم آن برداشت و مفاهیم کلیدی حسابان را از دام وابستگی به نمادها رهایی بخشید. علاوه بر این، آشنایی هرچه بیش تر معلمان ریاضی با نظریه ها و ایده های جدید، موجب می شود که آن ها به روش ها و قالب های سنتی و فرسوده ی به جامانده اکتفا نکنند و در کلاس های درس، میدان فکری وسیع تری را برای دانش آموزان خود ترسیم کنند.

* این مقاله از فصل دوم پایان نامه با عنوان «بسترهای لازم برای یاددهی و یادگیری مفاهیم حسابان در برنامه ی درسی مدرسه ای» گرفته شده است که با راهنمایی خانم دکتر زهرا گویا نگارش یافته است.

Understanding Mathematics, 257-271 Post Pressed Flaxton Australia.

9. Demarois, P. (2006). **Begining Algebra Student's Image of Function Concept**.

10. Skemp, R.R. (1989). **Mathematics in the Primary School**. London: Rout Iedge.

11. Tall, D. (2002). Continuities and Discontinuities in Long Term Learning Schemas. In D. Tall & M. O.J. Thomas (EDS). **Intelligence Learning and Understanding Mathematics**, 151-157, Post Pressed, Flaxton Australia.

12. Tall, D. (1994). **Cognitive Difficulties in Learning Analysis**. Mathematics Education Research Centre, Warwick University.

13. Tall, D. (1995). **Understanding the Calcules**. Mathematics Education Research Centre, Warwick University.

14. Tall, D. & Gray, E. & Ali, M. B. & Crowley, L. & De Marois, P. & McGrowen, M. & Pitta, D. & Pinto, M. & Thomas, M. & Yusuf, Y. (2001). **Symbols and The Bifurcation Between Procedural and Concept Thinking**. Mathematics Education Research Centre, Warwick University.

15. White, P. & Michelmore, M. (2002). Teaching and Learning Mathematics by Abstraction. In D. Tall & M.O.J. Thomas (EDS). **Intelligence Learning and understanding Mathematics**, 235-255, Post Pressed, Flaxton Australia.

۱۶. آرتینگ، میشل؛ دی یرم، آلوب (۱۹۹۶). آموزش و یادگیری آنالیز مقدماتی، ترجمه‌ی علیرضا مدقالچی. (۱۳۷۹ - ۱۳۸۰). مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۵۷، صص ۲۳ تا ۳۱، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۷. شهریار، پرویز (۱۳۸۰) سرگذشت ریاضیات. نشر مهاجر.

۱۸. فرودنتال، هانس. (۱۹۷۹). ریاضی جدید یا آموزش جدید. ترجمه‌ی زهرا گویا و سحر ظهوری زنگنه (۱۳۸۱). مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۷۰، صص ۲۹. دفتر انتشارات کمک آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

۱۹. تال، دیوید. (۱۹۹۶). تکنولوژی اطلاعات و آموزش ریاضی: اشتیاق‌ها، امکان‌ها و واقعیت‌ها، ترجمه‌ی شیوا زمانی. (۱۳۷۵). مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۴۷، صص ۱۱ تا ۲۳، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

1. Pimm

2. Skemp

3. Drayfus

4. Dubinsky

5. White & Mitchelmore

6. Procept

این کلمه، از ترکیب دو کلمه‌ی Process (فرآیند) و Concept (مفهوم) درست شده است.

7. Demarois

8. Epistemology & Multiple Representation

منابع

1. Akkoc, Hf. & Tall, D. (2003). The Function Concept: Comprehension And Complication.

2. Bagni, Gt. (2003). Historical Roots of Limit Notion. Development, **Canadian Journal of Sciene, Mathematics and Technology Education**.

3. Bender, P. (1996). Basic Imagery and Understandings for Mathematical Concept, 8th International congress on Mathematics Education (ICME 8). Selected Lecture, Sevilla, 14-21.

4. Comfrey, J. & Smith, E. (1994). Comments on James Kaputs Chapter "Democratizing Access to Calculus: New Routs to Old Roots".

5. Gray, E. (2002). Processes and Concept as "False Friends" In D. Tall & M. O.J. Thomas (EDS). **Intelligence, Learning and Understanding Mathematics**, 205-217, Post Pressed, Flaxton Australia.

6. Kaput, J. (1994). Democratizing Access to Calculus: New Routes to Old Roots. In **Mathematical Thinking and Problem Solving**. Edited byt A.H. Schoenfeld.

7. Mc Donald' M.A. Mathews, D.M. & Strobe, K.H. (2000). Understanding Sequences: A Tale of Tow Objects. In E. Dubinsky, A.H. Schoenfeld & Kaput (EDS), **Research in Collegiate. Mathematics Education IV**, (PP. 77-102), Providence, RI: American Mathematical Society.

8. Pimm, D. (2002). The Symbol Is and Isn't The Objects. In D. Tall & M.O.J. Thomas (EDS). **Intelligence Learning and**

«تصور مفهوم» و «تعریف مفهوم»

برای مفهوم «تابع»*

مهدی جوادی

کارشناس ارشد آموزش ریاضی

«تعریف مفهوم» عبارتی است که
برای مشخص کردن آن مفهوم
مورد استفاده قرار می گیرد

مقدمه

«اولین حقیقتی که شاید ما را متحیر کند (در صورتی که پذیرفتن آن برایمان عادی نشده باشد) این است که چطور ممکن است افرادی وجود داشته باشند که ریاضیات را نمی فهمند؟ اگر ریاضیات چیزی جز یک سری قوانین منطقی نیست، که توسط هر انسان عاقلی پذیرفته می شود، و اگر استدلال های آن براساس یک سری اصول است که برای همه ی انسان ها واضح است و هیچ کسی نمی تواند آن ها را منکر شود مگر این که دیوانه باشد، پس چه طور ممکن است بسیاری از افراد باشند که برای آن ها ریاضیات کاملاً مبهم باشد و آن را درک نکنند؟» (هانری پوانکاره، ۱۹۰۸)

از نظر گیرالدو (۲۰۰۶)، یکی از چالش برانگیزترین جنبه های آموزش ریاضی این است که می خواهد شاخه هایی از دانش را مانند ساز و کارهای ذهنی انسان و قوانین بی عیب و مستدل منطقی، کنار هم قرار دهد. به گفته ی او، روش های سنتی آموزش ریاضی اغلب براساس فرضیاتی به نظر بدیهی پایه ریزی می شوند؛ فرضیاتی هم چون این که «اگر این موضوع با وضوح کافی بیان شود، دانش آموزان آن را خواهند فهمید» یا «اگر آن ها معنای همه ی کلمات را در یک تعریف بدانند، معنای

ریاضی مفاهیم تعریف شده را نیز خواهند فهمید». پی آمد چنین روش هایی این است که بعضی از نظام های آموزشی، تلاش می کنند تا یک ساختار نظری رسمی سلسله مراتبی را که با اصول موضوع شروع شده و به ترتیب تعاریف، گزاره ها و قضایا را شامل می شود، اجرا کنند. به این نوع رویکرد سنتی به آموزش ریاضیات شاید بتوان عنوان رویکرد صوری را اطلاق کرد.

به گفته ی هنا^۱ (۱۹۸۳)، «در ریاضیات مدرسه ای، حرکتی با عنوان ریاضیات جدید در اوایل دهه ی ۱۹۵۰ آغاز شد و بین سال های ۱۹۵۵ و ۱۹۶۵، این حرکت به اوج خود رسید. این حرکت، علاوه بر قرار دادن حوزه های بسیار مجردی از ریاضیات مدرن در ریاضیات مدرسه ای، تأکید بسیار زیادی بر ریاضیات به عنوان یک ساختار اصل موضوعی داشت و بر منطق و اثبات، تأکید ویژه ای می نمود» (نقل شده در خسروشاهی، ۱۳۸۶). به عنوان مثال، آیزنبرگ^۲ (۱۹۹۱) نقل می کند که «در دهه ی ۱۹۶۰ در جنبش ریاضیات جدید، پیشنهاد شد که مفهوم تابع به عنوان یک عامل متحدکننده (مانند نخ تسبیح^۳) در ریاضیات مدرسه ای به کار گرفته شود. اما این مسئله باعث شد که اساتید بانفوذی چون آدلر^۴ (۱۹۶۶)، بیرمن^۵ (۱۹۵۶)، بگل^۶ (۱۹۶۸)

از نظر گیرالدو (۲۰۰۶)، یکی از چالش برانگیزترین جنبه های آموزش ریاضی این است که می خواهد شاخه هایی از دانش را مانند سازو کارهای ذهنی انسان و قوانین بی عیب و مستدل منطقی، کنار هم قرار دهد

و فر^۷ (۱۹۶۶)، یک رویکرد صوری (رسمی) به توابع را وارد کلاس های درس کنند. هشدارهایی از جانب دیگران هم چون کلاین^۸ (۱۹۵۸)، مک لانس^۹ (۱۹۶۵)، ویلدر^{۱۰} (۱۹۶۷) و باک^{۱۱} (۱۹۷۰)، در ابتدا با بی توجهی مواجه گردید، تا این که دیده شد این رویکرد منطقی به برنامه ی درسی، فاقد کارایی است و به درد نمی خورد» (ص ۱۴۰).

تال (۱۹۸۸) معتقد است که این رویکرد صوری / ساختاری به ریاضیات، نه تنها باعث اصلاح یادگیری ریاضیات نشد، بلکه مشکلات تشدید شدند و تحلیلی دقیق نشان داد که این مشکلات از کندذهنی و بی علاقه ی دانش آموزان نیست؛ بلکه یک واکنش طبیعی انسانی است که نسبت به این نوع تجرید، ایجاد می شود.

به گفته ی گیرالدو^{۱۲} (۲۰۰۶)، شکست این رویکرد باعث شد تا ریاضی دان ها و معلمان ریاضی به سمت پاسخ دادن به این سؤال بروند که «چه طور ممکن است افرادی وجود داشته باشند که ریاضیات را نمی فهمند؟» علاوه بر این، این مسئله موجب شد تا محققان و جامعه ی آموزشی به دنبال مدل های مؤثر جایگزین برای رویکردهای تدریس باشند، زیرا به گفته ی وینر^{۱۳} (۱۹۹۱)، «تدریس باید فرآیندهای روان شناختی رایج نسبت به یادگیری یک مفهوم و چگونگی ارائه ی استدلال منطقی توسط دانش آموزان را مورد توجه قرار دهد. لذا لازم است که برای طراحی پداگوژی مناسبی برای تدریس ریاضی، نه تنها این مسئله را مورد بررسی قرار داد که انتظار معلم از یادگیری مفاهیم ریاضی چیست، بلکه ضروری است که مطالعه شود که چگونه دانش آموزان این مفاهیم را یاد می گیرند».

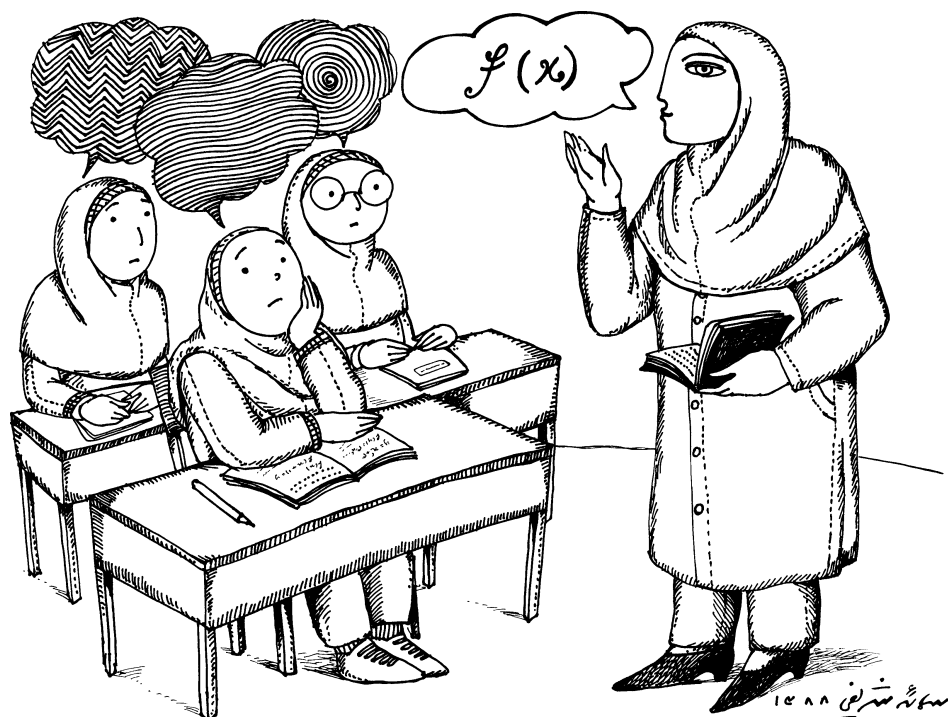
پرداختن به این مسئله که دانش آموزان چگونه یاد می گیرند، محققان را به سمت تحلیل ساختارشناختی ذهن می کشاند و نیاز به داشتن مدل را برای تبیین رفتار ریاضی دانش آموزان که به قول هارل^{۱۴} (۲۰۰۴) یکی از موارد ضروری در تحقیقات بنیادین حوزه ی آموزش ریاضی به شمار می رود، ایجاد می کند. در این راستا، تال و وینر (۱۹۸۱) با تمایز قائل شدن بین نوع تفکر فرد

نسبت به یک مفهوم و تعریف رسمی آن، ایده ی «تصور مفهوم»^{۱۵} و «تعریف مفهوم»^{۱۶} را ارائه کردند که به عقیده ی هارل (۲۰۰۴)، این مدل ابزاری در اختیار آموزش گران ریاضی قرار می دهد تا به کمک آن، به توصیف پاره ای از عواملی بپردازند که در تدریس و یادگیری ریاضی، نقشی تعیین کننده دارند. این مدل، حاصل درس های عمده ای است که آموزش گران ریاضی از نتایج تحقیقات دهه های گذشته به دست آورده اند. وی در ادامه توضیح می دهد که آن ها با تمایز قائل شدن بین نوع تفکر فرد از یک مفهوم و تعریف رسمی آن، در واقع بین ریاضیات به عنوان یک فعالیت ذهنی و ریاضیات به عنوان یک دستگاه صوری، تمایز قائل شدند. برای روشن تر شدن این ادعا، از توجیهی که تال و وینر (۱۹۸۱) در مورد مدل مفهومی خود ارائه داده اند کمک می گیریم. آن ها ابراز می دارند که

«مغز انسان یک واحد منطقی صرف نیست و شیوه ی پیچیده ی کارکرد آن غالباً با منطق ریاضی متفاوت است. لذا این منطق صرف نیست که به ما بینش می دهد. شانس را هم نمی توان تنها عامل بروز اشتباهات ذهنی قلمداد کرد... ما از اصطلاح «تصور مفهوم» برای توصیف ساختارشناختی کلی ای که با یک مفهوم در پیوند است استفاده می کنیم که تمامی تصاویر ذهنی و ویژگی ها و فرآیندهای مرتبط با آن مفهوم را دربرمی گیرد. تصور مفهوم به مرور زمان و در جریان مواجه شدن با انواع تجارب شکل می گیرد و تحت تأثیر محرک های جدید تغییر می کند و رشد می یابد... رشد و گسترش تصور مفهوم لزومی ندارد که به طور منسجم و به یک باره اتفاق بیفتد. درواقع، مغز بدین صورت کار نمی کند. دریافت های حسی متفاوت، مسیرهای عصبی خاصی را برانگیخته می کنند و در عین حال، از برانگیخته شدن سایر مسیرها ممانعت به عمل می آورند. بدین ترتیب، محرک های متفاوت می توانند به فعال شدن بخش های متفاوتی از تصور مفهوم منجر شوند» (تال و وینر، ۱۹۸۱).

به همین دلیل، ممکن است در زمان های متفاوتی، دیدگاه های ناسازگاری در ذهن فرد به وجود بیاید که تا زمانی که آن ها به طور هم زمان فراخوانده شوند، وی از این ناسازگاری ها آگاه نیست.

تال (۱۹۹۱) معتقد است که این مدل به همان اندازه که در دانش آموزان در حال یادگیری و رشد کاربرد دارد، در مورد ریاضی دانان حرفه ای نیز کارایی دارد. او اظهار می دارد که یک ریاضی دان نیز مصون از این ناسازگاری های درونی نیست؛ ولی



مفهوم تابع یکی از
اساسی ترین مفاهیم
در ریاضیات جدید به
شمار می رود که به طور
کامل، در تمامی حوزه ها
وارد شده است. اما با
وجود پایه ای بودن این
مفهوم در ریاضی،
تحقیقات نشان
می دهد که یکی از
مشکل ترین مفاهیم در
ریاضیات مدرسه ای،
تابع است

در نظر بگیرد.

از نظر تال (۱۹۸۸)، معقول نیست
که انتظار داشته باشیم دانش آموزان
به طور کاملاً منطقی، از تعاریف مفهوم
صحبت کنند، بدون این که تصورات
مفهومی خود را دخالت دهند. او به نقل

از وینر (۱۹۸۳) ادعا می کند که؛

«(۱) برای دست ورزی با مفاهیم، فرد نیاز به یک تصور مفهوم
دارد نه یک تعریف مفهوم.

(۲) تعاریف مفهوم (زمانی که مفهوم توسط یک تعریف بیان
شده باشد) غیرفعال باقی خواهند ماند و حتی ممکن است به
فراموشی سپرده شوند. اما در فرآیند فکر کردن، این تصور مفهوم
است که همیشه فراخوانده می شود» (ص ۴).

تال (۱۹۸۸) اظهار می دارد که با چنین ادعایی، ممکن است
این سؤال مطرح شود که «چه طور در بین انواع مختلفی از
تصورات مفهوم، یک روش مشخص می توان ارائه کرد که باعث
رشد و پیشرفت در یادگیری و یاددهی ریاضیات شود؟»

وی در پاسخ بیان می دارد که تنوع تصورات مفهوم در فرد،
نشان می دهد که پیش بردن دانش ریاضی به یک روش رسمی، به
سادگی امکان پذیر نیست و جایگزین این روش، دادن فرصت
پیدا کردن تجربیات غنی تر به دانش آموزان است به طوری که آن ها

قادر است بخش های بزرگی از دانش را در دنباله ای از یک
استدلال استنتاجی به هم پیوند دهد. برای چنین شخصی،
دسته بندی این دانش در یک روش ساختار یافته ی منطقی، به
نظر آسان می آید و این سبب می شود که آن ریاضی دان، این دانش
را که در آن منطق موضوع برجسته ای می باشد، برای ارائه به
دانش آموزان مفید بداند.

از سوی دیگر، تعریف یک مفهوم مطلب دیگری است.
«تعریف مفهوم» عبارتی است که برای مشخص کردن آن مفهوم
مورد استفاده قرار می گیرد (تال و وینر، ۱۹۸۱).

این تمایز واضح، زمانی آشکار می شود که پیچیدگی شناختی
مفهوم قدرتمندی مانند تابع مورد تحلیل قرار گیرد. تعریف مفهوم یک
تابع ممکن است این طور باشد که «یک رابطه بین دو مجموعه ی A
و B که در آن هر عضو A تنها با یک عضو B مرتبط می شود». اما
برخورد با این مفهوم، جنبه های دیگری را نیز در بر می گیرد. برای
مثال، ممکن است یک تابع به عنوان یک عمل که برای هر عنصر x
در A یک عنصر f(x) را در B تعیین می کند، یا به عنوان یک
نمودار، یا به عنوان یک جدول مقادیر در نظر گرفته شود.

تجربیات و برخوردهای فرد در یک زمینه ی خاص، ممکن
است باعث شود تصویری که او از یک تابع ساخته است به گونه ای
باشد که وی، تابع را همواره به عنوان یک فرمول و یا شاید بیش تر
از یک فرمول و با تعدادی متناهی فرمول در بخش های مختلف،

مغز انسان
یک واحد منطقی
صرف نیست و
شیوه‌ی
پیچیده‌ی کارکرد
آن غالباً با منطق
ریاضی متفاوت
است. لذا این
منطق صرف
نیست که به ما
بینش می‌دهد

را قادر کند تصورات منسجم‌تری را از یک مفهوم تشکیل دهند. از نظر تال، این کار به سادگی قابل انجام نیست و دربرگیرنده‌ی ایجاد تعادلی بین انواعی از مثال‌ها و نامثال^{۱۷} هاست که هر دو، لازمه‌ی ایجاد تصور منسجمی از یک مفهوم است.

چرا تعریف‌های مفهوم برای دانش‌آموزان قابل استفاده نیستند؟

به گفته‌ی وینر و دریفوس (۱۹۸۹)، تمام مفاهیم ریاضی به‌جز مفاهیم اولیه، دارای تعریف رسمی هستند که بسیاری از آن‌ها یک یا چندبار به دانش‌آموزان معرفی می‌شوند. در حالی که معمولاً دانش‌آموزان برای تشخیص اشیای ریاضی مورد بحث به عنوان یک مثال یا نامثال از آن مفهوم، عملاً تعریف را استفاده نمی‌کنند و در بسیاری از موارد، بر مبنای یک تصور مفهوم، تصمیم می‌گیرند.

آن‌ها هم چنین اظهار می‌دارند «تصور مفهوم دانش‌آموز / دانشجو از یک مفهوم، حاصل تجربه‌ی وی با مثال‌ها و نامثال‌هایی از آن مفهوم است. در نتیجه مجموعه‌ی اشیای ریاضی که

توسط دانش‌آموز / دانشجو به عنوان مثال‌هایی از مفهوم در نظر گرفته می‌شود، الزاماً همان مجموعه‌ی اشیای ریاضی که توسط تعریف معین می‌شود، نیست. اگر این دو مجموعه یکسان نباشند، ممکن است رفتار [ذهنی] دانش‌آموز / دانشجو با آن چه که مورد انتظار معلم است، فرق داشته باشد» (ص ۳۵۶). به منظور ایجاد ارتباط بین این دو مجموعه، لازم است بدانیم که چرا این یکسانی وجود ندارد. در نتیجه، برای رفع این مشکل، بایستی به دنبال چرایی چنین اتفاقاتی برویم.

در بین رویکردهایی که برای شناخت ساز و کارهای غالب در یادگیری مفاهیم ریاضی عرضه شده‌اند، یک مدل مفهومی توسط تال و وینر (۱۹۸۱) ارائه شده که شامل دو مجموعه^{۱۸} «تصور مفهوم» و «تعریف مفهوم» به منظور ایجاد تمایز بین این دو است. البته، هم چنان که وینر و دریفوس (۱۹۸۹) بیان داشته‌اند، بعضی از مفاهیم ریاضی دارای جنبه‌های گرافیکی قوی‌تری هستند و بعضی دیگر چنین نیستند و این تفاوت، نوع تصورات مفهوم مربوط به آن‌ها را متفاوت می‌کند. مثلاً برای مفاهیمی مانند مفاهیم جبری که دارای جنبه‌ی گرافیکی قوی

نیستند، تصور مفهوم شامل بازنمایی‌های نمادین یا فرمولی به علاوه‌ی مجموعه‌ای از تمام ویژگی‌های مرتبط با آن می‌باشد. در صورتی که مفهوم تابع، علاوه بر جنبه‌های گرافیکی قوی، دارای جنبه‌های غیر گرافیکی قوی نیز هست و به عنوان یک مفهوم زیربنایی ریاضی، از پیچیدگی‌های زیادی برخوردار است.

مفهوم تابع در رشته‌ی ریاضی و فیزیک دبیرستان در کتاب‌های ریاضی ۲ (معرفی اولیه)، حسابان و حساب دیفرانسیل و انتگرال مورد بررسی قرار گرفته است.

در کتاب حسابان، برای تعریف مفهوم تابع، ابتدا فرصت‌های متعددی برای ساختن تصوراتی از مفهوم تابع برای دانش‌آموزان فراهم شده است و سپس تعریف رسمی ارائه گردیده است. این نوع ورود به بحث تابع، هم سو با یافته‌های تحقیقی در مورد چگونگی توسعه‌ی مفاهیم ریاضی در دانش‌آموزان / دانشجویان است و با توجه به نقش مرجعی که کتاب درسی در نظام متمرکز آموزشی ایران دارد، می‌توان امیدوار بود که چنین ورودی به مطلب بتواند تصور مفهوم دانش‌آموزان را تقویت کند و زمینه‌ی مساعدی برای فهمیدن تعریف مفهوم فراهم آورد. اما تجربه‌ی تدریس نگارنده نشان می‌دهد که دانشجویان در رابطه با درک مفهوم تابع در دانشگاه، دچار مشکل هستند.

چرا شناخت تصور مفهوم دانش‌آموزان، اهمیت دارد؟

به گفته‌ی آیزنبرگ (۱۹۹۱)، مفهوم تابع یکی از اساسی‌ترین مفاهیم در ریاضیات جدید به شمار می‌رود که به طور کامل، در تمامی حوزه‌ها وارد شده است. اما با وجود پایه‌ای بودن این مفهوم در ریاضی، تحقیقات نشان می‌دهد که یکی از مشکل‌ترین مفاهیم در ریاضیات مدرسه‌ای، تابع است.

دریفوس و آیزنبرگ^{۱۹} (۱۹۸۲) به نقل از بویر^{۲۰} (۱۹۴۶) بیان می‌کنند که متخصصان تاریخ ریاضی بیان داشته‌اند که معرفی تابع در قرن ۱۷، اثر بی‌نهایت سودمندی بر رشد و گسترش ریاضیات داشت. آن‌ها دلیل این مسئله را ماهیت یگانه‌ی تابع می‌دانند و مثالی که می‌آورند این است که در بسیاری از برنامه‌های درسی مدرسه‌ای، مفهوم تابع با جبر، مثلثات و هندسه گره خورده است. این مفهوم در تمامی ریاضیات شبیه ریسمانی، ریاضیات مدرسه‌ای را به هم متصل می‌کند.

هم چنین، تابع از مفاهیمی است که از جنبه‌های مختلف می‌توان به آن توجه کرد. مثلاً در سطح تعریف، مفهوم تابع را

می‌توان در زمینه‌های متعددی از طریق نمودار، جدول، توصیف جبری یا به عنوان یک جعبه‌ی ورودی-خروجی، جفت‌های مرتب و مانند این‌ها معرفی کرد. لذا انتظار می‌رود که شناسایی تصورات مفهوم و تعاریف مفهوم دانش‌آموزان/ دانشجویان، به شناخت فهم و درک آن‌ها از تابع کمک کند. هم‌چنین، به سبب این شناسایی، معلمان و مؤلفان کتاب‌های درسی می‌توانند مثال‌ها و نامثال‌های این مفهوم را

ما از اصطلاح «تصور مفهوم» برای توصیف ساختارشناختی کلی‌ای که با یک مفهوم در پیوند است استفاده می‌کنیم که تمامی تصاویر ذهنی و ویژگی‌ها و فرآیندهای مرتبط با آن مفهوم را در برمی‌گیرد

طوری سازمان‌دهی کنند که تصورات مفهوم دانش‌آموزان به سمت تعریف مفهوم تابع نزدیک و نزدیک‌تر شود.

به اعتقاد وینر (۱۹۸۳)، در اهمیت بررسی تصورات و تعاریف مفهوم، می‌توان به این نکته اشاره کرد که گاهی اوقات، وقتی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود به توضیح مفاهیم ساده‌ای مانند زاویه‌ی قائمه، محور مختصات، ارتفاع در یک مثلث و مشابه آن پردازند، اغلب این مفاهیم

اولیه را نمی‌شناسند یا تصورات نادرستی از آن‌ها دارند. وینر، در ادامه توضیح می‌دهد که این تصورات ممکن است نتیجه‌ی برخورد یادگیرنده‌ها با مجموعه‌ی خاصی از مثال‌ها باشد که در آموزش ریاضی مدرسه‌ای به آن‌ها ارائه شده است. بدین جهت، به جای ایجاد تصورات صحیح و غنی از آن مفهوم، برای آن‌ها در حد یک تمثیل باقی مانده است. به این دلیل، آشکار کردن تصورات مفهوم دانش‌آموزان برای تدریس مهم است و کاربردهای مستقیمی در آموزش دارد، زیرا هم برای معلم، شناخت بهتری از دانش‌آموزان و نوع فهم و درک آن‌ها ایجاد می‌کند و هم باعث می‌شود که معلمان، اصلاحاتی در تدریس خود انجام دهند که از شکل‌گیری چنین تصورات مفهومی اشتباه جلوگیری کند. بالاخره توجه و دقت معلم را نسبت به نوع مثال‌هایی که انتخاب می‌کند نیز بیش‌تر می‌کند.

پی‌نوشت

* این مقاله، از پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد نگارنده که با راهنمایی دکتر زهرا گویا تدوین شده است، استخراج شده است.

1. Hana
2. Eisenberg

۳. بدین معنی که مفهوم تابع در همه‌جای ریاضیات مدرسه‌ای وجود دارد و از دوره‌ی ابتدایی تا پیش‌دانشگاهی، موضوعات مختلف ریاضی را به هم متصل می‌کند.

4. Adie
5. Beberman
6. Begle
7. Fehr
8. Kline
9. Mac Lance
10. Wilder
11. Buck
12. Giraldo
13. Vinner
14. Harel
15. Concept Image
16. Concept Definition
۱۷. non-examples: مثال‌هایی که در تعریف مفهوم مورد نظر نمی‌گنجند.
۱۸. وینر (۱۹۸۳) آن‌ها را با عنوان دو سلول در نظر می‌گیرد.
19. Dreyfus & Eisenberg
20. Boyer

منابع

۱. خسروشاهی، لایلا. (۱۳۸۶). ریاضیات اصل موضوعی؛ قالبی نامناسب، اما موضوعی مناسب برای آموزش. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره‌ی ۸۷، صص ۳۹ تا ۴۷. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
2. Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1982). 'Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions'. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 13, pp. 360-380.
3. Eisenberg, T. (1991). 'Function and associated learning difficulties'. in Tall D. (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer: Holand, pp. 140-152.
4. Giraldo, V. (2006). 'Concept images, cognitive roots and conflicts: Building an alternative approach to calculus'. *Presented at Charles University, Prague in Retirement as Process and concept; A festschrift for Eddie Gray and David Tall*, pp. 91-99.
5. Harel, G. (2004). Perspective on "Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity". In *Carpenter, T., Dossey, J., Koehler, J (Ed.), Classics in Mathematics Education Research*. The National Council of Teachers of Mathematics, INC. pp. 98-108.
6. Poincaré, H. (1908) *Science et Méthode*, Kimé, Paris 1999.
7. Tall D., (1988). 'Concept Image and Concept Definition', *Senior Secondary Mathematics Education*, (ed. Jan de Lange, Michel Doorman), OW & OC Utrecht, pp. 37-41.
8. Tall, D. (Ed.), (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking, in Tall D. (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer: Holand, pp. 3-21.
9. Tall, D. O. & Vinner, S., (1981). 'Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity', *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 12, No. 2, pp. 151-169.
10. Vinner, S. & Dreyfus T., (1989). 'Images and Definitions for the Concept of Function', *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 20, No. 4, pp. 356-366.
11. Vinner, S., (1983), 'Concept definition, concept image and the notion of function', *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 14, pp. 239-305.
12. Vinner, S. (1991), 'The role of definition in the teaching and learning of mathematics'. in Tall D. (ed.) *Advanced Mathematical Thinking*, Kluwer: Holand, pp. 65-81.

اثبات نامساوی‌ها به کمک

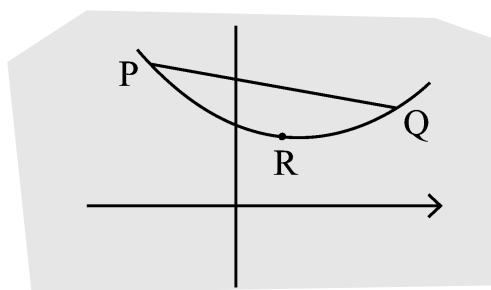
توابع محدب (۱)

اشاره

مطلب حاضر ضمن معرفی توابع محدب، برخی نامساوی‌های مهم را به کمک این توابع اثبات می‌کند. این مقاله در دو بخش تنظیم شده است که بخش اول آن را در این شماره می‌خوانید.

مفهوم هندسی تحدب

f کاملاً محدب است اگر و تنها اگر برای هر دو نقطه‌ی $P = (x, f(x))$ و $Q = (y, f(y))$ روی نمودار f و به ازای هر z بین x و y ؛ نقطه‌ی $R = (z, f(z))$ زیر پاره خط PQ قرار گیرد.



نمودار یک تابع محدب

چگونه یک تابع محدب را بدون کشیدن نمودار آن، تشخیص دهیم؟

توابع محدب ابزار قدرتمندی برای اثبات رده‌ی بزرگی از نامساوی‌ها هستند. در این مقاله قصد داریم شما را با این موضوع آشنا کنیم. از این رو، نخست به بیان نامساوی مشهور ینسن می‌پردازیم و سپس آن را با استفاده از توابع محدب اثبات می‌کنیم.

توابع محدب

تابع حقیقی مقدار f روی بازه‌ی I ، محدب^۱ نامیده می‌شود هرگاه برای هر x و $y \in I$ و $\lambda \in [0, 1]$ ؛

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \quad (1)$$

تابع f را اکیداً محدب^۲ می‌نامیم هرگاه برای هر x و $y \in I$ و $\lambda \in (0, 1)$ و $x \neq y$ ؛

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) < \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y) \quad (2)$$

توجه: f مقعر (اکیداً مقعر^۳) روی I نامیده می‌شود اگر $-f$ روی I محدب (اکیداً محدب) باشد.

مثال‌هایی از توابع اکیداً مقعر

● $f(x) = \sin x$ ، $x \in [0, \pi]$ ؛

● $f(x) = \cos x$ ، $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ؛

● $f(x) = \ln x$ ، $x \in (0, \infty)$ ؛

● $f(x) = x^r$ ، $x > 0$ و $r \in (0, 1)$.

توجه کنید که

● تابع خطی $f(x) = ax + b$ ($x \in \mathbb{R}$) هم محدب و هم مقعر

است ؛

● جمع دو تابع محدب (یا به ترتیب مقعر) ، یک تابع محدب

(یا به ترتیب مقعر) است .

نامساوی ینسن^۴

نامساوی ینسن توسیعی از نامساوی (۱) است . ینسن (۱۹۲۵-۱۸۵۹) ریاضی‌دان دانمارکی ، نخستین کسی است که این نامساوی را در سال ۱۹۰۵ ثابت کرد .

نامساوی ینسن : فرض کنید $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع محدب باشد . هم‌چنین فرض کنید $x_1, x_2, \dots, x_n \in I$ و $\lambda_1, \dots, \lambda_n \geq 0$ به‌طوری‌که $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$. در این صورت

$$f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n) \leq \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2) + \dots + \lambda_n f(x_n) \quad (3)$$

اثبات : از استقراء ریاضی برای اثبات نامساوی استفاده

می‌کنیم . به‌وضوح نامساوی برای حالت $n = 1$ برقرار است .

اکنون فرض کنیم که نامساوی برای $n = k$ درست باشد ، در این صورت نشان می‌دهیم که برای $n = k + 1$ نیز برقرار است .

فرض کنیم $x_1, \dots, x_k$ و $x_{k+1} \in I$ و $\lambda_1, \dots, \lambda_k, \lambda_{k+1} \geq 0$ و $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k + \lambda_{k+1} = 1$. در این صورت حداقل یکی از λ_i ها ($1 \leq i \leq k+1$) باید کمتر از یک باشد . بدون این‌که از کلیت مسئله کم شود فرض می‌کنیم $\lambda_{k+1} < 1$.

در این صورت قرار می‌دهیم

$$u = \frac{\lambda_1}{1 - \lambda_{k+1}} x_1 + \dots + \frac{\lambda_k}{1 - \lambda_{k+1}} x_k$$

برای تشخیص محدب بودن یا نبودن یک تابع ، می‌توانیم مستقیماً از (۱) استفاده کنیم . اما آزمون زیر اغلب اوقات بسیار مفید است .

آزمون تحدب توابع

فرض کنید f یک تابع دو بار مشتق‌پذیر روی بازه‌ی I باشد .

در این صورت

● f روی I محدب است ، اگر برای هر $x \in I$ ، $f''(x) \geq 0$.

● f روی I اکیداً محدب است اگر برای هر x درون I ، $f''(x) > 0$.

تبصره‌ها

● اگر f یک تابع پیوسته روی I باشد ، آن‌گاه f محدب است اگر و تنها اگر برای هر x_1 و $x_2 \in I$ ؛

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

و f اکیداً محدب است و اگر و تنها اگر برای هر x_1 و $x_2 \in I$ و

$$x_1 \neq x_2 ؛$$

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$$

● اگر f یک تابع محدب روی $[a, b]$ باشد ، آن‌گاه f ماکزیمم خود را در a یا b (یا شاید هر دو) اختیار می‌کند .

مثال‌هایی از توابع اکیداً محدب

● $f(x) = x^r$ ، $x > 0$ و $r > 1$ ؛

● $f(x) = \frac{1}{(x+a)^r}$ ، $x > -a$ و $r > 0$ ؛

● $f(x) = \tan x$ ، $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ ؛

● $f(x) = e^x$ ، $x \in \mathbb{R}$.

حل . با استفاده از نامساوی (۴') با تابع اکیداً مقعر
 $f(x) = (1 + \sqrt[n]{x})^n$ روی $(0, \infty)$

زیرا $f''(x) = \frac{1}{x^2} (1 + \sqrt[n]{x})^{n-2} < 0$ روی $(0, \infty)$

داریم

$$f\left(\frac{a+b}{2}\right) \geq \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

$$\left(1 + \sqrt[n]{\frac{a+b}{2}}\right)^n \geq \frac{(1 + \sqrt[n]{a})^n + (1 + \sqrt[n]{b})^n}{2}$$

حال با توجه به این که $a+b=2$ ، نامساوی مطلوب برقرار است.

تساوی وقتی اتفاق می افتد که $a=b=1$.
 مثال ۲. اگر $a, b, c > 0$ ، آن گاه

$$a^a \cdot b^b \cdot c^c \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c}$$

حل . نامساوی بالا هم ارز است با

$$\ln(a^a \cdot b^b \cdot c^c) \geq \ln\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{a+b+c}$$

یا

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c \geq (a+b+c) \ln\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$$

با استفاده از نامساوی (۴) با تابع اکیداً محدب

$f(x) = x \ln x$ روی $(0, \infty)$ (زیرا $f''(x) = \frac{1}{x} > 0$ روی $(0, \infty)$)

داریم

$$\frac{f(a)+f(b)+f(c)}{3} \geq f\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$$

$$\frac{a \ln a + b \ln b + c \ln c}{3} \geq \frac{(a+b+c)}{3} \ln\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$$

یا

$$a \ln a + b \ln b + c \ln c \geq (a+b+c) \ln\left(\frac{a+b+c}{3}\right)$$

در نتیجه نامساوی مطلوب برقرار است.

تساوی برقرار است اگر و تنها اگر $a=b=c$.

$$\frac{\lambda_1}{1-\lambda_{k+1}} + \dots + \frac{\lambda_k}{1-\lambda_{k+1}} = 1$$

و همچنین $\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_{k+1} x_{k+1} = (1-\lambda_{k+1})u + \lambda_{k+1} x_{k+1}$

به وضوح $\min\{x_1, \dots, x_k\} \leq u \leq \max\{x_1, \dots, x_k\}$ در

نتیجه $u \in I$. اکنون چون f محدب است، داریم

$$f((1-\lambda_{k+1})u + \lambda_{k+1} x_{k+1}) \leq (1-\lambda_{k+1})f(u) + \lambda_{k+1}f(x_{k+1})$$

با توجه به فرض استقرای داریم

$$f(u) \leq \frac{\lambda_1}{1-\lambda_{k+1}} f(x_1) + \dots + \frac{\lambda_k}{1-\lambda_{k+1}} f(x_k)$$

حال با ترکیب دو نامساوی بالا، حکم برای $n = k+1$ برقرار می شود.

بنابراین طبق استقرای ریاضی، نامساوی موردنظر برای هر عدد صحیح مثبت n برقرار است.

تبصره ها

● برای توابع اکیداً محدب تساوی در (۳) برقرار است اگر و تنها اگر $x_1 = x_2 = \dots = x_n$.

● اگر $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \frac{1}{n}$ ، آن گاه (۳) به صورت زیر درمی آید

$$f\left(\frac{x_1 + \dots + x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1) + \dots + f(x_n)}{n} \quad (۴)$$

● اگر f یک تابع مقعر باشد، آن گاه نامساوی های (۳) و (۴) به صورت زیر می شوند

$$f(\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n) \geq \lambda_1 f(x_1) + \dots + \lambda_n f(x_n) \quad (۳')$$

$$f\left(\frac{x_1 + \dots + x_n}{n}\right) \geq \frac{f(x_1) + \dots + f(x_n)}{n} \quad (۴')$$

مثال ها

مثال ۱. اگر $a, b > 0$ و $a+b=2$ ، آن گاه

$$(1 + \sqrt[n]{a})^n + (1 + \sqrt[n]{b})^n \leq 2^n$$

مثال ۳. اگر $a, b, c > 0$ آن گاه

$$\frac{a}{a+3b+3c} + \frac{b}{3a+b+3c} + \frac{c}{3a+3b+c} \geq \frac{3}{5}$$

حل. فرض کنیید $s = 3(a+b+c)$

$$x \in (0, s) \quad f(x) = \frac{x}{s-x}$$

در این صورت تابع f روی $(0, s)$ اکیداً محدب است زیرا روی

$$f''(x) = \frac{2s}{(s-x)^3} > 0, \quad (0, s), \quad x_1 = 2a \quad \text{با قرار دادن}$$

$x_2 = 2b$ و $x_3 = 2c$ در نامساوی (۴) داریم

$$f\left(\frac{2a+2b+2c}{3}\right) \leq \frac{f(2a)+f(2b)+f(2c)}{3}$$

$$\frac{2a+2b+2c}{3} \leq \frac{1}{3} \left[\frac{2a}{s-2a} + \frac{2b}{s-2b} + \frac{2c}{s-2c} \right]$$

$$\frac{a+b+c}{3s-2(a+b+c)} \leq \frac{1}{3} \left[\frac{a}{s-2a} + \frac{b}{s-2b} + \frac{c}{s-2c} \right]$$

یا

$$\frac{3(a+b+c)}{3s-2(a+b+c)} \leq \frac{a}{s-2a} + \frac{b}{s-2b} + \frac{c}{s-2c}$$

با توجه به این که $s = 3(a+b+c)$ ، نامساوی مطلوب برقرار است.

تساوی وقتی برقرار است که $a=b=c$.

مثال ۴. اگر $a_1, a_2, \dots, a_n \geq 1$ ، آن گاه

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{1+a_k} \geq \frac{n}{1+\sqrt[n]{a_1 \dots a_n}}$$

حل. فرض کنیم $x \in [0, \infty)$ ، $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$. در این

صورت تابع f روی $[0, \infty)$ اکیداً محدب است زیرا روی $(0, \infty)$

$$f''(x) = \frac{e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^3} > 0. \quad \text{با استفاده از نامساوی (۴)}$$

داریم

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \geq n f\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}\right)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{1+e^{x_i}} \geq \frac{n}{1+e^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}}$$

با قرار دادن $x_i = \ln a_i$ به ازای $i = 1, 2, \dots, n$ ، نامساوی خواسته شده به دست می آید. تساوی زمانی برقرار است که $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

مثال ۵. برای یک مثلث با زاویه های α و β و γ ، نامساوی های زیر برقرار است

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (\text{الف})$$

$$\sqrt{\sin \alpha} + \sqrt{\sin \beta} + \sqrt{\sin \gamma} \leq 3\sqrt{\frac{3}{4}} \quad (\text{ب})$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma \leq \frac{3\sqrt{3}}{8} \quad (\text{پ})$$

$$\sec \frac{\alpha}{4} + \sec \frac{\beta}{4} + \sec \frac{\gamma}{4} \geq 2\sqrt{3} \quad (\text{ت})$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma \leq \frac{1}{8} \quad (\text{ث})$$

حل. برای قسمت های (الف)، (ب) و (پ) به ترتیب از توابع اکیداً مقعر $\sin x$ ، $\sqrt{\sin x}$ و $\sec \frac{x}{4}$ روی $(0, \pi)$ در نامساوی (۴) استفاده می کنیم و برای قسمت (ت)، از نامساوی (۴) با تابع اکیداً محدب $\sec \frac{x}{4}$ روی $(0, \pi)$ استفاده می کنیم. در قسمت (ث) اگر α ، β و γ حاده باشند، آن گاه از نامساوی (۴) با تابع اکیداً مقعر $\ln \cos x$ روی $(0, \frac{\pi}{2})$ استفاده می کنیم؛ در غیر این صورت با توجه به این که فقط یکی از زوایای α و β و γ می تواند قائم یا بزرگ تر باشد، در نتیجه $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \leq 0$. لذا نامساوی به وضوح برقرار است.

$$\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{y}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{z}\right)\geq 3\ln 4$$

یا

$$\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\left(1+\frac{1}{y}\right)+\left(1+\frac{1}{z}\right)\geq \ln 4^3$$

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1+\frac{1}{z}\right)\leq 64$$

تساوی وقتی برقرار است که $x=y=z$

مثال ۸. فرض کنید a و b و c اعداد مثبت باشند به طوری که

$ab+bc+ca=abc$ در این صورت

$$\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}(a+b+c)\geq abc$$

حل. چون $ab+bc+ca=abc$ پس $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$

بنابراین با انتخاب $\lambda_1=\frac{1}{a}$ ، $\lambda_2=\frac{1}{b}$ ، $\lambda_3=\frac{1}{c}$ ، $x_1=ab$ ،

$x_2=bc$ ، $x_3=ca$ و به کار بردن نامساوی ۳' با تابع اکیداً مقعر

$f(x)=\ln x$ روی $(0, \infty)$ داریم

$$f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3)$$

$$\geq \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2) + \lambda_3 f(x_3)$$

$$\ln(a+b+c) \geq \frac{1}{a} \ln ab + \frac{1}{b} \ln bc + \frac{1}{c} \ln ca$$

یا

$$\ln(a+b+c) \geq \ln(ab)^{\frac{1}{a}} + \ln(bc)^{\frac{1}{b}} + \ln(ca)^{\frac{1}{c}}$$

یا

$$a+b+c \geq a^{\frac{1}{a}+\frac{1}{c}} \cdot b^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \cdot c^{\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$$

اکنون با توجه به این که $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ داریم

$$a+b+c \geq a^{1-\frac{1}{b}} \cdot b^{1-\frac{1}{c}} \cdot c^{1-\frac{1}{a}}$$

یا

در تمام قسمت های فوق حالت تساوی وقتی برقرار است که

$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{3}$$

مثال ۶. (India، ۱۹۹۵) فرض کنید $x_1, \dots, x_n$ ($n \geq 2$)

عدد مثبت باشند که مجموع آن ها برابر یک است. در این صورت

ثابت کنید

$$\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}} + \dots + \frac{x_n}{\sqrt{1-x_n}} \geq \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

حل. با استفاده از نامساوی (۴) با تابع اکیداً محدب

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}} \text{ روی } (0, 1) \text{ داریم}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \geq f\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}\right)$$

$$\frac{1}{n} \left(\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}} + \dots + \frac{x_n}{\sqrt{1-x_n}} \right) \geq \frac{\frac{1}{n}}{\sqrt{1-\frac{1}{n}}}$$

یا

$$\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}} + \dots + \frac{x_n}{\sqrt{1-x_n}} \geq \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

تساوی وقتی برقرار است که $x_1 = x_2 = \dots = x_n$

مثال ۷. فرض کنید $x, y, z > 0$ و $x+y+z=1$. در این

صورت ثابت کنید

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1+\frac{1}{z}\right) \geq 64$$

حل. با استفاده از نامساوی (۴) با تابع اکیداً محدب

$$f''(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x)^3} > 0 \text{ (زیرا)} \text{ روی } (0, \infty) \text{ } f(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

روی $(0, \infty)$ داریم

$$f(x) + f(y) + f(z) \geq 3f\left(\frac{x+y+z}{3}\right)$$

و نامساوی (۳) با انتخاب $x_1 = x$ ، $x_2 = 1$ و $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{2}$ استفاده کنید.

۴. فرض کنید a و b و c اعداد حقیقی مثبت باشند به طوری که $a + b + c = 1$ در این صورت

$$a^{a+(2b)} \cdot b^{b+(2c)} \cdot c^{c+(2a)} \geq \frac{1}{3}$$

راهنمایی. از تابع کاملاً مقعر $f(x) = \ln x$ روی $(0, \infty)$ و با به کار بردن نامساوی (۳') با انتخاب $\lambda_1 = a^2$ ، $\lambda_2 = b^2$ ، $\lambda_3 = c^2$ ، $x_1 = \frac{1}{a}$ ، $\lambda_4 = 2ca$ ، $\lambda_5 = 2bc$ ، $\lambda_6 = 2ab$ ، $x_2 = \frac{1}{b}$ ، $x_3 = \frac{1}{c}$ ، $x_4 = \frac{1}{a}$ ، $x_5 = \frac{1}{b}$ و $x_6 = \frac{1}{c}$ مسئله را حل کنید.

۵. برای اعداد حقیقی مثبت a و b و c ثابت کنید

$$\left(\frac{2a}{b+c}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2b}{c+a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2c}{a+b}\right)^{\frac{2}{3}} \geq 3$$

راهنمایی. از تابع اکیداً محدب $f(x) = \left(\frac{2x}{s-x}\right)^{\frac{2}{3}}$ روی $(0, s)$ که در آن $s = a + b + c$ است در نامساوی (۴) استفاده کنید.

پی نوشت

1. Convex
2. Strictly Convex
3. Concave (Strictly Concave)
4. Jensen Inequality

منابع

- [۱] والتر رودین، اصول آنالیز ریاضی، ترجمه ی دکتر علی اکبر عالم زاده، انتشارات علمی و فنی، ۱۳۶۲، صفحه ی ۱۲۶.
- [2] Hrimiuc Dragos, Inequalities for convex functions (part I), "π in the Sky" Magazine, December 2001.
- [3] Kedlaya Kiran, $A < B$ (A is less than B), based on notes for the math olympiad program (MOP) version 1.0, last revised August, 1999
- [4] Mildorf, T.J, Olympiad Inequalities, December 22, 2005.
- [5] Popescu, P.G and Diaz-Barrero, J.L, Certain inequalities for convex functions, J. Ineq. Pure and Appl. math. 7(2) Art.41, 2006.

$$a + b + c \geq \frac{a}{\sqrt[4]{a}} \cdot \frac{b}{\sqrt[4]{b}} \cdot \frac{c}{\sqrt[4]{c}}$$

یا

$$\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[4]{c} (a + b + c) \geq abc$$

تساوی زمانی برقرار است که $a = b = c$

مسائلی برای حل

۱. اگر ABC یک مثلث یا زوایای α و β و γ باشد، آن گاه

$$\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{8} \quad (\text{الف})$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} \leq \frac{1}{8} \quad (\text{ب})$$

پ) $\tan^p \alpha + \tan^p \beta + \tan^p \gamma \leq 3\sqrt{3}$ ($p \geq 1$ و α و β و γ حاده هستند).

راهنمایی. اگر قرار دهیم $\alpha' = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ، $\beta' = \frac{\pi}{2} - \beta$ و

$$\gamma' = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad \alpha' + \beta' + \gamma' = \pi \quad \text{و} \quad \alpha', \beta', \gamma' = (0, \pi)$$

حال با جایگزین کردن α' و β' و γ' بجای α و β و γ در قسمت های (پ) و (ث) از مثال (۵) به ترتیب (الف) و (ب) حاصل می شود. برای قسمت (پ) از نامساوی (۴) با تابع اکیداً

محدب $f(x) = \tan^p x$ $x \in (0, \frac{1}{2})$ و $p \geq 1$ استفاده کنید.

۲. اگر a و b و c اندازه ی ضلع های یک مثلث باشند، آن گاه

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

راهنمایی. از نامساوی (۴) با تابع اکیداً محدب

$$f(x) = \frac{x}{s-x} \quad \text{که} \quad x \in (0, s) \quad \text{و} \quad s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

۳. برای هر $x > 0$ ثابت کنید $x^x \geq \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x+1}$.

راهنمایی. از تابع اکیداً محدب $f(x) = x \ln x$ روی $(0, \infty)$

روش‌های نو در آموزش ریاضی

فاطمه تکاملی ماسوله

کارشناس ارشد مدیریت آموزشی و معلم ریاضی
مدارس راهنمایی استان گیلان

دهم. و لی در پایان درس متوجه شدم تعدادی از دانش‌آموزان، هنوز آن‌طور که باید، درس را یاد نگرفته‌اند. یکی از دانش‌آموزان را به دفتر مدرسه فرستادم تا تابلوی مختصات را که به‌عنوان یک وسیله‌ی کمک‌آموزشی در دفتر مدرسه موجود بود، به کلاس بیاورد. دوباره درس دادم و توضیحات مفصلی را درباره‌ی مختصات، بیان کردم. اما متأسفانه هنوز چشم‌های نگرانی به من می‌گفت: درس را نفهمیدیم! هر ساله در این قسمت کتاب با همین مشکل مواجه می‌شدم. این موضوع فکر مرا مشغول کرد و به دنبال پیدا کردن راهی برای تفهیم هرچه بهتر این درس بودم.

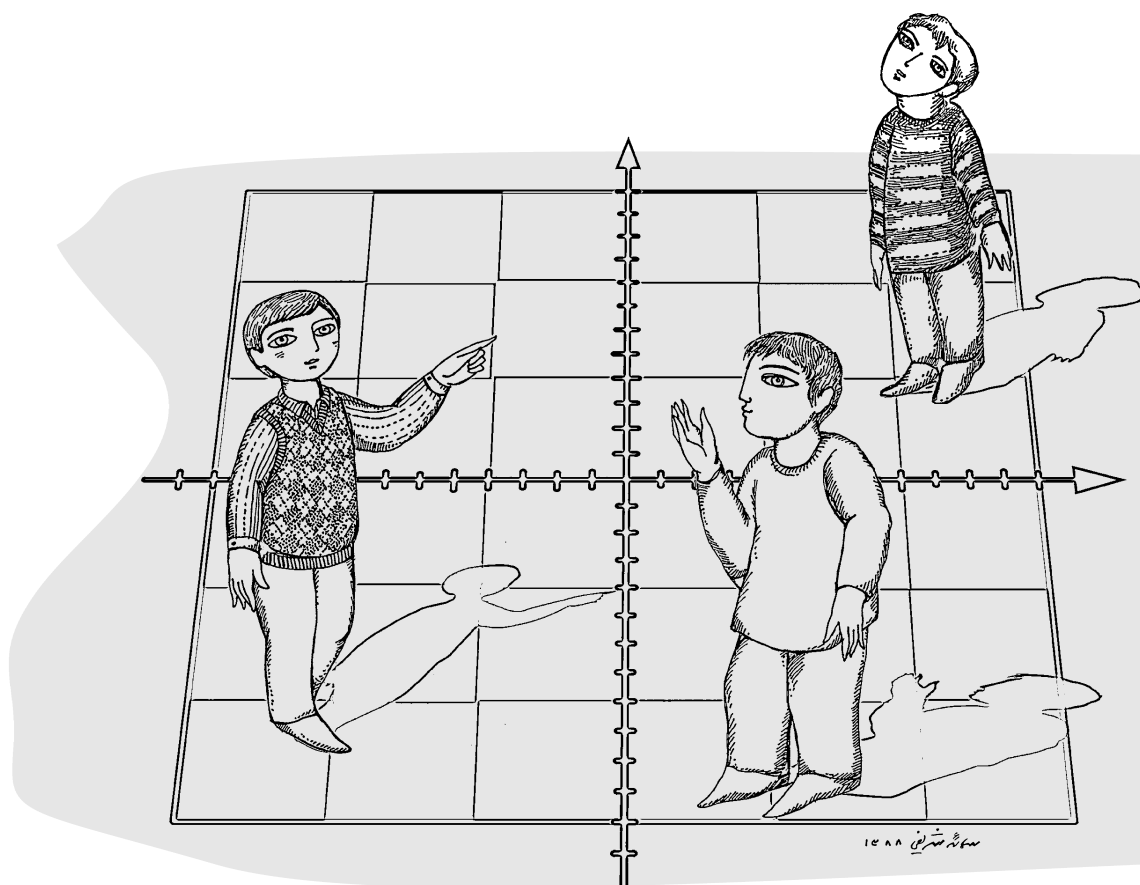
تا این‌که، شب به اتاق پسرم رفتم. او مشغول خواندن درس جغرافی بود. کنار او

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

رشد آموزش ریاضی

مختصات چیست؟ آیا مختصات نقاط را می‌شناسید؟ محورهای مختصات یعنی چه؟ طول و عرض نقاط یعنی چه؟ این‌ها سؤالاتی بود که در ابتدای کلاس روی تخته نوشتم. آن روز درس من درباره‌ی مختصات بود. علی‌رغم میل باطنی‌ام مجبور بودم به روش سال‌های گذشته و به صورت نظری درس را ارائه

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرایند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.



نشستم. دیدم درس او در مورد طول و عرض جغرافیایی شهرها است. این موضوع توجه مرا جلب کرد و از او خواستم طول و عرض جغرافیایی چند شهر را روی نقشه به من نشان دهد. سپس به این فکر افتادم که نقشه می‌تواند وسیله‌ی خوبی برای تدریس مختصات باشد.

بعد از اتمام درس، فرزندانم مشغول بازی شطرنج بودند که این بار صفحه‌ی چهارخانه‌ی شطرنج توجه مرا جلب کرد و برای تدریس بهتر همان درس مختصات، از نو برنامه‌ریزی کردم. فردای آن روز، وقتی که به مدرسه رفتم، با مدیر مدرسه درباره‌ی طریح صحبت کردم. او نیز طریح مرا پذیرفت و با همکاری یکی از اولیاء دانش‌آموزان و هماهنگی من، یک چهارخانه در گوشه‌ای از حیاط بسیار بزرگ

مدرسه کشیده شد.

این چهارخانه شامل دو محور عمود بر هم قرمز رنگ و تعدادی خطوط افقی و عمودی سفید رنگ بود. محورهای قرمز در چهار جهت شماره گذاری شده بودند. جلسه‌ی بعد دانش‌آموزان را به حیاط بردم. آن‌ها با دیدن این چهارخانه، حدس‌های زیادی زدند و برای آن کاربردهای متفاوتی را برشمردند. من با جهت دادن به نظرات دانش‌آموزان، برای آن‌ها توضیح دادم که محورهای قرمز رنگ محورهای مختصات هستند. محور افقی، محور طول‌هاست و از محل تقاطع محورها به سمت راست، اعداد با طول مثبت و به سمت چپ، اعداد با طول منفی را داریم. سپس محور عمودی را به آن‌ها نشان دادم و به

آن‌ها گفتم که از محل تقاطع محورها به سمت بالا، اعداد با عرض مثبت و در سمت پایین، اعداد با عرض منفی را داریم و محل تقاطع خط‌های سفید در واقع جایگاه‌هایی است که نقاط با مختصات صحیح می‌گیرند. به عنوان نمونه در چند جای مختلف قرار گرفتم و چگونگی خواندن طول و عرض را با توجه به محورها برایشان توضیح دادم. سپس از دانش‌آموزان خواستم که هریک به ترتیب جایگاهی را انتخاب کنند و از آن‌ها طول و عرض محل استقرارشان را پرسیدم. با این کار، آن‌ها مختصات را به خوبی فهمیدند و به این اطمینان رسیدم که دیگر دانش‌آموزی در کلاس نیست که نداند طول و عرض یک نقطه یعنی چه!

آشنایی با مسابقه ریاضی



کانگورو



مریم سعیدی و سپیده چمن آرا

استرالیا)، یک مسابقه ریاضی برای دانش آموزان پایه های مختلف (از دوم دبستان تا سال آخر دبیرستان) راه اندازی کرد. این مسابقه به گروه خاصی از دانش آموزان تعلق نداشت؛ بلکه هر کس با هر سطحی از توان ذهنی می توانست در این مسابقه - البته در پایه ی مربوط به خودش - شرکت کند.

سوالات این مسابقه ذهن دانش آموز را کاملاً درگیر مسئله می کند و تفکر مدار است. سوالات در مقوله های حساب و جبر و هندسه و منطق، بر دانش ریاضی ای که دانش آموزان هر پایه بر آن اشراف دارند مبتنی است.

در سال ۱۹۹۱ این ایده در پاریس - فرانسه - مورد توجه قرار گرفت و این مسابقه در آن کشور نیز برگزار شد و به سرعت این مسابقه در بسیاری از کشورهای اروپایی دیگر مورد توجه قرار گرفت و آن کشورها نیز به این مسابقه پیوستند.

در حال حاضر، هر ساله حدود ۵ میلیون نفر در دنیا در این مسابقه ریاضی شرکت می کنند. از آن جا که این مسابقه اولین بار در کشور استرالیا برگزار شد، نام کانگورو بر آن گذاشته شده است.

هدف اصلی شکل گیری این مسابقه، ایجاد انگیزه و علاقه در دانش آموزان برای یادگیری بهتر و بیش تر ریاضی است که این امر با سؤال های جالب و متفاوت و نه لزوماً مشکل، انجام می پذیرد.

در اردی بهشت ماه امسال، مسابقه ای تحت عنوان «المپیاد ملی ریاضی»، در پایه های پنجم دبستان و اول تا سوم راهنمایی، به همت باشگاه دانش پژوهان جوان، برگزار شد. سؤال های این مسابقه، ترجمه ی سؤال های مسابقه ای ریاضی با نام «کانگورو» بود که به صورت بین المللی در بسیاری از کشورهای جهان، برگزار می شود. از آن جا که این مسابقه، اولین مسابقه ی برگزار شده توسط باشگاه دانش پژوهان جوان - که نهادی رسمی وابسته به آموزش و پرورش است - برای پایه های پنجم دبستان و اول تا سوم راهنمایی بود و از آن جا که سؤال های آن، دقیقاً برگرفته از سوالات مسابقه ی دیگری بود، هیئت تحریریه ی مجله ی رشد آموزش ریاضی تصمیم گرفت تا دبیران ریاضی را با تاریخچه و اهداف مسابقه ی اصلی آشنا ساخته و سؤال های مسابقه ی امسال را - که نمونه ای از سؤال های «زیبای» ریاضی برای چالش فکری دانش آموزان در هر سطحی هستند - در اختیار آن ها قرار دهد. امیدواریم برگزاری این مسابقه در ایران، ضمن هم سوئی با اهداف اصلی مسابقه ی ریاضی کانگورو، تداوم یابد.

تاریخچه ی مسابقه ی ریاضی کانگورو

در سال ۱۹۸۰ پیترو هالورن (۱۹۹۴-۱۹۳۱)، یک معلم ریاضی استرالیایی و بانی AMOC (کمیته ی المپیاد ریاضی

برای تشویق دانش آموزان شرکت کننده در این مسابقه، در هر کشور جوایز و دیپلم های افتخاری به آن ها داده می شود و البته، نتایج مسابقه بین کشورها مقایسه نمی شود و نفرت برتر تنها در کشور خودشان تعیین شده و جایزه می گیرند. این جوایز توسط بنیادهای مستقلی که بانی اجرای این مسابقه در کشورشان بوده اند - در صورت وجود - تهیه می شود.

زمان برگزاری مسابقه ی بین المللی ریاضی کانگورو، در اردیبهشت ماه (ماه مارس) است. در پاییز همان سال، کنفرانسی در یکی از کشورهای شرکت کننده؛ برگزار می شود که ریاضی دانان و متخصصان کشورهای مختلف شرکت کننده در این کنفرانس، سوالات مسابقه ی سال بعد را طرح و انتخاب خواهند کرد. برای آشنایی بیش تر با این مسابقه و جزئیات ضوابط و مقررات آن، به سایت اینترنتی آن، مراجعه کنید.

در ادامه، سؤال های مسابقه ی کانگورو برای پایه های (۵ و ۶) و (۷ و ۸) را می بینید. ترجمه ی حاضر، از دفترچه ی آزمون که توسط باشگاه دانش پژوهان جوان تهیه شده است، اقتباس شده است.



اولین مسابقه ی ملی ریاضی ویژه ی پایه های پنجم دبستان و اول راهنمایی تحصیلی ۱۳۸۸/۲/۱۷

۱. کدام یک از عددهای زیر زوج است؟

- الف) 138×7 ب) $1 + 3 + 8 + 7$
ج) $138 - 7$ د) 1387
ه) $138 + 7$

۲. بین $5/05$ و $19/03$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

- الف) ۱۶ ب) ۱۷ ج) ۱۴
د) ۱۵ ه) بیش تر از ۱۷

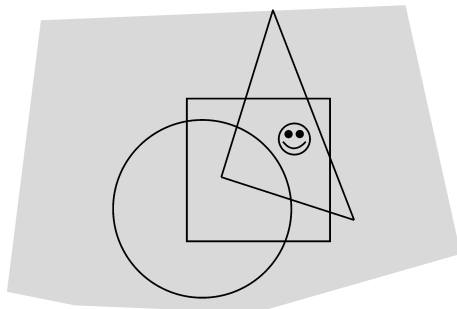
۳. از عدد 1232314 دست کم چند رقم برداریم تا وقتی عدد حاصل را از راست به چپ یا از چپ به راست می خوانیم، با هم فرقی نداشته باشند؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳
د) ۴ ه) ۵

۴. در شکل روبه رو، جای صورتک خندان کجاست؟

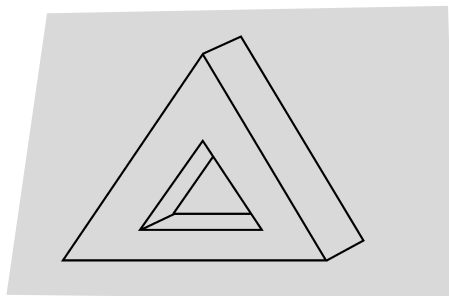
- الف) در دایره و مثلث است اما در مربع نیست.
ب) در دایره و مربع است اما در مثلث نیست.

- ج) در مثلث و مربع است اما در دایره نیست.
د) در دایره است اما در مربع یا در مثلث نیست.
ه) در مربع است اما در دایره یا در مثلث نیست.



۵. سه جعبه داریم: سفید، قرمز و سبز. در یکی از آن ها یک شکلات و در دیگری یک سیب است. سومی هم خالی است. اگر بدانیم شکلات در یکی از جعبه های سفید یا قرمز است و سیب در جعبه های سبز و قرمز نیست، شکلات در کدام جعبه است؟

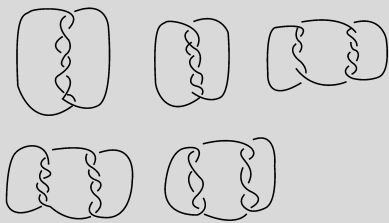
- الف) سفید ب) قرمز ج) سبز
د) قرمز یا سبز ه) نمی توان مشخص کرد.
۶. چند وجه شکل مقابل دیده نمی شود؟
الف) ۳ ب) ۵ ج) ۶
د) ۸ ه) ۴



۷. روی رودخانه ای، یک پل ساخته شده است. عرض رودخانه ۱۰۰ متر است. یک چهارم پل روی ساحل سمت چپ رودخانه و یک چهارم پل روی ساحل سمت راست رودخانه قرار دارد. طول پل چقدر است؟

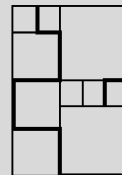
- الف) ۱۵۰ متر ب) ۱۸۰ متر
ج) ۲۱۰ متر د) ۲۰۰ متر
ه) ۲۷۰ متر

۸. در شکل روبه رو، مربع هایی با سه اندازه ی مختلف وجود دارد. طول ضلع کوچک ترین مربع، ۱۰ سانتی متر است.



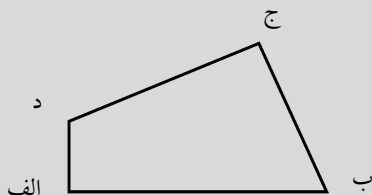
طول قسمت پررنگ شده چند است؟

- الف) ۱۹۰ سانتی متر
ب) ۲۱۰ سانتی متر
ج) ۴۲۰ سانتی متر
د) ۴۰۰ سانتی متر
ه) ۲۲۰ سانتی متر



۱۲. چهار ضلعی روبه رو دارای ضلع هایی به طول ۶=الف ب و ۴=ج ب و ۵=د ج و ۲=د الف است. این چهار ضلعی در دو زاویه الف و ج قائمه است. مساحت این چهارضلعی را بیابید.

- الف) ۱۷
ب) ۱۹
ج) ۴۸
د) ۱۶
ه) ۳۲



۹. تعدادی مرغ و گوسفند در یک مزرعه هستند. تعداد دست و پای گوسفندها، هشت برابر تعداد سر مرغ هاست. در این صورت، تعداد گوسفندها:

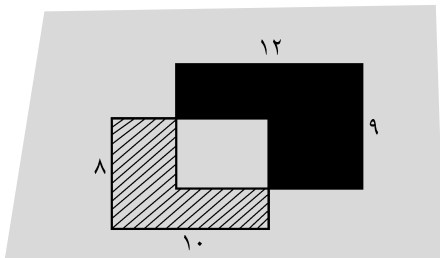
- الف) دو برابر تعداد مرغ هاست.
ب) برابر با تعداد مرغ هاست.
ج) نصف تعداد مرغ هاست.
د) $\frac{1}{4}$ تعداد مرغ هاست.
ه) چهار برابر تعداد مرغ هاست.

۱۳. در یک گروه محافظت از محیط زیست، ۱۲ دختر و ۲۰ پسر عضو هستند. هر هفته ۶ پسر و ۸ دختر به این گروه اضافه می شوند. بعد از مدتی، در این گروه، تعداد پسرها و دخترها، مساوی خواهد شد. در این صورت، تعداد پسرها و دخترها چند نفر خواهد بود؟

- الف) ۸۰
ب) ۸۸
ج) ۵۶
د) ۶۵
ه) ۷۶

۱۴. دو مستطیل ب اندازه های ۸×۱۰ و ۹×۱۲ تا حدودی یکدیگر را پوشانده اند. مساحت قسمت هاشور زده ۴۰ است. مساحت قسمت خاکستری چند است؟

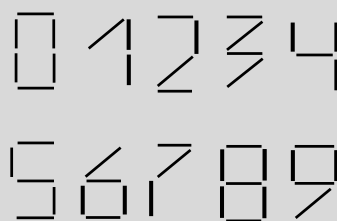
- الف) ۶۰
ب) ۶۸
ج) ۶۴
د) ۶۵
ه) ۶۶



۱۵. هشت کارت که روی آن ها اعداد ۱ تا ۸ نوشته شده

۱۰. همان طور که می بینید، برای ساختن ارقام از قطعه چوب های هم اندازه استفاده شده است. در ساختن یک عدد، تعداد چوب های به کار رفته را وزن آن عدد می گوئیم. وزن سنگین ترین عدد ۳ رقمی چیست؟

- الف) ۱۴
ب) ۲۱
ج) ۲۸
د) ۱۳
ه) ۱۲



۱۱. شکل های زیر با استفاده از طناب ساخته شده اند. کدام یک از آن ها از یک قطعه طناب تشکیل شده است؟

- الف) ۱ و ۲ و ۴
ب) هیچ کدام از گزینه ها
ج) ۲ و ۴ و ۵
د) همه ی آن ها
ه) ۲ و ۴

است در دو جعبه به رنگ های سفید و سیاه طوری ریخته شده اند که جمع اعداد روی کارت ها در هر دو جعبه با هم مساوی است . اگر در جعبه ی سفید فقط ۳ کارت وجود داشته باشد ، در این صورت می توان مطمئن بود که :

الف) روی سه کارت موجود در جعبه ی سیاه ، اعداد فرد نوشته شده است .

ب) روی چهار کارت موجود در جعبه ی سیاه ، اعداد زوج نوشته شده است .

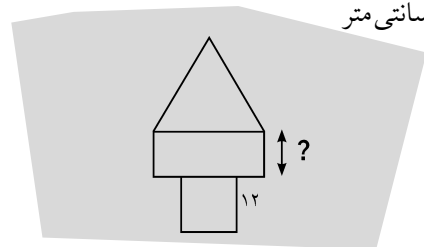
ج) کارتی که روی آن عدد ۱ نوشته شده ، در جعبه ی سیاه است .

د) کارتی که روی آن عدد ۲ نوشته شده ، در جعبه ی سیاه نیست .

ه) عدد ۵ در جعبه ی سیاه است .

۱۶. این برج از مربع ، مستطیل و مثلث متساوی الاضلاع ساخته شده است . محیط این شکل ها با هم مساوی است . طول ضلع مربع ۱۲ سانتی متر است . طول ضلع خواسته شده چند است ؟

- الف) ۴ سانتی متر
ب) ۵ سانتی متر
ج) ۶ سانتی متر
د) ۷ سانتی متر
ه) ۸ سانتی متر



۱۷. می خواهیم جعبه ای به ابعاد $30 \times 30 \times 40$ را با مکعب های توپر هم اندازه ، پر کنیم . کم ترین تعداد مکعب های لازم کدام است ؟

- الف) ۳۰
ب) ۳۶
ج) ۴۵
د) ۷۵
ه) ۱۵

۱۸. امروز ، جمعه است . علی امروز خواندن یک کتاب ۲۹۰ صفحه ای را شروع کرد . او به جز روزهای جمعه که ۳۰ صفحه کتاب می خواند ، بقیه ی روزهای هفته هر روز ۴ صفحه از کتابش را می خواند . چند روز طول می کشد تا علی کتابش را تمام کند ؟

- الف) ۵
ب) ۳۶
ج) ۴۰
د) ۳۵
ه) ۴۱

۱۹. کامران ، احسان ، مهدی و آرش در مسابقات دوره ای شمشیربازی ، مقام های اول تا چهارم را کسب کرده اند . اگر رتبه های کامران ، احسان و آرش را با هم جمع کنید ، حاصل ۶ می شود . اگر رتبه های مربوط به احسان و مهدی را جمع کنید به همان عدد می رسید . اگر رتبه کامران بهتر از رتبه احسان باشد ، چه کسی رتبه اول را کسب کرده است ؟

- الف) کامران
ب) احسان
ج) مهدی
د) آرش
ه) نمی توان مشخص کرد .

۲۰. امیر ، ۲۰۹ قطعه ی مربعی شکل هم اندازه دارد . آن ها را کنار هم به شکل یک مستطیل توپر چیده است . او چند مستطیل مختلف می تواند بسازد ؟

- الف) ۱
ب) ۲
ج) ۳
د) ۵
ه) ۱۰

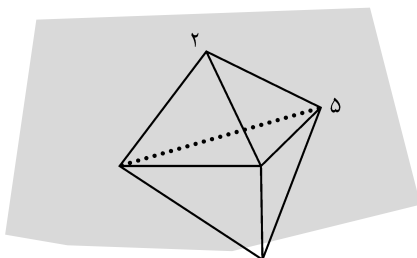
۲۱. در مورد یک عدد ، چهار توضیح زیر داده شده است :
بر ۳ قابل قسمت است .
بر ۱۱ قابل قسمت است .
بر ۳۳ قابل قسمت است .
کم تر از ۱۰ است .

می دانیم که فقط دو تا از این توضیحات درست و بقیه نادرست هستند . در این صورت عدد برابر است با :

- الف) صفر
ب) ۳
ج) ۳۳
د) ۱۱
ه) ۶

۲۲. شکل زیر ، جسمی را نشان می دهد که از ۶ وجه مثلثی شکل ساخته شده و روی هر رأس آن ، یک عدد نوشته شده است . که دو تا از آن ها ۲ و ۵ هستند ، سه عدد نوشته شده روی سه رأس هر مثلث را با هم جمع می کنیم تا حاصل جمع بدست آید . اگر بدانیم که این حاصل جمع ها با هم برابرند مجموع تمام پنج عدد نوشته شده روی رأس ها چند است ؟

- الف) ۹
ب) ۱۷
ج) ۱۹
د) ۱۸
ه) ۲۴





اولین مسابقه‌ی ملی ریاضی ویژه‌ی دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم راهنمایی تحصیلی، ۱۳۸۸/۲/۱۷

۱. کدام یک از عددهای زیر، زوج است؟

الف) ۱۳۸×۷ ب) $۱+۳+۸+۷$

ج) $۱۳۸-۷$ د) ۱۳۸۷

ه) $۱۳۸+۷$

۲. در یک سری مسابقات دوستانه‌ی شطرنج، ۴ دانش‌آموز دبستان و ۴ دانش‌آموز راهنمایی شرکت داشتند. روز اول مسابقه، دانش‌آموزان راهنمایی فقط با دانش‌آموزان دبستان مسابقه دادند و دبستانی‌ها هم فقط با دانش‌آموزان راهنمایی مسابقه دادند. در پایان روز اول، از همه‌ی آن‌ها پرسیدیم که با چند نفر مسابقه داده‌اند؟ دانش‌آموزان راهنمایی این جواب‌ها را دادند: ۳، ۱، ۲، ۲. سه تا از دانش‌آموزان دبستان گفتند: ۳، ۲، ۲. دانش‌آموز دبستانی دیگر چه عددی را گفته است؟

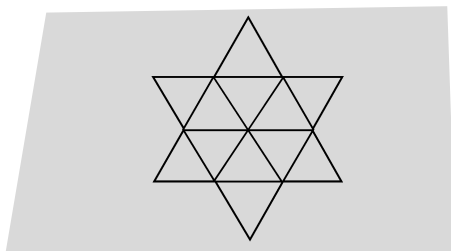
الف) صفر ب) ۱ ج) ۲

د) ۳ ه) ۴

۳. ستاره‌ای که در شکل می‌بینید، از ۱۲ مثلث متساوی‌الاضلاع کوچک شبیه به هم تشکیل شده است. محیط ستاره ۲۴ سانتی‌متر است. محیط شش ضلعی هاشور خورده چه قدر است؟

الف) ۶ cm ب) ۱۲ cm ج) ۱۸ cm

د) ۲۴ cm ه) ۳۰ cm



۴. علی بسته‌هایی را در خیابان بهار توزیع می‌کند. او باید بسته‌ها را بین تمام خانه‌هایی که پلاک فرد دارند، توزیع کند. پلاک اولین خانه ۱۷ و پلاک آخرین خانه، ۵۵ است. علی باید بسته‌ها را به چند خانه برساند؟

الف) ۱۹ ب) ۲۰ ج) ۲۷

د) ۳۸ ه) ۵۳

۲۳. هتلی دارای ۳ طبقه است و هر طبقه ۳۵ اتاق دارد. اتاق‌ها با اعداد ۳ رقمی شماره‌گذاری شده‌اند. اولین رقم، طبقه را مشخص می‌کند و دو رقم بعدی شماره‌ی اتاق را نشان می‌دهد. مثلاً، شماره‌ی ۱۲۵ نشان دهنده‌ی اتاق ۲۵ در اولین طبقه است. بنابراین اتاق‌ها در طبقه‌ی اول از ۱۰۱ تا ۱۳۵ شماره‌گذاری شده‌اند، برای شماره‌گذاری تمام اتاق‌های این هتل چندبار از رقم ۲ استفاده شده است؟

الف) ۶۰ ب) ۶۵ ج) ۶۲

د) ۶۳ ه) ۷۷

۲۴. در جدول زیر، مجموع هر سطر و هر ستون در انتهای آن داده شده است. مقدار Δ - را حساب کنید.

الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵

د) ۶ ه) ۷

■	□	■	۱۱
□	■	△	۸
□	△	■	۸
۱۰	۸	۹	

۲۵. در یک جدول ۴×۲ ، در ردیف اول، دو عدد نوشته شده است. اعداد نوشته شده در هر کدام از ردیف‌های بعدی، مجموع و اختلاف اعداد نوشته شده در ردیف‌های قبلی است (به شکل نگاه کنید). یک جدول ۷×۲ به همین روش، پر شده است که عددهای آخرین ردیف آن ۸۰ و ۶۰ است. مجموع اعداد موجود در اولین ردیف را به دست آورید.

۱۰	۳
۱۳	۷
۲۰	۶
۲۶	۱۴

ج) ۸

ب) ۱۷/۵

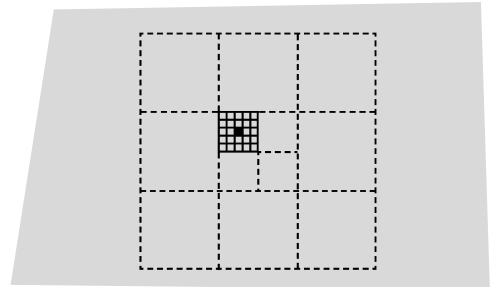
الف) ۲۰

ه) ۱۲

د) ۱۰/۵

۵. محیط مربع بزرگ ۱ است. محیط مربع کوچک سیاه کدام است؟

- الف) $\frac{1}{10}$ ب) $\frac{1}{6}$ ج) $\frac{1}{30}$
د) $\frac{1}{100}$ ه) $\frac{1}{90}$



۶. حاصل ضرب چهار عدد طبیعی مثبت مختلف، ۲۲۵ شده است. مجموع آن عددها چیست؟

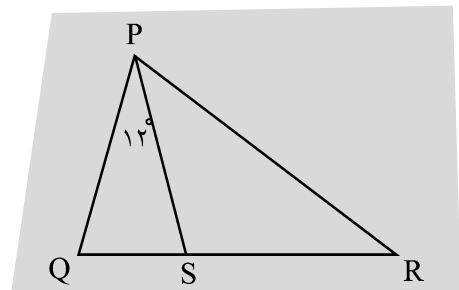
- الف) ۱۰ ب) ۱۲ ج) ۲۴
د) ۱۸ ه) ۲۰

۷. تعدادی مرغ و گوسفند در یک مزرعه هستند. تعداد دست و پای گوسفندها، هشت برابر تعداد سر مرغ هاست. در این صورت، تعداد گوسفندها:

- الف) دو برابر تعداد مرغ هاست.
ب) برابر با تعداد مرغ هاست.
ج) نصف تعداد مرغ هاست.
د) $\frac{1}{4}$ تعداد مرغ هاست.
ه) $\frac{1}{6}$ تعداد مرغ هاست.

۸. در شکل سمت چپ، QSR یک خط راست است، $\angle QPS = 12^\circ$ و $PQ = PS = RS$. اندازه $\angle SRP$ چه قدر است؟

- الف) 36° ب) 42° ج) 54°
د) 60° ه) 84°

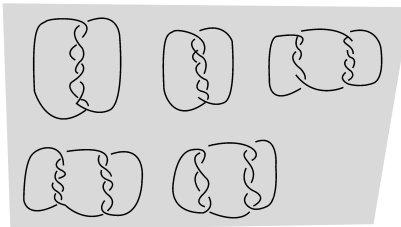


۹. ظرفیت یک آسانسور، ۱۲ نفر بزرگ سال و یا ۱۶ نفر کودک است. اگر ۹ نفر بزرگ سال در آسانسور باشند، حداکثر چند کودک می توانند وارد آسانسور شوند؟

- الف) ۳ ب) ۴ ج) ۵ د) ۶
ه) ۸

۱۰. شکل های زیر با استفاده از طناب ساخته شده اند. کدام یک از آن ها از یک قطعه طناب تشکیل شده است؟

- الف) ۱ و ۲ و ۴
ب) هیچکدام از گزینه ها
د) همه ی آن ها
ج) ۲ و ۴ و ۵
ه) ۲ و ۴

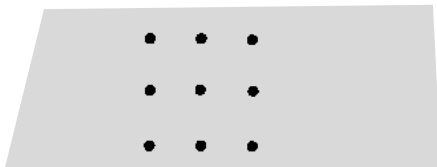


۱۱. چند عدد طبیعی مثبت وجود دارد که تعداد رقم های مربع شان با تعداد رقم های مکعب شان برابر نیست؟

- الف) صفر ب) ۳ ج) ۴ د) ۹
ه) بی شمار

۱۲. کم ترین تعداد نقطه ای که می توان از شکل زیر حذف کرد تا بین نقاط باقی مانده، هیچ چهار نقطه ای روی یک مربع نباشد، چند تاست؟

- الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴
ه) ۷

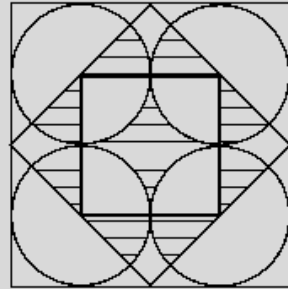


۱۳. نوید، همه ی زاویه های دو مثلث را اندازه گرفت. یکی از مثلث ها همه زاویه هایش تند و دیگری دارای زاویه ای باز بود. او چهار تا از این زاویه ها را به یاد می آورد: 120° ، 80° ، 65° و 10° . کوچک ترین زاویه ی مثلثی که تمام زاویه هایش تند است، چه قدر است؟

- الف) 5° ب) 45° ج) 35°
د) 65° ه) نمی توان آن را مشخص کرد.

۱۴. چه کسری از مربع بزرگ، هاشور نخورده است؟

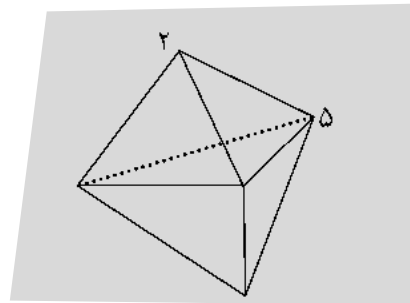
- (الف) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $\frac{\pi}{8}$ (د) $\frac{1}{3}$
(ه) $\frac{3}{4}$



۱۵. در جزیره‌ی راست‌گوها و دروغ‌گوها، ۲۵ نفر پشت سر هم در یک صف ایستاده‌اند. همه‌ی آن‌ها به جز نفر اول می‌گویند که نفر جلوی آن‌ها در صف، دروغ‌گو است. نفر اول هم می‌گوید همه‌ی کسانی که پشت سرش ایستاده‌اند، دروغ‌گو هستند. در این صف، چند نفر راست‌گو هستند؟ (راست‌گوها همیشه راست و دروغ‌گوها همیشه دروغ می‌گویند).
(الف) صفر (ب) ۱۲ (ج) ۱۳ (د) ۲۴
(ث) نمی‌توان آن را مشخص کرد.

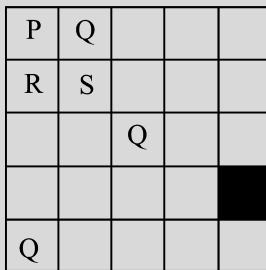
۱۶. شکل روبه‌رو، جسمی را نشان می‌دهد که از ۶ وجه مثلثی شکل ساخته شده و روی هر رأس آن، یک عدد نوشته شده است. که دو تا از آن‌ها ۵ و ۲ هستند، سه عدد نوشته شده روی سه رأس هر مثلث را با هم جمع می‌کنیم تا حاصل جمع به دست می‌آید. اگر بدانیم که این حاصل جمع‌ها با هم برابرند مجموع تمام پنج عدد نوشته شده روی رأس‌ها چند است؟

- (الف) ۹ (ب) ۱۷ (ج) ۱۹ (د) ۱۸
(ه) ۲۴

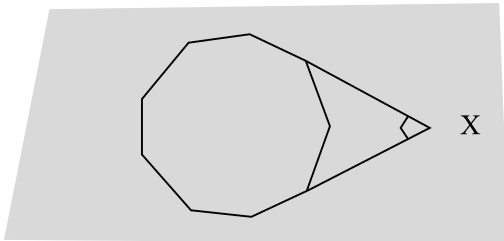


۱۷. می‌خواهیم مربع‌های کوچک موجود در این شکل را با استفاده از رنگ‌های P، Q، R و S رنگ‌کنیم، طوری که مربع‌های همسایه، هم‌رنگ نباشند. (اگر دو تا مربع، در یک رأس یا یک ضلع مشترک داشته باشند، همسایه هستند). بعضی از مربع‌ها، همان‌طور که در شکل نشان داده شده، رنگ شده‌اند. کدام امکان برای رنگ کردن مربع هاشور خورده وجود ندارد؟

- (الف) Q (ب) S (ج) این رنگ‌آمیزی غیرممکن است. (د) R
(ه) P و R

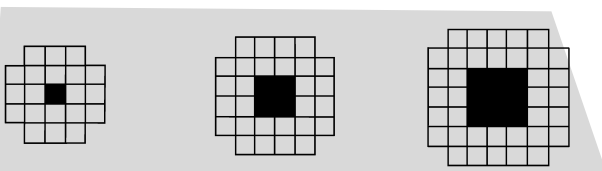


۱۸. شکل مقابل یک ۹ ضلعی منتظم را نشان می‌دهد. اندازه‌ی زاویه‌ی X که در شکل مشخص شده، کدام است؟
(الف) 40° (ب) 45° (ج) 50° (د) 55°
(ه) 60°



۱۹. سه شکل اول یک الگو را می‌بینید. هر یک از این شکل‌ها، با استفاده از تعدادی مربع واحد ساخته شده است و در هر شکل، بخش خاکستری توخالی است. برای ساختن شکل نهم این الگو چند مربع واحد لازم داریم؟

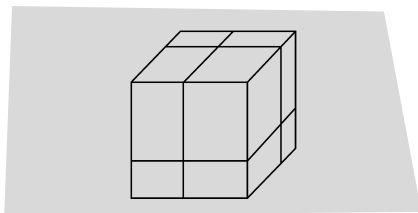
- (الف) ۷۶ (ب) ۸۰ (ج) ۸۴ (د) ۹۲
(ه) ۱۰۰



۴ به ۱ (ه)

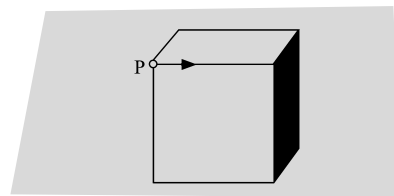
۲ به ۱ (د)

۳ به ۲ (ج)



۲۰. با شروع از نقطه‌ی P، روی ضلع‌های این مکعب حرکت می‌کنیم. جهت اولین حرکت روی شکل با استفاده از فلش نشان داده شده است. در پایان اولین ضلع، دو انتخاب داریم: حرکت به راست یا حرکت به چپ. در پایان ضلع دوم نیز باید یکی از این دو جهت را انتخاب کنیم و این کار هم چنان ادامه دارد. ما به نوبت، یک بار جهت راست و بار دیگر جهت چپ را انتخاب می‌کنیم. اگر در پایان اولین ضلع جهت راست را انتخاب کرده باشیم، پس از طی کردن چند ضلع، برای اولین بار دوباره به نقطه‌ی P خواهیم رسید؟

الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۶
د) ۹ (ه) ۱۲



۲۴. تمام مقسوم علیه‌های عدد N، به جز خود N و ۱ را نوشته‌ایم. از بین این مقسوم علیه‌ها، بزرگ‌ترین شان ۳۵ برابر کوچک‌ترین آن‌هاست. چند تا عدد N، چنین شرایطی را دارند؟
الف) صفر (ب) ۱ (ج) ۲ (د) بیش از ۲ (ه) نمی‌توان تعیین کرد.

۲۵. دارا تعدادی عدد طبیعی متفاوت کم‌تر از ۱۰ را در یک ردیف نوشت. سارا با دقت کردن در این اعداد، متوجه شد که در هر جفت عددی که در کنار هم نوشته شده‌اند، یکی بر دیگری بخش پذیر است. دارا حداکثر چند عدد را در این ردیف نوشته است؟

الف) ۶ (ب) ۷ (ج) ۸
د) ۹ (ه) ۱۰

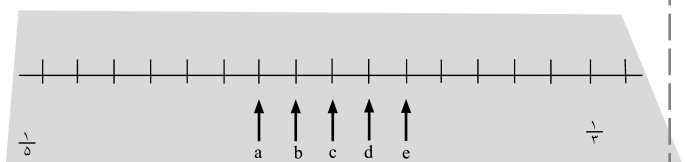
۲۱. چند عدد ۸ رقمی می‌توان نوشت که تنها از ارقام ۱، ۲ و ۳ تشکیل شده باشند و اختلاف هر رقم با رقم کناری اش، ۱ باشد؟

الف) ۱۶ (ب) ۳۲ (ج) ۶۴
د) ۸۰ (ه) ۱۰۰

۲۲. جای کسره‌های $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ روی محور اعداد مشخص شده

است. کسر $\frac{31}{120}$ در کدام یک از مکان‌های a، b، c، d یا e قرار دارد؟

الف) a (ب) b (ج) c
د) d (ه) e



۲۳. یک مکعب بزرگ را با استفاده از سه بُرش، به هشت مکعب مستطیل کوچک تبدیل کرده‌ایم. اگر این هشت مکعب مستطیل را از هم جدا کنیم، نسبت مجموع مساحت‌های این هشت مکعب مستطیل، به مساحت مکعب اولیه چه قدر است؟

الف) ۱ به ۱ (ب) ۴ به ۳

پاسخ‌های سؤالات پایه‌های (۶ و ۵)		
۱. الف	۱۱. هـ	۲۱. ج
۲. ج	۱۲. د	۲۲. ج
۳. ب	۱۳. ب	۲۳. هـ
۴. ج	۱۴. ب	۲۴. الف
۵. ب	۱۵. هـ	۲۵. ب
۶. هـ	۱۶. هـ	
۷. د	۱۷. ب	
۸. ب	۱۸. ج	
۹. الف	۱۹. الف	
۱۰. ب	۲۰. ب	

پاسخ‌های سؤالات پایه‌های (۸ و ۷)		
۱. الف	۱۱. هـ	۲۱. ب
۲. ب	۱۲. ج	۲۲. الف
۳. ب	۱۳. ج	۲۳. ج
۴. ب	۱۴. هـ	۲۴. د
۵. ج	۱۵. ب	۲۵. د
۶. ج	۱۶. ج	
۷. الف	۱۷. هـ	
۸. ب	۱۸. هـ	
۹. ب	۱۹. ج	
۱۰. هـ	۲۰. ج	

استقبال از تغییر

یا مقاومت در برابر آن!

یوسف آذرنگ

کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی سردهشت

اشاره

مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، تداوم معنادار خود را مدیون تعامل و تبادل نظر دائمی با مخاطبان اصلی خود که معلمان ریاضی و دست‌اندرکاران آموزش معلمان ریاضی هستند، می‌داند. به همین دلیل، بیش‌ترین تلاش اعضای هیئت تحریریه‌ی مجله، جست‌وجو برای پیدا کردن راه‌های مختلف ایجاد چنین تعامل و تبادل نظری بوده است. خوشبختانه از سال ۱۳۸۱ که به همت مسئولان محترم دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، تولید و توزیع مجله، نظم بیش‌تری یافته و تیراژ آن نیز بالاتر رفته است، معلمان محترم ارتباط بیش‌تری با مجله‌ی خودشان برقرار کرده‌اند و بیش‌تر از گذشته، دیدگاه‌های خود را برای چاپ، ارسال دارند. به همین دلیل، آرزوی دیرینه‌ی دفتر انتشارات کمک‌آموزشی و هیئت تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی می‌رود تا تحقق یابد. در نتیجه، با نظر هیئت تحریریه‌ی مجله، قرار شد تا دیدگاه‌های ارسالی عیناً و بدون ویرایش چاپ شوند. در ضمن، از خوانندگان محترم استدعا داریم که پاسخ‌گو و منتقد دیدگاه‌ها

باشند و تعامل و تبادل نظر را از طریق بازتاب بر آن‌ها، معنادارتر و کارآتر کنند.

البته لازم به توضیح است که دیدگاه‌های مطرح‌شده، الزاماً هم‌سو با سیاست‌ها و دیدگاه‌های دفتر انتشارات کمک‌آموزشی و هیئت تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی نیستند.

رشد آموزش ریاضی

تغییر و اصلاح کتاب‌های درسی از ضروریات مهم برنامه‌ی درسی مدرسه‌ای است. شکی نیست که هر کتاب درسی بعد از گذشت چند سال، بنا به دلایلی از جمله: تغییر مخاطبان، رشد روزافزون اطلاعات، تولید روش‌های جدید آموزشی، به روز کردن اطلاعات، پاسخ‌گویی به نیاز مخاطبان و غیره باید دست‌خوش تغییر و تحول شود. وقتی که نیاز به چنین تغییری احساس می‌شود طبیعتاً برنامه‌ها و اهداف عالی‌تری هم مدنظر برنامه‌ریزان درسی هست تا در سایه‌ی آن بتوانند چشم‌انداز مطلوب‌تری برای برنامه‌های درسی مدرسه‌ای ترسیم کنند. تغییر یک کتاب

درسی در هر قالبی که صورت پذیرد حتماً به دنبال جبران کمبودها و نارسایی‌های کتاب قبلی است.

از نقطه‌ی شروع این کار و تدوین اهداف و برنامه‌های جدید تا پیاده کردن آن‌ها در کلاس‌های درس، مسیر پیچیده‌ای طی می‌شود که در آن مسیر، معلمان نقش محوری دارند. بدین معنی که برآوردن اهداف جدید بر دوش معلمانی است که در کلاس‌های درس، کتاب جدید را تدریس می‌کنند. با شروع سال تحصیلی جدید*، کتاب جدیدالتألیف ریاضی (۱) جای کتاب قبلی را گرفت و شاید با این کار، آرزوی بسیاری از معلمان و دانش‌آموزان هم برآورده شد. زیرا مدت‌ها بود آرزوی چنین تغییری را در سر می‌پروراندیم.

حال سؤال این است، استقبال از کتاب جدید ریاضی (۱) و تغییرات آن چگونه بوده است؟ تا چه اندازه می‌توان امیدوار بود که دیدگاه‌های معلمان ریاضی هم متناسب با اهداف پیش‌بینی شده در این کتاب تغییر کند؟ آیا معلمان ریاضی می‌توانند درصد قابل قبولی

از این اهداف را در کلاس های درس تحقق بخشند؟

برای بسط و توصیف این سؤال ها و سؤال هایی مشابه آن، لازم است به نکاتی در این زمینه اشاره شود.

قبل از هر چیز باید بپذیریم در مسیر اجرای برنامه ها و محقق شدن اهداف تبیین شده در برنامه های درسی، معلمان نقش یک پل ارتباطی را بازی می کنند. نقش این پل آن چنان مهم است که در صورت لرزان بودن آن نه تنها سیاست ها و برنامه های تدوین شده به اجرا در نمی آیند بلکه ممکن است نتایج معکوسی هم به دنبال داشته باشد. به راستی معلمان چگونه می توانند نقش مؤثر خود را ایفا کنند؟ یکی از روش های موجود در این راستا، برگزاری دوره های ضمن خدمت معلمان بوده است که هر ساله برای درس های مختلفی انجام می شود.

آن گونه که پیدا است، از مهم ترین اهداف این دوره ها این است که معلمان را با کتاب های درسی و تغییرات آن ها آشنا کرده و ارتباط آن ها را با مؤلفان و برنامه ریزان درسی نزدیک تر کند.

حال اگر این دوره ها از کیفیت مطلوبی برخوردار نباشد، نقش محوری که برای معلمان تعریف شده است خود به خود زیر سؤال می رود و معلمان هم نمی توانند هم سو با اهداف و برنامه های جدید پیش بروند.

در ارتباط با کتاب جدید التالیف ریاضی (۱) و جهت آشنایی معلمان ریاضی با تغییرات جدید آن، دوره ای ۴۰ ساعته در نظر گرفته شده بود و هم چنان که همکاران مطلع هستند، این دوره در تمام نقاط کشور برگزار شد تا معلمان علاوه بر آشنایی با کتاب جدید و نحوه ی تغییرات آن، با ابزارها و روش های جدیدی آشنا شوند تا در سایه ی این ها، قالب بهتری به تدریس و آموزش مفاهیم آن بدهند و بتوانند یادگیری دانش آموزان را تسهیل کنند.

اجرای این دوره هم، مشابه تمام دوره های قبلی، با کم و کاستی های زیادی همراه بود و جوابگوی تمام نیازها نبوده است. هرچند که این دوره در نوع خود ارزشمند بوده و نمی توان منافع و برخی قابلیت های آن را نادیده گرفت، ولی با وجود اهمیت واقعی دوره های تخصصی ضمن خدمت، متأسفانه بافت این دوره ها به گونه ای بوده است که کمتر مفید بوده اند و در مواردی ارزش آن ها با یک گواهی چند ساعته هم برابری نکرده است!*

این که چرا دوره های ضمن خدمت جدی گرفته نمی شود یا اجرای آن ها در قالبی خشک و بدون برنامه ریزی مناسب صورت می گیرد و یا کمتر با استقبال واقعی معلمان ریاضی همراه بوده است، جای بحث بیش تری دارد که در این مقوله نمی گنجد. اما مطلوب نبودن کیفیت برگزاری دوره های ضمن خدمت، تغییرات مطلوبی را هم به دنبال نخواهد داشت و نه تنها دیدگاه های معلمان را هم سو با تغییر کتاب و به نحو مفیدی اصلاح و تغییر نمی دهد، بلکه در مقابل تغییرات مقاوم تر هم خواهد کرد. در مواردی [که کم نبوده اند] دیده ایم و شنیده ایم که نوع و مشکل تغییرات کتاب های درسی را زیر سؤال برده اند و گاه بدون هیچ توجیه منطقی، آن ها را به باد انتقاد گرفته اند.

با این اوصاف اگر هر سال هم کتاب های درسی را عوض کنند، بی فایده خواهد بود. به راستی، دنبال کدام حلقه ی گم شده هستیم؟ چه نوع تغییری مطلوب برنامه ی درسی ماست؟ از کدام تغییر باید بیش تر استقبال کرد؟ در مقابل تغییر کتاب های درسی تا چه اندازه باید به تغییر دیدگاه های معلمان هم اهمیت داد؟ اگر ما معلمان می پذیریم که تغییر کتاب های درسی در نوع خود لازم و مفید است، باید بپذیریم که اصلاح دیدگاه های خودمان هم در همین راستا ارزشمندتر است.

اگر [به عنوان مثال] دل خوشی از نحوه ی تغییر و اصلاح کتابی مانند ریاضی (۱) نداریم، شاید به این دلیل است که هنوز نمی دانیم تغییر در چه راستایی مفید است و حذف و اضافه کردن مطالب درسی با چه انگیزه هایی انجام می شود. به طور قطع ما نیازمند ابزارهای بهتری برای نقد و بررسی کتاب های درسی هستیم. عدم آشنایی با چارچوب های موجود در کتاب ها و اصول حاکم بر سازمان دهی محتوای آن ها، موجب می شود که ما هم نتوانیم متناسب با این چارچوب ها حرکت کنیم و در بسیاری از موارد، همان تدریس کلیشه ای را که همواره در ذهن داشته ایم با خود حمل می کنیم و نه تنها تغییر را با تغییر پاسخ نمی دهیم، بلکه هر نوع تغییر و سنت شکنی را هم زیر سؤال می بریم و خود را متقاعد می کنیم که تغییر و اصلاحات جدید در کتاب ها، غیر مطلوب و غیر قابل اجراست!

بنابراین بهتر است گاه گاهی یک بازنگری کلی به نحوه ی تدریس خود داشته باشیم و چارچوب های جدید و مناسب تری برای آن تعریف کنیم و آمادگی لازم برای چنین دگرگونی هایی را در خود ایجاد کنیم تا با کسب آگاهی های بیش تر و آشنایی با دیدگاه های نظری جدید بتوانیم با تدریس مطلوب خود گامی مؤثر در جهت برآوردن اهداف تبیین شده در برنامه ی درسی برداریم.

از طرفی دیگر، اگر قرار است برنامه ای برای آموزش معلمان وجود داشته باشد، بهتر است در شکل مطلوب برگزار شود؛ زیرا برگزاری دوره های ضمن خدمت با این شکل و شمایل دردی را دوا نخواهند کرد و معلمان را بیش تر از قبل سرخورده و بی تفاوت نگه خواهند داشت.

پی نوشت

* منظور سال تحصیلی ۸۸-۸۷ است.

** برای گروه ریاضی دفتر تألیف، این حق محفوظ است که پاسخ خود را در همین ستون به چاپ برساند.

دوره‌ی

تحلیل و روش تدریس ریاضی ۲ متوسطه و بازآموزی علمی آن

دیدگاه

مرداد ۱۳۸۸، تهران، مرکز احمد آرام

علی روزدار

کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی چهار محال و بختیاری - لردگان

موارد قابل توجه در این دوره، می‌توان به
موارد زیر اشاره کرد:

ب) نکات منفی

۱. شرکت کنندگان از سوابق کاری، تحقیقی و تألیفاتی مؤلفان اطلاع چندانی نداشته و ندارند. به نظر می‌رسید این کتاب درسی برای تعدادی از این مؤلفان، اولین اثر یا جزء معدود آثار آنان باشد.
۲. برخی از مؤلفان به موقع سر کلاس‌های خود حاضر نمی‌شدند و این امر، مورد اعتراض تعدادی از شرکت کنندگان قرار گرفت. مثلاً از چهار جلسه کلاس گروه ۳ در روز شنبه دوم مرداد، تنها یک جلسه و از پنج جلسه روز یکشنبه، تنها دو جلسه برگزار شد.
۳. برخی از مؤلفان تسلط کافی بر مباحث آموزشی و ریاضی انتخابی خود نداشتند و این امر، در مباحث چالش‌انگیز در کلاس‌ها بارزتر می‌شد.
۴. از هیچ‌گونه وسیله‌ی کمک

الف) نکات مثبت

۱. در انتخاب دبیران ریاضی برای شرکت در این دوره، به سوابق و توانایی آنان در آموزش به خوبی توجه شده بود. به نظر می‌رسید موفق‌ترین دبیران ریاضی در این دوره حضور داشتند و این امر، در ارزیابی نقد و نظراتشان نمایان‌تر می‌شد.
۲. حضور به موقع تعدادی از مؤلفان در کلاس‌ها که خود و کتابشان را در معرفی نقد مستقیم معلمان قرار دادند، از دیگر نکات مثبت این دوره به حساب می‌آید.
۳. مجریان دوره و مسئولان مرکز استاد احمد آرام امکانات پذیرایی و رفاهی خوبی در اختیار شرکت کنندگان قرار دادند و رفتار شایان تقدیری در برخورد با همکاران فرهنگی داشتند.

این دوره با حضور بیش از دویست نفر از دبیران منتخب ریاضی سراسر کشور و مؤلفان کتاب درسی ریاضی ۲ در «مرکز آموزش و توسعه‌ی منابع انسانی استاد احمد آرام» در تهران برگزار شد. این تعداد در دو گروه سازمان یافتند. گروه اول شامل نیمی از دبیران منتخب بود که در پنج کلاس حدوداً بیست نفری از دوم تا هفتم مرداد ماه ۱۳۸۸ آموزش دیدند. (گروه دیگر قرار شد از دهم تا چهاردهم همان ماه آموزش ببینند). هر کلاس توسط یکی از مؤلفان در مدت یک و نیم ساعت اداره می‌شد. در هر جلسه، مؤلف محترم به دفاع از محتوای کتاب و شیوه‌ی تألیف آن، که مورد نقد جدی همکاران قرار داشت، می‌پرداخت. این دبیران، می‌بایست در مناطق خود به آموزش محتوا و شیوه‌ی تدریس این کتاب اقدام کنند. از دیگر

آموزشی استفاده نشد و همه‌ی مؤلفان به شیوه‌ی سخنرانی به آموزش پرداختند! ۵. به فرایند تألیف این کتاب درسی به خوبی پرداخته نشد. مدیر گروه ریاضی دفتر تألیف گفتند که «از آبان ماه کار گروه برای تألیف این کتاب آغاز شد». ولی به نظر می‌رسد این مدت، برای تألیف یک کتاب درسی زمان کافی نیست چرا که برای تدوین و نوشتن یک پایان‌نامه کارشناسی ارشد با تیمی قوی‌تر از گروه تألیف مورد اشاره، زمان بیشتری صرف می‌شود، در صورتی که مخاطبان این دو اثر، به لحاظ کمیت و کیفیت قابل مقایسه نیستند. تا آنجایی که اطلاع دارم، یک کتاب درسی لازم است قبل از آن‌که برای دانش‌آموزان سراسر کشور تجویز شود، اجرای آزمایشی (پایلوت) شود و در چندین کلاس درس تدریس موقت شود و در صورت تأیید، به تیراژ میلیونی برسد. تعدادی از مؤلفان به جلساتی که با گروه‌های آموزشی دبیران ریاضی تهران و مراکز استان‌ها داشتند اشاره کردند، ولی بعضی از همین دبیران که در دوره‌ی اخیر نیز حضور داشتند، بر عدم دخالت نظراتشان در ویرایش کتاب توسط مؤلفان تأکید کردند. از جمله این نظرات، اصرار بر عدم تغییر برخی مباحث از جمله ماتریس و بردار و آنالیز ترکیبی بود که نه معلم در ارایه‌ی آن‌ها براساس کتاب قبلی به مشکلی برمی‌خورد و نه دانش‌آموز مشکلی در فهم آن‌ها داشت. ۶. یکی از مؤلفان (دکتر عالمیان) به ملاقاتش با برخی بزرگان علمی و پژوهشی کشور در فرایند تألیف این

کتاب اشاره کرد. وی گفت: «از جلسه‌ی یک و نیم ساعته با رییس پژوهشکده‌ی رویان تنها یک صفحه در این کتاب آورده شده»، (مقدمه‌ی بخش توابع نمایی و لگاریتم). با این حال، در کتاب اشاره نشده که در کشف یا تکثیر سلول‌های بنیادی، چگونه از توابع نمایی یا لگاریتم استفاده می‌شود. ۷. اشکالات عدیده‌ی علمی، آموزشی، دستوری و نگارشی در این اثر وجود دارد که آن را از اعتبار کتاب درسی می‌اندازد. تعدادی از این اشکالات عبارتند از: ۷- الف) در فصل «هنر شمارش!» یک مقدمه‌ی شش صفحه‌ای برای یک اصل ساده و قابل فهم (اصل ضرب) آورده شده که توضیح مفصلی در مورد DNA است، ولی نقش و تأثیر آن در اصل ضرب مشخص نشده است. جالب است که بعد از این مقدمه‌ی طولانی‌تر از متن! اصل ضرب با مثال‌های ابتدایی کتاب قبل شروع شده است. ۷- ب) برخلاف ادعای مؤلفان و مانور آن‌ها بر خودآموز نبودن این کتاب، بسیاری از مطالب آن را دانش‌آموز می‌تواند بدون نیاز به معلم، در سطح انتظار کتاب فراگیرد. به طور مثال، فصل‌های ماتریس، بردار، الگویابی و دنباله‌ها، و نیمی از فصل‌های تابع، توابع خاص و توابع نمایی و لگاریتمی اینگونه‌اند. ضمناً تأکید مؤلفان، بر رویکرد حل مسئله در تألیف این کتاب بوده که با مروری بر نحوه‌ی ارایه‌ی مطالب در این کتاب، این ادعا نیز رنگ

می‌بازد.^۱

۷- پ) در برخی از فصول، تعریف‌های غیردقیق و گاهی غیرعلمی از موضوعات ریاضی ارایه شده است که می‌توان به تعریف تابع، ماتریس و بردار اشاره کرد.

۷- ت) برخی از مطالب کتاب از منابع مختلفی از جمله کتاب‌های کنونی متوسطه و مجلات رشد آموزش ریاضی آورده شده ولی هیچگونه ارجاعی صورت نگرفته است.

۷- ث) یکی از انتقادهایی که به کتاب ریاضیات ۱ و ۲ قبلی وارد بود، بالا بودن نمک تجرید! موضوعاتی چون مثلثات و تابع بود که به عقیده‌ی آموزشگران، این «تجرید زودرس به عقیم کردن آموزش ریاضیات می‌انجامد!!»، ولی از یاد نبریم که تأکید بیش از اندازه بر شکر شهود! نیز، دانش‌آموز را به عنوان شهروندان دانشمند فردا، از بخش جذاب ریاضیات محروم می‌کند.

خلاصه این که برای تألیف و تدوین کتب درسی، لازم است حساسیت‌ها بیش از این باشد. کتابی که میلیون‌ها خواننده‌ی دقیق و موشکاف دارد و قشر عظیمی از مردم لازم است مطالب آن را بیاموزند و براساس آن، ارزیابی شوند، شایسته نیست کوچک‌ترین اشکال (حتی نگارشی) داشته باشد.

پی‌نوشت

۱. نویسنده‌ی این گزارش، پایان‌نامه کارشناسی ارشد خود را در مورد حل مسئله زیر نظر اساتید آموزش ریاضی در طول یک و نیم سال به اتمام رساند و مقالاتی را نیز در این زمینه ارائه داد. خواننده می‌تواند برای آگاهی اجمالی از چستی حل مسئله به مجله‌ی رشد آموزش ریاضی شماره‌ی ۸۶ مراجعه کند.

وای؛ نه ایگرگ!

ندا مهدوی غروی، دبیر ریاضی شهرستان محمودآباد

به بعد یک سری کتب دبیرستانی موسوم به «کتاب‌های وزارتی» که از طرف وزارت آموزش و پرورش چاپ شده بود. وارد مدارس شد. کتب ریاضی و علوم در این برهه از زمان شدیداً متأثر از فرهنگ علمی فرانسه بود. دلیل آن نیز:

- جزوات فرانسوی باقیمانده از دارالفنون؛
- جزوات فرانسوی دبیرستان‌های رازی و سن لویی؛
- آشنایی بیش‌تر تحصیل‌کرده‌های ایران با زبان فرانسه بود...

در مهرماه ۱۳۲۶ کتاب‌های ریاضی تألیف آقایان قربانی و صفاری برای اولین بار وارد دبیرستان‌های کشور شد. این کتاب‌ها نسبت به سلف خود ساده‌تر می‌نمود و با الهام از منابع دبیرستانی فرانسه تنظیم شده بود...» [۱]

به نظر می‌رسد، زمان آن رسیده که y را «وای» تلفظ کنیم. به چند دلیل:

- زبان انگلیسی، زبان بین‌المللی پذیرفته شده است. هم‌چنین در دانشگاه‌های کشور، زبان تخصصی‌ای که ارائه می‌شود (به جز در رشته‌های خاص) انگلیسی است و به کار بردن حرف فرانسوی حین خواندن انگلیسی، جالب نیست.
- حروف زبان فرانسه از نظر تعداد و نوشتار با زبان انگلیسی یکسان و از نظر تلفظ در برخی موارد متفاوت است.

اگر ما می‌خواهیم مجهول‌های ریاضی را به فرانسه تلفظ کنیم، پس باید وقتی W را به عنوان مجهول استفاده می‌کنیم، آن را «دوبل»^۲ بخوانیم یا H را «آش»^۳. البته بماند که برخی از حروف فرانسه در زبان فارسی، معادل آوایی ندارند، مثل U.

پی‌نوشت

۱. ایشان در حال حاضر ریاست دانشگاه مازندران را به عهده دارند.

2. /dublave/

3. /aS/

مراجع

- [۱] جلیلی، میرزا: مروری بر کتاب‌ها و برنامه‌ریزی ریاضی کشور در گذشته دور و نزدیک. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی - شماره‌ی ۷۶، ص ۵۱، دفتر انتشارات کمک آموزشی.
- [۲] پارسایار، محمدرضا: فرهنگ معاصر فرانسه - فارسی (۲۰۰۲).
- [۳] معین، محمد: لغت‌نامه معین.

چند سال پیش، وقتی دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی محض بودم، در محضر استاد گرانقدر «قاسم علیزاده افروزی»^۱ دروس آنالیز حقیقی و مختلط، آنالیز تابعی و آنالیز تابعی کاربردی را می‌گذراندم. یادم هست به محض این که y را ایگرگ می‌خواندیم، ایشان در نهایت جدیت می‌فرمودند «وای؛ نه ایگرگ». به طوری که بنده در شروع هر جلسه روی ورقه‌ای می‌نوشتیم «وای» و آن را در معرض دیدم قرار می‌دادم تا اشتباهاً y را به جای «وای»، «ایگرگ» نخوانم و استاد به من تذکر ندهند. آن روزها آن چنان محو تدریس زیبای آن استاد فرزانه بودم که نه من و نه هم کلاسی‌هایم هیچ‌وقت نپرسیدیم «چرا ایگرگ نه؟»

البته در هنگام تدریس در کلاس درس، هم چنان به ایگرگ گویی ادامه می‌دادم. تا این که روزی در کلاس ریاضی (۱) وقتی یکی از دانش‌آموزان گفت «ایگرگ»، به تقلید از استادم گفتم: «وای؛ نه ایگرگ» و از آن پس این دانش‌آموزانم بودند که به محض ادای این کلمه به من تذکر می‌دادند. آن‌ها خیلی سریع توانستند این تغییر را اعمال کنند و علت آن هم واضح بود. چرا که یکی دو سالی بیش‌تر نبود که آن‌ها با ایکس و ایگرگ در ریاضی آشنا شده بودند، در حالی که از نخستین برخورد من با دو یار مجهول، ۱۵ - ۱۶ سالی می‌گذشت. مطابق انتظارم، برای دانش‌آموزان سال‌های بالاتر، y را «وای» خواندن سخت‌تر بود.

برایم بسی مایه‌ی خوشوقتی بود که کسی نمی‌پرسید: «چرا ایگرگ نه؟» ولی اگر می‌پرسیدند چه جوابی داشتم؟ تصمیم گرفتم در این مورد تحقیق کنم.

در فرهنگ معین آمده: «ایگرگ. شرح: ۱- نام حرف بیست و پنجم الفبای فرانسه ۲- حرفی که در معادلات ریاضی نشان‌دهنده‌ی مجهول است ۳- مجهولی دیگر».

حالا فهمیدم چرا استاد با ایگرگ مخالف بودند. طبق اطلاعاتم ایشان تحصیل‌کرده‌ی انگلستان بودند و احتمالاً به همین دلیل با زبان و حروف فرانسه، غیرمأنوس.

اما چرا ما y را به فرانسه تلفظ می‌کنیم؟ مقاله‌ی «مروری بر کتاب‌ها و برنامه‌ریزی ریاضی کشور در گذشته‌ی دور و نزدیک» را مطالعه کردم. در قسمتی از این مقاله آمده: «... از سال ۱۳۱۵

عدد جادویی

گردآوری: فاطمه تکاملی ماسوله

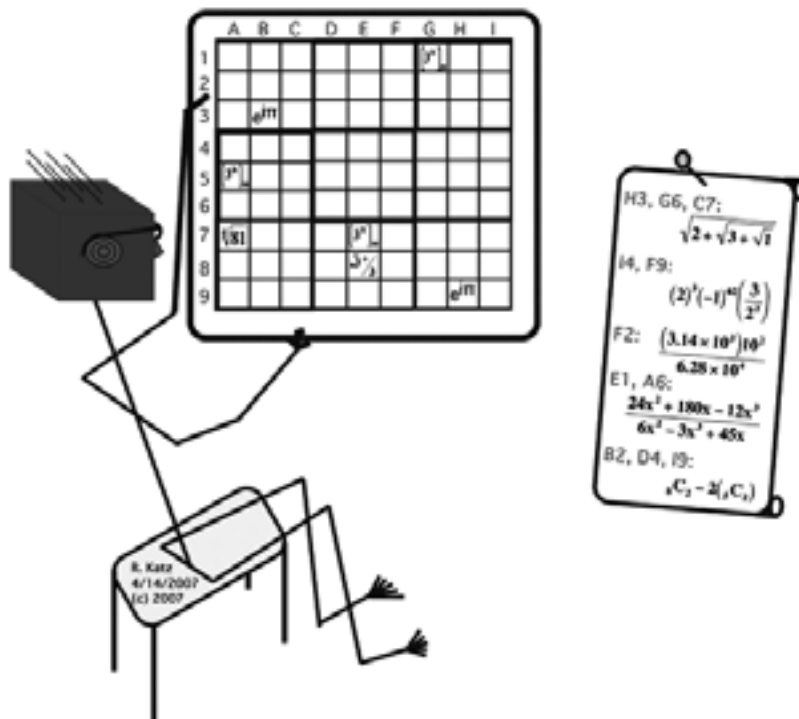
۱ ۴ ۲ ۸ ۵ ۷

- یک نفر از اساتید دانشکده‌ی شهر آتن، پایتخت یونان، چندی پیش عددی را کشف کرد که ویژگی‌های عجیبی دارد. آن عدد، ۱۴۲۸۵۷ است که
- اگر عدد مذکور را در دو ضرب کنیم، حاصل ۲۸۵۷۱۴ می‌شود (به ارزش مکانی ۱۴ توجه کنید)؛
 - اگر این عدد را در سه ضرب کنیم، حاصل ۴۲۸۵۷۱ می‌شود (به ارزش مکانی ۱ توجه کنید)؛
 - اگر این عدد را در چهار ضرب کنیم، حاصل
- ۵۷۱۴۲۸ می‌شود (به ارزش مکانی ۵۷ توجه کنید)؛
- اگر این عدد را در پنج ضرب کنیم، حاصل ۷۱۴۲۸۵ می‌شود (به ارزش مکانی ۷ توجه کنید)؛
 - اگر این عدد را در شش ضرب کنیم، حاصل ۸۵۷۱۴۲ می‌شود (سه رقم اول با سه رقم دوم جابه‌جا شده است)؛
 - و بالاخره، اگر این عدد را در هفت ضرب کنیم حاصل ۹۹۹۹۹۹ می‌شود!

منبع: مجله‌ی تخته سیاه

Sudoku Math: Must Know Math To Get A Clue

شوخی

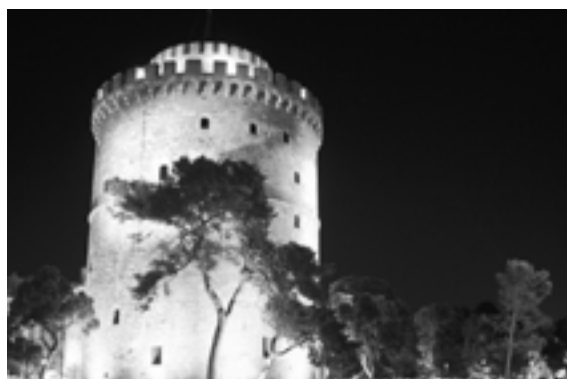


PME



تحقیق برای نظریه های آموزش ریاضی

عکس و گزارش: مانی رضائی
دانشجوی دکتری آموزش ریاضی



برج تاریخی تسالونیک



برنامه ی افتتاحیه ی کنفرانس، عصر روز ۱۹ جولای (۲۸ تیر) با سخنرانی فولای لین، رییس PME شروع شد. وی در

سی و سومین کنفرانس بین المللی روان شناسی آموزش ریاضی (PME33) از ۱۹ تا ۲۴ جولای ۲۰۰۹ در دانشگاه ارسطو^۱ و با همکاری دانشگاه ماسادونیا^۲ در شهر تسالونیک^۳ برگزار شد.



تسالونیک دومین شهر بزرگ یونان است. نام این شهر، منتسب به نام دختر اسکندر است و بناهای تاریخی متعددی از همین دوران، در شهر به چشم می خورد. بروز زلزله ای قوی، شهر قدیمی را در قرن گذشته ویران کرده است و بعد از مرمت آثار باستانی، بقیه ی شهر ویران شده را درهم کوبیده و شهر کنونی را بر آن بنا کرده اند. بدین علت سطح شهر حدود دو تا سه متر از سطح بناهای تاریخی بالاتر است. این نکته باعث شده تا دسترسی مردم به آثار باستانی ناممکن شده است، در عین حال این آثار در دیدرس رهگذران قرار دارند.

قدمت تاریخی و جاذبه های گردشگری این شهر موجب شده تا اقتصاد شهر به این صنعت وابسته باشد. با این همه، بافت تاریخی شهر در لابه لای ساختمان های مکعبی و بزرگ هشت تا ده طبقه ی آن چشم اندازی نامتناسب به شهر داده است.

ابتدای سخنرانی خود، به اهمیت تفکرات ارسطو اشاره کرد. سپس لین با توجه به پذیرش ۴۱۴ مقاله، اعلام کرد: از این کنفرانس نسبت به کنفرانس PME32 استقبال خوبی شده است. وی تأکید کرد: نظرات ارایه شده در «نشست عمومی مباحث روز»^۴ می‌توانند شروع خوبی برای مطالعات باشند. وی از شرکت‌کنندگان دعوت کرد که از ابتدا تا انتهای کنفرانس، فعالانه در آن شرکت کنند.



فولای لیس، رئیس PME

در ادامه، رئیس دانشکده‌ی علوم تربیتی دانشگاه ارسطو ضمن خوش‌آمدگویی به حاضران، گفت: پیروان افلاطون معتقدند که ریاضی خارج از ذهن وجود دارد، در حالی که پیروان ارسطو ریاضی را محصول تجربه‌ی مستقیم افراد با اشیای ریاضی می‌دانند. چند دهه است که این اعتقاد وجود دارد که ریاضی یک فعالیت انسانی است... چگونگی مفهوم‌پردازی ریاضی در ذهن موجب شده تا با تمرکز بر روان‌شناسی، جامعه‌شناسی و ریاضیات، توجه بیشتری به نظریه‌های آموزش ریاضی بشود. امیدوارم با مشارکت همه، کنفرانس پرباری را در پیش داشته باشیم.



رئیس دانشکده‌ی علوم تربیتی دانشگاه ارسطو

رئیس گروه آموزش پیش دبستان، در این مراسم ضمن خوش‌آمدگویی گفت: هدف اصلی تشکیل این گروه، آموزش

معلمان ابتدایی است. ما در دوره‌ی سختی قرار داریم که با تجزیه و تحلیل دیدگاه‌های قدیم و جدید می‌خواهیم به یک هویت نو برسیم. وی ابراز امیدواری کرد روزهای خوب و مولدی را در این محل بگذرانید که برای اهداف علمی شما مفید و پربار باشد. گروه آموزش پیش از دبستان در دانشکده‌ی علوم تربیتی در سال ۱۹۸۴ تأسیس شده است.

سپس مسئول منطقه‌ای آموزش و پرورش در دوره‌های ابتدایی و متوسطه استان ماسادونیا به نمایندگی از آموزش و پرورش، روبه حاضران گفت: حضور شما باعث افتخار ماست. توسعه‌ی تفکر ریاضی در کشور ما به زمان‌های دور برمی‌گردد... ما می‌خواهیم آینده‌ای را در نظر بگیریم که یونان مهد ریاضی و فن‌آوری در جهان باشد. تأکید وزیر آموزش و پرورش یونان و هدف این وزارتخانه آن است که کتاب‌های درسی ارتقا پیدا کند و معلمان و دانش‌آموزان ما در عرصه‌های بین‌المللی ممتاز باشند... من مطمئن هستم که از این کنفرانس می‌توانیم برای تجزیه و تحلیل نظرات مان نسبت به ریاضی محض و کاربردی استفاده کنیم. به دبیر کمیته‌ی علمی برای تدارک چنین کنفرانسی تبریک می‌گویم. هم‌چنین به مسئولان بین‌المللی و دیگر دست‌اندرکاران هم تبریک می‌گویم. امیدوارم فرصت آشنایی با فرهنگ ما را در این شهر پیدا کنید. با همکاری و مسئولیت‌پذیری، انتظار داریم که نتایج کنفرانس به تقویت و توسعه‌ی رشته‌های بین‌رشته‌ای و انجام تحقیقات در آن‌ها در کشور ما بیانجامد.



ماریانا زکاکی، دبیر کنفرانس

ماریانا زکاکی^۵، دبیر کمیته‌ی علمی کنفرانس به عنوان آخرین فرد، از طرف کمیته‌ی بین‌المللی و کمیته‌ی محلی برگزاری کنفرانس به همه خوش‌آمد گفت. وی اشاره کرد: برای ما برگزاری این کنفرانس در یونان یک چالش بزرگ بود. این کنفرانس به شرکت‌کنندگان بومی فرصت دسترسی به قلب PME و



آندریاس دمتریو، سخنران مدعو روز نخست

فعالیت هایش را می دهد ولی هرگز فکر نمی کردیم که این کار تا این حد سخت باشد. ما با انتخاب محور اصلی «تحقیق برای نظریه های آموزش ریاضی» برای این کنفرانس، خواهان آن بودیم تا بتوانیم بر دستاوردهای باستانی خود تکیه کنیم و از آن به عنوان آستانه ای برای ورود به دنیای جدید تحقیقی و چالش های آن کمک بگیریم. ... برگزاری کنفرانس با نقاط قوت و ضعفی نیز همراه است که خواهش می کنم ضعف ها را فراموش کنید و قوت ها را بهتر ببینید.

دمتریو گفت: فکر می کنم زمان مناسبی است که به سمت مدلی برای ذهن انسان باشیم تا بتواند کارکردهای ذهنی و فرایندهای آن را توجیه کند. کار من ۳۲ سال پیش شروع شد و هدفم تدوین مدلی فراگیر^۶ بود. وی با معرفی مدلی استوانه ای، ابتدا عوامل مؤثر در کارآمدی حل مسئله را برشمرد:

- سرعت. با چه سرعتی یک پدیده را تشخیص می دهید؟
- خستگی. اگر در مجموعه ی نورون های خود معنا نسازید، دچار خستگی می شوید؛

کنترل عوامل بیرونی. ذهن انسان این توانایی را دارد که در لحظه، متمرکز باقی بماند و عوامل یا اطلاعات بیرونی را نادیده بگیرد.

وی جاده های اصلی توسعه ی ذهن را چنین معرفی کرد:
۱. توسعه، از دریافت های حسی و محدود به عمل تا خودنظمی، بازتاب و خودآگاهی؛

۲. حرکت از تعداد کمی بازنمایی مبتنی بر واقعیت به بازنمایی های متقابل و متعدد؛

۳. از فرایندهای ذهنی کلی و با انسجام کم به فرایندهای خاص و در عین حال منسجم؛

۴. با توسعه، ذهن به طور فزاینده ای منعطف تر شده و قابلیت انتقال از یک دیدگاه به دیدگاه دیگر را می یابد. و هسته ی اصلی توانایی های ریاضیات را در سه جزء خلاصه کرد:

- شمارش تصویری^۹؛

- اعمال اصلی حسابی (جمع و تفریق)؛

- محور اعداد ذهنی.

دمتریو در ادامه به تجزیه و تحلیل تفکر ریاضی پرداخت. وی چنین جمع بندی کرد: سرعت پردازش، یکی از مهارت های بسیار مهم شناختی است. پس تفاوت فردی در عملکرد ریاضی،

به دنبال مراسم افتتاحیه، اولین سخنرانی عمومی توسط آندریاس دمتریو^۶ ارایه شد. در معرفی وی اشاره شد، پروفیسور دمتریو استاد روان شناسی رشد در دانشگاه قبرس و وزیر آموزش و پرورش قبرس است. وی پیش از این در دانشگاه ماسادونیا مشغول به کار بوده است. تلاش وی برای نظریه پردازی در روان شناسی انسانی است و سخنرانی خود را با عنوان «ریاضی در ذهن: معماری، توسعه و الزامات آموزشی» ارایه کرد. دمتریو سخنرانی خود را چنین آغاز کرد: دوستان علمی ام مرا محکوم می کنند که وارد سیاست شده ام و دوستان سیاسی ام محکومم می کنند که بیش تر کار علمی می کنم و سیاست را جدی نگرفتم... من در این سال ها در این دو دانشگاه در مورد روان شناسی شناختی کار تحقیقی کرده ام. وی افزود سنت شناختی در روان شناسی بیش از پنجاه سال است که به وجود آمده است، از منظر این سنت، ریاضیات شامل فعالیت های زیر است:

- فرایند حل مسئله مانند:

○ بازنمایی فضای مسئله؛

○ ظرفیت بازنمایی مانند کار ذهنی^۷؛

○ رهیافت های حل مسئله مانند طرح نقشه؛

○ نمایش خودتنظیمی؛

- بُعد تفاوت های فردی که مربوط است به:

○ هوش عمومی یا IQ؛

○ فرایندهای خاص ذهنی؛

- توسعه ی معنا که ذهن توسعه گر می سازد:

○ درونی سازی فعالیت ها بر روی اشیاء؛

○ هماهنگی اعمال ذهنی؛

○ به دست آوردن روابط زمینه ای آن ها؛

○ به دست آوردن ضرورت های منطقی؛

○ ساختن صعودی ساختارهای مجرد.

دانش فردی و یادگیری. یکی از پیامدهای وسیع تر کردن فلسفه‌ی ریاضی، ارایه‌ی مبنایی برای تمرکز اصلی آموزش ریاضی، تدریس و یادگیری ریاضی است. بحث ارنست با بررسی سیر تاریخی فلسفه و فلسفه‌ی ریاضی ادامه یافت. وی مدعی شد فلسفه‌ی مطلق گرایی سنتی به ارزش‌های اقتدارگرایانه انجامید و بدین ترتیب، تصویری اقتدارگرایانه از ریاضی مدرسه‌ای ایجاد شده است. در پاسخ به این سخنرانی، شلومو وینر^{۱۱} سخنرانی بازتابی خود را با بررسی تحلیلی سخنرانی ارنست، ارایه کرد.



از چپ به راست: پاول ارنست، شلومو وینر و استفان لومن

پس از دو سخنرانی، برنامه‌ی روز دوم کنفرانس با ارایه‌ی گزارش‌های تحقیقی و سخنرانی‌های کوتاه ادامه یافت. در روزهای کنفرانس، علاوه بر سخنرانی‌های عمومی و میزگرد علمی آن (که روز چهارم تشکیل شد و در ادامه به آن خواهیم پرداخت)، در سنت‌های برگزاری کنفرانس‌های PME، فعالیت‌های علمی زیر به چشم می‌خورد:

- ارایه‌های فردی

- مجمع تحقیقاتی^{۱۲}؛
- گزارش تحقیقی^{۱۳}؛
- سخنرانی کوتاه^{۱۴}؛
- ارایه‌ی پوستر^{۱۵}.

- فعالیت‌های گروهی

- گروه مباحثه^{۱۶}؛
- گروه کاری^{۱۷}.

در کنفرانس PME33، برنامه‌ی ارایه‌ی ملی^{۱۸} با عنوان «تحقیقات آموزش ریاضی در یونان و قبرس» گنجانده شده بود. در این بخش، برنامه‌ی آموزش معلمان در قبرس معرفی شد که در آن، شرایط ضروری برای انتخاب معلم، مراحل آموزشی

ناشی از تفاوت در سرعت پردازش افراد است. وی گفت: شاید بتوانیم بگوییم ما واقعاً چیزی در مدرسه یاد نمی‌دهیم! می‌توانیم مواد را به دانش‌آموزان بدهیم و بگوییم خودتان آن‌ها را بخوانید! پس نقش «کارآمدی پردازش» در یادگیری فردی چیست؟ هر چه دانش‌آموز از نظر پردازش ناکارآمدتر باشد، به معلمش بیش‌تر وابسته است. وی نتیجه‌گیری کرد ابزار بسیار قوی برای برنامه‌ریزان و معلمان، آگاهی از تحقیقات روان‌شناسی شناختی و نتایج آن است، به گونه‌ای که بتوانند آن نتایج را در برنامه و تدریس به کار گیرند. این نتایج، نیازمند ساختار کلاس درسی بسیار متفاوت هستند. اگر وزیر آموزش و پرورش نبودم، می‌توانستم به معصومیت تظاهر کنم و کار خودم را انجام بدهم. اما اکنون وزیر هستم و نمی‌توانم از کنار آن بگذرم. می‌دانم که به کارگیری این نتایج دشوار است. البته باز هم می‌توانم بگویم که مقصر وضع موجود، اتحادیه‌های معلمان، محققان، دانشکده‌های علوم تربیتی و سیاست‌مداران هستند و باز هم ادای بی‌گناهان را درآورم!

بعد از این سخنرانی، برنامه‌ی افتتاحیه با اجرای تئاتر و نمایش عروسکی به پایان رسید. جالب آن‌که برنامه‌ی نمایش به زبان یونانی بود، اما در مورد موضوع نمایش، هیچ توضیحی برای حاضران داده نشد (!!)



نمایش عروسکی سایه‌گردانی در مراسم افتتاحیه

روز دوم کنفرانس

روز دوم با سخنرانی عمومی پاول ارنست^{۱۹} با عنوان «اولین فلسفه‌ی آموزش ریاضی کدام است؟» آغاز شد. ارنست ادعا کرد: در غرب، فلسفه‌ی اجتماعی هیچ‌گاه به یک نقطه‌ی تمرکز تبدیل نشده است. وی تأکید کرد که در فلسفه‌ی ریاضی باید این موارد را در نظر گرفت: معرفت‌شناسی؛ نظریه‌های ریاضی؛ هستی‌شناسی؛ روش‌شناسی تاریخی؛ کاربردها و ارزش‌ها؛

۵. نظریه عملگرایی شناختی و تحقیقات آموزش ریاضی: پی‌آمدهای گذشته، پرسش‌های امروز و راه‌های آینده. این مجمع‌های تحقیقاتی به صورت موازی و در دو نوبت ۹۰ دقیقه‌ای اجرا شدند. در هر جلسه، بحث و بررسی موضوع موردنظر با مشارکت حاضران انجام شد. مجریان مجمع، با دعوت از حاضران برای مشارکت در تحقیق و ارتباط بیش‌تر با یکدیگر، از آن‌ها برای انجام تحقیق و تألیف مقاله‌های تحقیقی دعوت کردند.



بخشی از دیوار شهر باستانی تسالونیک



● سخنرانی کوتاه

شرایط ارایه‌ی مقاله برای سخنرانی کوتاه، مشابه گزارش تحقیقی (نوع الف) است، متن سخنرانی‌های کوتاه با شرایطی مشابه گزارش تحقیقی اما دقیقاً در ۱ صفحه پذیرفته و در مجموع مقالات کنفرانس منتشر می‌شود. در PME33 در این بخش، ۱۷۰ مقاله پذیرفته شد که در ۵ بخش ۴۵ دقیقه‌ای و در گروه‌های سه‌تایی ارایه شدند. هر گروه سه‌تایی شامل ۱۰ دقیقه سخنرانی و ۵ دقیقه پرسش و پاسخ برای هر یک از سه سخنران بود که زمان پرسش و پاسخ‌ها، با توجه به هدایت رییس جلسه به صورت

دهه‌های اخیر بررسی شد. سپس نتایج قبرس و یونان در ارزشیابی بین‌المللی تیمز^۹ و پیزا^۲ اعلام شد و اقداماتی که پس از بررسی نتایج در این دو کشور انجام شده است، تشریح شد بخش دیگر برنامه‌ی ارایه‌ی ملی، بررسی وضعیت فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری آموزش ریاضی در قبرس و آینده‌ی این رشته در این دو کشور بود که در میزگردی مورد بررسی قرار گرفت.



باقی مانده‌ی قصر گلاریوس در تسالونیک

فعالیت‌های علمی IGPME

گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی IGPME^{۲۱} در بیش از ۶۰ کشور جهان بین ۷۰۰ تا ۸۰۰ عضو دارد و کنفرانس این گروه، هر سال در یک کشور متمایز، طی ۵ روز برگزار می‌شود. به علاوه این گروه هر سال دو نشریه منتشر می‌کند که از طریق الکترونیکی در منزلگاه آن قابل دسترسی است. خلاصه‌ای از فعالیت‌های علمی کنفرانس PME33، همراه با ویژگی‌های اجرایی آن‌ها در ادامه‌ی این بخش آمده است.

● مجمع تحقیقاتی

برنامه‌ریزی برای برگزاری مجمع‌های تحقیقاتی با هدف تبادل نظر بین آموزشگران ریاضی انجام می‌شود. در PME33 پنج مجمع تحقیقاتی تشکیل شد که هر کدام یک یا چند هماهنگ‌کننده داشت. عنوان این مجمع‌ها به شرح زیر است:

۱. دانش معلم و تدریس: تفکر ترکیبی نسبت به سه چشم‌انداز متفاوت؛
۲. دورنماهای بحرانی در گروه‌های پرسش‌گری کلاس ریاضی؛
۳. وعده‌ها و ره‌آورد‌های ریاضی: جست‌وجو و توسعه؛
۴. چارچوب‌های اجتماعی در تحقیقات آموزش ریاضی؛

متوالی یا جدا از هم اختصاص می‌یافت.

● ارایه‌ی پوستر

موضوعات مطرح شده در پوستر، عمدتاً برخاسته از تجربه‌ی تدریس است. در این بخش، ۷۲ مقاله پذیرفته شد که در ۲ بخش ۶۰ دقیقه‌ای ارایه شدند. تهیه‌کنندگان پوستر در این مدت در کنار مقاله‌ی پوستر شده‌ی خود ایستاده و توضیحات تکمیلی را به علاقه‌مندان ارایه می‌کردند. شرایط چاپ مقاله‌های پوستر همانند مقاله‌های سخنرانی کوتاه است.

● گروه مباحثه

در PME33، ده گروه مباحثه پذیرفته شد که عنوان آن‌ها چنین است:

۱. جریان آموزش معلمان ریاضی؛
۲. بازی‌های احتمالی و منطقی. کاربرد آموزشی و تحلیل آموزشی؛
۳. دورنمای معلمان ابتدایی در عمل: به دنبال قابلیت‌ها و محدودیت‌ها؛
۴. نتایج تبادل در کلاس ریاضی: تک صدای مجازی در مقابل ابزارهای بازتابی؛
۵. برابری و گفت‌وگو در کلاس‌های ریاضی: با تمرکز بر دانش‌آموزان؛
۶. پیش دبستان و آموزش ریاضی: تحقیقات و یافته‌ها؛
۷. مطالعه‌ی تدریس معلمان از طریق ویدیو؛
۸. گذر از تحقیقات؛
۹. ریاضیات و معلمان مهد کودک. از رقابت تا تحقیق؛
۱۰. تناسب روان‌شناسی و اوضاع اجتماعی یادگیری در کلاس درس.

برنامه‌ریزی برای تشکیل یک گروه مباحثه، توسط متقاضیان و با معرفی یک هماهنگ‌کننده و دستیاران آن آغاز می‌شود که همگی باید جزو اعضای فعال PME باشند. هدف گروه‌های مباحثه‌ای، ایجاد فرصتی برای ارتباط افراد با یکدیگر است و برنامه‌ی گروه می‌تواند با ارایه‌ی خلاصه‌ای کوتاه از یک کار تحقیقی، یا مجموعه‌ای فشرده از پرسش‌های هدف‌مند، یا موارد انگیزه‌بخش (مانند یک ویدیو کلیپ کوتاه) شروع شود که هدف آن، تشویق شرکت‌کنندگان به مشارکت در هر یک از این گروه‌های مباحثه‌ای است. پیشنهادی^{۲۲} تشکیل گروه مباحثه‌ای، باید به صورت خلاصه‌ای یک صفحه ارایه شود که پس از داوری در کمیته‌ی بین‌المللی و تصویب آن، در برنامه‌ی

کنفرانس اعلام می‌شود و با ارسال خبر آن به اعضای PME از شرکت‌کنندگان کنفرانس برای حضور در آن دعوت می‌شود.

● گروه کاری

گروه‌های کاری نیز با هدف ایجاد شرایطی برای تبادل نظر و اطمینان از تشریک مساعی اعضای PME تشکیل می‌شود. بنابراین گروه کاری باید شامل موضوعاتی باشد که جزو اهداف PME است و به گونه‌ای برنامه‌ریزی شود که بیش‌تر شرکت‌کنندگان کنفرانس بتوانند در آن مشارکت داشته باشند. شرایط پذیرش پیشنهادی گروه‌های کاری مشابه گروه‌های مباحثه‌ای است. در PME33 هفت گروه کاری تشکیل شده که فهرست آن به شرح زیر است:

۱. یادگیری و یاددهی ریاضیات در کلاس‌های درس چند زبانی؛
 ۲. تحقیق معلمان با استادان دانشگاه؛
 ۳. اشارات حسی - حرکتی - زبانی در یادگیری ریاضی؛
 ۴. دورنمای بین‌المللی: جنسیت و آموزش ریاضی؛
 ۵. اثبات نوعی: پرده‌برداری از ایده‌های اصلی اثبات؛
 ۶. نقش نظریه در تحقیقات آموزش ریاضی دانشگاهی؛
 ۷. نقش مسئله در تدریس ریاضیات: پایداری یک مبنای نظری برای تحقیق.
- اولین جلسه‌ی گروه‌های کاری در روز دوم کنفرانس و به صورت موازی برگزار شد. هر یک از اعضای گروه برای حاضران موضوع مورد بحث را از دیدگاه خود ارایه کردند و به پرسش‌های مطرح شده پاسخ دادند و ادامه‌ی بحث را به جلسه‌ی دوم موکول کردند که در روز پنجم تشکیل می‌شد.
- در پایان این روز، شرکت‌کنندگان کنفرانس، در گروه‌های کوچک‌تر در تورهای پیاده‌روی گردشگری شرکت کردند و با تاریخ شهر تسالونیک آشنا شدند.

● گزارش تحقیقی

مقاله‌های تحقیقی ارایه شده به کنفرانس حول یکی از هدف‌های کلان IGPM با عنوان‌های گزارش‌های تحقیقی ارایه می‌شود. در شرایط تهیه‌ی این مقالات، از نویسندگان (ها) درخواست شده است تا تحقیق خود را براساس ساختار تحقیق‌های پیشین یا جهت‌گیری‌های جدید بنویسند. در کنفرانس PME33 در مجموع ۲۴۲ مقاله در این بخش پذیرفته شد که در ۱۴ بخش

۴۰ دقیقه‌ای (برای هر مقاله) ارایه شد. از این مدت، ۲۰ دقیقه برای سخنرانی و ۲۰ دقیقه به پرسش و پاسخ اختصاص داده شد. فهرست هدف‌های IGPME و تعداد مقاله‌های تحقیقی که در بخش پذیرفته شده بودند، به شرح زیر است:

- جبر و تفکر جبری (۲۳ مقاله)
- تفکر ریاضی (۲۱ مقاله)
- تفکر هندسی و فضایی (۱۰ مقاله)
- تجسم و تصور (۸ مقاله)
- توسعه‌ی فهم و درک (۱۳ مقاله)
- مفهوم اعداد و عملگرها (۱۱ مقاله)
- تابع (۴ مقاله)
- مدل‌سازی ریاضی (۵ مقاله)
- فراشناخت (هیچ مقاله)
- حل مسئله (۷ مقاله)
- اثبات (۹ مقاله)
- اندازه‌گیری (۱ مقاله)
- زبان و ریاضیات (۱۱ مقاله)
- باورهای آموزشی (۱۹ مقاله)
- توسعه‌ی برنامه درسی (۴ مقاله)
- ارزیابی و ارزشیابی (۸ مقاله)
- کامپیوتر و فن‌آوری (۱۷ مقاله)
- عدالت آموزشی (۳ مقاله)
- جنسیت (هیچ مقاله)
- احتمال و استدلال آماری (۶ مقاله)
- مطالعات اجتماعی - فرهنگی (۲۱ مقاله)
- ریاضی وابسته به مشاغل (۱ مقاله)
- توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان (۱۶ مقاله)
- دانش معلمی، تفکر و باورها (۲۴ مقاله)

تعیین این محورها، به عنوان هدف‌های IGPME و براساس تحقیقاتی است که پیش از آن انجام شده است. در دو زمینه‌ی «فراشناخت» و «جنسیت» در PME33 هیچ مقاله‌ای ارایه نشد. در کنفرانس‌های PME، دو نوع مقاله به عنوان گزارش‌های تحقیقی پذیرفته می‌شود که شرایط آن‌ها در سایت PME چنین اعلام شده است:

نوع الف) گزارش مطالعاتی (مشاهده‌ای، قوم‌نگاری، تجربی، شبه تجربی و مطالعات موردی) که باید لااقل موارد زیر در آن انجام شده باشد:

- بیان مقاله متمرکز و منسجم باشد؛
 - چارچوب نظری آن براساس مطالعه‌ای منتشر شده باشد؛
 - به ادبیات موضوع مرتبط ارجاع داده شود؛
 - روش‌شناسی مورد استفاده قابل دفاع باشد؛
 - برخی داده‌های نمونه و نتایج آن‌ها ارایه شود؛
 - دارای تجزیه و تحلیل نهایی باشد.
- نوع ب) مقاله‌ی نظری و فلسفی که باید لااقل شامل موارد زیر باشد:

- بیان مقاله متمرکز و منسجم باشد؛
 - حول یک چارچوب نظری یا چارچوب فلسفی متمرکز باشد که در مقاله توسعه می‌یابد؛
 - به ادبیات موضوع مرتبط ارجاع داده شود؛
 - هر بند مقاله واضح باشد و حول محور یا هدف مقاله باشد؛
 - مفاهیم مقاله در تحقیقات این حوزه، به کار رود.
- در سنت PME متن مقاله‌های ارایه شده باید دقیقاً در ۸ صفحه و مطابق قالب معرفی شده‌ی کنفرانس، تهیه شود که در مجموعه مقالات کنفرانس منتشر می‌شود. رعایت قالب مقاله، برای همه‌ی ارایه‌کنندگان مقاله (حتی سخنرانان مدعو) الزامی است، و از آن‌جا که تدوین و اصلاح مجموعه مقالات کنفرانس، هم‌زمان با داوری مقاله‌ها انجام می‌شود، مجموعه‌ی مقاله‌های کنفرانس، (که در PME33 بیش از ۲۵۰۰ صفحه در ۵ جلد تهیه شده بود) هم‌زمان با برگزاری کنفرانس، در اختیار شرکت‌کنندگان قرار می‌گیرد. به علاوه امسال، متن کامل مجموعه مقالات در یک CD تهیه شده و توزیع شد. در CD این کنفرانس، می‌توان به مقالات ارایه شده، براساس ترتیب انتشار آن‌ها در مجلدات پنج‌گانه؛ فهرست نویسندگان؛ یا رده‌بندی موضوعی دسترسی پیدا کرد که امکان استفاده از مجموعه مقالات را به بهترین شکل ممکن فراهم می‌کند.

برای داوری مقالات کنفرانس، هر مقاله برای سه داور ارسال می‌شود و در صورتی که تأیید حداقل دو داور را داشته باشد، برای ارایه و چاپ پذیرفته می‌شود. در این دوره بیش از ۲۸۰ نفر در سراسر جهان برای داوری مقالات با PME33 همکاری دارند.

روز سوم کنفرانس

سخنرانی سیندیا مورگان^{۲۳} با عنوان «درک عمل تدریس در آموزش ریاضی: ساختار و کتاب درس» شروع برنامه‌ی سومین روز کنفرانس بود. وی یکی دیگر از سخنرانان مدعو کنفرانس بود.

از زمان جلسه، به یافتن راه کارهای عملی برای حل آن و توصیه به مسئولان کنفرانس های بعد اختصاص یابد. روز سوم با برگزاری یک برنامه ی فرهنگی به پایان رسید.



موزه ی ورجینا

روز چهارم کنفرانس

برنامه ی روز چهارم شامل یک میزگرد و دو نوبت زمانی برای ارائه ی گزارش های تحقیقی بود.

عنوان میزگرد روز چهارم «آموزش معلمان ریاضی» و هماهنگ کننده ی آن، دیوید کلارک^{۲۴} از استرالیا بود. هر یک از شرکت کنندگان میزگرد، در پاسخ به سه پرسش اصلی میزگرد، مقاله های خود را ارائه کردند:

پرسش ۱) چه چیزی باعث می شود تا برای آموزشی معلمان ریاضی خواهان نظریه (ها) باشیم؟

پرسش ۲) تا چه حد تحقیقاتی که توسط معلمان ریاضی عضو مجامع تحقیقاتی (تحقیق تدریس یا هر نوع دیگر)، در آموزش معلمان ریاضی مورد توجه است؟

پرسش ۳) چگونه نظریه می تواند کیفیت آموزش را مشخص کند و تشریح ویژگی های آن کمک کند؟



میزگرد روز چهارم (از چپ به راست): خواپدرو داپونت، باربارا یوورسکی، دیوید کلارک، مینورو اوتانی، دבורا لوونبرگ بال



سیندیا مورگان، سخنران روز سوم

مورگان در بحث خود سطوح متنوع و فراگیر عمل تدریس ریاضی را مورد توجه قرار داد: از تمرین های فردی دانش آموزان گرفته تا بازتاب هایی که معلم بر عملکرد کلاس درس دارد؛ یا ساختار مدرسه؛ ویژگی های و مواد برنامه درسی؛ برنامه ی توسعه ی حرفه ای معلمان؛ نظام های بین المللی؛ ملی و منطقه ای آموزشی؛ و حتی ارزیابی و ارزشیابی. وی با بررسی ویژگی های هر یک از این سطوح آموزشی، به ارتباط بین آن ها پرداخت. در این سخنرانی وی با مثال های مختلفی که ارائه کرد، ابزارهای نظری مورد استفاده برای شناسایی و مطالعه ی ارتباط بین این سطوح متنوع را معرفی کرد.

ادامه ی برنامه ی روز سوم، با تشکیل نخستین جلسه ی مجمع های تحقیقاتی همراه شد که به صورت موازی اجرا شد. سطح مشارکت افراد در بحث های این جلسه ها متفاوت بود. برای مثال، در یکی از آن ها مشارکت وسیع شرکت کنندگان به توسعه ی بحث و تبادل نظر زیاد افراد انجامید، و در همان زمان، موضوع جلسه ای دیگر به دلیل اختصاصی بودن موضوع بحث آن، با استقبال کمتری روبه رو شده بود.

طبق روال برنامه ی کنفرانس، در این روز نیز جلسه هایی موازی برای ارائه ی سخنرانی های گزارش تحقیقی، برگزار شد. اما اشاره به برگزاری نشست سیاست گذاری های PME در این روز، ضروری است. در این جلسه، بحث بر سر چگونگی برنامه ریزی، با هدف فراهم کردن شرایط مناسبی برای مشارکت حداکثری از سراسر جهان بود. یکی از موضوعات مورد اشاره، همکاری و مساعدت کمیته ی برگزاری کنفرانس، برای صدور روادید و کمتر کردن محدودیت های موجود برای نحوه ی پرداخت حق ثبت نام کنفرانس بود. در حال حاضر کوتاه بودن زمان مهلت پرداخت، و نحوه ی پرداخت، برای کشورهایی که محدودیت هایی در نظام بانکی آن ها وجود دارد، مشکلاتی را برای متقاضیان شرکت در کنفرانس ایجاد کرده است. طرح این موضوع از سوی دکتر گویا موجب شد تا بخش عمده ای

روز پنجم کنفرانس

برنامه‌ی روز پنجم با تشکیل جلسه‌ی دوم گروه‌های کاری آغاز شد و سخنران عمومی نداشت اما در چندین نوبت، جلسه‌های ارایه‌ی گزارش‌های تحقیقی و سخنرانی‌های کوتاه برگزار شد.

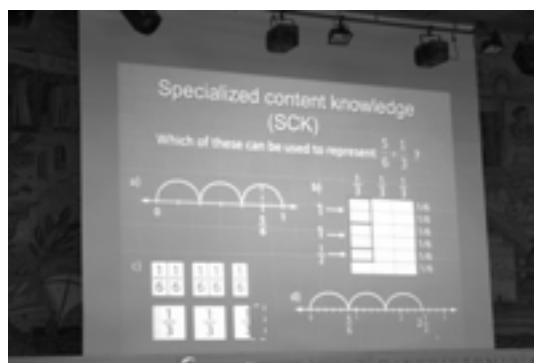
آخرین برنامه‌ی این روز، برگزاری مجمع عمومی PME بود که در ابتدا، کارکرد کمیته‌ی بین‌المللی در سال گذشته، توسط فولای لین ارایه شد. سپس بازرس PME گزارش مالی کمیته‌ی بین‌المللی را ارایه کرد که به دلیل کمبود وقت و اعتراض چند نفر، قرار شد اسناد مربوط به هزینه‌ها، در سایت منتشر شود و پس از مطالعه‌ی آن توسط اعضای PME، در کنفرانس بعد، بحث و رأی‌گیری برای تصویب آن انجام شود. آخرین برنامه‌ی این جلسه، انتخابات کمیته‌ی بین‌المللی PME بود.

اعضای کمیته‌ی بین‌المللی ۱۶ نفر هستند که هر یک ۴ سال برای عضویت در این کمیته، توسط اعضای PME انتخاب می‌شوند. مهم‌ترین وظیفه‌ی کمیته‌ی بین‌المللی، نظارت علمی و اجرایی بر کنفرانس است. هم‌چنین تخصیص حمایت مالی بنیاد اسکمپ از شرکت‌کنندگان جهان سوم برعهده‌ی این کمیته است. از آن‌جا که هر سال، دوره‌ی عضویت چهار نفر به پایان می‌رسد، انتخابات برای گزینش ۴ عضو جدید انجام می‌شود. امتیاز این اقدام، آن است که همواره تعدادی از اعضای باسابقه در کمیته‌ی بین‌المللی، برای انتقال تجارب باقی می‌مانند. در انتخابات امسال، از میان ۷ نامزد، سیلویا آلاتوره^{۲۹} از مکزیک، ساموئل آنتونینی^{۳۰} از ایتالیا، مارسیا پینتو^{۳۱} از برزیل، و تیم‌رولند^{۳۲} از انگلستان انتخاب شدند.



نامزدهای انتخابات کمیته‌ی بین‌المللی در مجمع عمومی PME

ابتدا کلارک سخنرانی خود را با عنوان «نقش نظریه‌ها در آموزش معلمان ریاضی» ارایه کرد. سپس دبورا لوونبرگ بال^{۲۵} از امریکا مقاله‌ی خود را که با همکاری مارک هوور تامس، هیمن بس، لاری اسلیپ، جنیفر لوئیس، و جفری فلیس تهیه کرده بود با عنوان «دانش ریاضی مورد نیاز معلمان» ارایه کرد. سخنران بعدی، خواپدرو داپونت^{۲۶} از پرتغال بود که درباره‌ی «نظریه‌هایی خارج، داخل و در تعامل با آموزش معلمان ریاضی» به بحث پرداخت. مینورو اوتانی^{۲۷} از ژاپن «تحقیق درباره‌ی دورنماهای نظری» تحقیق عملی در ریاضیات را بررسی کرد. سخنران پایانی این میزگرد، بارابارا یوورسکی^{۲۸} از انگلستان بود که «شاخص محوری» را مورد توجه قرار داد.



پیش از ظهر، برنامه‌ی علمی کنفرانس در این روز به پایان رسید تا شرکت‌کنندگان کنفرانس امکان پیوستن به برنامه‌ی «گشت کنفرانس» را بیابند. در این برنامه، برخی از مکان‌های تاریخی یونان معرفی و سوابق تاریخی آن بیان شد. نقش ایرانیان در تکوین تاریخ یونان چنان پررنگ می‌نمود که برای نگارنده، شکوه و عظمت تاریخی ایرانیان در حین بازگویی تاریخ کهن یونان، دو چندان شد.



بخشی از سنگفرش قصر فیلیپ دوم در شهر پلا

آخرین روز کنفرانس

رادولف اشترایزر^{۳۳} آخرین سخنران مدعو این کنفرانس بود. عنوان سخنرانی وی «ابزارهای یادگیری و تدریس ریاضی: تلاشی برای نظریه پردازی درباره نقش کتاب های درسی، کامپیوتر و دیگر دست سازه ها برای آموزش و یادگیری ریاضیات» بود. وی با نگاهی به تدریس و یادگیری ریاضیات، نقش انواع کارها و ابزارهایی را که برای یاددهی و یادگیری ریاضی به کار می رود (مانند وسایل کمک آموزشی و استفاده از زبان و مکتوبات) مورد توجه قرار داد. وی معتقد است، صرف نظر از به کارگیری شناخت شناسی موضوع، این که الگوها و ساختارهایی در ریاضی را می توان در این ابزارها جستجو کرد، مهم است. هم چنین این که دست سازه های آموزشی برای نمایش و بازنمایی مفاهیم ریاضی به کار می رود، مورد توجه وی قرار گرفت. اشترایزر، در سخنرانی خود، این موقعیت را برای دلیل «پیدایش ابزار» نظریه پردازی کرد. وی انجام تحقیق تجربی روی ابزارهای یاددهی - یادگیری سنتی را بسیار با اهمیت می داند و تأکید کرد که باید بررسی جامعی روی انواع وسایل فن آوری مدرن (کامپیوترها و برخی نرم افزارهای آموزشی) انجام شود. وی معتقد است باید به تأثیر نمونه های اولیه این ابزارها و سیر تکاملی هر یک توجه شود و محتوای نظری چیزی که نمایش داده می شود بررسی شود. اشترایزر با ارایه ی چند مثال بحث خود را به پایان رساند.

برنامه ی روز ششم کنفرانس تا ظهر ادامه داشت. در این مدت، جلسه ی دوم مجمع های تحقیقاتی و سپس دومین نوبت گروه های مباحثه برگزار شد. اختتامیه ی کنفرانس در حالی برگزار شد که تعداد زیادی از شرکت کنندگان برای بازگشت آماده می شدند. در این مراسم، از حاضران برای شرکت در PME34 که از ۱۸ تا ۲۳ جولای ۲۰۱۰ در برزیل برگزار می شود، دعوت شد.

بدین ترتیب، پرونده ی سی و سومین کنفرانس روان شناسی آموزش ریاضی، ظهر روز جمعه ۲۴ جولای (۲ مرداد ۱۳۸۸) بسته شد.

پی نوشت

1. Aristotle
2. Macedonia
3. Thessaloniki
4. Agenda General Meeting
5. Marianna Tzekaki
6. Andreas Demetriou
7. Working Memory
8. Overarching
9. Subitization
10. Paul Ernest
11. Shlomo Vinner
12. Research Forum
13. Research Report
14. Short Oral Communication
15. Poster Presentaion
16. Discussion Group
17. Working Group
18. National Presentation
19. TIMSS
20. PISA
21. International Group for the Psychology of Mathematics Education
22. Proposal
23. Candia Morgan
24. David Clarke
25. Deborah Loewenberg Ball
26. Joao Pedro de Ponte
27. Minoru Ohtani
28. Barbara Jaworski
29. Silvia Alatorre
30. Samuele Antonini
31. Marcia Pinto
32. Tim Rowland
33. Rudolf Straesser



دانشکده ی تعلیم و تربیت دانشگاه ارسطو، محل برگزاری PME33

گزارش

کارگاه آموزش ریاضی

چهلمین کنفرانس ریاضی کشور، دانشگاه صنعتی شریف ۲۶ مردادماه ۱۳۸۸

گزارشگر: بهزاد اسلامی مسلم

نیز جلسات ارائه‌ی سخنرانی‌های تخصصی است. یکی از بخش‌های این کنفرانس، کارگاه آموزش ریاضی بود. محققان آموزش ریاضی، تعداد زیادی مقاله برای ارائه در این کارگاه فرستادند که پس از داوری، از میان آن‌ها دو مقاله و یک پوستر پذیرفته شد. از این کارگاه به خوبی استقبال شد و متخصصان و دانش‌آموختگان آموزش ریاضی و معلمان، فارغ‌التحصیلان و دانشجویان ریاضی در آن شرکت کردند. کارگاه، صبح سه‌شنبه ۲۸ مرداد ۱۳۸۸ شروع شد و بعدازظهر همین روز، خاتمه یافت. سخنرانی‌های این کارگاه به شرح زیر بودند:

۱. دکتر زهرا گویا؛ دانش‌محتوایی - پداگوژی برای تدریس ریاضی.

۲. بهزاد اسلامی مسلم؛ بررسی درک و فهم دانشجویان از مفهوم گروه خارج قسمتی.

۳. مانی رضائی؛ معرفی یک مطالعه: سطوح تفکر ترکیباتی.

۴. دکتر سهیلا غلام‌آزاد؛ اثبات‌های ریاضی.

۵. دکتر امیرحسین اصغری؛ آموزش ریاضی از دریچه‌ی ریاضی ۱ و ۲ (و برعکس).

طی سخنرانی اول، دانش‌محتوایی - پداگوژیکی معرفی شد. این دانش، وجه مشترک دانش‌محتوایی و دانش پداگوژیکی است، به این معنی که به این سؤال‌ها پاسخ می‌گوید که چه



چهلمین کنفرانس ریاضی کشور از دوشنبه ۲۶ مردادماه ۱۳۸۸ در دانشگاه صنعتی شریف آغاز به کار کرد و در روز ۲۹ مرداد به کار خود خاتمه داد. کنفرانس ریاضی که از قدیمی‌ترین کنفرانس‌های علمی کشور است گردهمایی چندمنظوره‌ی بزرگ‌ترین اجتماع ریاضی‌کاران کشور نیز محسوب می‌شود. علاوه بر برنامه‌های علمی این گردهمایی، مجمع عمومی انجمن ریاضی ایران، میزگردهایی درباره‌ی مسائل جاری جامعه‌ی ریاضی کشور در کنفرانس برگزار می‌کند. برنامه‌ی علمی کنفرانس شامل سخنرانی‌های اصلی و دعوتی و

موضوع: بررسی جایگاه کتاب های کمک آموزشی ریاضی در آموزش مدرسه از دیدگاه معلمان ریاضی و دانش آموزان دوره متوسطه

پژوهشگر: محسن تنده

استاد راهنما: دکتر احمد شاهورانی

استاد مشاور: دکتر زهرا گویا

تاریخ دفاع: تابستان ۱۳۸۸

دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

در این پایان نامه، به بررسی جایگاه کتاب کمک آموزشی در آموزش مدرسه ای از دیدگاه معلمان ریاضی و دانش آموزان پرداخته ایم. برای این کار ابتدا به بررسی پیشینه ای از این کار پرداختیم. در پیشینه تحقیق فعالیت هایی که در حوزه کتاب های کمک آموزشی در ایران انجام گرفته است را مورد بررسی قرار دادیم.

برای انجام این پایان نامه دو پرسش نامه طراحی کردیم. که پرسش نامه ی اول برای دانش آموزان و پرسش نامه ی دوم مربوط به معلمان ریاضی بود.

پرسش نامه ی دانش آموزان دارای ۱۴ سؤال بود و در آن به بررسی ۳ فرضیه پرداختیم. نتایجی که از هر دو پرسش نامه برای ما ایجاد شد، تأیید کننده ی استفاده از کتاب کمک آموزشی در فرایند آموزش مدرسه ای است.

به نظر دانش آموزان کتاب کمک آموزشی نقش زیادی در افزایش توانایی حل مسئله و ارتباط ریاضی در دانش آموزان و تأثیر متوسطی در افزایش توانایی نمایش ریاضی دارد. از دیدگاه معلمان ریاضی کتاب کمک آموزشی به اندازه ی کتاب درسی در آموزش مدرسه ای نقش دارد. در افزایش توانایی حل مسئله و ارتباط ریاضی دانش آموزان نقش زیادی دارد.

واژگان کلیدی: کتاب درسی، کتاب کمک آموزشی، کتاب آموزشی، دانش آموزان، معلمان ریاضی.

رویکردهای آموزشی ای مناسب تدریس محتوای مشخص اند و برای بهبود یادگیری، اجزای محتوا را چگونه باید مرتب کرد. همان طور که از موضوع سخنرانی های دوم تا پنجم برمی آید، سخنرانی اول، تا حدودی نمایانگر محور کارگاه بود.

سخنران دوم براساس چارچوبی نظری، سطوح فهم دانشجویان را از مفهوم گروه خارج قسمتی و مشکلات و بدفهمی های مربوط به این مفهوم را بررسی و نتایج تحقیقش در این مورد را بیان کرد.

سخنران سوم توضیح داد که چگونه می توان نوع برخوردهای یادگیرندگان و ریاضی دانان با مسائل ترکیبات را سطح بندی کرد و مشخصاتی برای این سطوح برشمرد.

سخنران چهارم، به بیان نظریات مختلف درباره ی نقش اثبات در ریاضی با محوریت محتوای ریاضی عمومی ۱ دانشگاهی پرداخت و پرسش های رایج در این موضوع را طرح کرد. او از شنوندگان خواست که هر یک، به زبان خود بر روی برگه ای بنویسند که اثبات چیست، سپس قضیه ای از درس ریاضی ۱ دانشگاهی را بیان و ثابت کنند. سپس پیشینه ی اثبات در ریاضی و نگرش های نظری و آموزشی به آن را شرح داد. پرسش های انتهایی این بود که آیا اثبات در ریاضی عمومی دانشگاهی جایگاهی دارد یا خیر و اگر دارد، این اثبات ها چه ویژگی هایی باید داشته باشند. حاضران، به بحث درباره ی این پرسش ها پرداختند.

سخنران پنجم، پس از توضیح نگرش های ریاضی دانان و آموزشگران ریاضی به تحول در آموزش حسابان (Calculus Reform)، تجربه ی خود در تغییر دیدگاه و روش تدریس درس ریاضی عمومی ۲ دانشگاهی را بیان کرد، که بر مشاهداتی درباره ی مشکلات تدریس و یادگیری این درس در نیم سال های فرد بنا شده بود.

گزارشی از دوره‌ی تأمین مدرس طرح غنی سازی تجارب یاددهی- یادگیری ریاضی

زهره پندی

روز اول:

- * بیان اهداف و انتظارات دوره‌ی آموزشی با حضور اعضای شورای راهبری؛
- * کارگاه حل مسئله؛
- * بحث نظری درباره‌ی رویکردهای یاددهی- یادگیری؛
- * انجام کار گروهی برای مقایسه‌ی شیوه‌های تدریس با دو رویکرد رفتارگرایی و ساخت و سازگرایی؛
- * بحث نظری پیرامون تفاوت‌های دو رویکرد رفتارگرایی و ساخت و سازگرایی.

روز دوم

- * انجام کار گروهی و اجرای تعدادی از فعالیت‌های طرح شده در محتوای اولیه‌ی تألیف شده در راستای اهداف طرح غنی سازی؛
- * مرور قسمت‌های دیگری از محتوای اولیه‌ی تألیف شده؛
- * کارگاه حل مسئله؛
- * انجام کار گروهی جهت شناخت ویژگی‌های فعالیت‌های غنی و طراحی فعالیت‌های جدید (علاوه بر محتوای ارائه شده در این دوره) در راستای طرح.

روز سوم

- * انجام کار گروهی برای ارزیابی فعالیت‌های طرح شده‌ی هر گروه در گروه‌های دیگر و بحث بیش‌تر درباره‌ی ملاک‌های طراحی یک فعالیت غنی؛
- * مرور دیگر قسمت‌های محتوا و نقد فعالیت‌ها با توجه به ملاک‌های بحث شده؛
- * بحث نظری پیرامون ارزشیابی و شیوه‌های آن؛
- * طراحی فعالیت به صورت انفرادی.

روز چهارم

- * انجام کار گروهی برای نقد، ارزیابی و اصلاح فعالیت‌های طرح شده در روز گذشته توسط هریک از اعضای گروه؛
- * بحث و تبادل نظر درباره‌ی چگونگی برگزاری دوره و اجرای طرح در استان‌ها با مشارکت جمعی از شرکت‌کنندگان در دوره.

چندی است دفتر آموزش راهنمایی تحصیلی معاونت آموزش و پرورش نظری و فن آوری، کار بر روی طرحی با عنوان «غنی سازی تجارب یادگیری دروس علوم تجربی و ریاضی» را آغاز کرده است. ارزشمند کردن فرصت‌های یادگیری، ایجاد زمینه برای اندیشه ورزی دانش آموزان و بها دادن به عاملیت معلم و مدیر در فرآیند یاددهی- یادگیری از پیش فرض‌های اصلی این طرح به شمار می‌رود. در این طرح، اثربخش نمودن تجارب یادگیری در پنج محور مورد توجه قرار گرفته است:

- * سودمند یا مفید ساختن برنامه‌ی درسی؛
 - * به کار بستن فعالیت‌های فکری و عملی (مهارت‌های فرآیندی و دست‌ورزی)؛
 - * ایجاد فرهنگ یادگیری از همیاران و همکاران؛
 - * یادگیری فعال؛
 - * سنجش برای یادگیری.
- قرار است در سال تحصیلی جاری، این طرح به صورت آزمایشی برای سال اول دوره‌ی راهنمایی در حدود ۷۰۰ مدرسه به اجرا درآید. برای این منظور اقدامات زیر انجام شده است:
- * تحلیل محتوای کتاب‌های درسی؛
 - * تألیف محتوای اولیه‌ی مورد نیاز برای غنی سازی تجارب یادگیری.
- دوره‌ی تأمین مدرس برای این طرح نیز در تاریخ ۱۳۸۸/۵/۲۵ تا ۱۳۸۸/۵/۲۸ در مرکز تربیت معلم شهید شرافت تهران برگزار شد. در این دوره نمایندگان از همه‌ی استان‌های کشور حضور داشتند. قرار است این نماینده‌ها که به قول یکی از خودشان، ژنرال‌های استان خود هستند، پیغام‌رسان این طرح در استان‌های خود باشند و دوره‌ای شبیه این دوره را برای معلمین مجری طرح در استان‌های محل خدمت خود اجرا کنند. پس از آن مجری، نماینده و رابط دفتر آموزش راهنمایی تحصیلی برای نظارت و ارزیابی کیفیت و نتایج اجرای طرح در استان‌ها باشند.
- در این جا خلاصه‌ای از برنامه‌های دوره‌ی تأمین مدرس طرح غنی سازی تجارب یادگیری در بخش ریاضی که توسط خانم‌ها زهره پندی، سپیده چمن‌آرا، نسرين حسن پور و فیروزه فروزبخش اجرا شد، آمده است:



نامه ها و مطالب دوستان زیر تا پایان مهر ۸۸ به دست ما رسیده است.

از همه ی آن ها سپاسگزاریم و هم چنان منتظر مطالب شما هستیم.

ندا مهدوی غروی، از آمل؛ عزیزه احمدی، از زنجان؛ زینب کریمائی، از قزوین؛ عزیزالله حاجی زاده، از خوزستان؛ محسن یزدان فر، از شیراز؛ لیلا قربانلو؛ مجید حق وردی؛ حسین محمدی قناتخستانی؛ از نیشابور؛ هاجر سلیمانی، از کرمان؛ مرتضی بیات و زهرا خاتمی و هوشنگ اوصانلو، از زنجان؛ عفت رحمانیان، از اصفهان؛ زهره یوسفی مراغه و اکبر رجب زاده، از بناب؛ سلیم متقین، از مشهد؛ اعظم اکبرشاهی، از قزوین؛ حمیدرضا دافعی، از زنجان.



با مجله های رشد آشنا شوید

مجله های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می شوند:

مجله های عمومی دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):

- + **رشد کودک** (برای دانش آموزان آمادگی و پایه ی اول دوره ی دبستان)
- + **رشد نوجوان** (برای دانش آموزان پایه های دوم و سوم دوره ی دبستان)
- + **رشد دانش آموز** (برای دانش آموزان پایه های چهارم و پنجم دوره ی دبستان)
- + **رشد نوجوان** (برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی)
- + **رشد جوان** (برای دانش آموزان دوره ی متوسطه و پیش دانشگاهی)

مجله های عمومی بزرگسال

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):

- + **رشد آموزش ابتدایی** - **رشد آموزش راهنمایی تحصیلی** - **رشد تکنولوژی آموزشی** - **رشد مدرسه فردا** - **رشد مدیریت مدرسه** - **رشد معلم**

مجله های اختصاصی

(به صورت فصلنامه و ۴ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می شوند):

- + **رشد برهان راهنمایی** (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره ی راهنمایی تحصیلی)
- + **رشد برهان متوسطه** (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره ی متوسطه و پیش دانشگاهی)
- + **رشد آموزش قرآن** - **رشد آموزش معارف اسلامی** - **رشد آموزش زبان و ادب فارسی** - **رشد آموزش هنر** - **رشد مشاور مدرسه** - **رشد آموزش تربیت بدنی** - **رشد آموزش علوم اجتماعی** - **رشد آموزش تاریخ** - **رشد آموزش جغرافیا** - **رشد آموزش زبان** - **رشد آموزش ریاضی** - **رشد آموزش فیزیک** - **رشد آموزش شیمی** - **رشد آموزش زیست شناسی** - **رشد آموزش زمین شناسی** - **رشد آموزش فنی و حرفه ای** - **رشد آموزش پیش دبستانی**

مجله های رشد عمومی و اختصاصی برای آموزگاران، معلمان، مدیران، مربیان و مشاوران مدارس، دانش جویان مراکز تربیت معلم و رشته های دبیری دانشگاه ها و کارشناسان آموزش و پرورش تهیه و منتشر می شوند.

+ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

+ نمابر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۳۷۸

+ تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۴۹۰۹۹

E _ mail: info@roshdmag.ir + www.roshdmag.ir

البته غیر از این عناوین، برنامه های دیگری نیز در این دوره از سوی برگزارکنندگان برای هر دو گروه ریاضی و علوم تجربی تدارک دیده شده بود. از آن جمله می توان به سخنرانی های علمی هر روز صبح و جلسات نشست مدرسان استان های هم جوار در بعد از ظهرها اشاره کرد. شنیدیم که در طول دوره، برنامه های غیر رسمی تا پاسی از شب هم ادامه داشته است. برنامه هایی شامل طراحی فعالیت های جدید و حل مسئله های مشکل. یکی از شرکت کنندگان در روز آخر کتابچه ای از مسائل حل شده در این شب ها را همراه داشت که می شد در آن بسیاری از مسئله های چالش برانگیز ریاضی دوره ی راهنمایی را در کنار راه حلشان دید.

در مجموع این چند روز به غیر از مرور مباحث نظری، آماده شدن مدرسان برای برگزاری دوره برای معلمان مجری طرح در استان ها و طراحی فعالیت های جدید برای کامل تر شدن محتوای تألیف شده جهت غنی سازی کتاب ریاضی اول راهنمایی که از اهداف اصلی دوره ی تأمین مدرس بود، برکات دیگری هم داشت که هنگام خدا حافظی به خوبی حس می شد. نزدیکی فکری هرچه بیش تر شرکت کنندگان و برگزارکنندگان دوره، پدید آمدن موضوعات جدیدی برای تأمل و تفکر در جهت غنی سازی تجارب یادگیری و باور این نکته که نتیجه ی حاصل از هم افزایی تجربه های همکاران بیش از حاصل جمع تجربه هاست، نمونه هایی است که می توان به آن ها اشاره کرد. به امید آن که با افزایش تعداد این قبیل کارگاه ها و بهبود کیفیت آن ها، شاهد هرچه غنی تر شدن تجارب یادگیری دانش آموزان در سطح کشور باشیم.



Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

Roshd Mathematics 98 Education Journal

● Vol. 27 ● No. 2 ● 2009 ● ISSN: 1606 - 9188

2. Editor's Note

4. Such Silent is a!

by: A. Asgani

12. Mathemaicians as Educators

by: H. Bass

trans: N. Mehrabani

17. Learning Calculus & Difficulties With Limit Concept & Formalism (Part2)

by: Y. Azerang

23. Concept Image & Concept Definition

by: M. Javadi

28. Proofing Inequalities by Convex Functions (part 1)

by: A. Golamian

34. Teachers's Narrative

by: F. T. Masooleh

36. Introducing Math Kangaroo Competition

by: M. Saidie & S. Chamanara

44. Viewpoint (1)

by: A. Azerang

46. Viewpoint(2)

by: A. Roozdar

48. Not Igreg;but Y!

by: N. M. Gharavi

49. Mystic Number

by: F. T. Masooleh

50. Reports & News

by: M. Rezai & B. E. Mosallam & Z. Pandi

63. Letters

Managing Editor : Mohammad Naseri

Editor : Zahra Gooya

Executive Director : Sepideh Chamanara

Editorial Board :

Esmail Babolian, Mirza Jalili

Sepideh Chamanara, Mehdi Radjabalipour

Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh

Mohammad Reza Fadaie and Soheila Gholamzad

Graphic Designer : M. Karimkhani

P.O.Box : Tehran 15875 - 6585

E-mail: riazzi@roshdmag.ir



دانشگاه تهران
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر نشر کمک های آموزشی

برگ اشتراک مجله های رشد

شرایط:

- ۱- پرداخت مبلغ ۵۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله ای درخواستی، به صورت علی الحساب به حساب شماره ی ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه ی سه راه آزمایش (سرخه حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.
- ۲- ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده ی اشتراک بایست سفارشی. (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

+ نام مجله های درخواستی :

.....

.....

+ نام و نام خانوادگی:

.....

+ تاریخ تولد:

.....

+ میزان تحصیلات:

.....

+ تلفن:

.....

+ نشانی کامل پستی:

..... استان: شهرستان:

..... خیابان:

..... پلاک: کد پستی:

+ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده اید «شماره ی اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

• شماره ی مشترکین: ۷۷۲۳۶۶۵۵ - ۷۷۲۳۶۶۵۶ - ۲۱
• صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
• پیام گیر مجله های رشد: ۲۱ - ۸۸۳۰ ۱۴۸۲

یادآوری:

- + هزینه ی برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی و عدم حضور گیرنده، بر عهده ی مشترک است.
- + مبنای شروع اشتراک مجله از زمان دریافت برگ اشتراک است.